

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**

**Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación**

**“ESTUDIO, MODELAMIENTO Y SIMULACIÓN DE  
ALOCACIÓN ADAPTIVA DE BITS EN SISTEMAS  
MULTIUSER OFDM”**

**TESINA DE SEMINARIO**

Previa a la obtención del Título de:

**INGENIERO EN ELECTRÓNICA Y  
TELECOMUNICACIONES**

Presentado por:

**FABIÁN PATRICIO TORO SÁNCHEZ**

**GUAYAQUIL – ECUADOR**

**2010**

## **AGRADECIMIENTO**

Al Ingeniero Hernán Córdova, profesor del Seminario de Graduación por su ayuda y disposición a resolver toda inquietud que se presentó en el desarrollo del proyecto, y al Ingeniero Juan Carlos Avilés por sus oportunos comentarios y orientación.

## **DEDICATORIA**

A todas las personas que durante mi vida estudiantil nunca dejaron de creer y confiar en mí.

## TRIBUNAL DE SUSTENTACIÓN



Ing. Sergio Flores M.  
DECANO DE LA FIEC



Ing. Hernán Córdova  
PROFESOR DE SEMINARIO



Ing. Juan Carlos Avilés  
DELEGADO DE LA UNIDAD

## DECLARACIÓN EXPRESA

"La responsabilidad del contenido de esta Tesina de Seminario, me corresponde exclusivamente; y el patrimonio intelectual de la misma a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL".

Fabián Toro S.

Fabián Toro S.

## **RESUMEN**

El presente trabajo se enfoca en el desarrollo de dos soluciones que permitan resolver el problema de la aloca33n adaptiva de bits para un sistema multiuser OFDM.

Como podremos ver m1s adelante, las soluciones planteadas son del tipo Rate Adaptive, es decir, ambas soluciones proponen la maximizaci33n de la capacidad total del sistema a expensas de mantener constante la potencia total de transmisi33n. Este objetivo es alcanzado cuando se maximiza la capacidad m3nima de un usuario.

Las dos soluciones analizadas ser1n aplicadas en un sistema VDSL2, en el cual se consider33 el efecto del ruido blanco aditivo gaussiano y el efecto del FEXT como 3nico disturber para 500, 1000 y 1500 metros de distancia.

# ÍNDICE GENERAL

<b>AGRADECIMIENTO</b> .....	<b>ii</b>
<b>DEDICATORIA</b> .....	<b>iii</b>
<b>TRIBUNAL DE GRADUACIÓN</b> .....	<b>iv</b>
<b>DECLARACIÓN EXPRESA</b> .....	<b>v</b>
<b>RESUMEN</b> .....	<b>vi</b>
<b>ÍNDICE GENERAL</b> .....	<b>vii</b>
<b>ABREVIATURAS</b> .....	<b>ix</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>x</b>
<b>CAPÍTULO 1: COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA</b>	
1.1. Introducción.....	1
1.2. Definiciones de Alocaación Adaptiva de Bits.....	1
1.3. El riesgo de no tomar medidas .....	2
<b>CAPÍTULO 2: DEFINICIÓN DEL PROBLEMA</b>	
2.1. Cuál es el problema.....	4
2.2. El Escenario .....	4
<b>CAPÍTULO 3: COMPRENSIÓN DE LAS SOLUCIONES</b>	
3.1. Soluciones Generales.....	6
3.2. Soluciones Margin Adaptive.....	7
3.3. Soluciones Rate Adaptive .....	7

3.4	Solución Ideal.....	8	
3.5.	Primera Solución .....	8	
3.6.	Segunda Solución.....	11	
3.6.1.	Caso Lineal .....	20	
3.6.2.	Una alta relación Ganancia de Canal a Ruido .....	23	
 <b>CAPÍTULO 4: MODELAMIENTO Y SIMULACIÓN</b>			
4.1.	Modelamiento.....	25	
4.2.	Simulación.....	26	
 <b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>			<b>43</b>
 <b>ANEXO A: APORTE PERSONAL .....</b>			<b>47</b>
 <b>ANEXO B: CÓDIGO MATLAB .....</b>			<b>51</b>
 <b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>			<b>55</b>

## ABREVIATURAS

<b>AWGN</b>	Additive White Gaussian Noise
<b>BER</b>	Bit Error Rate
<b>CP</b>	Cyclic Prefix
<b>DSL</b>	Digital Subscriber Line
<b>DVB</b>	Digital Video Broadcasting
<b>FDM</b>	Frequency Division Multiplexing
<b>FEXT</b>	Far End Crosstalk
<b>LAN</b>	Local Area Network
<b>ISI</b>	Inter Symbol Interference
<b>SNR</b>	Signal-to-Noise Ratio
<b>MA</b>	Margin Adaptive
<b>OFDM</b>	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
<b>PSD</b>	Power Spectral Density
<b>RA</b>	Rate Adaptive
<b>VDSL</b>	Very high bit-rate Digital Subscriber Line
<b>WiMAX</b>	Worldwide Interoperability for Microwave Access

## INTRODUCCIÓN

OFDM es una técnica muy prometedora en el futuro de las telecomunicaciones y que recientemente ha encontrado adopción en una amplia variedad de sistemas de comunicación de alta tasa de datos, incluyendo DSL, LANs inalámbricas (802.11a/g/n), DVB, WiMAX, etc.

OFDM es un esquema de modulación multiportadora que transmite símbolos en paralelo sobre múltiples subportadoras que comparten el ancho de banda del sistema usando alguna forma de multiplexación por división de frecuencia (FDM). La idea de OFDM es dividir el ancho de banda total del sistema de transmisión en un gran número de subcanales ortogonales con menor ancho de banda.

Con el fin de tener un canal sin interferencia intersímbolo (ISI), la longitud del prefijo cíclico (CP) tiene que ser mayor que la longitud del canal dado que los sistemas de comunicación digitales simplemente no pueden funcionar si la interferencia intersímbolo está presente.

La alocaión adaptiva de bits es un parte importante dentro de OFDM ya que ésta tratará de explotar la información del canal para así asignar una mayor cantidad de bits en el subcanal donde haya una mejor ganancia.

# CAPÍTULO 1

## COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA

### 1.1. Introducción

La asignación adaptativa de bits, básicamente, consiste en hallar la forma óptima de distribuir los recursos del sistema (las subportadoras y la potencia de éstas). No hay una definición específica al respecto, sino que todo depende de las especificaciones o de los requerimientos del sistema [1].

La palabra “*adaptiva*” se refiere a que el esquema se va adaptando dinámicamente a las condiciones del canal. Se proponen métodos de asignación adaptativa de bits para poder aprovechar mejor la capacidad del sistema y lograr un mejor desempeño. Los esquemas de asignación de recursos fijos, tales como TDMA o FDMA no son del todo óptimos ya que no aprovechan la información del canal [3].

### 1.2. Definiciones de Asignación Adaptativa de Bits

Una de las formas de definir la asignación adaptativa de bits sería hallar el esquema que permita utilizar la potencia mínima del sistema a la vez que se debe cumplir la condición de que la tasa de transferencia de bits no decaiga de un valor establecido.

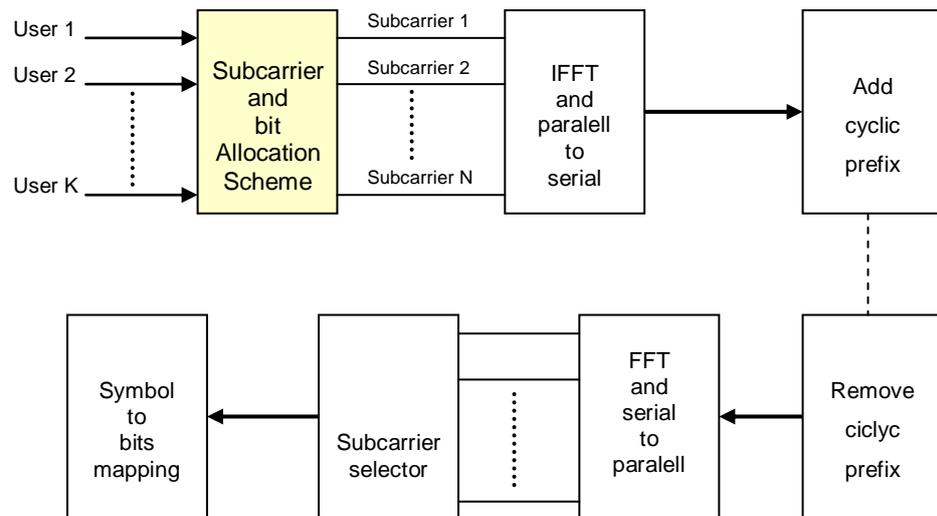
Otra forma de definirla sería hallar un esquema que permita distribuir las subportadoras a cada uno de los usuarios de tal forma que se pueda maximizar la tasa de transferencia de bits pero sin exceder un valor límite en la potencia total de transmisión.

### **1.3. El riesgo de no tomar medidas**

Si se dejara simplemente que a los usuarios se les asigne subportadoras sin ninguna razón en particular o sin ninguna razón técnica, podría darse el caso de que la mayor cantidad de bits sean alocados en el subcanal que tenía la ganancia más baja (o la SNR más baja). Por tanto, muchos bits se perderían en la transmisión.

Así pues, existe una disyuntiva: lograr un desempeño óptimo en términos de potencia a expensas de mantener fija la tasa de transferencia de bits, o en su defecto, maximizar la tasa de transferencia de bits manteniendo fija la potencia total del sistema. Esas son las variables que se manejan en la asignación adaptativa de bits y muchos algoritmos se han propuesto.

El siguiente diagrama de bloques nos muestra en qué parte de todo el proceso OFDM debería estar la asignación adaptativa de bits:



**Fig.1** Diagrama de bloques del proceso OFDM

Dado que el presente trabajo se basa en optimizar la función de la capacidad, el análisis de las variables será presentado cuando se presente la primera solución de este proyecto.

## CAPÍTULO 2

### DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

#### 2.1. Cuál es el problema

Multiuser OFDM (MU-OFDM) permite a un número de usuarios compartir un símbolo OFDM. El transmisor selecciona diferentes números de bits provenientes de los diferentes usuarios para formar un símbolo OFDM [2].

El problema consiste en hallar el esquema que permita optimizar la alocaación de recursos del sistema (subportadoras y potencia) de forma dinámica (adaptiva) basados en la información provista por el canal.

#### 2.2. El Escenario

El escenario elegido para la elaboración del presente proyecto es el siguiente:

- El presente proyecto estará basado en el estudio y simulación de alocaación adaptiva de bits para un sistema VDSL2.
- Inicialmente se asumirá un número  $K$  de usuarios igual a 10, aunque luego (como podrá verse más adelante) con la ayuda del simulador podremos variar el número de usuarios y observar cómo varía el esquema de alocaación de bits y la capacidad.

- El  $\Delta f$  para un sistema VDSL2 es de 4.3125 KHz.
- Como el canal utilizado será un sistema DSL, la distancia es un factor importante a tomar en cuenta. Las distancias utilizadas son: 500, 1000 y 1500 metros.
- La potencia máxima que se puede permitir en total es de 14.5 dbm.
- Solamente el efecto del FEXT es considerado como disturber.
- La PSD para el ruido AWGN es -140 dbm.

## CAPÍTULO 3

### COMPRENSIÓN DE LAS SOLUCIONES

#### 3.1. Soluciones Generales

En su forma más básica y de manera general, para enfrentar el problema de la  
alocación adaptativa de bits existen tres tipos de soluciones:

- 1) Minimizar la potencia de transmisión

$$\begin{aligned} & \min \sum_{n=1}^N P_n \\ & \text{sujeto a} \\ & \sum_{n=1}^N R_n \geq R_{\min} \\ & P_e \leq P_{e,\min} \end{aligned}$$

- 2) Maximizar la tasa de transferencia de bits

$$\begin{aligned} & \max \sum_{n=1}^N R_n \\ & \text{sujeto a} \\ & \sum_{n=1}^N P_n \leq P_{total} \\ & P_e \leq P_{e,\min} \end{aligned}$$

3) Minimizar la probabilidad de error (BER).

$$\begin{aligned} & \min P_e \\ & \text{sujeto a} \\ & \sum_{n=1}^N R_n \geq R_{\min} \\ & \sum_{n=1}^N P_n \leq P_{\text{total}} \end{aligned}$$

De las tres opciones mencionadas, los algoritmos propuestos para garantizar un óptimo funcionamiento del sistema se han enfocado básicamente en las dos primeras, mientras que la tercera solución es de menor interés.

### 3.2. Soluciones Margin Adaptive

Alocación de recursos basada en minimización de potencia.- (Margin Adaptive), es cuando el diseño de un sistema se enfoca en la reducción de la potencia del transmisor para una cierta tasa de bits dada. Básicamente, el usuario necesita transmitir a una cierta tasa de transferencia de bits manteniendo un cierto BER dado y el algoritmo de alocación de recursos distribuye subportadoras, bits y potencia de tal forma que la potencia del transmisor es minimizada [1].

### 3.3. Soluciones Rate Adaptive

Alocación de recursos basada en la maximización de la capacidad.- (Rate Adaptive), es el diseño de un sistema en donde el objetivo de la optimización

es la maximización de la tasa de transferencia de bits total (llamada también Sum Capacity [4]) pero fija un valor límite en la potencia total [1].

### 3.4. Solución Ideal

Lo ideal sería hallar todos los esquemas posibles de asignación de bits y luego escoger aquel que distribuya de manera más eficiente la potencia en el sistema. Esto no es aconsejable ya que se incrementaría el tiempo de ejecución de los algoritmos (retardo), así que se prefieren soluciones sub-óptimas dado que su tiempo de respuesta es mucho más rápido (recordar que se necesita estar recibiendo información del canal constantemente) y también por razones económicas: es más económico implementar algoritmos menos complejos.

### 3.5. Primera Solución

Como primera solución para la elaboración del proyecto en estudio, se utilizará un algoritmo sub-óptimo propuesto en [2]. Dicho algoritmo es Rate Adaptive, es decir, tratará de maximizar la capacidad guardando siempre de no exceder un valor de potencia límite (generalmente fijado por las entidades de regulación gubernamentales). Cabe indicar que el algoritmo desarrollado en [2] está basado en un algoritmo que fue propuesto originalmente en [3]:

$$\max \sum_{k=1}^K \sum_{n \in \Omega_k} \frac{1}{N} \log_2 \left( 1 + \frac{P_{k,n} h_{k,n}^2}{N_0 \frac{B}{N}} \right) \quad (1)$$

sujeto a

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^K \sum_{n \in \Omega_k} p_{k,n} &\leq P_{total} \\
p_{k,n} &\geq 0 \text{ for all } k, n \\
\Omega_k &\text{ are disjoint for all } k \\
\Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \dots \cup \Omega_k &\subseteq \{1, \dots, N\} \\
R_1 : R_2 : \dots : R_k &= \gamma_1 : \gamma_2 : \dots : \gamma_k
\end{aligned}$$

donde  $\mathbf{K}$  es el número de usuarios;  $\mathbf{N}$  es el número total de subportadoras;  $\mathbf{N}_0$  es la densidad espectral de potencia del ruido blanco gaussiano;  $\mathbf{B}$  y  $\mathbf{P}_{total}$  son el ancho de banda y potencia total disponible, respectivamente;  $\mathbf{p}_{k,n}$  es la asignación de potencia para el usuario  $\mathbf{k}$  en la subportadora  $\mathbf{n}$ ;  $\mathbf{h}_{k,n}$  es la ganancia del canal para el usuario  $\mathbf{k}$  en la subportadora  $\mathbf{n}$ ;  $\Omega_k$  es el conjunto cuyos elementos son las subportadoras asignadas al usuario  $\mathbf{k}$  y son mutuamente excluyentes;  $\mathbf{N}_k$  es el número de subportadoras en  $\Omega_k$ ; y,  $\mathbf{R}_k$  es la capacidad del canal para el usuario  $\mathbf{k}$  definida como

$$R_k = \sum_{n \in \Omega_k} \frac{1}{N} \log_2 \left( 1 + \frac{p_{k,n} h_{k,n}^2}{N_0 \frac{B}{N}} \right) \quad (2)$$

Al decir que los conjuntos  $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_k$  son excluyentes se refiere a que la intersección entre ellos es igual al conjunto vacío, es decir,  $\Omega_1 \cap \Omega_2 \cap \dots \cap \Omega_k = \phi$ . ¿Qué podemos concluir con esta información? Al ser cada uno de estos conjuntos disjuntos (o mutuamente excluyentes) entre sí, se está asegurando de que ninguna subportadora será asignada a más de un usuario.

La meta principal de este algoritmo es maximizar la capacidad de aquel usuario que tiene la capacidad más baja de todos (es decir, maximizar la mínima capacidad). El algoritmo propuesto en [2] es como sigue:

- 1) Inicialization  
 set  $R_k = 0$ ,  $\Omega_k = \phi$  for  $k = 1, 2, \dots, K$ ; and  $A = \{1, 2, \dots, N\}$
- 2) for  $k = 1$  to  $K$ 
  - a) find  $n$  satisfying  $|H_{k,n}| \geq |H_{k,j}|$ , for all  $j \in A$
  - b) let  $\Omega_k = \Omega_k \cup \{n\}$ ;  $A = A - \{n\}$  and update  $R_k$  according to (2)
- 3) while  $A \neq \phi$ 
  - a) find  $k$  satisfying  $R_k \leq R_i$ ,  $0 \leq i \leq K$
  - b) for the found  $k$ , find  $n$  satisfying  $|H_{k,n}| \geq |H_{k,j}|$ , for all  $j \in A$
  - c) for the found  $k$  and  $n$ , let  $\Omega_k = \Omega_k \cup \{n\}$ ;  $A = A - \{n\}$  and update  $R_k$  according to (2)

En este algoritmo se define  $H_{k,n} = \frac{h_{k,n}^2}{N_0 B/N}$  como la relación *Ganancia de*

*Canal a Ruido* del usuario  $k$  en la subportadora  $n$ .

La explicación de este algoritmo es la siguiente: que cada usuario utilice tantos subcanales con la relación *Ganancia de Canal a Ruido* más altos como sea posible. El algoritmo primero empieza asignándole una subportadora a cada usuario. Luego, mientras existan aún subportadoras sin asignar, el algoritmo

buscará a aquel usuario que tenga la menor capacidad de todos. Por cada iteración, el usuario con la menor capacidad tiene la opción de elegir qué subcanal utilizar. Dicho usuario vuelve a buscar cuál es el subcanal que tiene la mejor relación *Ganancia de Canal a Ruido*. El algoritmo se seguirá repitiendo mientras sigan existiendo subportadoras disponibles.

Este algoritmo es sub-óptimo porque asigna igual distribución de potencia para cada uno de los subcanales [4]. Por tanto, en esta primera solución asumiremos que la relación:

$$\gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot \dots \cdot \gamma_n = 1.$$

Es decir, para la elaboración de este trabajo  $\gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_k = 1$ . El concepto de los valores  $\gamma_k$  serán explicados en la segunda solución.

De la ecuación (2) podemos hacer el siguiente análisis: dado que igual potencia es asumida para cada una de las subportadoras, el valor de  $R$  dependerá única y exclusivamente del valor  $h_{k,n}$ . Es decir, la capacidad de un usuario dependerá únicamente de la ganancia del canal, ya que tanto  $N$ ,  $B$ , y  $N_0$  son constantes. Obviamente, mientras más subportadoras le sean alocadas al usuario  $k$  mayor será el valor de  $R_k$ , ya que el sumatorio tendrá más términos y por tanto el valor de su capacidad se incrementa.

### 3.6. Segunda Solución

En [4], Z. Shen, J. G. Andrews y B. Evans sugieren una pequeña variante al uso del algoritmo propuesto en [2]. Introducen el concepto de utilizar unos

coeficientes de proporcionalidad que les darán cierta prioridad a determinados usuarios. De esta forma se puede crear un servicio al cual el usuario tendría que suscribirse: aquel usuario que pague por el servicio tendrá mayor prioridad y por tanto su capacidad será mayor.

Además, en esta solución propuesta en [4] y en [2] no sólo se busca introducir el concepto de prioridad sino que también se intenta hacer una optimización en la potencia. Es decir, este algoritmo ya no supone potencias divididas por igual. A través de un procedimiento matemático de maximización, se llega a una expresión que busca optimizar el recurso de la potencia por cada usuario, como veremos más adelante.

La solución propuesta en [4] es la siguiente:

- 1) Initialization
  - set  $R_k = 0$ ,  $\Omega_k = \phi$  for  $k = 1, 2, \dots, K$ ; and  $A = \{1, 2, \dots, N\}$
- 2) for  $k = 1$  to  $K$ 
  - a) find  $n$  satisfying  $|H_{k,n}| \geq |H_{k,j}|$ , for all  $j \in A$
  - b) let  $\Omega_k = \Omega_k \cup \{n\}$ ;  $A = A - \{n\}$  and update  $R_k$  according to (2)
- 3) while  $A \neq \phi$ 
  - a) find  $k$  satisfying  $R_k/\gamma_k \leq R_i/\gamma_i$ ,  $0 \leq i \leq K$
  - b) for the found  $k$ , find  $n$  satisfying  $|H_{k,n}| \geq |H_{k,j}|$ , for all  $j \in A$
  - c) for the found  $k$  and  $n$ , let  $\Omega_k = \Omega_k \cup \{n\}$ ;  $A = A - \{n\}$  and update  $R_k$  according to (2)

Parecería no existir ninguna diferencia con el algoritmo explicado en la primera solución. Para poder notar la diferencia entre ambos, utilicemos un ejemplo numérico:

Supongamos que existen solamente tres usuarios (obviamente, hay más subportadoras que usuarios). Imaginemos que en la primera iteración del algoritmo las capacidades de cada usuario fueron  $R_1 = 10$ ,  $R_2 = 8$  y  $R_3 = 5$ , y asumamos también que cada usuario tiene sus respectivos coeficientes  $\gamma_1 = 10$ ,  $\gamma_2 = 4$  y  $\gamma_3 = 2$ . En la solución anterior, el algoritmo buscaría a aquel usuario que tiene la capacidad  $R$  más pequeña (es decir, según este ejemplo, el algoritmo propuesto en [2] o [3] hubiera elegido primeramente a  $R_3$  para asignarle una nueva subportadora). En lugar de esto, el algoritmo propuesto en [4] busca al usuario que tiene la menor relación  $R/\gamma$ . En este ejemplo ¿quién es ese usuario? Calculemos la relación  $R/\gamma$  de cada uno:

$$\frac{R_1}{\gamma_1} = \frac{10}{10} = 1; \quad \frac{R_2}{\gamma_2} = \frac{8}{4} = 2; \quad \frac{R_3}{\gamma_3} = \frac{5}{2} = 2.5$$

Es decir, en la solución propuesta en [4] se empezaría (a partir de la segunda iteración) por  $R_1$ . Esto es lo que lo diferencia de la primera solución, ya que el usuario 1 tiene la mayor prioridad de todos ( $\gamma_1 = 10$ ). El siguiente usuario al cual se le asignará una nueva subportadora sería  $R_2$ , ya que como podemos ver, su relación  $R_2/\gamma_2$  es menor que la relación  $R_3/\gamma_3$ . Y así, el proceso se seguirá repitiendo hasta que todas las subportadoras hayan sido asignadas. Es decir, el algoritmo siempre empezará buscando al usuario que tenga la prioridad más alta y a ese usuario se le alojarán la mayor cantidad de bits.

Una vez que se ha logrado encontrar un esquema de asignación de bits, el algoritmo propuesto en [4] sugiere un procedimiento matemático para encontrar el valor de la potencia para el cual la capacidad total del sistema es máxima:

$$\max_{p_{k,n}} \sum_{k=1}^K \sum_{n \in \Omega_k} \frac{1}{N} \log_2 \left( 1 + \frac{p_{k,n} h_{k,n}^2}{N_o \frac{B}{N}} \right) \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeto a:} \quad & \sum_{k=1}^K \sum_{n \in \Omega_k} p_{k,n} \leq P_{total} \\ & p_{k,n} \geq 0 \\ & \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3 \cup \dots \cup \Omega_k \subseteq \{1, 2, 3, \dots, N\} \\ & R_1 : R_2 : R_3 : \dots : R_k = \gamma_1 : \gamma_2 : \gamma_3 : \dots : \gamma_k \end{aligned}$$

Es decir, tenemos un problema de maximización, en el cual se tratará de maximizar la función  $L$  definida por:

$$\begin{aligned} L = & \sum_{k=1}^K \sum_{n \in \Omega_k} \frac{1}{N} \log_2 \left( 1 + p_{k,n} H_{k,n} \right) + \lambda_1 \left( \sum_{k=1}^K \sum_{n \in \Omega_k} p_{k,n} - P_{total} \right) \\ & + \sum_{k=2}^K \lambda_k \left( \sum_{n \in \Omega_1} \frac{1}{N} \log_2 \left( 1 + p_{1,n} H_{1,n} \right) - \frac{\gamma_1}{\gamma_k} \sum_{n \in \Omega_k} \frac{1}{N} \log_2 \left( 1 + p_{k,n} H_{k,n} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.2)$$

en donde  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$  son los multiplicadores de Lagrange.

El primer término de la ecuación (3.2) corresponde a la función Capacidad Total (o Sum Capacity); el segundo término corresponde a la condición de que la suma de la potencia de todas las subportadoras asignadas por usuario no debe exceder el valor de la potencia total del sistema.

El tercer término de la expresión (3.2) corresponde a la última condición que debe satisfacer el problema de maximización, el cual establece que la proporción entre las capacidades individuales de cada usuario, debe ser igual a las proporciones mantenidas por sus respectivos coeficientes de prioridad.

A continuación, expandimos los sumatorios de la ecuación (3.2) para el caso cuando  $k = 1$ :

$$\begin{aligned}
L = & \sum_{n \in \Omega_1} \frac{1}{N} \log_2 \left( + p_{1,n} H_{1,n} \right) + \sum_{k=2}^K \sum_{n \in \Omega_k} \frac{1}{N} \log_2 \left( + p_{k,n} H_{k,n} \right) \\
& + \lambda_1 \left( \sum_{n \in \Omega_k} p_{k,n} - P_{total} \right) + \lambda_1 \left( \sum_{k=2}^K \sum_{n \in \Omega_k} p_{k,n} - P_{total} \right) \\
& + \sum_{k=2}^K \lambda_k \left( \sum_{n \in \Omega_1} \frac{1}{N} \log_2 \left( + p_{1,n} H_{1,n} \right) - \frac{\gamma_1}{\gamma_k} \sum_{n \in \Omega_k} \frac{1}{N} \log_2 \left( + p_{k,n} H_{k,n} \right) \right)
\end{aligned} \tag{3.2.1}$$

Ahora hallamos las derivadas parciales de  $L$  con respecto a  $p_{1,n}$  y  $p_{k,n}$ , es decir,  $\frac{\partial L}{\partial p_{1,n}}$  y  $\frac{\partial L}{\partial p_{k,n}}$ . Derivando (3.2.1) con respecto a  $p_{1,n}$  y  $p_{k,n}$ , tenemos:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial p_{1,n}} = & \frac{\partial}{\partial p_{1,n}} \left[ \sum_{n \in \Omega_1} \frac{1}{N} \log_2 \left( + p_{1,n} H_{1,n} \right) \right] + \frac{\partial L}{\partial p_{1,n}} \left[ \sum_{k=2}^K \sum_{n \in \Omega_k} \frac{1}{N} \log_2 \left( + p_{k,n} H_{k,n} \right) \right] \\
& + \lambda_1 \frac{\partial L}{\partial p_{1,n}} \left[ \left( \sum_{n \in \Omega_k} p_{k,n} - P_{total} \right) \right] + \lambda_1 \frac{\partial L}{\partial p_{1,n}} \left( \sum_{k=2}^K \sum_{n \in \Omega_k} p_{k,n} - P_{total} \right) \\
& + \frac{\partial L}{\partial p_{1,n}} \sum_{k=2}^K \lambda_k \left( \sum_{n \in \Omega_1} \frac{1}{N} \log_2 \left( + p_{1,n} H_{1,n} \right) - \frac{\gamma_1}{\gamma_k} \sum_{n \in \Omega_k} \frac{1}{N} \log_2 \left( + p_{k,n} H_{k,n} \right) \right)
\end{aligned} \tag{3.2.2}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial p_{k,n}} &= \frac{\partial}{\partial p_{k,n}} \left[ \sum_{n \in \Omega_1} \frac{1}{N} \log_2 \left( 1 + p_{1,n} H_{1,n} \right) \right] + \frac{\partial L}{\partial p_{k,n}} \left[ \sum_{k=2}^K \sum_{n \in \Omega_k} \frac{1}{N} \log_2 \left( 1 + p_{k,n} H_{k,n} \right) \right] \\
&+ \lambda_1 \frac{\partial L}{\partial p_{k,n}} \left[ \left( \sum_{n \in \Omega_k} p_{k,n} - P_{total} \right) \right] + \lambda_1 \frac{\partial L}{\partial p_{k,n}} \left( \sum_{k=2}^K \sum_{n \in \Omega_k} p_{k,n} - P_{total} \right) \\
&+ \frac{\partial L}{\partial p_{k,n}} \sum_{k=2}^K \lambda_k \left( \sum_{n \in \Omega_1} \frac{1}{N} \log_2 \left( 1 + p_{1,n} H_{1,n} \right) - \frac{\gamma_1}{\gamma_k} \sum_{n \in \Omega_k} \frac{1}{N} \log_2 \left( 1 + p_{k,n} H_{k,n} \right) \right)
\end{aligned}
\tag{3.2.3}$$

$$\frac{\partial L}{\partial p_{1,n}} = \frac{1}{N \ln 2} \frac{H_{1,n}}{1 + H_{1,n} p_{1,n}} + 0 + \lambda_1 + 0 + \sum_{k=2}^K \lambda_k \frac{1}{N \ln 2} \frac{H_{1,n}}{1 + H_{1,n} p_{1,n}} \tag{4}$$

$$\frac{\partial L}{\partial p_{k,n}} = 0 + \frac{1}{N \ln 2} \frac{H_{k,n}}{1 + H_{k,n} p_{k,n}} + 0 + \lambda_1 - \lambda_k \frac{\gamma_1}{\gamma_k} \frac{1}{N \ln 2} \frac{H_{k,n}}{1 + H_{k,n} p_{k,n}} \tag{5}$$

Los términos que son cero resultan del hecho de que cuando se deriva  $L$  con respecto a  $p_{1,n}$  todos los términos donde aparece  $p_{k,n}$  el valor de dicha derivada es cero ya que  $k$  empieza a partir de 2, y por tanto, la derivada parcial de dicho valor sería equivalente a derivar un término constante. De igual forma cuando se deriva  $L$  con respecto a  $p_{k,n}$ : todos los términos en los que aparece  $p_{1,n}$  la derivada parcial son cero.

Utilizando el método de los multiplicadores de Lagrange para resolver el problema de maximización, de la ecuación (4) o (5) obtenemos:

$$\frac{H_{k,m}}{1 + H_{k,m} p_{k,m}} = \frac{H_{k,n}}{1 + H_{k,n} p_{k,n}} \quad (6)$$

para  $m, n \in \Omega_k$  y  $k = 1, 2, \dots, K$ . Reescribiendo la ecuación (6) tenemos:

$$p_{k,n} = p_{k,1} + \frac{H_{k,n} - H_{k,1}}{H_{k,n} H_{k,1}} \quad (7)$$

para  $n = 1, 2, \dots, N_k$  y  $k = 1, 2, \dots, K$ . La ecuación (7) muestra la distribución de potencia del usuario  $k$  en la subportadora  $n$ . Es importante distinguir que el subíndice 1 no se refiere a la subportadora 1, sino que se refiere a la primera subportadora asignada (dado que  $n$  va desde 1 a  $N_k$ ). No confundir esta  $n$  con la subportadora  $n$ -ésima del sistema. Aquí se habla de la primera, segunda o tercera subportadora asignada al usuario, y no necesariamente será la subportadora 1, 2 o 3 del sistema.

Si definimos  $P_{k,tot}$  como la potencia total alocada para el usuario  $k$  usando la ecuación (7),  $P_{k,tot}$  puede ser expresada como

$$P_{k,tot} = \sum_{n=1}^{N_k} p_{k,n} = N_k p_{k,1} + \sum_{n=2}^{N_k} \frac{H_{k,n} - H_{k,1}}{H_{k,n} H_{k,1}} \quad (8)$$

para  $k = 1, 2, \dots, K$ .

Es decir, con la ecuación anterior podemos calcular la potencia total alocada a cada usuario, la cual dependerá del número de subportadoras que le hayan sido asignadas.

Para entender la ecuación (8) veamos un ejemplo numérico: supongamos que al usuario 2 se le asignaron las subportadoras 5, 6 y 7. Es decir, en este caso,  $N_k = 3$ . Usando la ecuación (8) para calcular la potencia total alocada para el usuario 2, según nuestro ejemplo, tendríamos lo siguiente:

$$P_{2,tot} = \sum_{n \in N_k} p_{2,n}$$

$$P_{2,tot} = p_{2,5} + p_{2,6} + p_{2,7}$$

Aquí, la primera subportadora asignada es la subportadora número 5. Usando la ecuación 7 para hallar los  $p_{2,n}$ , tenemos:

$$P_{2,tot} = p_{2,1} + \frac{H_{2,1} - H_{2,1}}{H_{2,1}H_{2,1}} + p_{2,1} + \frac{H_{2,2} - H_{2,1}}{H_{2,2}H_{2,1}} + p_{2,1} + \frac{H_{2,3} - H_{2,1}}{H_{2,3}H_{2,1}}$$

$$P_{2,tot} = p_{2,1} + p_{2,1} + p_{2,1} + 0 + \frac{H_{2,2} - H_{2,1}}{H_{2,2}H_{2,1}} + \frac{H_{2,3} - H_{2,1}}{H_{2,3}H_{2,1}}$$

$$P_{2,tot} = \widehat{p}_{2,1} + \sum_{n=2}^3 \frac{H_{2,n} - H_{2,1}}{H_{2,n}H_{2,1}}$$

$$P_{k,tot} = N_k * p_{k,n} + \sum_{n=2}^{N_k} \frac{H_{k,n} - H_{k,1}}{H_{k,n}H_{k,1}}$$

Podemos observar que  $p_{k,n}$  depende únicamente de la ganancia del canal.  $P_{k,tot}$  depende, además de la ganancia del canal, del número de subportadoras que le fueron asignadas al usuario  $k$ . Si a un usuario se le asignó mayor cantidad de subportadoras, mayor será la potencia total de dicho usuario.

Una vez que el conjunto  $\{P_{k,tot}\}_{k=1}^K$  es conocido, la asignación de potencia puede ser determinada por (7) y (8). Con (6) y (8) la capacidad puede ser expresada como:

$$\frac{1}{\gamma_1} \cdot \frac{N_1}{N} \left( \log_2 \left( 1 + H_{1,1} \frac{P_{1,tot} - V_1}{N_1} \right) + \log_2 W_1 \right) = \frac{1}{\gamma_k} \cdot \frac{N_k}{N} \left( \log_2 \left( 1 + H_{k,1} \frac{P_{k,tot} - V_k}{N_k} \right) + \log_2 W_k \right) \quad (9)$$

para  $k = 2, 3, \dots, K$ ; en donde

$$V_k = \sum_{n=2}^{N_k} \frac{H_{k,n} - H_{k,1}}{H_{k,n} H_{k,1}} \quad (10)$$

$$W_k = \left( \prod_{n=2}^{N_k} \frac{H_{k,n}}{H_{k,1}} \right)^{\frac{1}{N_k}} \quad (11)$$

para  $k = 1, 2, \dots, K$ . Añadiendo la condición:

$$\sum_{k=1}^K P_{k,tot} = P_{total} \quad (12)$$

tenemos que hay  $K$  variables en el conjunto de ecuaciones formadas por (9) y (12). Cualquier método iterativo para resolver dicho sistema de ecuaciones puede ser utilizado (por ejemplo, podría utilizarse el método de Newton-Raphson). Bajo ciertas condiciones, la solución más cercana a la solución óptima puede hallarse en una sola iteración. A continuación se analizan dos casos:

### 3.6.1. Caso Lineal

Si  $N_1:N_2:\dots:N_k = \gamma_1:\gamma_2:\dots:\gamma_k$ , entonces el conjunto de ecuaciones formadas por (9) y (12) puede ser transformada en un conjunto de ecuaciones lineales con la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{N} \cdot \frac{N_1}{N_k} \left( \log_2 \left( 1 + H_{1,1} \frac{P_{1,tot} - V_1}{N_1} \right) + \log_2 W_1 \right) \\ &= \frac{1}{N} \cdot \frac{\gamma_1}{\gamma_k} \left( \log_2 \left( 1 + H_{k,1} \frac{P_{k,tot} - V_k}{N_k} \right) + \log_2 W_k \right) \end{aligned}$$

$$\log_2 \left( 1 + H_{1,1} \frac{P_{1,tot} - V_1}{N_1} \right) + \log_2 W_1 = \log_2 \left( 1 + H_{k,1} \frac{P_{k,tot} - V_k}{N_k} \right) + \log_2 W_k$$

$$\log_2 \left[ \left( 1 + H_{1,1} \frac{P_{1,tot} - V_1}{N_1} \right) * W_1 \right] = \log_2 \left[ \left( 1 + H_{k,1} \frac{P_{k,tot} - V_k}{N_k} \right) * W_k \right]$$

$$\left( 1 + H_{1,1} \frac{P_{1,tot} - V_1}{N_1} \right) * W_1 = \left( 1 + H_{k,1} \frac{P_{k,tot} - V_k}{N_k} \right) * W_k$$

$$W_1 + H_{1,1} \frac{P_{1,tot} - V_1}{N_1} W_1 = W_k + H_{k,1} \frac{P_{k,tot} - V_k}{N_k} W_k$$

$$\begin{aligned}
\frac{H_{1,1}W_1}{N_1} \left( P_{1,tot} - V_1 \right) - \frac{H_{k,1}W_k}{N_k} \left( P_{k,tot} - V_k \right) &= W_k - W_1 \\
\left( P_{1,tot} - V_1 \right) - \frac{H_{k,1}W_k N_1}{N_k H_{1,1}W_1} \left( P_{k,tot} - V_k \right) &= \frac{N_1}{H_{1,1}W_1} \left( W_k - W_1 \right) \\
P_{1,tot} - \frac{H_{k,1}W_k N_1}{N_k H_{1,1}W_1} P_{k,tot} &= \frac{N_1}{H_{1,1}W_1} \left( W_k - W_1 \right) + V_1 - \frac{H_{k,1}W_k N_1}{N_k H_{1,1}W_1} V_k \\
P_{1,tot} - \frac{H_{k,1}W_k N_1}{N_k H_{1,1}W_1} P_{k,tot} &= \frac{N_1}{H_{1,1}W_1} \left[ W_k - W_1 + \frac{H_{1,1}V_1W_1}{N_1} - \frac{H_{k,1}V_kW_k}{N_k} \right]
\end{aligned}$$

Escribiendo este sistema de ecuaciones en forma matricial, nos queda:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & a_{2,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & \cdots & a_{K,K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{1,tot} \\ P_{2,tot} \\ \vdots \\ P_{K,tot} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{total} \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix} \quad (13)$$

donde

$$\begin{aligned}
a_{k,k} &= -\frac{N_1}{N_k} \frac{H_{k,1}W_k}{H_{1,1}W_1} \\
b_k &= \frac{N_1}{H_{1,1}W_1} \left( W_k - W_1 + \frac{H_{1,1}V_1W_1}{N_1} - \frac{H_{k,1}V_kW_k}{N_k} \right)
\end{aligned}$$

para  $k = 1, 2, \dots, K$ . Excepto en la primera fila, la primera columna y la diagonal principal de la matriz en (13), los demás elementos son ceros. La solución a dicho sistema de ecuaciones puede ser encontrada como sigue:

$$P_1 = P_{tot} - P_2 - P_3 - \dots - P_K$$

$$P_1 = P_{tot} - \sum_{k=2}^K P_k \quad (13.1)$$

$$\begin{aligned} P_2 &= \mu_2 - P_1 \gamma_{a_{22}} \\ P_3 &= \mu_3 - P_1 \gamma_{a_{33}} \\ &\vdots \\ P_k &= \mu_k - P_1 \gamma_{a_{kk}} \end{aligned} \quad (13.2)$$

Reemplazando  $P_k$  en (13.1) tenemos:

$$P_1 = P_{tot} - \sum_{k=2}^K (\mu_k - P_1 \gamma_{a_{kk}}) \quad (13.3)$$

Como tenemos  $P_1$  en ambos miembros de la ecuación, agrupando y factorando tenemos:

$$P_1 \left( 1 - \sum_{k=2}^K \frac{1}{a_{kk}} \right) = P_{tot} - \sum_{k=2}^K \frac{b_k}{a_{kk}} \quad (13.4)$$

Finalmente, despejando  $P_1$  nos queda:

$$P_1 = \left( P_{tot} - \sum_{k=2}^K \frac{b_k}{a_{kk}} \right) / \left( 1 - \sum_{k=2}^K \frac{1}{a_{kk}} \right) \quad (13.5)$$

Con la ecuación (13.5) podemos hallar el valor de  $P_1$  y una vez obtenido este valor podremos hallar cualquier valor de  $P_k$  en la ecuación (13.2). Esta solución es válida sólo si la relación entre todos los  $N_k$  se mantiene igual a la relación entre todos los  $\gamma_k$ , es decir, que la proporción entre el número de

subportadoras asignadas por usuario sea igual a la proporción mantenida por sus coeficientes de prioridad.

### 3.6.2. Una alta relación Ganancia de Canal a Ruido

Si consideramos el hecho de que los subcanales con relación ganancia de canal a ruido altas son los elegidos en el algoritmo de asignación, se puede hacer una primera aproximación:  $V_k = 0$ , donde

$$V_k = \sum_{n=2}^{N_k} \frac{H_{k,n} - H_{k,1}}{H_{k,n} H_{k,1}}$$

Como se eligieron canales con alta relación *Ganancia de Canal a Ruido*, la diferencia del numerador es muy cercana a cero (ya que las ganancias de canal son altas, y por tanto, sus diferencias muy pequeñas entre ellos), y comparado con  $P_{k,tot}$ , es un valor muy pequeño; por tanto la aproximación para  $V_k = 0$  es válida.

Una segunda aproximación puede ser tomada del hecho de que  $H_{k,1} P_{k,tot} / N$  es mucho mayor que 1. Con estas dos aproximaciones, la ecuación (9) puede ser escrita como:

$$\left( \frac{H_{1,1} W_1}{N_1} \right)^{\frac{N_1}{\gamma_1}} \mathbf{P}_{1,tot}^{\frac{-N_1}{\gamma_1}} = \left( \frac{H_{k,1} W_k}{N_k} \right)^{\frac{N_k}{\gamma_k}} \mathbf{P}_{k,tot}^{\frac{-N_k}{\gamma_k}} \quad (14)$$

Despejando  $P_{k,tot}$  tenemos:

$$\mathbf{P}_{k,tot} \xrightarrow{\gamma_k} = \left( \frac{H_{1,1}W_1}{N_1} \right)^{\frac{N_1}{\gamma_1}} \mathbf{P}_{1,tot} \xrightarrow{\gamma_1} / \left( \frac{H_{k,1}W_k}{N_k} \right)^{\frac{N_k}{\gamma_k}} \quad (14.1)$$

$$P_{k,tot} = \left[ \left( \frac{H_{1,1}W_1}{N_1} \right)^{\frac{N_1}{\gamma_1}} \mathbf{P}_{1,tot} \xrightarrow{\gamma_1} / \left( \frac{H_{k,1}W_k}{N_k} \right)^{\frac{N_k}{\gamma_k}} \right]^{\frac{\gamma_k}{N_k}} \quad (14.2)$$

$$P_{k,tot} = \frac{N_k}{H_{k,1}W_k} \left( \frac{H_{1,1}W_1}{N_1} \right)^{\frac{N_1 \gamma_k}{\gamma_1 N_k}} \mathbf{P}_{1,tot} \xrightarrow{\gamma_1 \frac{\gamma_k}{N_k}} \quad (14.3)$$

Sustituyendo (14.3) en (12) nos queda:

$$\sum_{k=1}^K c_k \mathbf{P}_{1,tot} \xrightarrow{d_k} - P_{total} = 0 \quad (15)$$

donde

$$c_k = \begin{cases} 1, & k=1 \\ \frac{N_k}{H_{k,1}W_k} \left( \frac{H_{1,1}W_1}{N_1} \right)^{\frac{N_1 \gamma_k}{\gamma_1 N_k}}, & 2 \leq k \leq K \end{cases} \quad y \quad d_k = \begin{cases} 1, & k=1 \\ \frac{N_1 \gamma_k}{N_k \gamma_1}, & 2 \leq k \leq K \end{cases}$$

La ecuación (15) es una ecuación con una sola variable, aunque es no lineal. Algoritmos numéricos se pueden aplicar para hallar las raíces de dicha ecuación.

## CAPÍTULO 4

### MODELAMIENTO Y SIMULACIÓN

#### 4.1. Modelamiento

Como se manifestó anteriormente, el conocimiento del comportamiento del canal es imprescindible en el problema de asignación adaptativa de bits. La expresión para calcular la ganancia del canal viene dada por:

$$|H|_{DB} = -k_r * d * \sqrt{\omega} \quad (16)$$

donde  $k_r$  es la constante del cable (típicamente 0.008);  $d$  es la distancia medida en kilómetros y  $\omega$  es la velocidad angular expresada en radianes por segundo (rad/s).

La expresión para la función de transferencia del FEXT viene dada por:

$$|H_{FEXT}(f, L)| = k_{fext} * N^{0.6} * L * f^2 * |H(f)|^2 \quad (17)$$

donde  $k_{fext} = 8 \times 10^{-20}$ ,  $L$  es la distancia medida en kilómetros,  $f$  es la frecuencia,  $N$  es el número de disturbios y  $H$  es la ganancia del canal.

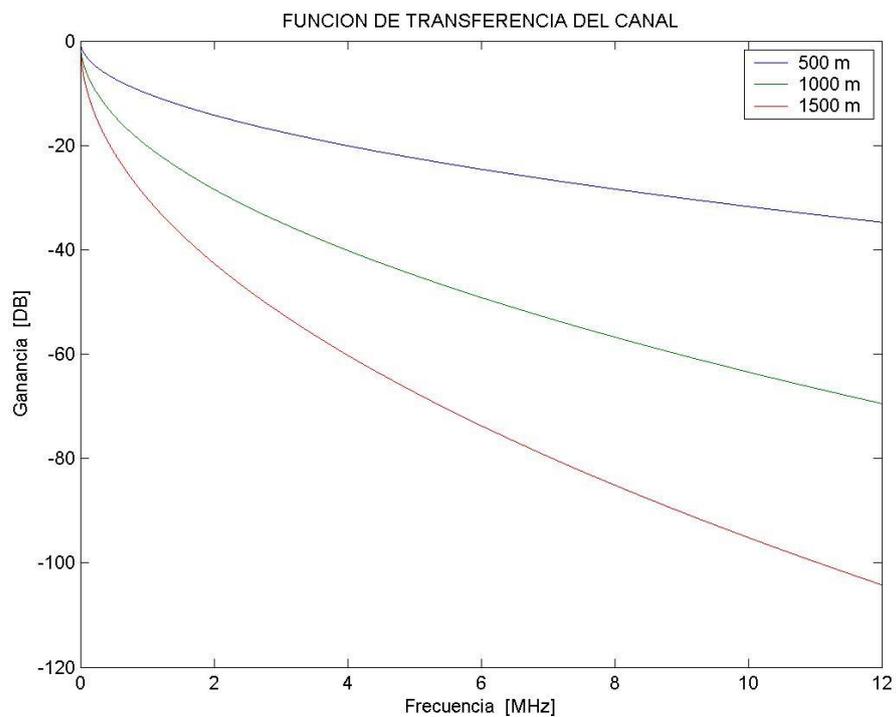
Para la parte de asignación de bits calcularemos la capacidad obtenida por cada usuario en cada iteración del algoritmo de asignación de bits propuesto en [2]. Es decir:

$$R_k = \sum_{n \in \Omega_k} \frac{1}{N} \log_2 \left( 1 + \frac{P_{k,n} h_{k,n}^2}{N_0 \frac{B}{N}} \right)$$

Además, por cada iteración del algoritmo, se irá almacenando qué subportadoras fueron asignadas a cada usuario en una matriz (llamada *suballo*). Esta matriz, constituida por  $K$  filas y  $N$  columnas será llenada con '1' en cada uno de sus elementos si al usuario  $k$  le fue asignado la subportadora  $n$ .

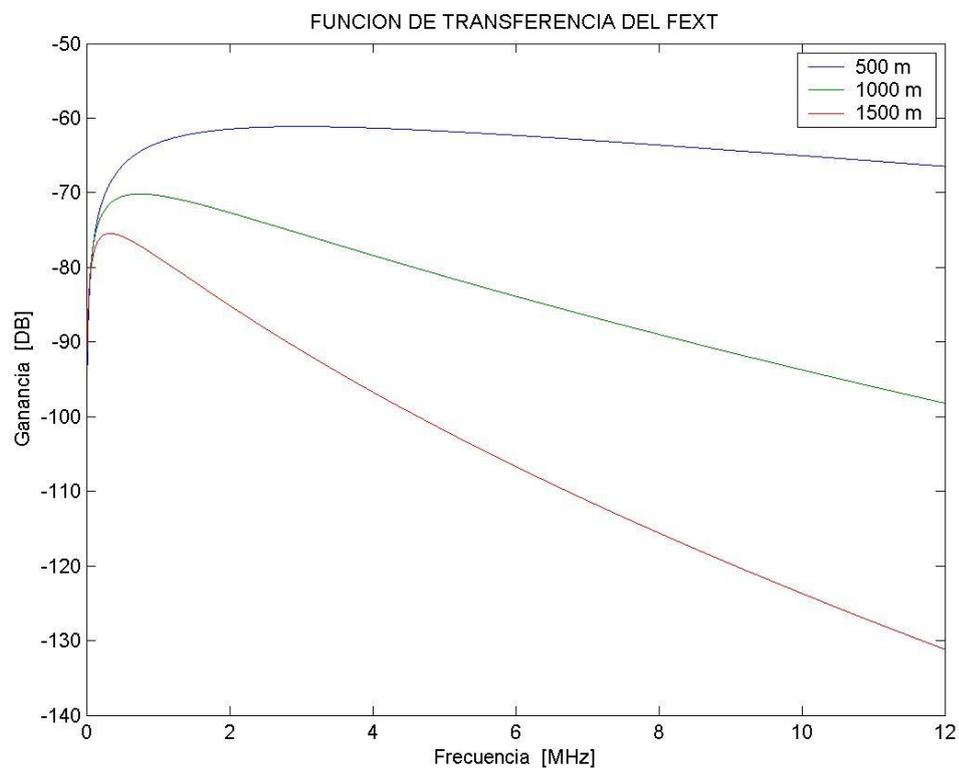
#### 4.2. Simulación

La siguiente figura nos muestra cómo varía la ganancia del canal conforme aumenta la frecuencia. En la misma gráfica se ha incluido la ganancia del canal considerando tres distancias diferentes: 500 m, 1000 m y 1500 m. A mayor distancia, la atenuación del canal es mayor, así como a medida que aumenta la frecuencia, la ganancia del canal también disminuye.



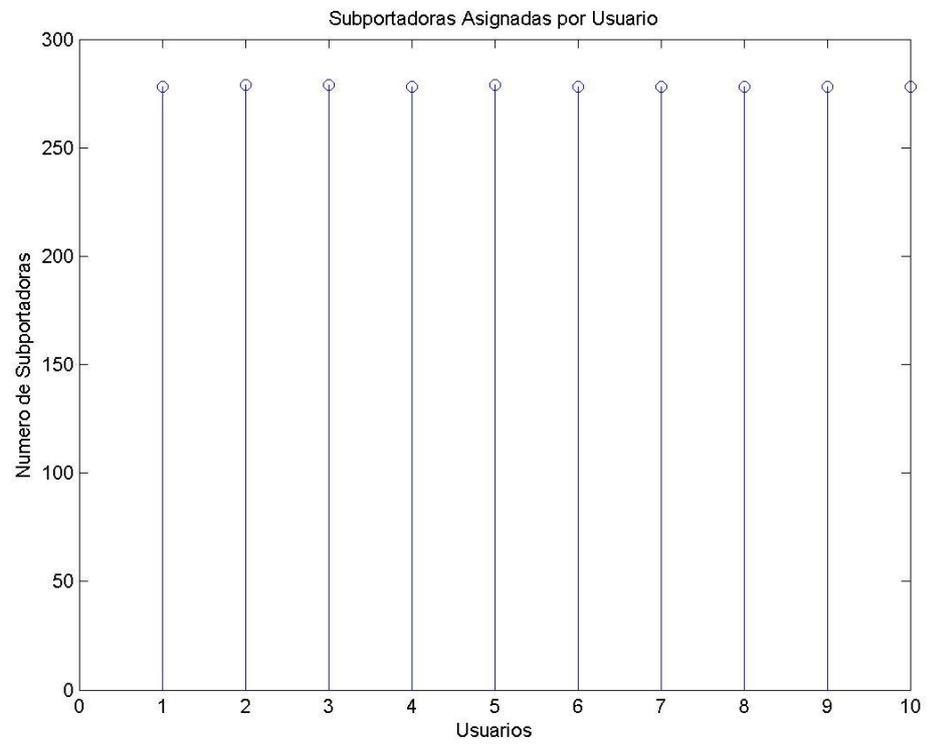
**Fig. 2** Funciones de Transferencia del Canal para diferentes distancias

La figura 3 nos muestra el comportamiento del FEXT a medida que varía la frecuencia considerando la distancia a 500 m, 1000 m y 1500 m. Como podemos apreciar, a medida que la distancia aumenta el efecto del FEXT va disminuyendo.

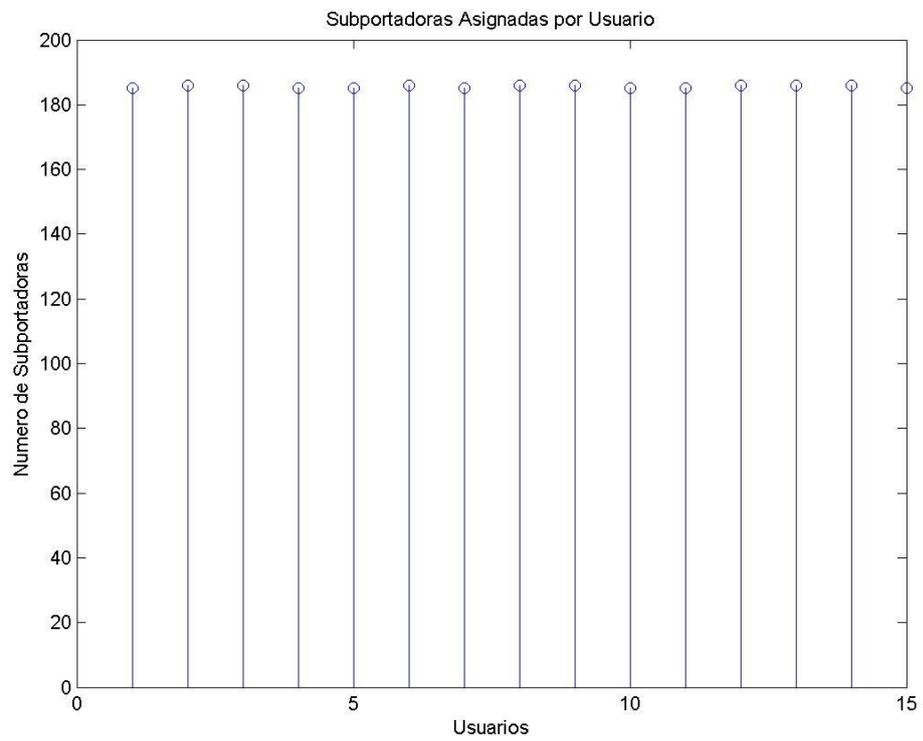


**Fig. 3** Función de Transferencia del FEXT para diferentes distancias

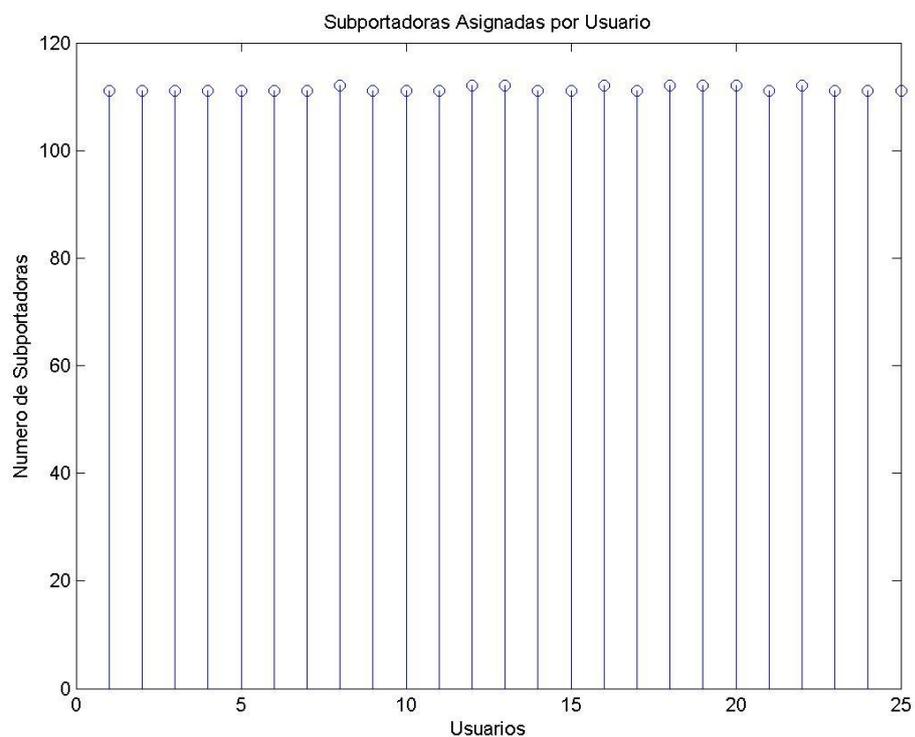
Las figuras 4, 5 y 6 muestran el esquema de asignación obtenido para cuando se tienen 10, 15 y 25 usuarios, respectivamente, a una distancia de 500 m. Para obtener estas gráficas, hicimos uso de la matriz llamada *suballo*. Sumando los elementos que constituyen las filas de dicha matriz (que representan a los usuarios) podremos saber cuántas subportadoras fueron asignadas por usuario.



**Fig. 4** Esquema de alocação de bits obtenido para 10 usuarios a 500 m

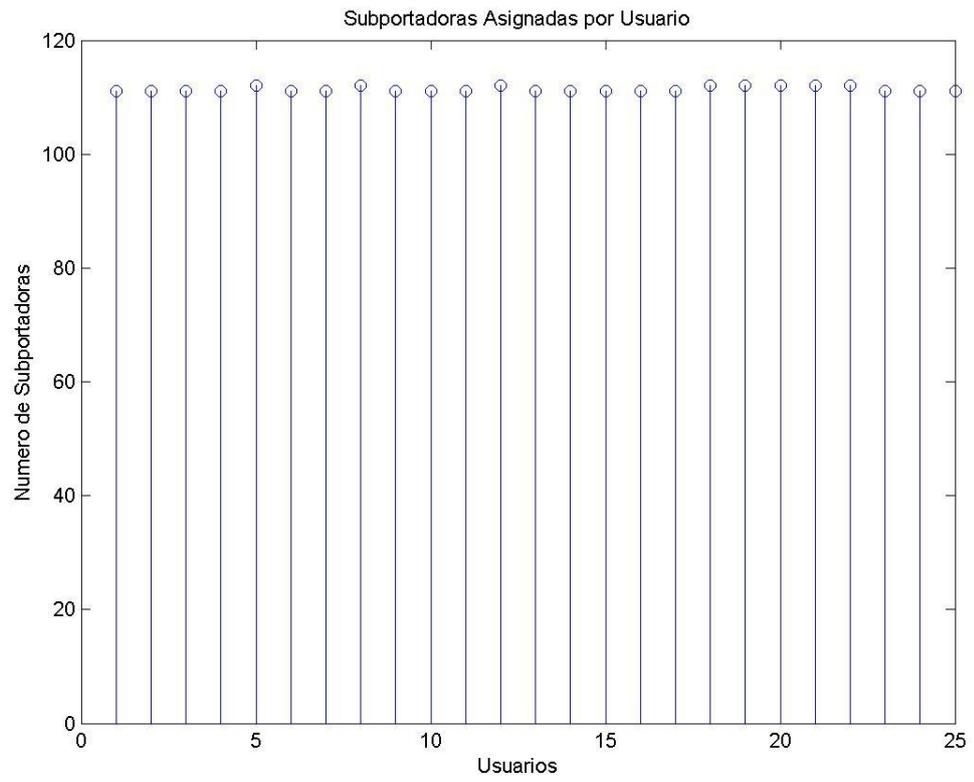


**Fig. 5** Esquema de alocação de bits para 15 usuarios a 500 m.

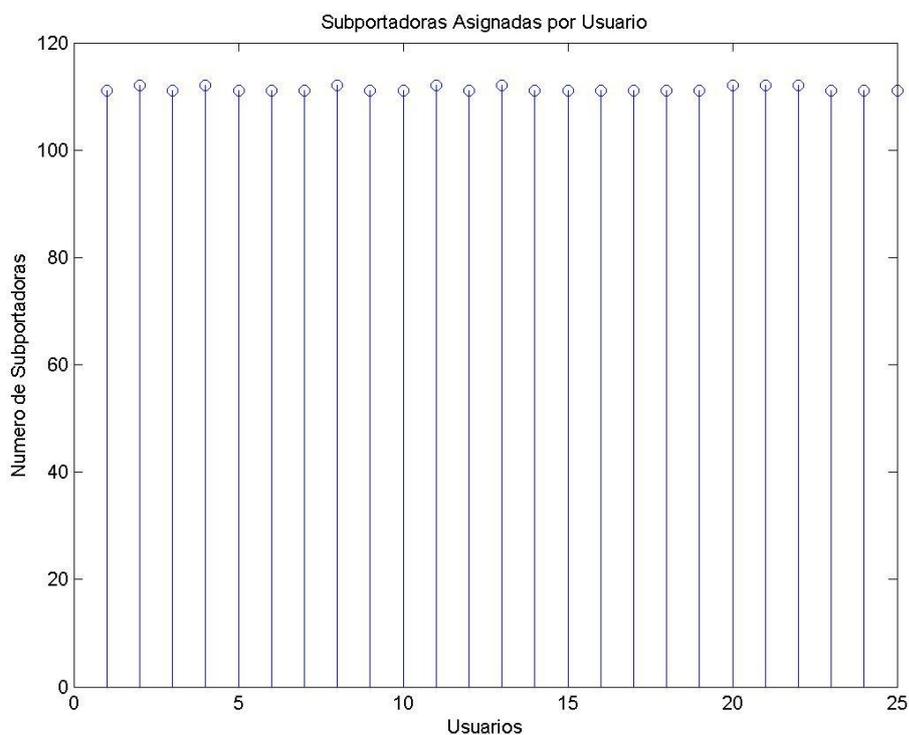


**Fig. 6** Esquema de asignación de bits para 25 usuarios a 500 m.

Las figuras 7 y 8 nos muestran el esquema de asignación de bits para cuando se tiene 25 usuarios a una distancia 1000 m y 1500 m, respectivamente:

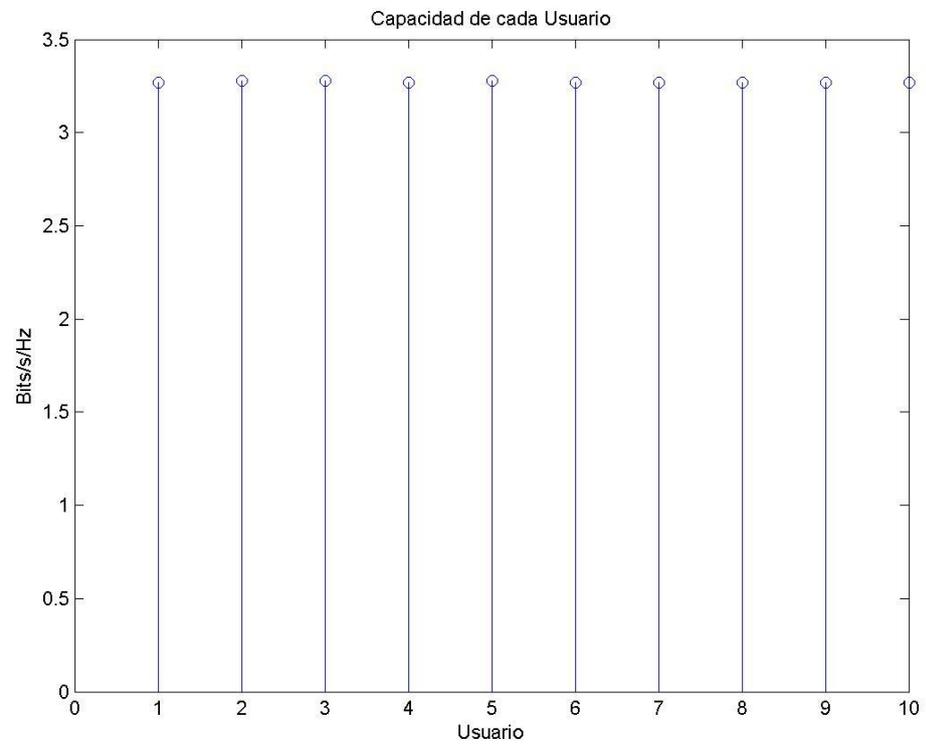


**Fig. 7** Subportadoras asignadas cuando se tiene 25 usuarios a 1000 m

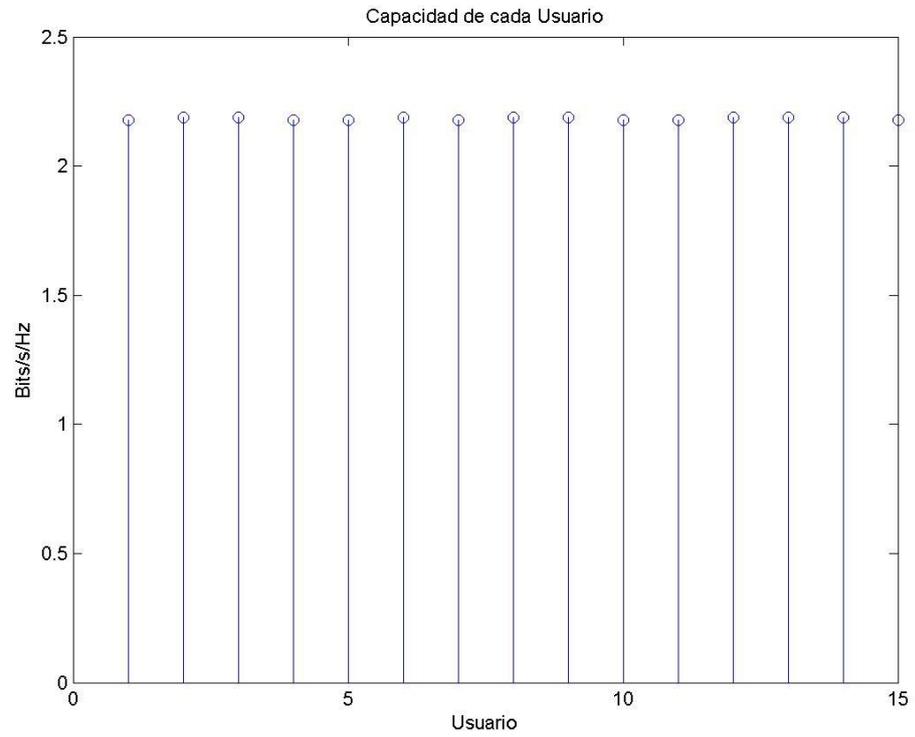


**Fig. 8** Subportadoras asignadas cuando se tiene 25 usuarios a 1500 m

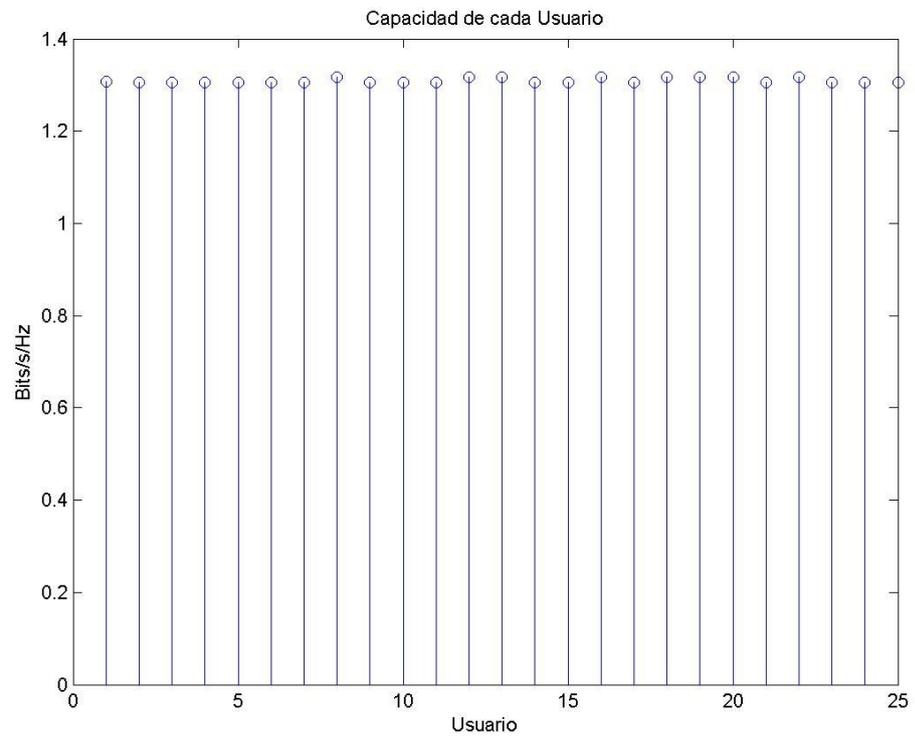
Las figuras que siguen a continuación nos muestran cómo varía la cantidad de bits asignados por usuario para cuando varían tanto la cantidad de usuarios como la distancia considerada. Las gráficas consideran 10, 15 y 25 usuarios a 500, 1000 y 1500 m cada una de ellas.



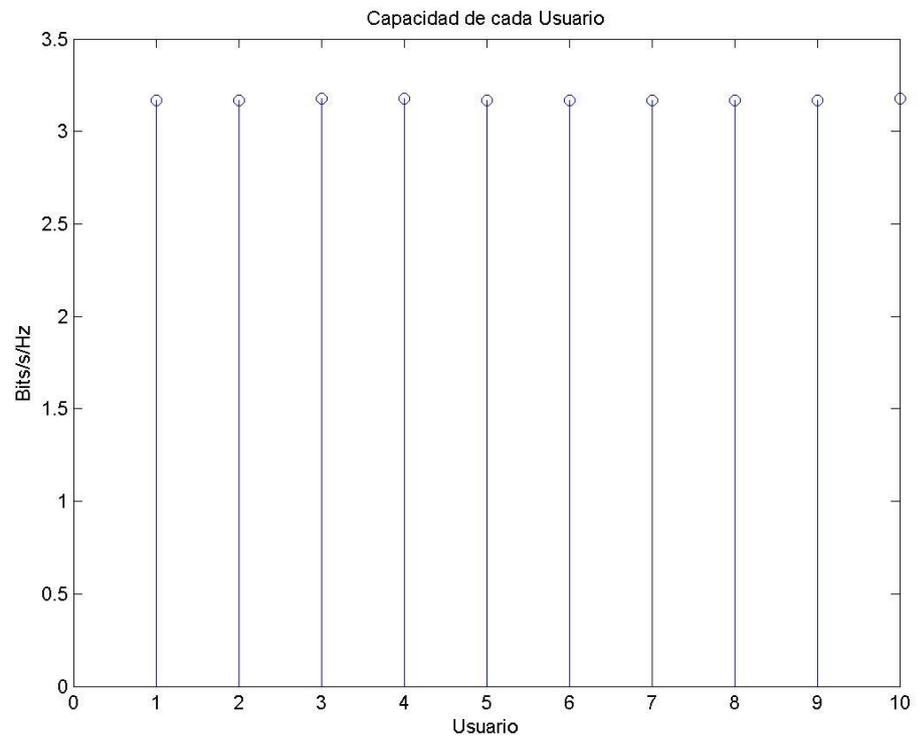
**Fig. 9** Bits alocados por usuario cuando se tiene 10 usuarios a 500 m



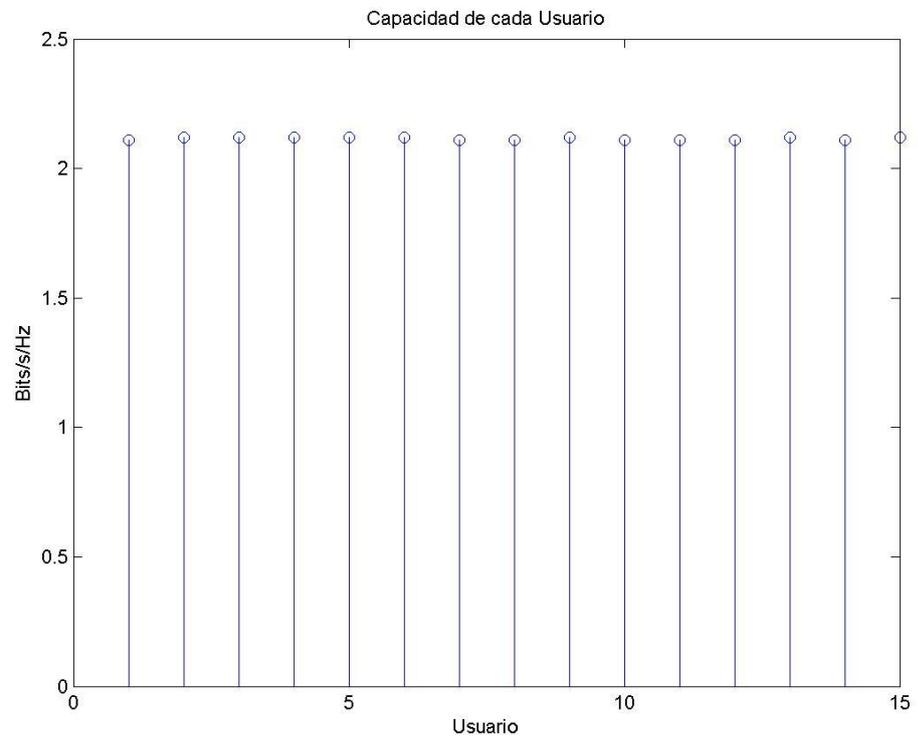
**Fig.10** Bits alcados por usuario cuando se tiene 15 usuarios a 500 m



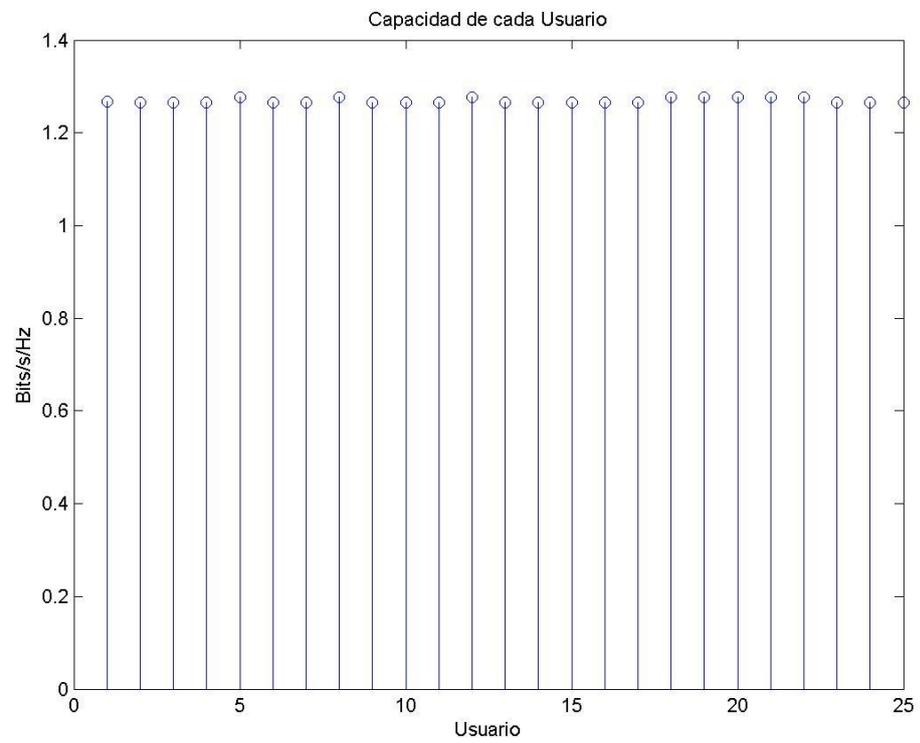
**Fig. 11** Bits alocados por usuario cuando se tiene 25 usuarios a 500 m



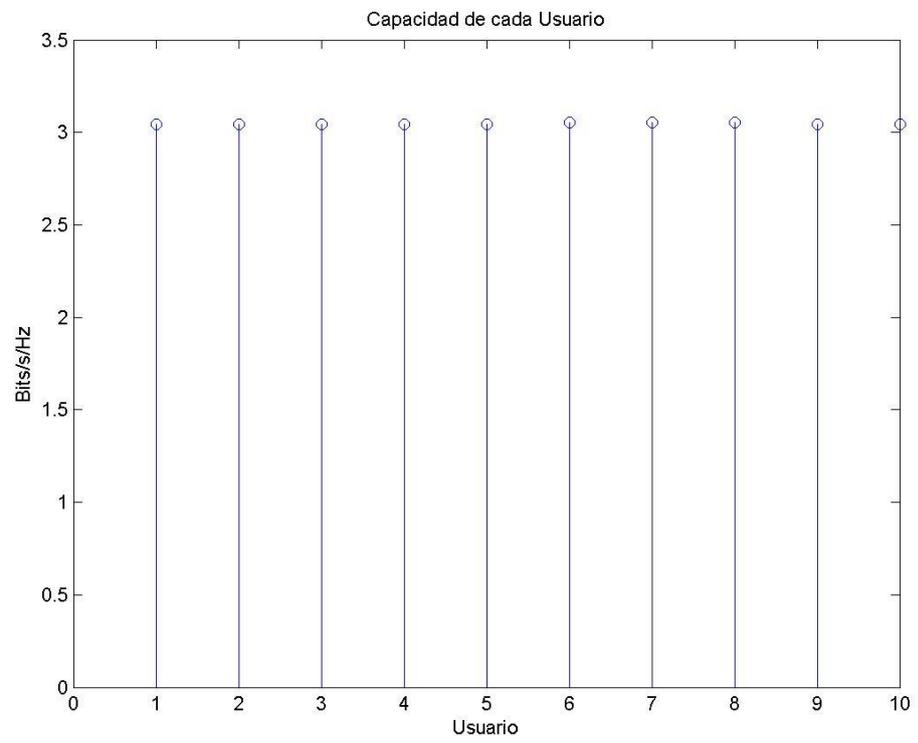
**Fig. 12** Bits alocados por usuario cuando se tiene 10 usuarios a 1000 m



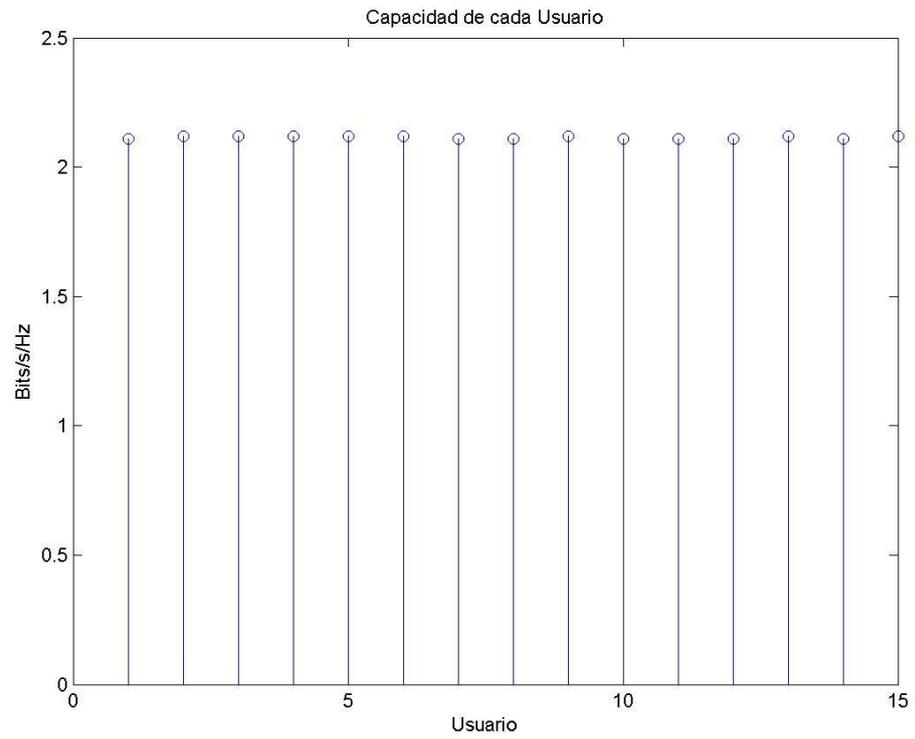
**Fig. 13** Bits alocados por usuario cuando se tiene 15 usuarios a 1000 m



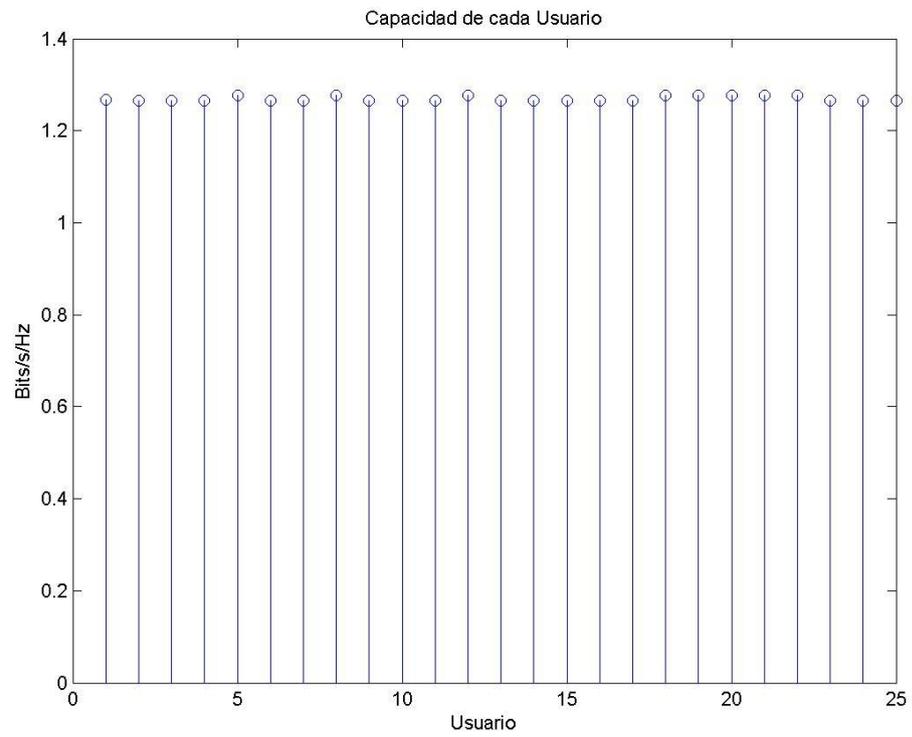
**Fig. 14** Bits alocados por usuario cuando se tiene 25 usuarios a 1000 m



**Fig. 15** Bits alocados por usuario cuando se tiene 10 usuarios a 1500 m



**Fig. 16** Bits asignados por usuario cuando se tienen 15 usuarios a 1500 m



**Fig. 17** Bits alocados por usuario cuando se tiene 25 usuarios a 1500 m

**CONCLUSIONES**

**Y**

**RECOMENDACIONES**

Como conclusiones tenemos que:

1. El esquema de asignación de bits es casi siempre el mismo, variando, obviamente, el número de subportadoras asignadas conforme varía el número de usuarios y la distancia considerada.
2. Aproximadamente, a cada usuario se le asigna la misma cantidad de subportadoras.
3. Las capacidades individuales se verán afectadas dependiendo del número de usuarios: a mayor cantidad de usuarios, menor será la capacidad de cada usuario.
4. Dado que la potencia se distribuyó por igual a cada subportadora, se esperaba que cada usuario tenga la misma capacidad (aproximadamente). Con los resultados obtenidos, se cumple con el objetivo de maximizar la mínima capacidad.
5. A la misma distancia, la capacidad total del sistema permanece constante, independientemente del número de usuarios que existan en el sistema.
6. A mayor distancia, la capacidad total del sistema disminuye, y, por tanto, las capacidades individuales de cada usuario también disminuyen.
7. Con la ayuda del simulador, se obtuvo la siguiente tabla, la cual nos muestra la Capacidad Máxima y la Capacidad Mínima del sistema considerando diferentes distancias: a 500, 1000 y 1500 m para diferente cantidad de usuarios:

	500 m			1000 m			1500 m		
<b>Cantidad de Usuarios</b>	<b>Capacidad Mínima [Bits/s/Hz]</b>	<b>Capacidad Máxima [Bits/s/Hz]</b>	<b>Capacidad Total [Bits/s/Hz]</b>	<b>Capacidad Mínima [Bits/s/Hz]</b>	<b>Capacidad Máxima [Bits/s/Hz]</b>	<b>Capacidad Total [Bits/s/Hz]</b>	<b>Capacidad Mínima [Bits/s/Hz]</b>	<b>Capacidad Máxima [Bits/s/Hz]</b>	<b>Capacidad Total [Bits/s/Hz]</b>
5	6.5388	6.5495	32.7262	6.3387	6.3491	31.7248	6.0916	6.1004	30.4843
10	3.2694	3.2801		3.1694	3.1797		3.0458	3.0546	
15	2.1760	2.1867		2.1094	2.1198		2.0276	2.0364	
20	1.6347	1.6454		1.5846	1.5950		1.5229	1.5317	
25	1.3056	1.3163		1.2656	1.2760		1.2165	1.2253	
30	1.0826	1.0933		1.0495	1.0599		1.0094	1.0182	
35	0.9295	0.9402		0.9010	0.9114		0.8664	0.8752	
40	0.8119	0.8227		0.7871	0.7975		0.7570	0.7658	
45	0.7181	0.7289		0.6962	0.7065		0.6700	0.6788	
50	0.6494	0.6581		0.6276	0.6380		0.6038	0.6127	

**Valores de la Capacidad Mínima y Máxima obtenidas al ejecutar el algoritmo de asignación de bits para diferente número de usuarios y distancias**

Las recomendaciones son las siguientes:

1. Como recomendación, un futuro proyecto debería complementar el trabajo aquí presentado incluyendo un análisis de cancelación de FEXT de tal forma que se pueda ver cómo mejora la ganancia del sistema cuando se ha llevado a cabo la cancelación del cross-talk por cualquiera de los métodos existentes (MMSE, Zero-Forcing, etc).
2. De igual forma, se podría completar el presente trabajo realizando la simulación de la segunda solución presentada.

**ANEXO A**

**APORTE PERSONAL**

Dado que con el algoritmo propuesto en la primera solución la distribución de

subportadoras se realiza casi de forma equitativa, el número de subportadoras asignadas a cada usuario sería, aproximadamente:

$$N_k = \frac{N}{K} \quad (19)$$

en donde  $N$  es el número de subportadoras total disponible y  $K$  es el número total de usuarios del sistema. De este modo, la ecuación (2) podría escribirse como:

$$R_k = N_k \left[ \frac{1}{N} \log_2 \left( 1 + \frac{P_{k,n} h_{k,n}^2}{N_0 \frac{B}{N}} \right) \right] \quad (20.1)$$

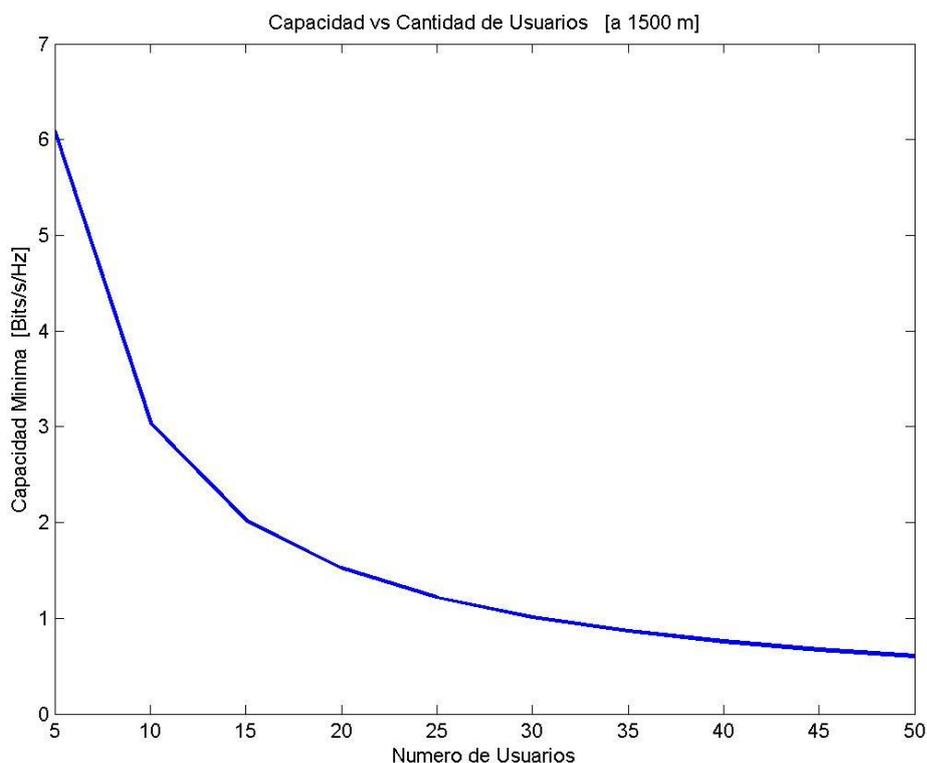
$$R_k = \frac{N}{K} \left[ \frac{1}{N} \log_2 \left( 1 + \frac{P_{k,n} h_{k,n}^2}{N_0 \frac{B}{N}} \right) \right] \quad (20.2)$$

Finalmente, simplificando y dado que cuando hay 10 usuarios la capacidad es de 3.0468 Bits/s/Hz, podemos aproximar la ecuación (20.2) a la forma:

$$R_{\min} = \frac{30.5}{K} \quad (21)$$

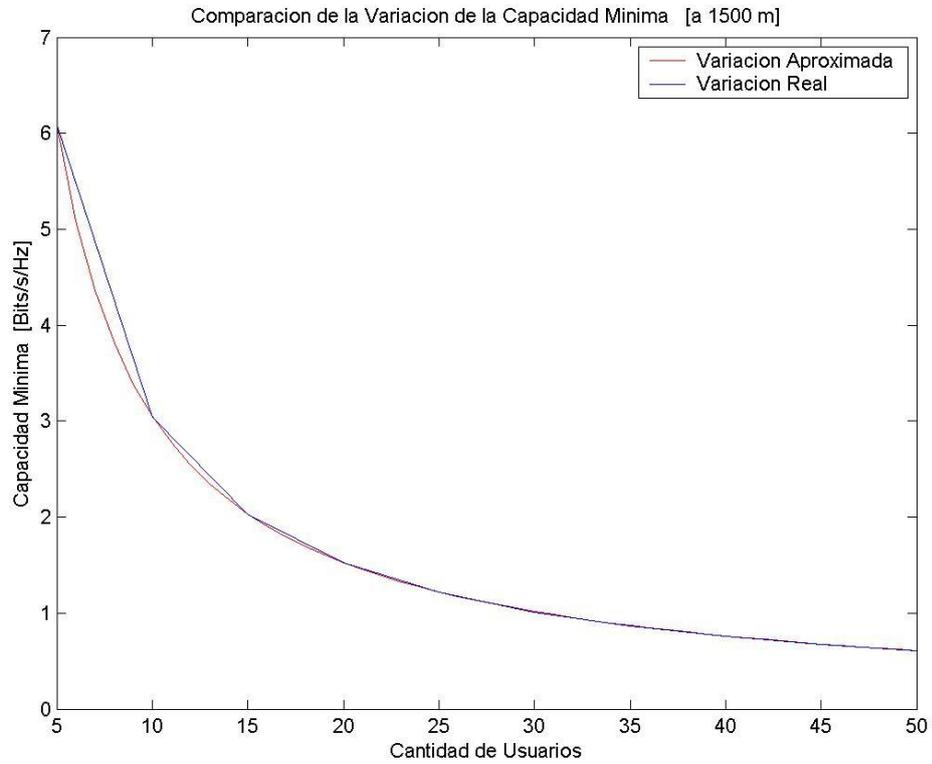
para  $K \geq 1$ , en donde se ha aprovechado el hecho de que la variación de  $R_k$  con respecto al número de usuarios ya no depende de  $p$ ,  $h$ ,  $N_0$ ,  $B$  ni  $N$ , sino exclusivamente de  $K$ .

La figura 18 fue obtenida con los datos de la tabla mostrada en la sección de Conclusiones y Recomendaciones:



**Fig. 18** Variación de la Capacidad Mínima cuando aumenta el número de usuarios

En la figura 19 tenemos, simultáneamente, el comportamiento real de la variación de la capacidad con respecto al número de usuarios y el comportamiento aproximado de la variación de la capacidad con la fórmula propuesta en esta sección. A manera de ejemplo se eligió una distancia de 1500 m para observar el comportamiento de cómo varía la capacidad a medida que se incrementa el número de usuarios.



**Fig. 19** Comparación entre la variación real de la capacidad mínima del sistema y la variación de la capacidad mínima usando la aproximación propuesta.

Así, como podemos apreciar en la figura 19, si  $K$  es mayor que 20, la capacidad (mínima en este caso) es aproximadamente igual a la calculada con la ecuación (21). Adviértase también que el valor del numerador de la ecuación (21) es el mismo que el de la capacidad total del sistema.

**ANEXO B**

**CÓDIGO MATLAB**

```

%=====
%           MODELAMIENTO DEL CANAL
%=====

f=0.00138:0.0043125:12; %expresado en MHz
N=size(f,2); %N es el numero de subportadoras
B=0.0043125; %Ancho de banda de cada subportadora en MHz
K=40; %K es el numero de usuarios
kr=0.008; %constante del cable
d=1; %distancia medida en kilometros
kfext=8e-20; %constante de la formula del FEXT

%MODELO DEL CANAL Y DEL FEXT PARA DEPENDIENDO DE LA DISTANCIA
for i=1:K
    for j=1:N;
        ch(i,j)= -kr*d*sqrt(2*pi*f(j)*1e6);
        fext(i,j)= ch(i,j)+ 10*log10(kfext) + 10*log10(d)
                + 20*log10(f(j)*1e6) + 6*log10(N);
    end
end

ch=10.^(ch/10); %convertir los DBs
fext=10.^(fext/10); %convertir los DBs

%=====
%           ALGORITMO DE ALOCACION DE BITS
%=====

p=(10^((14.5-30)/10))/N; %potencia en cada subportadora
No=10^((-140-30)/10); %PSD del AWGN (-140dbm)

for i=1:K
    for j=1:N
        ruido(i,j)=No+(p*fext(i,j)); %calculamos el ruido total
    end
end

```

```

noise=ruido*B/N;
suballo=reshape(zeros(1,K*N),K,N);
capacity=zeros(1,K);
occupy=zeros(1,N);
ch=ch./noise;
gammaVector=ones(1,K); %vector que contiene las prioridades de cada
usuario en sus componentes (gamma = 1 en este proyecto)

for i=1:K
    temp=0;
    maxindex=0;
    for j=1:N
        if ((occupy(j)==0) & (ch(i,j)>temp))
            temp=ch(i,j);
            maxindex=j;
        end
    end
    capacity(i)=1/N*log2(1+p*ch(i,maxindex));
    occupy(maxindex)=1; %se establece como ocupada dicha portadora
    suballo(i,maxindex)=1; %matriz que almacena las subportadoras
    asignadas por usuario; cada fila es un usuario
end

capacity=capacity(:);
gammaVector=gammaVector(:);
while (sum(occupy)<N)
    temp=max(capacity./gammaVector);

    for i=1:K;
        if (capacity(i)/gammaVector(i)<temp)
            temp=capacity(i)/gammaVector(i);
            minuser=i;
        end
    end
end

```

```

temp=0;
maxindex=0;
for j=1:N
    if ((occupy(j)==0) & (ch(minuser,j)>temp))
        temp=ch(minuser,j);
        maxindex=j;
    end
end
capacity(minuser)=capacity(minuser)+1/N*log2(1+p*ch(minuser,maxindex));
occupy(maxindex)=1;
used(maxindex)=minuser;
suballo(minuser,maxindex)=1;
end

disp('Capacidad Total:'), disp(sum(capacity))
disp('La maxima Capacidad calculada es:'), disp(max(capacity))
disp('La minima Capacidad calculada es:'), disp(min(capacity))

% GRAFICA DEL NUMERO TOTAL DE SUBPORTADORAS ASIGNADAS A CADA USUARIO
figure(1)
for i=1:K
    stem(i,sum(suballo(i,:)));
    ylabel('Numero de Subportadoras'), xlabel('Usuarios');
    title('Subportadoras Asignadas por Usuario');
    hold on
end

% GRAFICA DEL NUMERO DE BITS ASIGNADOS POR USUARIO
figure(2)
for i=1:K
    stem(i,capacity(i));
    ylabel('Bits/s/Hz'), xlabel('Usuario');
    title('Capacidad de cada Usuario');
    hold on
end
end

```

## **BIBLIOGRAFÍA**

- [1] Miguel Angel Aceña, “*Power and Bit Allocation for Multicarrier Modulation in Multi-User Environments*”, <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.62.6164>, 2005.
- [2] Zukang Shen, Jeffrey G.. Andrews, and Brian L. Evans, “*Optimal Power Allocation in Multiuser OFDM Systems*”, [http://cs-www.cs.yale.edu/homes/yry/readings/wireless/wireless\\_readings/shen.pdf](http://cs-www.cs.yale.edu/homes/yry/readings/wireless/wireless_readings/shen.pdf), 2005
- [3] Wonjong Rhee, and John M. Cioffi, “*Increase in Capacity of OFDM Multiuser Systems using Dynamic Subchannel Allocation*”, in Proc. IEEE International Vehicular Technology Conference, vol. 2, pp. 1085-1089, Mayo 2000.
- [4] Zukang Shen, Jeffrey G.. Andrews, and Brian L. Evans, “*Adaptive Resource Allocation in Multiuser OFDM Systems*”, [http://users.ece.utexas.edu/~bevans/students/phd/zukang\\_shen/phd.pdf](http://users.ece.utexas.edu/~bevans/students/phd/zukang_shen/phd.pdf), Mayo 2006.