



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
TERCERA EVALUACIÓN DE CÁLCULO DE VARIAS
VARIABLES - 5 DE MARZO DE 2015



Todos los temas valen 20 puntos

1. Calcule la distancia entre las rectas $l_1 = \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ y $l_2 : x + y + z = 1, x - 2y + z = 2$

Determina las ecuaciones paramétricas de la recta l_2 : 5ptos

Utiliza algún procedimiento o fórmula para calcular la distancia entre las dos rectas: 10ptos

Presenta la respuesta correctamente: 5ptos

2. Sea la función $f(x, y) = \log|x^2 + y^2|$

a. (14ptos) Realice un bosquejo de la gráfica de f (utilice curvas de nivel)

Realiza un gráfico de las curvas de nivel: 5ptos

Determina las secciones (o trazas) de la gráfica de f : 3ptos

Realiza un bosquejo de la gráfica de f : 6ptos

b. (6ptos) Calcule la derivada direccional de f en el punto $(1, -2)$ y en la dirección del vector normal a la recta $x + y = 1$

Determina el vector normal a la recta: 2ptos

Obtiene el unitario del vector normal: 1ptos

Obtiene la derivada direccional: 3ptos

3. Utilice la definición de límite (es decir utilice ε, δ) para mostrar que:

a. (10ptos) Si $f(x, y) = 2x + y^2$, entonces $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} f(x, y) = 6$

b. (10ptos) Si $f(\mathbf{x}) = 1$, entonces $\lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{a}} f(\mathbf{x}) = 1$,

donde $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ y $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_n) \in \mathbb{R}^n$

Tanto para el literal **a** como para el **b**:

Escribe correctamente la definición de límite, con los datos de cada problema: 3ptos

Obtiene las desigualdades necesarias a partir de la hipótesis: 2ptos

Desarrolla la tesis, utilizando las desigualdades obtenidas anteriormente: 3ptos

Concluye correctamente: 2ptos

4. Calcular el volumen del sólido limitado por las superficies $\left(\frac{x}{1}\right)^{1/2} + \left(\frac{y}{2}\right)^{1/2} + \left(\frac{z}{3}\right)^{1/2} = 1$,
 $x=0$, $y=0$ y $z=0$.

Si plantea el cálculo del volumen como $\iiint_D 1 dV$ o $\iint_R f(x,y)dA$: 3ptos

Si despeja z e identifica $f(x,y)$: 5ptos

Si calcula los puntos de corte de la gráfica de f y los ejes coordenados: 3ptos

Si identifica y caracteriza la región plana R : 4ptos

Si calcula el volumen: 5ptos

5. Evalúe la integral $\int_C F \cdot dr$ si $F(x, y) = \left(\cos(\operatorname{sen}(x^2 - x)) - 3y, 8x - e^{\arctan(y+1)} \right)$ y C es la frontera de la región comprendida entre las circunferencias $x^2 + y^2 = 1$ y $x^2 + y^2 = 4$

Si grafica la región D comprendida entre las circunferencias dadas: 3ptos

Si establece que la curva es cerrada y por tanto se puede aplicar el teorema de Green: 5ptos

Si calcula las derivadas parciales P_y, Q_x : 2ptos

Si determina que la integral de línea es igual a la integral doble $11 \iint_D 1 dA = 11 \operatorname{Area}(D)$: 6ptos

Si presenta el resultado requerido: 4ptos