



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**

**Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación**

“Identificación y diseño del controlador para un sistema regulador de temperatura en un cuarto térmico. Refrigeración”

**TESINA DE SEMINARIO**

Previo a la obtención del Título de:

**INGENIERO EN ELECTRICIDAD ESPECIALIZACIÓN  
ELECTRÓNICA Y AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIAL**

Presentada por:

Paula Andrea Aguirre Marrett.

Andrés Miguel Larco Torres.

GUAYAQUIL - ECUADOR

AÑO: 2010

## **AGRADECIMIENTO**

A nuestro profesor, el Ing. César Martín, así como a las demás personas que han formado parte del seminario, con quienes hemos compartido esta emocionante experiencia de aprendizaje e investigación.

También debemos agradecer a todos los que han aportado en ayudarnos a cumplir con nuestra meta: amigos, profesores, y autoridades de este prestigioso establecimiento educativo.

## DEDICATORIA

Dedico este trabajo a Dios, quien me sostuvo con su fortaleza. A mi Papá Víctor Hugo, mamá y hermanos que me levantaron en mis momentos más difíciles. A quienes siempre me animaron a seguir, familia, amigos, personas queridas. A todos, mi eterna gratitud.

Andrés Miguel Larco Torres.

A mis padres, a mi abuela, a mi esposo Adrián, y a todos los que me apoyaron en este camino y me motivaron para continuar en esta meta tan importante.

Paula Andrea Aguirre Marrett.

## TRIBUNAL DE SUSTENTACIÓN



---

**Ing. Cesar Martin**  
PROFESOR DEL SEMINARIO



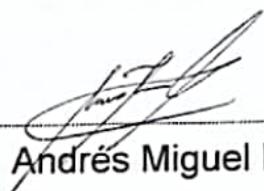
---

**Ing. Carlos Salazar**  
PROFESOR DELEGADO  
DEL DECANO

## DECLARACIÓN EXPRESA

"La responsabilidad por los hechos, ideas y doctrinas expuestas en esta tesina nos corresponden exclusivamente; y, el patrimonio intelectual de la misma, a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL"

(Reglamento de Graduación de la ESPOL).



---

Andrés Miguel Larco Torres.



---

Paula Andrea Aguirre Marrett.

## RESUMEN

El diseño de un controlador continuo o discreto, ya sea mediante técnicas clásicas o en variables de estado, requiere de un modelo de la planta a controlar que caracterice su comportamiento dinámico. Este modelo permite al diseñador realizar y validar mediante simulación el ajuste de los parámetros del controlador que permiten obtener una respuesta que satisfaga las especificaciones de diseño. En este proyecto de graduación se estudian diferentes alternativas para obtener el modelo de un sistema como paso previo al diseño de un controlador.

La identificación de sistemas trata de la estimación de modelos de sistemas dinámicos a partir de los datos observados. La estimación trata de evaluar y diseñar los estimadores de estado. Ambos se suponen que operan en un entorno estocástico.

La identificación de sistemas es entonces la teoría y el arte de construir modelos matemáticos de sistemas dinámicos basándonos en las entradas y salidas observadas. Aunque una parte sustancial del desarrollo de las técnicas está ligado a la Comunidad de Control, está básicamente construida a partir de técnicas estadísticas, en particular en los métodos de regresión lineal y no-lineal.

Construir modelos para sistemas desconocidos es un objetivo importante de la Ingeniería de control. Estos modelos necesitan simular el comportamiento real en los casos en que existe un conocimiento previo limitado de la estructura del sistema.

# ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTO .....	II
DEDICATORIA .....	III
TRIBUNAL .....	IV
DECLARATORIA EXPRESA .....	V
RESUMEN.....	V
VI	
INDICE GENERAL.....	VII
ABREVIATURAS.....	XI
ÍNDICE DE FIGURAS.....	XII
INDICE DE TABLAS .....	XIV
INTRODUCCION .....	XV

## Capítulo 1

DESCRIPCIÓN DEL PROCESO A IDENTIFICAR .....	1
1.1 Selección de la cebada .....	2
1.2 Almacenaje de la cebada .....	2
1.3 Malteo de la cebada.....	3
1.3.1 Proceso de remojo .....	3
1.3.2 Proceso de germinación.....	4
1.3.3 Proceso de secado.....	6
1.4 Restricciones de la planta real .....	8

## Capítulo 2

FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	10
2.1 Modelamiento de sistemas.....	10
2.2 Función de transferencia.....	13
2.3 Transformada de Laplace .....	13
2.4 Respuesta en el tiempo.....	15
2.4.1 Polos de una función de transferencia .....	15
2.4.2 Ceros de una función de transferencia.....	15
2.5 Sistemas de primer orden .....	16
2.6 Sistemas de segundo orden.....	18
2.7 Respuestas con polos adicionales.....	20
2.8 Respuestas con ceros .....	21
2.9 Análisis y diseño de sistemas de control en tiempo discreto .....	22
2.9.1 Tipos de señales .....	22
2.9.2 Proceso de muestreo .....	24
2.9.3 Sistemas de control digital.....	24
2.9.4 Transformada Z.....	26
2.10 Proceso de identificación de sistemas.....	27
2.11 Métodos de identificación .....	29
2.12 Técnicas de identificación no paramétrica.....	29
2.13 Técnicas de identificación paramétrica.....	30
2.13.1 Tipos de modelos paramétricos .....	31
2.13.2 Métodos para el ajuste de parámetros .....	34
2.14 Consideraciones prácticas sobre identificación .....	36
2.14.1 De la obtención de datos.....	36
2.14.2 Del pre tratamiento de los datos.....	39
2.14.3 De la validación del modelo.....	42

## Capítulo 3

DISEÑO DEL MODELO BASE .....	46
3.1 Modelo matemático de la planta .....	46
3.1.1 Balance de energía en el radiador .....	51
3.1.2 Balance de energía en el saladín .....	52
3.1.3 Balance de energía total.....	53
3.2 Simulación y pruebas previas a la identificación de la planta.....	54
3.3 Validación de la respuesta en base al modelo matemático obtenido comparado con el proceso real.....	55
IDENTIFICACIÓN Y VALIDACIÓN.....	57
3.4 Proceso de identificación .....	57
3.5 Identificación no paramétrica del sistema.....	58
3.5.1 Análisis de correlación.....	59
3.5.2 Análisis espectral.....	59
3.6 Identificación paramétrica del sistema .....	60
3.6.1 Diseño de la entrada PRBS.....	62
3.6.2 Obtención y tratamiento previo de los datos .....	66
3.6.3 Elección y tipo de estructura del modelo .....	69
3.6.3.1 Elección de los parámetros del modelo OE .....	69
3.6.3.2 Elección de los parámetros del modelo ARX .....	70
3.6.3.3 Elección de los parámetros del modelo FIR.....	71
3.7 Validación de los modelos .....	72
3.7.1 Análisis de polos y ceros. Modelos OE,ARX y FIR .....	72
3.7.2 Análisis de residuos. Modelos OE, ARX y FIR .....	76
3.7.3 Análisis de las salidas. Modelos OE,ARX y FIR.....	80
3.8. Comparación de las funciones de transferencia del modelo base con las obtenidas mediante identificación .....	81

3.8.1 Modelo original de la planta.....	81
3.8.2 Aproximación de la función de transferencia del sistema mediante el modelo OE .....	81
3.8.3 Aproximación de la función de transferencia del sistema mediante el modelo ARX.....	82

## Capítulo 4

DISEÑO DEL CONTROLADOR .....	83
4.1 Análisis del sistema en lazo abierto. ....	84
4.1.1 Polos y ceros.....	84
4.1.2 Diagramas de Bode.....	85
4.1.3 Diagrama de Nyquist.....	87
4.2 Análisis del sistema en lazo abierto.....	87
4.3 Diseño del controlador PI real.....	89

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

APÉNDICE

BIBLIOGRAFÍA

# ABREVIATURAS

Tr	Tiempo de levantamiento
Ts	Tiempo de asentamiento
Tp	Tiempo de pico
%SO	Sobrenivel porcentual
A/D	Convertidor analógico a digital
D/A	Convertidor digital a analógico
ARX	Auto-Regressive with eXogenous inputs
ARMAX	Auto-Regressive Moving Average with eXogenous inputs
OE	Output error
BJ	Box Jekins
FIR	Respuesta finita al impulso
PI	Controlador Integral
P	Controlador proporcional
PD	Controlador Derivativo
PID	Controlador Proporcional Integral Derivativo

# ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1 ELEMENTOS QUE CONFORMAN UN SISTEMA DE CONTROL.....	12
FIGURA 2 PARÁMETROS DE LOS SISTEMAS DE PRIMER ORDEN .....	17
FIGURA 3 SISTEMAS DE SEGUNDO ORDEN.....	20
FIGURA 4 AMPLITUDES DE RESPUESTA DEBIDA A CEROS .....	21
FIGURA 5 TIPOS DE SEÑALES.....	23
FIGURA 6 MODELO DE UN SISTEMA DE CONTROL DIGITAL.....	24
FIGURA 7 MODELO DE LA PLANTA REAL SIMULADO EN SIMULINK .....	54
FIGURA 8 MODELO EN SIMULINK DE LA PLANTA REAL.....	55
FIGURA 9 EVOLUCIÓN DE LA TEMPERATURA EN FUNCIÓN DEL TIEMPO EN EL PROCESO REAL.....	55
FIGURA 10 EVOLUCIÓN DE LA TEMPERATURA EN FUNCIÓN DEL TIEMPO EN EL PROCESO SIMULADO .....	56
FIGURA 11 GRÁFICO DE LA ENTRADA Y SALIDA DEL PROCESO MODELADA EN SIMULINK .....	57
FIGURA 12 REPRESENTACIÓN DE LA RESPUESTA AL ESCALON DEL SISTEMA.....	59
FIGURA 13 REPRESENTACIÓN DE LA RESPUESTA DE FRECUENCIA DEL SISTEMA .....	60
FIGURA 14 ESTRUCTURA PARA LA IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS .....	61
FIGURA 15 AMPLITUD VERSUS TIEMPO DE LA SEÑAL PRBS .....	63
FIGURA 16 ANÁLISIS DE AUTOCORRELACIÓN DE LA SEÑAL DE ENTRADA.....	64
FIGURA 17 PERIODIGRAMA DE LA SEÑAL DE ENTRADA.....	65
FIGURA 18 SEÑALES DE ENTRADA Y SALIDA DEL SISTEMA.....	66
FIGURA 19 SEÑALES DE ENTRADA Y SALIDA DEL SISTEMA CON LOS DATOS TRATADOS .....	68
FIGURA 20 POLOS Y CEROS DEL MODELO OE(112) .....	73
FIGURA 21 POLOS Y CEROS DEL MODELO ARX(112).....	74

FIGURA 22 POLOS Y CEROS DEL MODELO FIR.....	75
FIGURA 23 ANÁLISIS DE RESIDUOS DEL MODELO OE.....	77
FIGURA 24 ANÁLISIS DE RESIDUOS DEL MODELO ARX .....	78
FIGURA 25 ANÁLISIS DE RESIDUOS DEL MODELO FIR .....	79
FIGURA 26 ANALISIS DE LAS SALIDAS DE LOS MODELOS OE, ARX, Y FIR .....	80
FIGURA 27 MODELO EN SIMULINK DEL PROCESO CON REALIMENTACIÓN .....	84
FIGURA 28 DIAGRAMAS DE POLOS Y CEROS EN LAZO ABIERTO.....	85
FIGURA 29 DIAGRAMA DE BODE DEL SISTEMA EN LAZO ABIERTO.....	86
FIGURA 30 DIAGRAMA DE NYQUIST DEL SISTEMA EN LAZO ABIERTO.....	87
FIGURA 31 RESPUESTA DE LA PLANTA EN LAZO CERRADO Y SIN REGULADOR ANTE UNA ENTRADA ESCALÓN. ....	88
FIGURA 32 RESPUESTA DE LA PLANTA EN LAZO CERRADO Y CON REGULADOR ANTE UNA ENTRADA ESCALÓN. ....	91
FIGURA 33 REPRESENTACIÓN EN SIMULINK DEL SISTEMA CONTÍNUO CON CONTROLADOR.....	91
FIGURA 34 REPRESENTACIÓN EN SIMULINK DEL SISTEMA DISCRETIZADO CON CONTROLADOR.....	92
FIGURA 35 RESPUESTA DEL SISTEMA DISCRETO CON CONTROLADOR ANTE UNA ENTRADA ESCALÓN.....	94

# ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1 TRANSFORMADAS DE LAPLACE MAS USADAS .....	12
TABLA 2 ESTRUCTURAS DE LOS MODELOS PARAMÉTRICOS.....	33

# INTRODUCCION

La gran mayoría de aplicaciones requiere algún tipo de control. El control automático es el mantenimiento de un valor deseado dentro de una cantidad o condición, midiendo el valor existente, comparándolo con el valor deseado, y utilizando la diferencia para poder reducirla. En consecuencia, el control automático exige un lazo cerrado de acción y reacción que funcione sin intervención humana.

El control automático de procesos se usa especialmente porque reduce el costo de los procesos industriales, lo que compensa con creces la inversión en equipos de control. Además hay muchas ganancias intangibles como la eliminación de la mano de obra pasiva, la cual provoca una demanda equivalente de trabajo especializado. La eliminación de errores es otra contribución positiva del uso del control automático.

El uso de los sistemas de control predictivo se ha incrementado en los últimos años debido principalmente al éxito en distintas aplicaciones de la industria petrolera y petroquímica. El control predictivo comprende una familia de algoritmos que usa explícitamente un modelo matemático del proceso para determinar los ajustes necesarios de la variable manipulada reduciendo el error entre la variable manipulada y el punto de ajuste, en respuestas a cambios del mismo, de las perturbaciones del sistema o de las condiciones operacionales.

Para diseñar un sistema de control es necesario conocer la dinámica de la planta. Una fase importante en el diseño es la identificación que tiene como objetivo que el modelo obtenido reproduzca con suficiente exactitud el comportamiento del proceso, en el presente trabajo se verá como de la exactitud del modelo obtenido dependerá posteriormente el buen comportamiento del controlador diseñado.

Existen dos métodos para la obtención de modelos: modelado teórico (método analítico) e identificación del sistema (método experimental). Para el modelado se requiere un conocimiento muy especializado sobre la tecnología del proceso, mientras que para la identificación del sistema (que es el método más directo) se requiere aplicar al proceso señales especiales como escalones, rampas, impulsos, sinusoides o señales pseudo aleatorias y registrar las salidas que se producen. Existen numerosos métodos de identificación tanto paramétricos como no paramétricos que ofrecen información variada sobre el sistema en estudio.

El presente trabajo es una aplicación de la identificación de sistemas en el que se usa el modelo matemático del proceso para control de temperatura de uno de los saladines de una industria Cervecera en donde se realiza la germinación de la cebada. Usaremos el modelo matemático porque no se dispone de la planta para registrar los datos de entrada/salida necesarios para la identificación.

Para algunos tipos de planta a controlar es suficiente una identificación clásica, utilizando el escalón como señal de prueba. La función escalón es la señal que más se ha aplicado en la práctica convencional del control automático, obteniéndose con ella modelos sencillos suficientemente exactos. Para nuestro caso, el modelo matemático de la planta se lo obtiene tanto por el planteamiento de las ecuaciones descriptivas del sistema como

por datos obtenidos de la planta real, con esto se garantiza que el modelado sea más preciso y que sea representativo de nuestro proceso a controlar.

Una vez obtenido el modelo matemático haremos uso de la herramienta System Identification Tools de MATLAB para validar nuestro modelo previo al diseño del controlador. Lo que pretendemos con este material es demostrar que haciendo uso de la identificación de sistemas se pueden realizar óptimos modelados de procesos industriales y a su vez elaboración de controladores eficientes. Este estudio previo es útil a la hora de crear una nueva planta, o hacer mejoras a una ya existente.

El documento presentado consta de 4 capítulos y 1 apéndice. En el capítulo 1 veremos una descripción del proceso a identificar, lo que nos dará los conocimientos necesarios para entender la dinámica de la planta, así como también veremos los limitantes impuestos por el proceso real.

En el capítulo 2 haremos un pequeño repaso de los conocimientos de control básicos, sistemas de primer y segundo orden, estabilidad de sistemas, así como también los fundamentos teóricos a tenerse en cuenta para el modelado matemático y para el proceso de identificación. En el capítulo 3 desarrollaremos nuestro modelo matemático base y se hará la identificación y validación del modelo, apoyándonos en la herramienta Systems Identification Tools de MATLAB y finalmente en el capítulo 4 diseñaremos el controlador apropiado en base al modelo identificado.

Uno de los objetivos importantes a alcanzar con el presente trabajo es demostrar la validez, utilidad y conveniencia de la técnica de identificación de Sistemas aplicada a un proceso real, así como la utilización de la aplicación MATLAB/Simulink para modelamiento y simulación de sistemas

dinámicos y para realizar el proceso de Identificación de Sistemas, todo esto con miras al diseño de un controlador óptimo.

Otro de los alcances del presente proyecto de graduación es demostrar que el modelo identificado es muy similar al modelo matemático base, esto solo con propósitos académicos ya no constituye un objetivo de la identificación de sistemas.

Mediante este trabajo nos introduciremos en el manejo del Software interactivo System identification Tools de MATLAB, herramienta que nos será de gran ayuda al simplificar un sinnúmero de cálculos y procesos de la estadística, que de otra manera harían mas tedioso el proceso de identificación.

# CAPITULO 1

## DESCRIPCIÓN DEL PROCESO A IDENTIFICAR.

La malta es un grano obtenido por germinación y tostación de la cebada, constituye la materia prima fundamental para la elaboración de la cerveza. Es preferida por sobre otros cereales pues el grano está revestido por una cáscara que protege el germen durante el malteado y evita que el grano pierda su contenido de almidón, elemento esencial en la posterior transformación durante el braceado.

El interés fundamental del malteador es obtener una cebada que germine fácilmente y con uniformidad. La germinación uniforme o sincronizada es muy difícil si los granos no son de tamaño uniforme, entre otras cosas porque los de mayor tamaño se humedecen a un ritmo más lento que los pequeños. Por otra parte, resulta necesario que la cebada que va a ser malteada no haya germinado antes de la recolección y que ninguno de los granos haya muerto a causa de haber secado el grano tras una recolección en circunstancias insatisfactorias. Lo que el malteador necesita es que en más del 98% de los granos se observe la emergencia de la vaina de la raíz. El malteador quiere además, un contenido bajo en proteínas, entre el 9 y el 11.5 %. La idea de que menos contenido en almidón puede extenderse también a la cascarilla hace que el malteador busque cebada con un bajo contenido de proteínas y con poca cascarilla. Por último el malteador también busca que la cebada una vez malteada se comporte adecuadamente en

el proceso de fabricación de cerveza, debe tener una dotación enzimática satisfactoria de manera que la extracción no plantee problemas.

### **1.1 Selección de la cebada.**

La cebada llega a la fábrica en grandes camiones o en vagones, para los cuales es necesario controlar su calidad. Para este control el malteador inspecciona visualmente el grano, la cebada con una carga microbiana alta emite un olor característico que el malteador detecta con facilidad. En las grandes malterías la humedad se mide por conductividad eléctrica o por espectrometría, la cantidad de proteínas se mide por reflectancia en el infrarrojo y finalmente la viabilidad de los embriones se calcula seccionando longitudinalmente los granos y sumergiéndolos en una disolución de una sal de tetrazolio.

### **1.2 Almacenaje de la cebada.**

La cebada es más estable seca y mantenida a baja temperatura. Si ha sido recolectada con un contenido de humedad superior al 15%, suele secarse. El proceso de secado tiene que llevarse a cabo de tal manera que permanezca viable la planta embrionaria contenida en cada grano, por lo tanto es necesario evitar el uso de temperaturas demasiado altas y para aumentar la desecación, se debe recurrir a aumentar la velocidad de flujo del aire y a un calentamiento gradual del mismo. Si la cebada está húmeda es fácilmente atacada por insectos y hongos que causan su deterioro. El metabolismo de los insectos y el de los hongos, cuando se establecen, produce agua y eleva localmente la temperatura, lo que favorece la expansión de la infección.

### **1.3 Malteo de la cebada.**

El malteo se realiza en cuatro etapas que son:

- Remojo
- Germinación
- Secado y tostado
- Eliminación del germen

#### **1.3.1 Proceso de remojo.**

Las partidas de cebada limpia se dejan caer del silo a un tanque de remojo parcialmente lleno de agua, a unos 15 °C. Muchos tanques de remojo son simples cilindros verticales con base cónica. El contenido del tanque se airea intensamente insuflando aire a través del agua de remojo mediante el uso de tuberías perforadas o por succión, consiguiendo así el 100% de aire. La mayor parte de los tanques de remojo son tanques verticales de poca altura y de fondo plano que permiten condiciones más aeróbicas en el agua de remojo. El contenido de agua de los granos aumenta rápidamente a partir de la inmersión, pero la velocidad del incremento del contenido del agua desciende luego de un modo progresivo. La velocidad de la rehumidificación es función de las condiciones en que haya crecido la cebada, de la variedad de ésta, del tamaño de los granos y de la temperatura del agua. Está también considerablemente influida por el daño mecánico que hayan podido sufrir los granos durante el remojo. El remojo se interrumpe por drenaje a las 12 - 24 horas. Cada grano de cebada permanece recubierto de una película de agua a través de la cual puede disolverse el oxígeno del aire del entorno. A esta

condición se le conoce como descanso de aire. Cuando la cebada se ha remojado el agua penetra a través de la cascarilla y la cubierta del fruto y entra en el grano a través del micrópilo.

El embrión toma rápidamente agua, en cambio el endospermo se hidrata más lentamente, cualquier fractura sufrida por la cascarilla o las cubiertas del fruto y la semilla facilita el humedecimiento del endospermo o el embrión y, desde luego la fuga de sustancias solubles del endospermo. Éste constituye uno de los sumandos que dan cuenta de las pérdidas sufridas durante el malteado; otro es el representado por la respiración del embrión, que consume reservas de nutrientes, liberando energía, dióxido de carbono y agua. La respiración aumenta significativamente cuando el embrión se activa, lo que crea una demanda de oxígeno en el agua de remojo. En ausencia de oxígeno el embrión puede metabolizar anaeróbicamente las reservas, pero de un modo energéticamente poco eficaz, convirtiéndolas en dióxido de carbono y alcohol. A medida que la concentración de alcohol aumenta su toxicidad va creciendo.

### **1.3.2 Proceso de germinación.**

El remojo suele completarse en un par de días; en las modernas técnicas de malteado los granos dan al término de las mismas muestras claras de que han comenzado a germinar, se transfieren entonces al equipo de germinación. En la mayor parte de los casos el contenido de humedad se halla en torno al 42% y permanece constante durante la etapa de germinación. Los modernos equipos permiten la germinación en tres o cuatro días.

El objetivo de la germinación es permitir el desarrollo de enzimas, que posteriormente y en el proceso de obtención del mosto permiten las transformaciones bioquímicas; a la vez en esta germinación se mantienen los carbohidratos, proteínas, taninos, y demás compuestos minerales originales. Una vez que se desarrollan las enzimas, se detiene el proceso de germinación mediante el secado y posterior tostación del grano.

El grano ya humedecido se lleva a unos grandes recipientes rectangulares, llamados saladines, en donde se forma un lecho de unos sesenta centímetros de alto por un largo y ancho considerables. A través del lecho y habitualmente de abajo hacia arriba se hace pasar una corriente de aire saturado de agua a unos 15 °C, con lo que se asegura la disponibilidad de oxígeno por parte de los embriones, la eliminación del dióxido de carbono y el mantenimiento de una temperatura constante en todo el lecho. Los saladines disponen de unos agitadores, para remover los granos y evitar que cuando se formen las raicillas se enreden y conformen un lecho compacto difícil de manejar, además de permitir que el grano se airee y se consiga así mantenerlo con una temperatura uniforme; los saladines también tienen riegos de agua fría para mantener constante la humedad y poseen un sistema de aireación húmeda para dar oxígeno al grano. Al iniciarse la germinación el grano respira consumiendo oxígeno que es suministrado por el aire y produciendo gas carbónico que es retirado por el aire. La raicilla empieza a formarse y se llama acróspiro. Se considera terminada la germinación cuando el largo del acróspiro sea aproximadamente igual a las tres cuartas

partes del largo del grano. Se procede entonces a detener el proceso mediante el secado del grano.

### **1.3.3 Proceso de Secado.**

El proceso de germinación es detenido desecando los granos de malta. Al malteador se le ofrecen distintas opciones, puede elegir distintos procesos de secado; la deshidratación prolongada y a bajas temperaturas conduce a una malta clara, con gran contenido enzimático intacto, en tanto que una deshidratación rápida y a temperaturas altas rinde maltas oscuras, deficitarias en actividad enzimática.

Son numerosos los factores que afectan a la deshidratación del grano; cabe citar entre ellos:

- El volumen de aire que pasa a través del lecho del grano.
- La profundidad del lecho.
- El peso del agua a ser eliminado del lecho del grano.
- La temperatura del aire utilizado para la deshidratación.
- La humedad relativa del aire.
- El carácter higroscópico de la malta.

La deshidratación se comienza con temperaturas de 50 - 60°C, que inicialmente calientan el secadero y el lecho del grano. Más adelante las capas superiores comienzan a deshidratarse y el contenido de agua en la cebada empieza a descender progresivamente desde el fondo a la superficie del

lecho del grano. En esta etapa de deshidratación libre se extrae sin restricciones el agua de la cebada y por razones económicas se ajusta el flujo de aire de manera que su humedad relativa sea de 90 - 95 % en el aire del extremo de salida.

Cuando se ha eliminado aproximadamente el 60% del agua, la deshidratación subsiguiente se ve dificultada por la naturaleza del agua residual. Llegado este punto de ruptura se sube la temperatura del aire de entrada y se reduce el flujo. La estabilidad térmica de las enzimas es ahora mayor que cuando la malta contenía un 45% de agua. Cuando el contenido de agua llegue a ser del 12%, toda el agua que permanece en el grano está ligada, por lo que se sube la temperatura del aire de entrada a 65 - 75°C y se reduce aún más la velocidad del flujo. La extracción del agua es lenta y por razones económicas se recircula gran parte del aire. Finalmente a una humedad de 5 - 8%, dependiendo de la variedad de cebada, la temperatura del aire de entrada se eleva a 80 - 100°C, hasta que se alcanza el color y la humedad requeridos. Se consiguen maltas con colores especiales, utilizando un régimen de deshidratación completamente distinto, porque lo que se persigue es un determinado color y aroma, como en estos casos no existe preocupación alguna por la conservación de la actividad enzimática, la malta se tuesta, o se cuece primero y se tuesta después.

#### **1.4 Restricciones del proceso real.**

Siendo la identificación de sistemas un método experimental que pretende obtener un modelo en base a datos reales de un determinado proceso, uno de los problemas al que nos enfrentamos al intentar aplicar la identificación de sistemas a nuestro proceso es la limitante de no poder visitar la planta regularmente para la toma de datos, aplicar señales de entrada y registrar los datos de las salidas para así realizar todas las pruebas de identificación respectivas. Por lo tanto al sacar nuestro modelo matemático del proceso apoyándonos en las leyes físicas que rigen la dinámica de éste obtendremos un equivalente de lo que sería trabajar con la planta real, con lo que esperamos tener resultados similares y que se aproximen mucho a la realidad.

Al trabajar con el modelo matemático entonces lo que buscamos es predecir el comportamiento del sistema y poder hacer cambios al mismo sin que tengamos que experimentar físicamente sobre él, esto es muy útil en control de procesos, ya sea para realizar mejoras a una planta existente o para la creación de una nueva.

Hoy en día todos los diseñadores de control deben demostrar que sus métodos analíticos proporcionan resultados fiables y adecuados para su finalidad y propósito perseguido ya que muchas de las decisiones que se toman están basadas en la información que estos datos proporcionan. La validación de las metodologías, junto a otras actividades englobadas en el control del aseguramiento de la calidad, permite demostrar que estos métodos analíticos proporcionan resultados fiables. Una alternativa nos la proporcionan los programas de simulación, los cuales definitivamente nos acercan a la comprensión de los principios de

la teoría de control y nos simplifican las tareas de diseño, simulación y validación.

Para tratar de obtener resultados más exactos en este trabajo haremos una mezcla de los métodos analítico y experimental para hacer de nuestro modelado matemático más confiable. Es decir que de la misma manera que nos apoyaremos en las leyes físicas para encontrar ecuaciones que describan la dinámica del sistema, usaremos datos tomados de la planta real para el modelado matemático, con esto conseguiremos disminuir las imprecisiones en el modelo obtenido a la vez que le damos mas fiabilidad a nuestro modelado resultante, hecho del que depende el éxito posterior de nuestro proceso de identificación.

# CAPITULO 2

## FUNDAMENTOS TEÓRICOS.

### 2.1 Modelamiento de sistemas.

Para efectuar el análisis de un sistema, es necesario obtener un modelo matemático que lo represente. El modelo matemático equivale a una ecuación matemática o un conjunto de ellas en base a las cuales podemos conocer el comportamiento del sistema.

Es necesario comentar que el modelo matemático que se desarrolla a partir de un sistema no es único, debido a lo cual se pueden lograr representaciones diferentes del mismo proceso. Estas diferentes representaciones no contradicen una a la otra. Ambas contienen información complementaria por lo que se debe encontrar aquella que proporcione la información de interés para cada problema en particular.

Existen dos métodos principales para obtener el modelo de un sistema:

- **Modelado teórico.** Se trata de un método analítico, en el que se recurre a leyes básicas de la física para describir el comportamiento dinámico de un fenómeno o proceso.
- **Identificación del sistema.** Se trata de un método experimental que permite obtener el modelo de un sistema a partir de datos reales recogidos de la planta bajo estudio.

El modelado teórico tiene un campo de aplicación restringido a procesos muy sencillos de modelar, o a aplicaciones en que no se requiera gran exactitud en el modelo obtenido. En muchos casos, además, la estructura del modelo obtenido a partir del conocimiento físico de la planta posee un conjunto de parámetros desconocidos y que sólo se pueden determinar experimentando sobre el sistema real. De ahí la necesidad de recurrir a los métodos de identificación de sistemas.

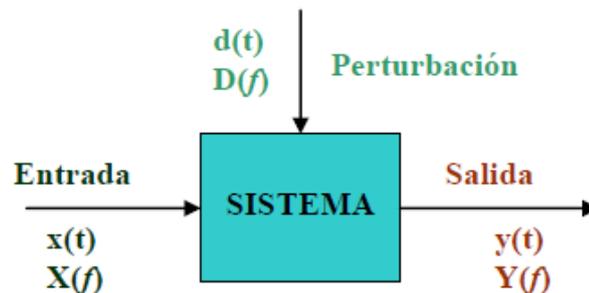
En la práctica, lo ideal es recurrir a una mezcla de ambos métodos de modelado para obtener el modelo matemático final. El uso de datos reales para identificar los parámetros del modelo provee a éste de una gran exactitud, pero el proceso de identificación se ve tanto más facilitado cuanto mayor sea el conocimiento sobre las leyes físicas que rigen el proceso.

En el modelado el objetivo es llegar a obtener la función de transferencia del sistema. Una metodología a seguir para la determinación de la función de transferencia de un sistema es la siguiente:

- 1) Identificar las ecuaciones de equilibrio o leyes físicas involucradas en el sistema.
- 2) Siguiendo las ecuaciones de equilibrio plantear las ecuaciones integro-diferenciales correspondientes a cada variable de interés.
- 3) Obtener la transformada de Laplace de cada ecuación considerando condiciones iniciales cero.
- 4) Relacionar la variable de salida con la variable de entrada.

Para uniformizar criterios respecto a las denominaciones que reciben los elementos que conforman un sistema de control debemos tener en cuenta que en todo sistema podemos distinguir tres tipos de señales que son:

- **Señales de entrada:** Son aquellas señales que pueden ser controladas y de las cuales depende básicamente el funcionamiento del sistema.
- **Señales de salida:** Son señales que nos indican como se está comportando el sistema.
- **Señales de perturbación:** Son señales que afectan el comportamiento del sistema pero que no pueden ser controladas.



**Figura 1:** Elementos que conforman un sistema de control.

Las señales del sistema están en el dominio del tiempo pero pueden ser manipuladas matemáticamente para llevarlas al dominio de la frecuencia. En consecuencia el problema de modelamiento es describir como están relacionadas las señales entre sí.

## 2.2 Función de transferencia.

Una vez que se han definido los diferentes tipos de sistemas, es necesario conocer la dinámica de los mismos a partir de ecuaciones que relacionen el comportamiento de una variable respecto a otra. Para lograr esto se requiere de gran conocimiento de los procesos y de los elementos que los conforman, y de cada una de las disciplinas de la ingeniería involucradas.

Una planta o cada una de las partes que forman un sistema de control, puede ser representada por un conjunto de ecuaciones integro-diferenciales de n-ésimo orden con coeficientes lineales invariantes en el tiempo que relacionan la variable de entrada con la variable de salida.

La función de transferencia se basa en la descripción del sistema mediante ecuaciones diferenciales y su representación con la transformada de Laplace.

## 2.3 Transformada de Laplace.

El método de la transformada de Laplace introduce ecuaciones algebraicas que pueden resolverse en forma relativamente más sencilla que las ecuaciones diferenciales más complicadas.

La transformada de Laplace existe para aquellas ecuaciones diferenciales lineales en las que converge la integral de transformación.

La transformada de Laplace es:

$$F(s) = \int_{0^-}^{\infty} f(t)e^{-st} dt = L[f(t)]$$

Donde  $s = \sigma + j\omega$  es una variable compleja. La transformada inversa es:

$$L^{-1}[F(s)] = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma - j\omega}^{\sigma + j\omega} F(s) e^{st} ds = f(t) \cdot u(t)$$

La función de transferencia de un sistema lineal con coeficientes constantes invariantes en el tiempo está definida como: "La relación de la transformada de Laplace de la salida con la transformada de Laplace de la entrada, suponiendo condiciones iniciales cero".

En la tabla 1 se encuentran las transformadas de Laplace más comunes.

Item no.	$f(t)$	$F(s)$
1.	$\delta(t)$	1
2.	$u(t)$	$\frac{1}{s}$
3.	$tu(t)$	$\frac{1}{s^2}$
4.	$t^n u(t)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
5.	$e^{-at} u(t)$	$\frac{1}{s+a}$
6.	$\sin \omega t u(t)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
7.	$\cos \omega t u(t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$

**Tabla 1:** Transformadas de Laplace más usadas.

## **2.4 Respuesta en el tiempo.**

Luego que el diseñador obtiene una representación matemática de un sistema, esta es analizada para observar sus respuestas transitoria y en estado estable a fin de ver si estas características producen el comportamiento deseado.

La respuesta de salida de un sistema es la suma de dos respuestas: la respuesta forzada y la respuesta libre. Aun cuando numerosas técnicas, por ejemplo la solución de una ecuación diferencial o tomar la transformada inversa de Laplace, hacen posible evaluar esta respuesta de salida, estas técnicas son laboriosas y lentas. El concepto de polos y ceros, fundamental para el análisis y diseño de sistemas de control, simplifica la evaluación de la respuesta de un sistema.

### **2.4.1 Polos de una función de transferencia.**

Los polos de una función de transferencia son los valores de la variable de la transformada de Laplace,  $s$ , que ocasionan que la función de transferencia se vuelva infinita o cualesquiera raíces del denominador de la función de transferencia que son comunes a las raíces del numerador.

### **2.4.2 Ceros de una función de transferencia.**

Los ceros de una función de transferencia son los valores de la variable de la transformada de Laplace,  $s$ , que ocasiona que la función de transferencia se convierta en cero, o cualesquiera raíces del numerador de la función de

transferencia que sean comunes a las raíces del denominador.

## 2.5 Sistemas de primer orden.

Un sistema de primer orden sin ceros puede ser descrito por la función de transferencia que se muestra en la figura 1. Si la entrada es un escalón unitario, donde  $R(s)=1/s$ , la transformada de Laplace de la respuesta de escalón es  $C(s)$ , donde:

$$Y(s) = U(s)G(s) = \frac{a}{s(s+a)}$$

- **Constante de tiempo.**

El término  $1/a$  se llama constante de tiempo de la respuesta y es el tiempo que toma la respuesta de escalón para alcanzar el 63% de su valor final. También se puede evaluar la constante de tiempo a partir de la gráfica del polo (figura 2), como el polo de la figura está en  $-a$ , podemos decir que el polo está localizado en el recíproco de la constante de tiempo, y cuanto más alejado se encuentre el polo del eje imaginario, más rápida es la respuesta transitoria.

Otras especificaciones de la respuesta transitoria son el tiempo de levantamiento  $T_r$  y el tiempo de asentamiento  $T_s$ .

- **Tiempo de levantamiento,  $T_r$ .**

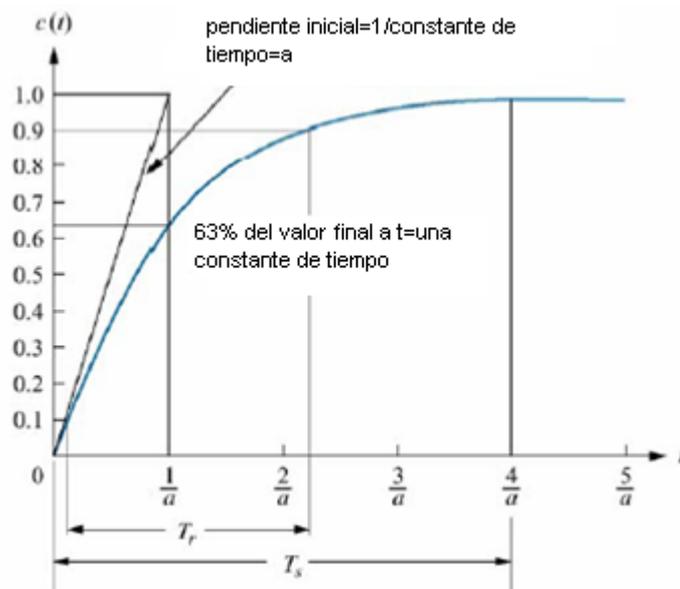
El tiempo de levantamiento se define como el tiempo necesario para que la forma de onda pase de 0.1 a 0.9 de su valor final.

$$T_r = \frac{2.31}{a}$$

- **Tiempo de asentamiento,  $T_s$ .**

El tiempo de asentamiento se define como el tiempo necesario para que la respuesta alcance el 2% alrededor de su valor final y permanezca en ese valor.

$$T_s = \frac{4}{a}$$



**Figura 2:** Parámetros de los sistemas de primer orden.

## 2.6 Sistemas de segundo orden.

En comparación con la sencillez de un sistema de primer orden, un sistema de segundo orden tiene una amplia variedad de respuestas que deben ser analizadas y descritas. Mientras que la variación de un parámetro de un sistema de primer orden simplemente cambia la velocidad de la respuesta, cambios en los parámetros de un sistema de segundo orden pueden modificar la forma de la respuesta.

Un sistema con dominancia de segundo orden se lo puede aproximar a:

$$Y(s) \approx \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \cdot U(s)$$

Donde  $\omega_n$  es la frecuencia natural de oscilación y  $\zeta$  es el coeficiente de amortiguamiento.

Del mismo modo que en el sistema con dominancia de primer orden, la constante de tiempo se la ajusta en función del par de polos complejos conjugados dominantes; esto es, de acuerdo a su parte real:

$$T = \frac{1}{\zeta\omega_n}$$

Comparando con la forma polinomial general:

$$G(s) = \frac{b}{s^2 + as + b}$$

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Tenemos que:

$$\omega_n = \sqrt{b}$$

$$\zeta = \frac{a/2}{\omega_n}$$

Las especificaciones de los sistemas de segundo orden son las siguientes, en la figura 3 se pueden observar estos parámetros.

- **Tiempo pico,  $T_p$ .**

Tiempo necesario para alcanzar el primer pico o máximo.

- **Sobrenivel porcentual, %OS.**

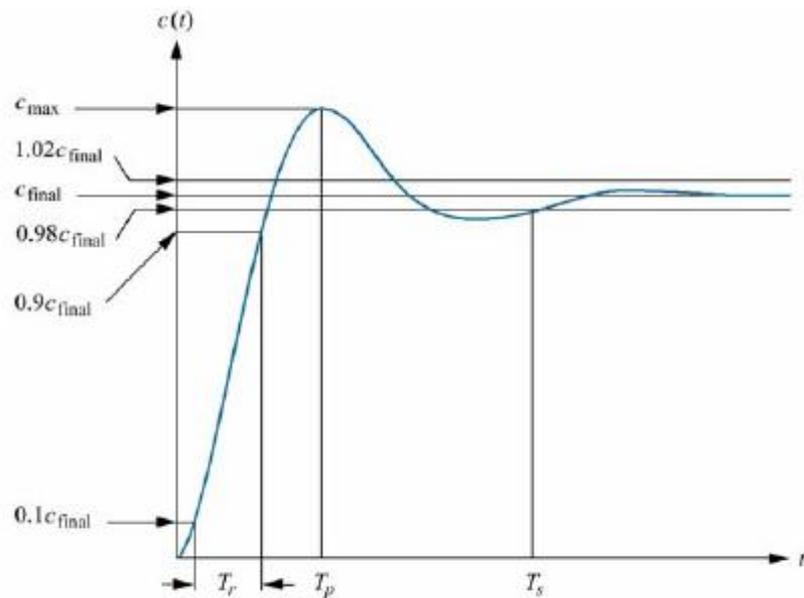
Cantidad que la forma de onda sobrepasa el valor en estado estable o final, en el tiempo pico, expresada como porcentaje del valor en estado estable.

- **Tiempo de estabilización,  $T_s$ .**

Tiempo necesario para que las oscilaciones amortiguadas de la respuesta transitoria alcancen y permanezcan a no más de  $\pm 2\%$  del valor en estado estable.

- **Tiempo de levantamiento,  $T_r$ .**

Tiempo necesario para que la forma de onda pase de 0.1 del valor final a 0.9 del valor final.



**Figura 3:** Sistemas de segundo orden.

## 2.7 Respuestas con polos adicionales.

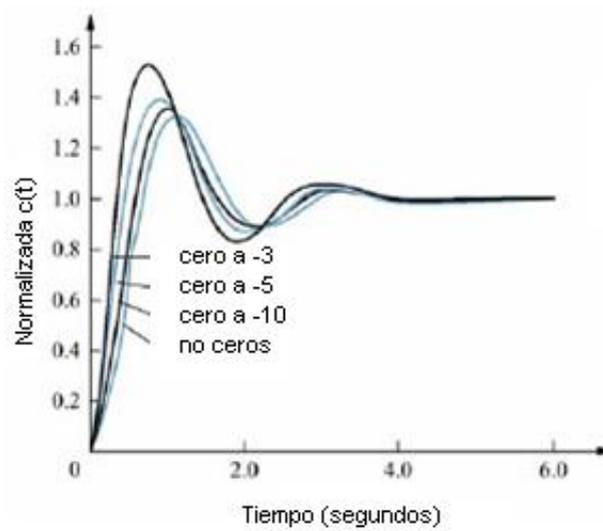
Un sistema con más de dos polos o con ceros se puede aproximar como un sistema de segundo orden que tiene solo dos polos dominantes complejos, de esta manera se pueden seguir usando las fórmulas vistas anteriormente.

En general, se puede usar la regla práctica que dice:

“Para que un par de polos complejos conjugados sean dominantes, es necesario que la parte real de los polos adicionales, esté separada por lo menos cinco veces de la parte real de los polos dominantes”.

## 2.8 Respuesta con ceros.

Los ceros de la respuesta afectan a la amplitud pero no a la naturaleza exponencial o sinusoidal de la respuesta. Cuanto más cercano está el cero a los polos dominantes, mayor es su efecto en la respuesta transitoria.



**Figura 4:** Amplitudes de respuesta debido a ceros.

## **2.9 Análisis y diseño de sistemas de control en tiempo discreto.**

### **2.9.1 Tipos de señales.**

Una señal en tiempo continuo es aquella que se define sobre un intervalo continuo de tiempo. La amplitud puede tener un intervalo continuo de valores o solamente un número finito de valores distintos. El proceso de representar una variable por medio de un conjunto de valores distintos se denomina cuantificación y los valores distintos resultantes se denominan valores cuantificados.

Una señal analógica es una señal definida en un intervalo continuo de tiempo cuya amplitud puede adoptar un intervalo continuo de valores: la figura 1-a muestra una señal analógica en tiempo continuo y la figura 1-b una señal cuantificada en tiempo continuo (cuantificada solo en amplitud).

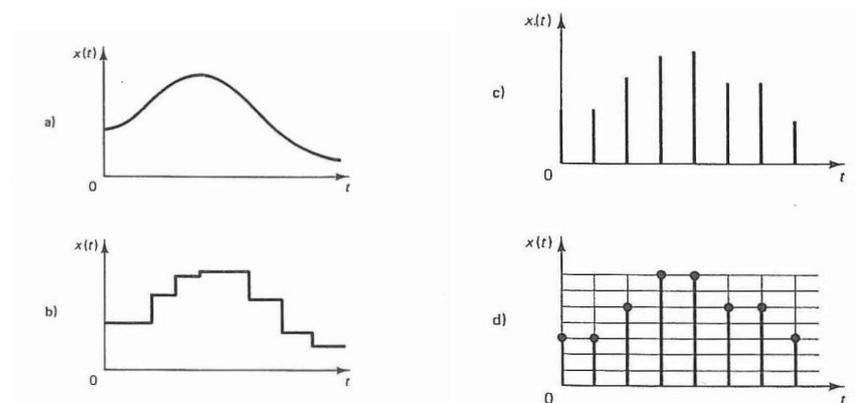
Una señal analógica es un caso especial de la señal en tiempo continuo. Una señal en tiempo discreto es una señal definida solo en valores discretos de tiempo (esto es, aquellos en los que la variable independiente está cuantificada). En una señal de tiempo discreto, si la amplitud puede adoptar valores en un intervalo continuo, entonces la señal se denominada señal de datos muestreados, esta se puede generar muestreando una señal analógica en valores discretos de tiempo. Esta es una señal de pulsos modelada en amplitud: la figura 1c) muestra una señal de datos muestreados.

Una señal digital es una señal en tiempo discreto con amplitud cuantificada. Dicha se puede representar mediante

una secuencia de números, por ejemplo, en forma de números binarios.

En la práctica, muchas señales digitales se obtienen mediante el muestreo de señales analógicas que después se cuantifican, al cuantificación es lo que permite que estas señales analógicas sean leídas como palabras binarias finitas.

El término “señal en tiempo discreto” es más general que el término “señal digital”, o que el término “señal de datos muestreados”. En la práctica, los términos “tiempo discreto” y “digital” se intercambian. Sin embargo, el término “tiempo discreto” se emplea en el estudio teórico, mientras que el término “digital” se utiliza en conexión con las realizaciones de hardware o software.

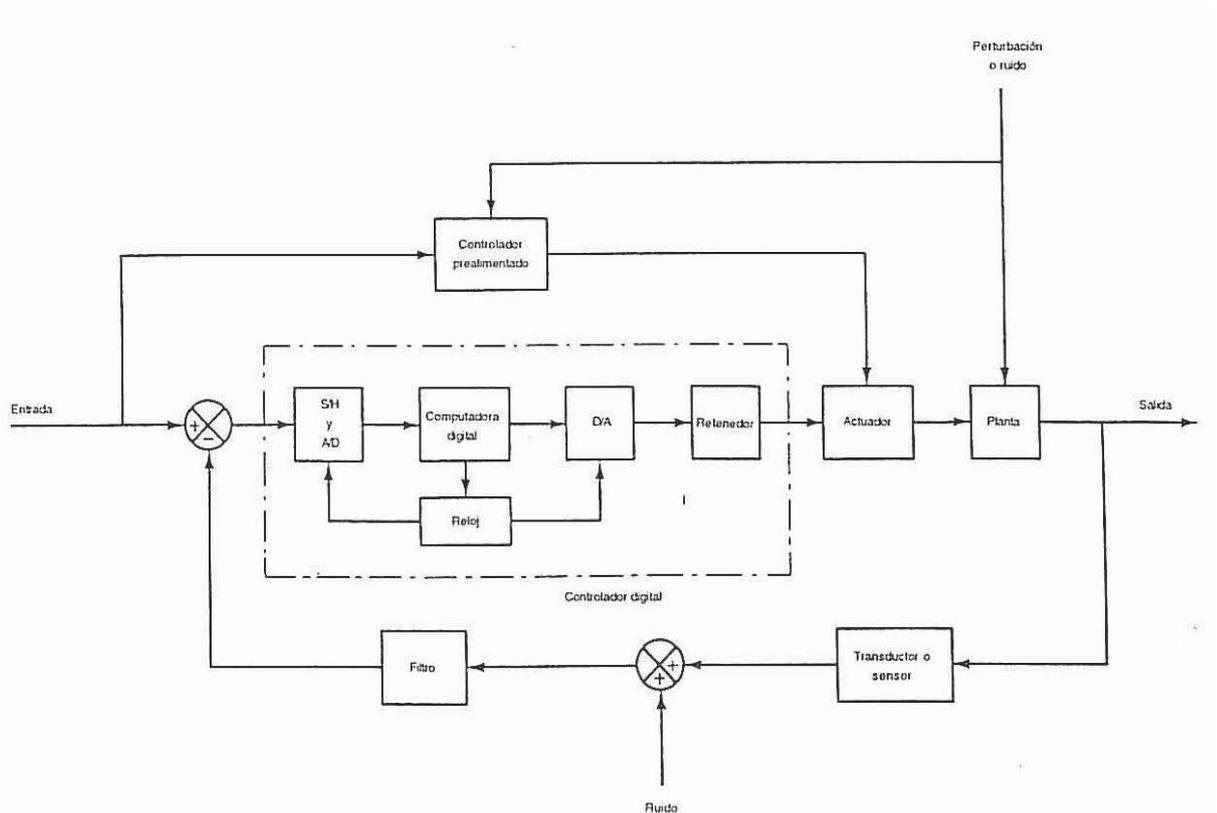


**Figura 5:** Tipos de señales a) Señal analógica en tiempo continuo  
 b) Señal cuantificada en tiempo continuo c) Señal de datos muestreados d) Señal digital

### 2.9.2 Proceso de muestreo.

El proceso de muestreo de señales en tiempo continuo reemplaza la señal en tiempo continuo por una secuencia de valores en puntos discretos de tiempo. Se emplea siempre que un sistema de control involucra un controlador digital, puesto que son necesarias una operación de muestreo y una de cuantificación para ingresar datos a ese controlador.

### 2.9.3 Sistemas de control digital.



**Figura 6:** Modelo de un sistema de control digital.

- **Muestreador y retenedor.**

Es el circuito que recibe como entrada una señal analógica y mantiene dicha señal en un valor constante durante un tiempo específico.

- **Convertidor analógico-digital (A/D).**

Es la interfaz que convierte una señal analógica en una señal digital. Con frecuencia un circuito de muestreo y retención es una parte integral de un convertidor A/D, la conversión de una señal analógica a digital es una aproximación puesto que la señal analógica puede llegar un número infinito de valores, este proceso de aproximación se llama cuantificación.

- **Convertidor digital analógico (D/A).**

También denominado decodificador, es un dispositivo que convierte una señal digital en una señal analógica.

- **Planta o proceso.**

Una planta es cualquier objeto físico a ser controlado.

- **Transductor.**

Es un dispositivo que convierte una señal de entrada en una señal de salida de naturaleza diferente a la de entrada, tal como los dispositivos que convierten una señal de presión en una salida de voltaje.

### 2.9.4 Transformada Z.

En un sistema de control en tiempo discreto, una ecuación en diferencias lineal caracteriza la dinámica del sistema. Para determinar la respuesta del sistema a una entrada dada, se debe resolver dicha ecuación en diferencias.

Con el método de la transformada Z, las soluciones a las ecuaciones en diferencias se convierten en un problema de naturaleza algebraica. (De la misma forma en que la transformada de Laplace transforma las ecuaciones diferenciales lineales invariantes en el tiempo en ecuaciones algebraicas en s, la transformada z transforma las ecuaciones en diferencias lineales e invariantes en el tiempo en ecuaciones algebraicas en z.)

Las señales en tiempo discreto surgen si el sistema involucra la operación de muestreo de señales en tiempo continuo. La señal muestreada es  $x(0)$ ,  $x(T)$ ,  $x(2T)$ , ... , donde T es el período de muestreo.

La secuencia de números normalmente se escribe como  $x(k)$ , donde el argumento k indica el orden en el que se presentan los números en la secuencia, por ejemplo  $x(0)$ ,  $x(1)$ ,  $x(2)$  . ...

$$X(z) = Z[x(t)] = Z[x(kT)] = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)z^{-k}$$

Para una secuencia de números  $x(k)$ , la transformada  $z$  se define como:

$$X(z) = Z[x(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} x(k)z^{-k}$$

La transformada  $z$  definida mediante las ecuaciones anteriores se conoce como transformada  $z$  unilateral.

El símbolo  $Z$  denota la "transformada  $z$  de". En la transformada  $z$  unilateral se supone que  $x(t) = 0$  para  $t < 0$  o  $x(k) = 0$  para  $k < 0$ . En el que  $z$  es una variable compleja.

## 2.10 Proceso de identificación de sistemas.

Siendo la identificación de sistemas un proceso experimental y en vista de que para nuestro proceso no tenemos a la planta físicamente disponible para aplicar señales y tomar datos, vamos a obtener el modelo matemático de la planta en base a leyes físicas, y nos apoyaremos también de datos obtenidos experimentalmente del proceso real para hacer más fiable el modelado matemático. Al ser un proceso de control de temperatura nos apoyaremos en las leyes de la Termodinámica.

La identificación de sistemas es la obtención de forma experimental de un modelo que reproduzca con suficiente exactitud, para los fines deseados, las características dinámicas del proceso objeto de estudio.

En términos generales, el proceso de identificación comprende los siguientes pasos:

**1. Obtención de datos de entrada - salida.**

Para ello se debe excitar el sistema mediante la aplicación de una señal de entrada y registrar la evolución de sus entradas y salidas durante un intervalo de tiempo.

**2. Tratamiento previo de los datos registrados.**

Los datos registrados están generalmente acompañados de ruidos indeseados u otro tipo de imperfecciones que puede ser necesario corregir antes de iniciar la identificación del modelo. Se trata, por tanto, de 'preparar' los datos para facilitar y mejorar el proceso de identificación.

**3. Elección de la estructura del modelo.**

Si el modelo que se desea obtener es un modelo paramétrico, el primer paso es determinar la estructura deseada para dicho modelo. Este punto se facilita en gran medida si se tiene un cierto conocimiento sobre las leyes físicas que rigen el proceso.

**4. Obtención de los parámetros del modelo.**

A continuación se procede a la estimación de los parámetros de la estructura que mejor ajustan la respuesta del modelo a los datos de entrada-salida obtenidos experimentalmente.

**5. Validación del modelo.**

El último paso consiste en determinar si el modelo obtenido satisface el grado de exactitud requerido para la aplicación en cuestión.

## 2.11 Métodos de identificación.

Existen diversos métodos de identificación, que pueden clasificarse según distintos criterios, dependiendo del tipo de modelo obtenido:

- **Métodos no paramétricos**, que permiten obtener modelos no paramétricos del sistema bajo estudio. Algunos de estos métodos son: análisis de la respuesta transitoria, análisis de la respuesta en frecuencia, análisis de la correlación, análisis espectral, análisis de Fourier, etc.
- **Métodos paramétricos**, que permiten obtener modelos paramétricos. Estos métodos requieren la elección de una posible estructura del modelo, de un criterio de ajuste de parámetros, y por último de la estimación de los parámetros que mejor ajustan el modelo a los datos experimentales.

## 2.12 Técnicas de identificación no paramétrica.

### 1. Identificación no paramétrica en el dominio del tiempo.

Mediante esta técnica de identificación se pretende obtener la respuesta al impulso del sistema, o bien la respuesta al escalón del mismo (pudiendo obtenerse esta última mediante una integración de la primera). Para ello, debe registrarse la evolución temporal de la salida del sistema tras la aplicación de una señal impulso o escalón. Obviamente, la imposibilidad de conseguir este tipo de señales en la práctica lleva a utilizar un método indirecto

para obtener la respuesta impulsiva, conocido como análisis de la correlación.

## **2. Identificación no paramétrica en el dominio de la frecuencia.**

En este caso, el modelo resultante es una representación de la respuesta en frecuencia del sistema, obtenida mediante la aplicación de señales de entrada sinusoidales de distintas frecuencias. Cuando no sea posible aplicar este tipo de entradas, puede recurrirse a la aplicación de un ruido blanco, que permite obtener la respuesta en frecuencia mediante el conocido análisis espectral. Este análisis se basa en la realización de la transformada de Fourier de las funciones de covarianza de la entrada y la salida y la correlación entre la entrada y la salida.

Las principales ventajas de este método son el no requerir un procesamiento complejo de los datos, ni ningún tipo de conocimiento previo sobre la planta, a excepción de que ésta sea lineal. Además, permite concentrar los datos obtenidos en torno al margen de frecuencias de interés. El principal inconveniente es que el modelo resultante no puede usarse directamente para simulación.

### **2.13 Técnicas de identificación paramétrica.**

Los modelos paramétricos, a diferencia de los anteriores, quedan descritos mediante una estructura y un número finito de parámetros que relacionan las señales de interés del sistema (entradas, salida

y perturbaciones). En muchas ocasiones es necesario realizar la identificación de un sistema del cual no se tiene ningún tipo de conocimiento previo. En estos casos, se suele recurrir a modelos estándar, cuya validez para un amplio rango de sistemas dinámicos ha sido comprobada experimentalmente. Generalmente estos modelos permiten describir el comportamiento de cualquier sistema lineal. La dificultad radica en la elección del tipo de modelo (orden del mismo, número de parámetros, etc.) que se ajuste satisfactoriamente a los datos de entrada - salida obtenidos experimentalmente.

### 2.13.1 Tipos de modelos paramétricos.

Generalmente los modelos paramétricos se describen en el dominio discreto, puesto que los datos que sirven de base para la identificación se obtienen por muestreo. En el caso de que se requiera un modelo continuo, siempre es posible realizar una transformación del dominio discreto al continuo.

La expresión más general de un modelo discreto es del tipo:

$$s(t) = \eta(t) + \omega(t)$$

donde  $w(t)$  es el término que modela la salida debida a las perturbaciones,  $h(t)$  la salida debida a la entrada, y  $s(t)$  la salida medible del sistema. Cada uno de estos términos puede desarrollarse de la siguiente forma:

$$\eta(t) = G(q^{-1}, \theta)u(t)$$

$$w(t) = H(q^{-1}, \theta)e(t)$$

$$s(t) = A(q^{-1}, \theta)y(t)$$

Donde  $q^{-1}$  es el operador retardo,  $q$  representa un vector de parámetros,  $u(t)$  y  $e(t)$  son la entrada al sistema y el ruido de entrada al mismo respectivamente e  $y(t)$  es la salida de interés del sistema (que puede no coincidir con la salida medible). Tanto  $G(q^{-1}, \Theta)$  como  $H(q^{-1}, \Theta)$  son cocientes de polinomios del tipo:

$$G(q^{-1}, \theta) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})} = \frac{b_1 \cdot q^{-nk} + b_2 \cdot q^{-nk-1} + \dots + b_{nb} \cdot q^{-nk-nb+1}}{1 + f_1 \cdot q^{-1} + \dots + f_{nf} \cdot q^{-nf}}$$

$$H(q^{-1}, \theta) = \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} = \frac{1 + c_1 \cdot q^{-1} + \dots + c_{nc} \cdot q^{-nc}}{1 + d_1 \cdot q^{-1} + \dots + d_{nd} \cdot q^{-nd}}$$

Y  $A(q^{-1}, \Theta)$  un polinomio del tipo:

$$A(q^{-1}, \theta) = 1 + a_1 \cdot q^{-1} + \dots + a_{na} \cdot q^{-na}$$

El vector de parámetros  $q$  contiene los coeficientes  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $d_i$  y  $f_i$  de las funciones de transferencia anteriores. La estructura genética de estos modelos es por tanto:

$$A(q^{-1})y(t) = G(q^{-1}, \theta)u(t) + H(q^{-1}, \theta)e(t) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}u(t) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(t)$$

Para elegir la estructura de este tipo de modelos hay que determinar el orden de cada uno de los polinomios

anteriores, es decir  $n_a$ ,  $n_b$ ,  $n_c$ ,  $n_d$ ,  $n_f$  y el retardo entre la entrada y la salida  $n_k$ . Una vez elegidos estos valores, sólo queda determinar el vector de coeficientes  $q$  ( $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $d_i$  y  $f_i$ ) que hacen que el modelo se ajuste a los datos de entrada - salida del sistema real.

En muchos casos, alguno de los polinomios anteriores no se incluye en la descripción del modelo, dando lugar a los casos particulares mostrados en la tabla 2.

Tipo de modelo	Condición	Estructura resultante
Modelo ARX	$F(q^{-1})=D(q^{-1})=C(q^{-1})=1$	$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1}) \times u(t) + e(t)$
Modelo Output error OE	$C(q^{-1})=D(q^{-1})=A(q^{-1})=1$	$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})} + e(t)$
Modelo ARMAX	$F(q^{-1})=D(q^{-1})=1$	$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t)$
Modelo Box Jenkins (BJ)	$A(q^{-1})=1$	$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})} + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} e(t)$

**Tabla 2:** Diferentes estructuras de modelos paramétricos.

### 2.13.2 Métodos para ajustes de parámetros.

Una vez elegida la estructura del modelo (tanto el tipo - ARX, ARMAX, BJ, OE...- como los órdenes de cada polinomio), es necesario determinar el valor de los parámetros del mismo que ajustan la respuesta del modelo a los datos de entrada - salida experimentales. Es importante destacar, sin embargo, que esta etapa del proceso de identificación se ve facilitada por la existencia de herramientas software que proporcionan diferentes algoritmos para el ajuste de parámetros. Una de estas herramientas es el Toolbox de Identificación de MATLAB (ver apéndice).

Existen varios métodos o criterios para realizar este ajuste de parámetros, entre los cuales cabe destacar los siguientes:

- **Errores de predicción o residuos de un modelo.**

Todo modelo matemático es capaz de predecir el valor de la salida del sistema en función de las entradas y salidas en instantes anteriores. Se llama error de predicción  $e(t,q)$  a la diferencia entre la salida estimada por el modelo y la salida real del sistema en un determinado instante de tiempo:

$$\varepsilon(t, \theta) = y(t) - y_e(t, \theta)$$

donde  $y_e(t, \theta)$  es la salida estimada por el modelo en el instante  $t$ .

- **Regresión lineal.**

Se dice que una estructura posee regresión lineal cuando la salida estimada puede expresarse como:

$$y_e(t, \theta) = \varphi^T(t) \cdot \theta$$

donde  $\varphi^T(t)$  es un vector columna formado por las salidas y entradas anteriores (conocido como vector de regresión), y  $\theta$  es el vector de parámetros del modelo.

El modelo ARX es un claro ejemplo de estructura con regresión lineal.

- **Método de mínimos cuadrados.**

El principio de los Mínimos Cuadrados indica que los parámetros de un modelo se deben elegir de tal forma que:

*“La suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores de las salidas observadas (reales) y los estimados, multiplicada por factores que midan el grado de precisión sea un mínimo”.*

## **2.14 Consideraciones prácticas sobre identificación.**

### **2.14.1 De la obtención de datos.**

El primer paso dentro del proceso de identificación es realizar algún tipo de experimento sobre el sistema bajo estudio para obtener los datos de entrada-salida que servirán de base para la obtención del modelo final.

Para que el proceso de identificación sea satisfactorio, es necesario que los datos utilizados para tal fin contengan información significativa sobre el sistema. Esto implica un cuidadoso diseño del experimento de adquisición de datos, debiéndose tomar una serie de decisiones respecto a las señales que deben ser medidas, el periodo de muestreo a utilizar, el tipo de entrada más adecuada, el número de datos a almacenar, etc.

#### **1. Elección de las señales a elegir.**

La primera decisión es qué señales se deben registrar (mediante algún tipo de sistema de adquisición y el correspondiente sistema de almacenamiento de datos), y qué señales deben ser manipuladas para excitar al sistema durante el experimento. Se debe tener en cuenta que pueden existir señales que, aunque afecten a la evolución de la salida, no pueden considerarse como entradas debido a la imposibilidad de actuar sobre ellas. En el caso de que estas señales puedan ser medidas, pueden considerarse también como entradas al sistema (midiéndose sus valores durante el

experimento). En caso contrario, deben ser consideradas como perturbaciones.

## **2. Elección del tipo de entrada.**

La/s entrada/s al sistema deben ser cuidadosamente elegidas de forma que los datos recogidos proporcionen toda la información posible sobre el sistema.

Una señal amigable debe:

- Ser tan corta como sea posible.
- No llevar a los actuadores a los límites o exceder las restricciones del movimiento.
- Causar la mínima interrupción a las variables controladas (baja varianza, pequeñas desviaciones al set point).
- La señal de entrada debe contener el mayor número de frecuencias posibles. Por ejemplo, una señal senoidal pura no es adecuada en un experimento de identificación, puesto que sólo se obtendrá la respuesta del sistema para la frecuencia de dicha señal. Por el contrario, las señales escalonadas (con cambios bruscos) son muy utilizadas, puesto que contienen un espectro suficientemente amplio de frecuencias.

Entradas a considerar:

- Escalón simple.

- Pulso simple y doble.
- Ruido blanco Gaussiano y señal aleatoria Binaria (RBS).
- Señal Seudo aleatoria Binaria (PRBS) y señales seudo aleatorias multinivel.
- Entradas multisinusoidales.
- Extensiones multivariable.

### **3. Elección del periodo de muestreo.**

La elección del periodo de muestreo está directamente relacionada con las constantes de tiempo del sistema, y tiene una influencia decisiva en el experimento de identificación. Así, un periodo de muestreo muy pequeño puede llevar a la obtención de datos redundantes, que no aportan información sobre el sistema (pero sí ocupan espacio en la memoria del dispositivo de almacenamiento de datos), mientras que un periodo de muestreo demasiado grande provoca grandes dificultades a la hora de identificar la dinámica del sistema.

Una regla comúnmente usada consiste en escoger una frecuencia de muestreo alrededor de diez veces el ancho de banda del sistema. Esto corresponde aproximadamente a muestrear en torno a cinco u ocho valores del tiempo de subida de la respuesta al escalón del sistema.

#### **4. Elección del número de muestras a tomar.**

En principio, cuanto más información se tenga sobre el sistema, más exacto será el proceso de identificación. En la práctica, el número de muestras a recoger durante el experimento de identificación viene limitado por la capacidad del dispositivo de memoria utilizado. Por tanto, es importante llegar a un buen compromiso en la elección del periodo de muestreo y el número de muestras a tomar.

##### **2.14.2 Del pre tratamiento de los datos.**

Los datos registrados pueden tener deficiencias que implican efectos devastadores en el resto del proceso de identificación, como son las siguientes:

- Presencia de perturbaciones de alta frecuencia, por encima de las frecuencias de interés en la respuesta del sistema.
- Datos claramente erróneos, producidos por fallos en el hardware o software utilizados en el experimento de recogida de muestras.
- Desviaciones, desplazamientos o perturbaciones de baja frecuencia.

A continuación, se verá la forma de tratar cada una de estas deficiencias para conseguir unos datos adecuados para el proceso de identificación.

### **1. Eliminación de perturbaciones de alta frecuencia.**

Estas perturbaciones se producen por fuentes de ruido ajenas al sistema y pueden ser evitadas mediante una correcta elección del período de muestreo. Si, tras el experimento, se observa que el período de muestreo escogido era innecesariamente pequeño (captándose por tanto estas perturbaciones indeseadas), se puede recurrir al diezmado de los datos, para evitar repetir el experimento con un período de muestreo mayor.

### **2. Eliminación de datos erróneos.**

Estos datos suelen presentarse de forma aislada, pero pueden tener un efecto muy negativo en el proceso de identificación. Por tanto, es fundamental eliminarlos antes de iniciar el proceso. Esto se realiza generalmente manualmente, eliminando dicho dato y aproximando su nuevo valor mediante interpolación. Para aplicaciones más avanzadas, existen algoritmos de detección de fallos que permiten corregir estos datos de forma casi automática.

### **3. Tratamiento de valores en continua.**

Las perturbaciones de baja frecuencia, desplazamientos, desviaciones o variaciones periódicas en los datos de entrada-salida pueden causar problemas si no son tratados convenientemente.

Los modelos paramétricos usados para identificación responden a determinadas estructuras, como puede ser la ARX mostrada a continuación:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + e(t) \quad (\text{Ec. 1})$$

Se trata de una ecuación en diferencias que establece una relación lineal entre la secuencia de salida  $y(t)$ , la secuencia de entrada  $u(t)$  y una fuente de ruido  $e(t)$ , siendo  $q^{-1}$  el operador retardo. Este modelo, en principio, debería caracterizar tanto la dinámica del sistema (variaciones en torno a un punto de trabajo), como su respuesta en régimen permanente, es decir, cuando  $u(t)$  e  $y(t)$  se estabilizan en un valor que llamaremos  $u_0$  e  $y_0$  respectivamente.

Para este último caso, la ecuación anterior equivale a:

$$A(1)y_0 = B(1)u_0 \quad (\text{Ec. 2})$$

En la práctica, los valores obtenidos para la identificación ( $y_m(t)$  y  $u_m(t)$ ), se miden en unidades físicas, cuyos niveles pueden ser arbitrarios. Por tanto, una vez encontrados los polinomios  $A(q^{-1})$  y  $B(q^{-1})$  que satisfacen la dinámica del sistema, es muy probable que no cumplan la ecuación que relaciona sus niveles de continua. Y en el caso de que se desee encontrar dos polinomios  $A(q^{-1})$  y  $B(q^{-1})$  que satisfagan simultáneamente la características estáticas y dinámicas del sistema, estos polinomios deben ser de un grado muy superior al realmente necesario para

describir el sistema. Luego se hace necesario aportar una solución a la presencia de niveles de continua en los datos obtenidos para identificación.

Existen distintas vías para solucionar el problema anterior, algunas de las cuales se comentan a continuación:

Si la planta bajo estudio va a trabajar en torno a un punto de trabajo conocido, basta con modelar el comportamiento del sistema en torno a dicho punto de operación. Por tanto, el modelo sólo debe satisfacer las condiciones dinámicas del sistema, no debiendo cumplir la relación (Ec.2). Una vez determinado el punto de trabajo deseado,  $(y_0, u_0)$ , se realiza el siguiente tratamiento sobre los datos de entrada – salida:

$$y(t) = y_m(t) - y_0$$
$$u(t) = u_m(t) - u_0$$

Los nuevos datos de entrada - salida  $y(t)$  y  $u(t)$  representan las desviaciones de los datos originales en torno al punto de equilibrio, y satisfacen simultáneamente las ecuaciones (Ec.1) y (Ec.2). En el caso de la ecuación (Ec.2), ambos miembros de la igualdad se hacen cero, al ser  $(0,0)$  el nuevo punto de equilibrio de los datos.

### **2.14.3 De la validación del modelo.**

En todo proceso de identificación es conveniente probar varias estructuras y diferentes órdenes dentro de cada estructura hasta dar con el modelo que mejor se ajuste a los datos obtenidos experimentalmente de la planta real. En

definitiva, se trata de determinar cuándo un determinado modelo es lo suficientemente exacto para la aplicación requerida, proceso que se conoce habitualmente como validación del modelo.

En general, la mayoría de los métodos de validación tratan de determinar si la respuesta del modelo se ajusta con suficiente exactitud a los datos de entrada-salida obtenidos mediante experimentación. A continuación se exponen algunos criterios típicos a la hora de descartar o elegir unos modelos respecto a otros.

#### **a) Validación en base a la aplicación del modelo.**

Puesto que en la práctica es imposible determinar si un modelo responde exactamente al comportamiento de un sistema real, suele ser suficiente comprobar que el modelo es capaz de resolver el problema para el cual ha sido hallado (simulación, predicción, diseño de un controlador, etc.). Así, por ejemplo, si el controlador que ha sido ajustado por medio del modelo da buen resultado sobre el sistema real, se puede asegurar que el modelo era 'válido' para esta aplicación.

#### **b) Comprobación de parámetros físicos.**

Para una determinada estructura que haya sido parametrizada en función de magnitudes físicas, un método importante de validación consiste en comparar el valor estimado de dichos parámetros y el que sería de esperar mediante el conocimiento previo que se tiene de la planta.

### **c) Coherencia con el comportamiento de entrada-salida.**

Para determinar si el comportamiento de entrada-salida está suficientemente caracterizado, puede ser necesario recurrir a diferentes métodos de identificación y comparar los resultados obtenidos. Por ejemplo, comparando los diagramas de Bode de los modelos obtenidos mediante identificación paramétrica de diferentes estructuras, por el método de variables instrumentales y por análisis espectral, se puede determinar si la dinámica del sistema ha quedado suficientemente caracterizada.

### **d) Reducción del modelo.**

Un procedimiento para determinar si un modelo proporciona una descripción simple y apropiada de un sistema consiste en aplicarle algún método de reducción de modelos. Si una reducción en el orden del modelo no produce alteraciones apreciables en el comportamiento de entrada-salida del mismo, entonces el modelo original era innecesariamente complejo.

### **e) Simulación.**

Un procedimiento muy habitual que puede ser considerado como otra técnica de validación de modelos consiste en simular el modelo con un conjunto de entradas distintas a las utilizadas para identificación, y comparar la respuesta del modelo con la obtenida del sistema real.

**f) Análisis de residuos.**

Se conocen como residuos de un sistema a los errores de predicción obtenidos según la expresión:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(t, \theta) = y(t) - y_e(t, \theta)$$

Siendo  $\theta$  el vector de parámetros del modelo,  $y(t)$  la respuesta real del sistema e  $y_e(t)$  la respuesta estimada por el modelo para la misma entrada.

Idealmente, estos residuos deben ser independientes de la entrada. Si no sucede así, significa que hay componentes en  $\varepsilon(t)$  que proceden de la entrada  $u(t)$ , lo cual a su vez significa que el modelo no es capaz de describir completamente la dinámica del sistema.

Para realizar el estudio anterior, suele comprobarse la correlación entre el error de predicción y la entrada al sistema.

# CAPITULO 3

## DISEÑO DEL MODELO BASE.

Como habíamos indicado en el capítulo previo, para efectuar el análisis de un sistema, es necesario obtener un modelo matemático que lo represente. El modelo matemático equivale a una ecuación matemática o un conjunto de ellas en base a las cuales podemos conocer el comportamiento del sistema.

En muchas ocasiones no se puede hacer la identificación de sistemas por el método experimental, debido a diversos factores, es en estos casos donde podemos hacer una identificación del sistema a partir del modelo matemático base.

### 3.1 Modelado matemático de la planta.

Para describir procesos físicos la termodinámica recurre a un enfoque global de balance energético. En el proceso de germinación de la cebada deseamos saber como la temperatura de salida  $T_S$  responde a cambios en el flujo de agua de entrada  $f_{\text{agua}}$

La condición de equilibrio de los sistemas térmicos establece que el calor administrado a un sistema es igual al calor almacenado por el sistema más el calor liberado por el sistema y mas las pérdidas del sistema.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{energía} \\ \text{entrada} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{energía} \\ \text{salida} \end{array} \right\} - \{ \text{pérdidas} \} = \left\{ \begin{array}{l} \text{energía} \\ \text{acumulada} \\ \text{sistema} \end{array} \right\}$$

Algunas de las consideraciones a tenerse en cuenta para efectuar el balance de energía en este proceso son las siguientes:

### **Transferencia de calor en las paredes.**

Muchas veces se le llama Carga de Fuga, es una medición del calor que fluye a través de las paredes del espacio refrigerado del exterior hacia el interior. Ya que no se dispone de ningún aislamiento perfecto, habrá una cantidad de calor que está pasando del exterior al interior, debido a la diferencia de temperaturas.

Se tienen en cuenta la ganancia de calor a través de todas las paredes incluyendo piso y techo.

$$Q = [Q_{\text{PAREDES}} + Q_{\text{PISO}} + Q_{\text{TECHO}}]$$

$$Q = A * U * (T_{\text{EXT}} - T_{\text{INT}})$$

Donde:

A: Área de la superficie de pared por la cual se efectúa la transferencia de calor.

U: Coeficiente de transmisión de calor en ( $\frac{J}{\text{seg} * m^2 * ^\circ C}$ ).

T<sub>INT</sub>: Temperatura del espacio refrigerado en °C.

T<sub>EXT</sub>: Temperatura exterior en °C.

Q: Ganancia de calor a través de la pared en Joules en un tiempo de 24 horas.

### **Carga del producto.**

Cuando el producto entra al espacio de almacenamiento a temperatura mayor que la que se tiene dentro del espacio refrigerado, el producto cederá calor al dicho espacio hasta la temperatura que se tiene en el espacio. En estos casos, el calor ganado en el espacio, que proviene del producto se calcula por la ecuación:

$$Q_{\text{PRODUCTO}} = m C_e (\Delta T)$$

Donde:

Q: Cantidad de calor cedido por el producto en BTU.

m: Masa del producto en Kilogramos.

Ce: Calor específico del producto arriba o debajo del punto de congelación.

$\Delta T$ : Cambio en la temperatura del producto.

El valor de Ce se obtiene de tablas y es independiente de cada producto y del punto de congelación del producto, esto es, existe un calor específico antes de congelación y otro valor para después del punto de congelación.

### **Calor de respiración.**

Las frutas y los vegetales continúan con vida desde su recolección y siguen sufriendo cambios mientras están almacenadas. Lo más importante de estos cambios son los producidos por la respiración que es un proceso durante el cual, el oxígeno del aire se combina con los carbohidratos en el tejido de la planta dando como resultado la

formación de dióxido de carbono y calor. El calor eliminado es llamado Calor de transpiración y debe ser considerado como una carga.

Dicha carga se calcula con la siguiente fórmula:

$$Q_{\text{RESPIRACIÓN}} = m * \text{Calor de respiración} * 24 \text{ Hr}$$

Donde:

Q: Calor en Joules.

m: Masa del producto.

### **Cambios de aire.**

Al abrirse la puerta del espacio refrigerado, el aire caliente del exterior entra al espacio para reemplazar el aire frío más denso, esto constituye una pérdida en el espacio refrigerado. Lo mismo sucede con fugas.

Es tal vez una de las cargas difíciles de hallar. Cuando se conoce la masa de aire exterior que entra al espacio refrigerado en un periodo de 24 horas, el calor generado dentro del espacio como resultado de los cambios de aire depende de la diferencia de entalpías de las condiciones interiores y exteriores.

### **Cargas varias o suplementarias.**

Las cargas varias a veces llamadas suplementarias, toman en cuenta a varias fuentes de calor. Las principales son producidas por las personas que trabajan en el espacio refrigerado, alumbrado, equipos eléctricos, etc.

Debido a que la finalidad de este trabajo no es adentrarnos en el modelado matemático de procesos sino a la aplicación de la identificación de sistemas a un determinado haremos algunas suposiciones y despreciaremos ciertos efectos para no hacer del modelado el tema principal y más extenso de este documento, así como para mantener manejable el modelo resultante y aun así aproximarse a la realidad física.

He aquí los puntos importantes a considerar para realizar los balances de energía:

1. Para efectuar el balance de energía del proceso de germinación de la cebada en el saladin solo vamos a considerar las pérdidas producidas por el flujo de calor hacia las paredes y el flujo de calor que se produce cuando la cebada respira, los cambios de aire al abrir puertas así como también el calor producido por las luminarias del cuarto térmico las asumiremos despreciables.
2. Como perturbaciones al sistema, o factores externos a nuestro proceso y que no podemos controlar consideraremos al calor producido por el volteador mecánico que separa los granos de la cebada y los cambios de la temperatura externa.
3. Para efectos de hallar la función de transferencia final vamos a plantear ecuaciones en dos puntos principales a) balance de energía en el saladin y b) balance de energía en el radiador.

Como lo indicamos anteriormente, para encontrar la función de transferencia general del proceso vamos a enfocarnos en las ecuaciones de balances de energía en el saladin propiamente, y en el radiador.

### 3.1.1 Balance de energía en el radiador.

$$Q = \dot{m}_{agua} C_{agua} \Delta T = \dot{m}_{aire} C_{aire} \Delta T$$

$$f_{agua} \rho_{agua} C_{e-agua} \Delta T_{agua} = f_{aire} \rho_{aire} C_{e-aire} \Delta T_{aire}$$

$$f_{agua} \rho_{agua} C_{e-agua} (t_{aguasalida} - t_{aguaentrada}) = f_{aire} \rho_{aire} C_{e-aire} (t_{airesalida} - t_{aireentrada})$$

Expresado en variables de desviación tenemos que:

$$F_{agua/aire}(t) = f_{agua/aire}(t) - \overline{f_{agua/aire}}$$

$$T_{aguasalida/aguaentrada}(t) = t_{aguasalida/aguaentrada}(t) - \overline{t_{aguasalida/aguaentrada}}$$

$$T_{airesalida/aireentrada}(t) = t_{airesalida/aireentrada}(t) - \overline{t_{airesalida/aireentrada}}$$

La ecuación en términos de variables de desviación es la siguiente:

$$F_{agua} \rho_{agua} C_{e-agua} (T_{aguasalida} - T_{aguaentrada}) = F_{aire} \rho_{aire} C_{e-aire} (T_{airesalida} - T_{aireentrada})$$

$$F_{agua}(t) * 4186.000 * [(9,77 - 0) - (6,7 - 0)] = 12759,13 * [T_{airesalida}(t) - T_{aireentrada}(t)]$$

$$12.851.020 F_{agua}(t) = 12.759,13 T_{airesalida}(t) - 12.759,13 T_{aireentrada}(t)$$

$$T_{airesalida}(t) = 1007,2 F_{agua}(t) + T_{aireentrada}(t)$$

Donde:

$f_{aire} = 10.41 \text{ m}^3/\text{s}$ , flujo de aire a la salida del ventilador que ingresa al cuarto térmico.

$\rho_{agua} = 1000 \text{ Kg}/\text{m}^3$ , densidad del agua.

$\rho_{aire} = 1.22 \text{ Kg}/\text{m}^3$ , densidad del aire.

$C_{e-agua} = 4186 \text{ J}/\text{Kg}^\circ\text{C}$ , calor específico del agua.

$C_{e-aire} = 1004.64 \text{ J}/\text{Kg}^\circ\text{C}$  calor específico del aire.

### 3.1.2 Balance de energía en el saladin.

Flujo de energía entrada – Flujo de energía salida – Pérdidas =  
Acumulación de energía.

$$f_{aire} \rho_{aire} C_{e-aire} \dot{t}_V - f_{aire} \rho_{aire} C_{aire} \dot{t}_S - (Q_{pared} + Q_{techo} + Q_{piso} + Q_{respir}) = mC \frac{dt_S}{dt}$$

$$10,41 * 1,22 * 1004,64 * \dot{t}_V(t) - 8,1713 * 1,22 * 1004,64 * \dot{t}_S(t) - 53,4521 [t_S(t) - t_{EXT}(t)] - 1334,21 * \dot{t}_S(t) = 139.500.000 \frac{dt_S(t)}{dt}$$

Expresando en variables de desviación tenemos que:

$$T_{ventilador/sensor/ exterior}(t) = t_{ventilador/sensor/ exterior}(t) - \overline{t_{ventilador/sensor/ exterior}}$$

La ecuación de balance de energía en el saladin expresada en términos de variables de desviación es la siguiente

:

$$12759,13 * T_V(t) - 10015,24 * T_S(t) - 53,45 * T_S(t) + 53,45 * T_{EXT}(t) - 1334,21 * T_S(t) = 139.500.000 \frac{dT_S(t)}{dT}$$

$$12759,13 * T_V(t) + 53,45 * T_{EXT}(t) = 139.500.000 \frac{dT_S(t)}{dT} + 11402,9 * T_S(t)$$

Aplicando la transformada de Laplace:

$$12759,13 * T_V(s) + 53,45 * T_{EXT}(s) = 139.500.000s * T_S(s) + 11402,9 * T_S(s)$$

$$T_S(s) = \frac{12759,13}{139.500.000s + 11402,9} * T_V(s) + \frac{53,45}{139.500.000s + 11402,9} * T_{EXT}(s)$$

$$T_S(s) = \frac{1,12}{12233,73s + 1} * T_V(s) + \frac{0,0047}{12233,73s + 1} * T_{EXT}(s)$$

Donde:

$f_{aire} = 10.41 \text{ m}^3/\text{s}$ , flujo de aire a la salida del ventilador que ingresa al cuarto térmico.

$\rho_{aire} = 1.22 \text{ Kg}/\text{m}^3$ , densidad del aire

$C_{e-aire} = 1004.64 \text{ J}/\text{Kg}^\circ\text{C}$  calor específico del aire.

$Q_{pared}$  = Pérdida de calor hacia las paredes.

$Q_{techo}$  = Pérdida de calor hacia el techo.

$Q_{piso}$  = Pérdida de calor hacia el piso.

$Q_{respir}$  = Pérdida de calor producida por la cebada al respirar.

$m$  = Masa total de la cebada dentro del saladin.

### 3.1.3 Balance de energía total.

La función de transferencia general del sistema es entonces:

$$T_S = \frac{1.12}{12233.73s+1} (1007.2F_{agua}(s) + T_{aireentrada}(s)) + \frac{0.0047}{122233.73s+1} T_{EXT}(s)$$

$$T_S(s) =$$

$$\frac{1128.064}{12233.73s+1} F_{agua}(s) + \frac{1.12}{122333.73s+1} T_{aireentrada}(s) + \frac{0.0047}{12233.73s+1} T_{EXT}(s)$$

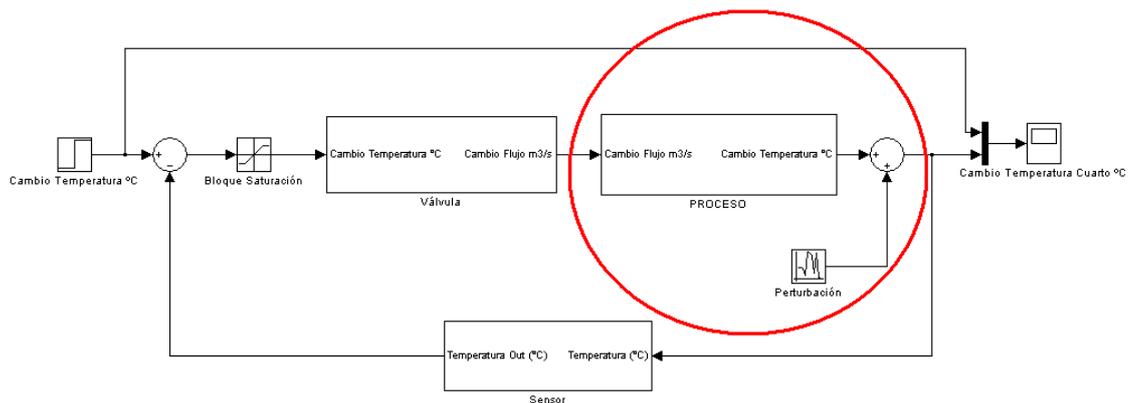
Entonces la ecuación que describe la dinámica del proceso considerando las perturbaciones debidas a los cambios de temperatura externa y la que entra al ventilador es la siguiente:

$$T_S(s) = \frac{-1128.064}{12233.73s + 1} F_{agua}(s) + e_{PERTURBACIÓN}(s)$$

### 3.2 Simulación y pruebas previas a la identificación de la planta.

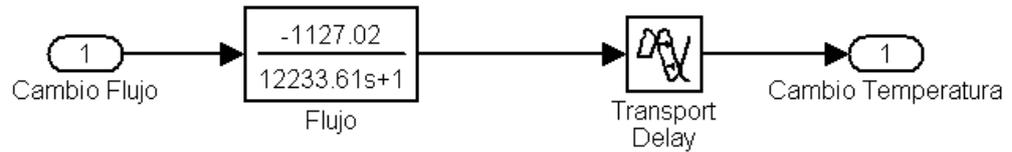
Luego de que ya tenemos nuestro modelo matemático del proceso hacemos uso de la herramienta Simulink de MATLAB para simular el proceso y hacer las pruebas correspondientes.

Simulink es una plataforma para simulación y diseño basado en modelos de sistemas dinámicos y embebidos. Proporciona un entorno gráfico interactivo y un conjunto de librerías de bloques personalizables que permiten diseñar, simular, implementar y probar una gran variedad de sistemas con variación temporal, entre los que se incluyen sistemas de comunicaciones, control, procesamiento de señales, video e imagen.



**Figura 7:** Modelo de la planta real simulado en Simulink.

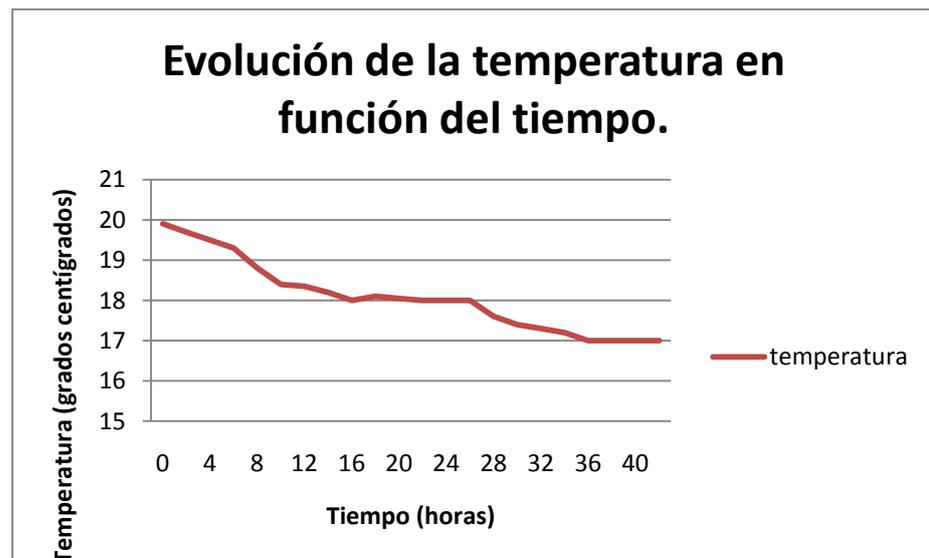
El bloque proceso es un bloque embebido que contiene la función de transferencia que describe la dinámica del proceso representada en la figura 8.



**Figura 8:** Modelo en Simulink de la función de transferencia del proceso.

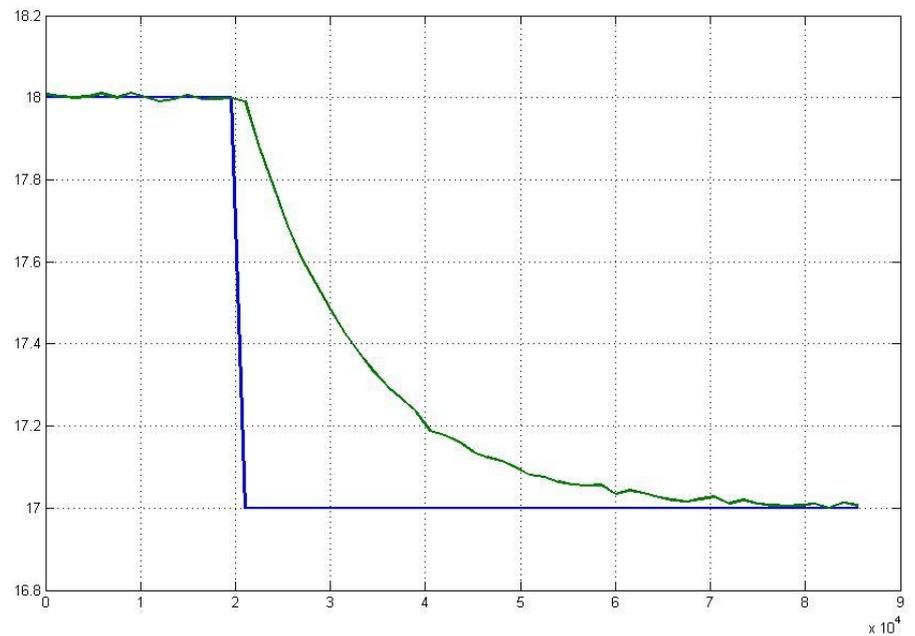
### 3.3 Validación de la respuesta en base al modelo matemático obtenido comparándolo con el proceso real.

En la figura 9 se registra una gráfica de los cambios de la temperatura en función del tiempo para el proceso real.



**Figura 9:** Evolución de la temperatura en función del tiempo en el proceso real.

Paralelamente en la figura 10 tenemos la gráfica de temperatura versus tiempo obtenida por simulación.



**Figura 10:** Evolución de la temperatura en función del tiempo en el proceso simulado.

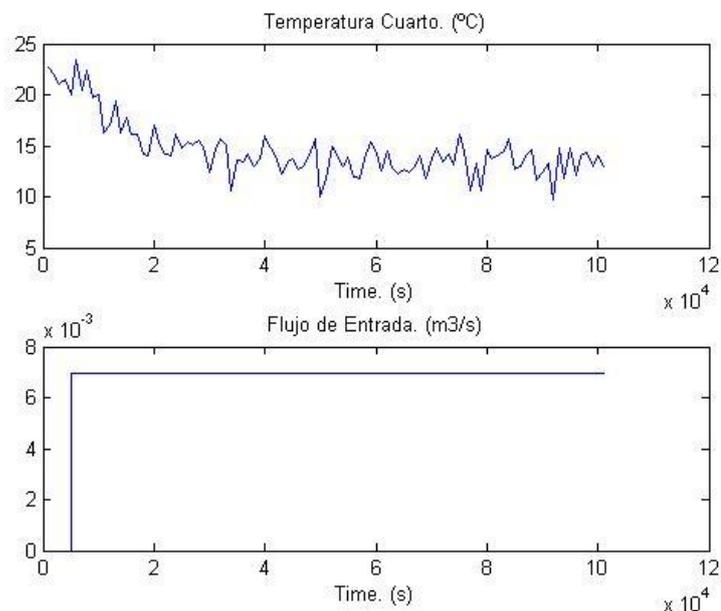
Comparando las gráficas de la temperatura en función del tiempo del proceso real (figura 9) con las de proceso simulado (figura 10), vemos que para el tiempo que dura nuestro experimento, la salida de nuestro sistema simulado registra la misma forma de onda que la salida del proceso real, y se registran valores de temperatura similares que fluctúan entre los 18 y 17 grados centígrados. Con esto nos damos cuenta de que los datos obtenidos por simulación están bastante cercanos a los datos del proceso real.

## IDENTIFICACIÓN Y VALIDACIÓN.

### 3.4 Proceso de identificación.

El proceso de identificación consta de una serie de pautas y decisiones con el objeto de que el modelo final sea representativo del modelo identificado.

En la identificación de sistemas es de vital importancia la señal que se utiliza para excitar al sistema en estudio, en concreto, ésta debería ser rica en las frecuencias en las que se desea identificar el modelo. Del proceso sabemos que tiene una dinámica lenta, ya que hemos consultado el tiempo de estabilización de la planta real y porque hemos determinado una aproximación de la constante del tiempo de nuestro modelo matemático mediante un cambio en la entrada del mismo.



**Figura 11:** Gráfico de la entrada y salida del proceso modelada en Simulink.

La constante de tiempo aproximada para nuestro proceso es de 3.8 horas. La aplicación de la señal escalón nos sirve solamente para tener una idea de cuánto se demora el proceso en estabilizarse, ésta no debe ser considerada para la identificación de un sistema, ya que no cumple con las características suficientes para la identificación. Las características de una señal de entrada para lograr una exacta identificación de un sistema son:

- Su espectro de frecuencia abarque las frecuencias en las que nuestro proceso trabaje.
- La relación Señal-Ruido sea la más alta posible.
- La duración de la señal de prueba sea lo más corta posible.
- No sature las variables involucradas en el proceso.

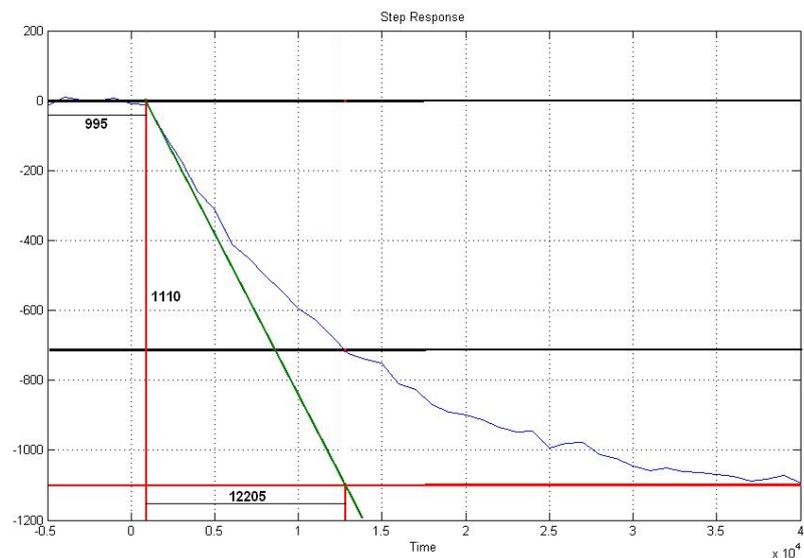
### **3.5 Identificación no paramétrica del sistema.**

Entrando en materia de identificación, primero realizaremos una identificación no paramétrica con el fin de conocer características importantes de la dinámica de nuestro proceso tales como: la constante de tiempo, el tiempo muerto, la ganancia de estado estacionario y la relación que existe entre la variable de entrada y de salida. Para la identificación no paramétrica utilizaremos el método de análisis de correlación y el método de análisis espectral.

En el análisis de correlación veremos la respuesta del proceso a una entrada escalón, del cual podremos obtener las características del proceso antes mencionadas, mientras que el método de análisis espectral nos servirá para ver el rango de frecuencias en la cual nuestro sistema trabaja, además de las características ya citadas.

### 3.5.1 Análisis de correlación.

En el análisis de correlación comprobamos que la dinámica del proceso es lenta, cuya constante de tiempo es 12205 segundos, con una ganancia de estado estacionario de 1110, y un tiempo muerto de 995 segundos.

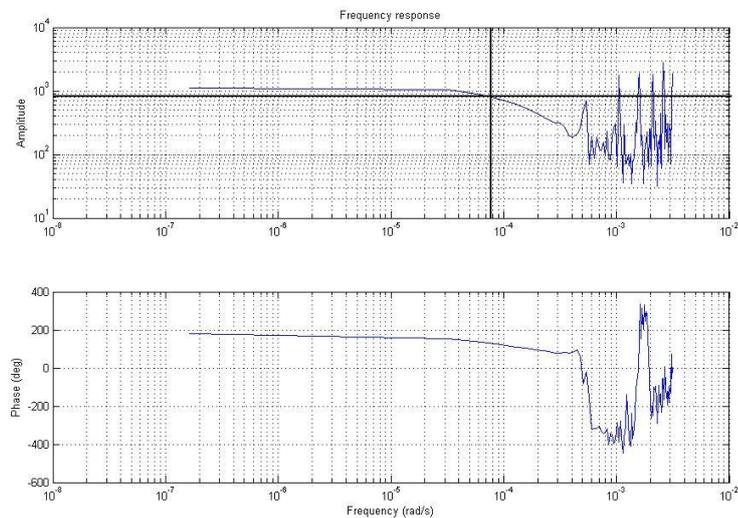


**Figura 12:** Representación de la respuesta al escalón del sistema.

### 3.5.2 Análisis espectral.

Aquí podemos comprobar que dentro del rango de frecuencia del análisis espectral se encuentra nuestra frecuencia de interés, dándonos las pautas para mejorar el diseño de nuestra señal de entrada amigable. Del análisis espectral podemos encontrar también características del proceso tales como, la ganancia de estado estacionario, la constante de tiempo, tiempo muerto y relación de la señal de entrada con la

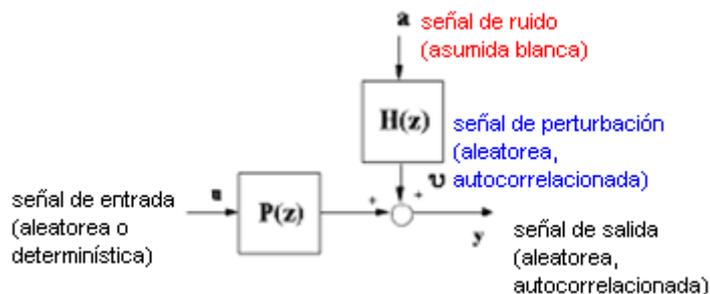
de salida, que los podríamos verificar con el análisis de correlación previo.



**Figura 13:** Representación de la respuesta de frecuencia del sistema.

### 3.6 Identificación paramétrica del sistema.

Con los dos métodos anteriormente citados hemos conocido características importantes del proceso. Ahora haciendo uso de lo que conocemos hasta ahora de la planta vamos a determinar una estructura para nuestro modelo, esta estructura deberá relacionar la entrada del proceso con la salida del mismo y con las perturbaciones, como lo indica la figura 14.



**Figura 14:** Estructura para la identificación de sistemas.

En la identificación de sistemas es de vital importancia la señal que se utiliza para excitar al sistema en estudio, en concreto, ésta debería ser rica en las frecuencias en las que se desea identificar el modelo. En este trabajo se opta por utilizar una señal PRBS, ésta señal posee dos valores, por lo tanto tiene una amplitud acotada, tiene un espectro de potencia más rico que otras señales usadas en identificación.

### **Características de la señal PRBS.**

Sus propiedades de auto correlación y correlación cruzada, se asemejan a las del ruido blanco.

- $T_{sw}$  es el tiempo mínimo entre cambios en el nivel de la señal y es un entero múltiplo del tiempo de muestreo  $T$ .
- Se puede diseñar para concentrar su "potencia" en la banda de frecuencias de interés.
- Se puede realizar a más bajas relaciones señal a ruido, comparada con respuestas al escalón o impulso.

Será necesario tener en cuenta: periodo de muestreo, numero de muestras a tomar, numero de registros en PRBS, tiempos de conmutación, amplitud y duración de la señal.

### **3.6.1 Diseño de la entrada PRBS.**

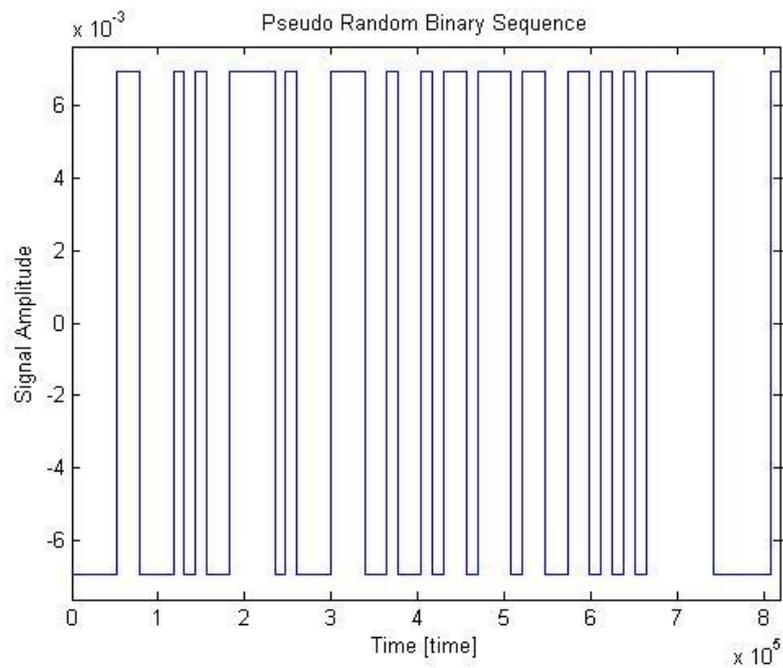
Sabemos que nuestro proceso debe ser excitado alrededor de frecuencias bajas, por lo que la frecuencia de la señal PRBS debe satisfacer éste requerimiento. Otro de los requerimientos es que la relación Señal-Ruido sea la más alta posible, esto con el objetivo de reducir la presencia del ruido en los datos que van a ser analizados, para esto la magnitud de la señal de entrada debe ser también lo más alta posible, tomando en cuenta no llevar a saturación a las variables del proceso.

Teniendo en cuenta que la señal de entrada debe tener una duración corta para que cumpla los requisitos de una señal amigable, y a la vez abarque información importante para el proceso, considerando que la prueba se pueda implementar en el menor tiempo posible y para no saturar los dispositivos de memoria. Teniendo estas consideraciones presentes, y sin olvidarnos que este proceso tiene una dinámica lenta, hemos considerado que la prueba de identificación tomará aproximadamente 9 días.

La constante de tiempo del proceso es aproximadamente 3.8 horas, la cuál será usada en el diseño de la entrada. La amplitud máxima escogida para el proceso es de 0.00694 m<sup>3</sup>/s, con esto nos aseguramos estar dentro de los límites permitidos.

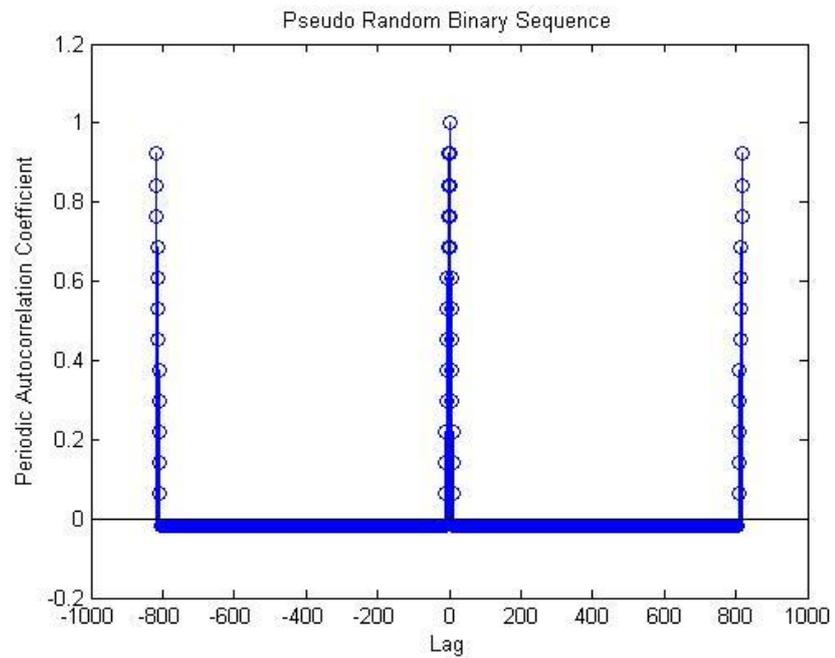
Una vez diseñada la entrada con las condiciones antes mencionadas podemos hacer el análisis de autocorrelación y

espectral a la señal de entrada para confirmar si es amigable o no con el proceso.



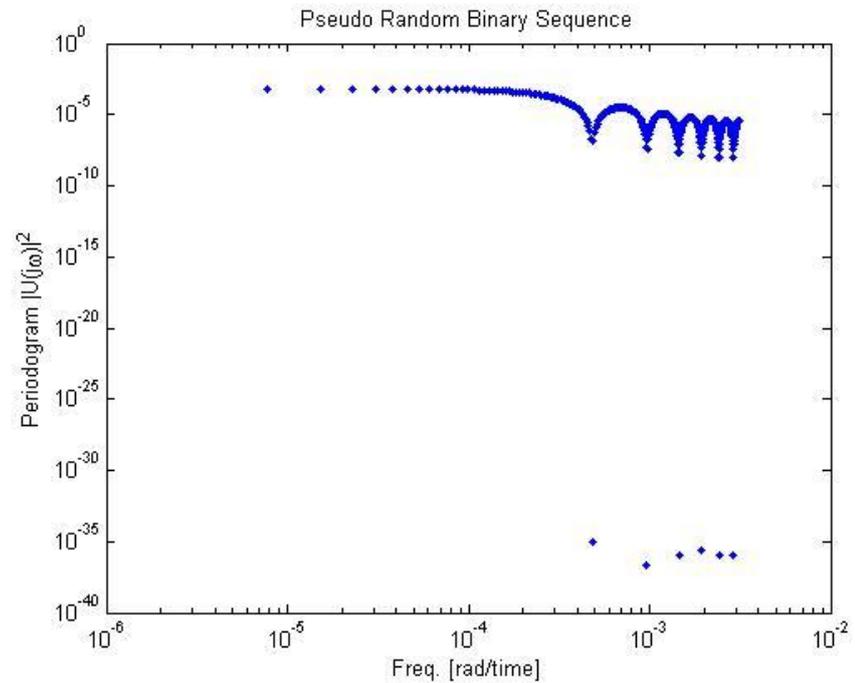
**Figura 15:** Amplitud de la señal PRBS versus tiempo.

Una de las propiedades de la señal PRBS es que el resultado de su análisis de auto-correlación es idéntico al de ruido blanco, lo que nos garantiza un barrido alrededor de las frecuencias de interés, además de que su media es cero y posee una varianza constante.



**Figura 16:** Análisis de autocorrelación de la señal de entrada.

Con el análisis espectral podemos confirmar que nuestra entrada considera las frecuencias con las que trabaja nuestro proceso.

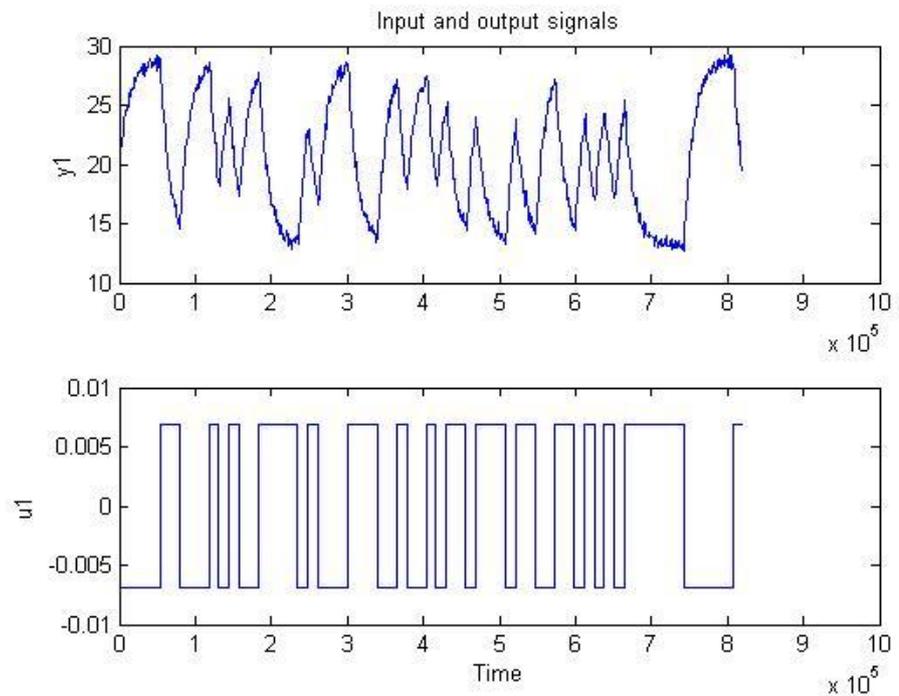


**Figura 17:** Periodograma de la señal de entrada.

En la figura 15 vemos que la señal de entrada posee componentes de frecuencia que van desde 0.000008rad/s hasta 0.000214rad/s, rango dentro del cual se encuentra la frecuencia de nuestro proceso.

Una vez diseñada la entrada con las características necesarias para una identificación amigable, vamos a excitar a nuestro proceso con esta señal. La respuesta del proceso se presenta en al figura 18.

### Respuesta del sistema.



**Figura 18:** Gráficas de la señal de entrada y la salida del sistema.

Podemos observar en la figura 18 que, tanto la temperatura del cuarto (variable controlada) como el flujo de entrada al proceso (variable manipulada) mantienen su magnitud dentro de los límites del proceso, evitando así saturar las variables.

#### 3.6.2 Obtención y tratamiento previo de los datos.

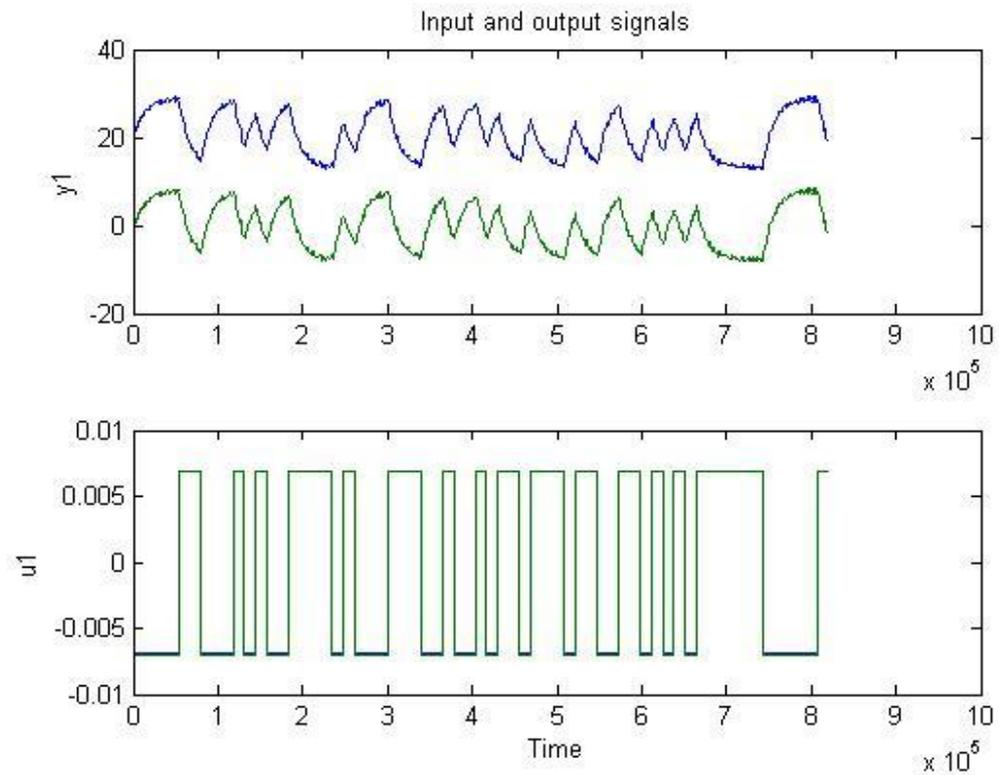
Al no disponer físicamente de la planta para obtener los datos mediante una tarjeta de adquisición, los datos para la identificación los obtendremos de nuestra simulación en Simulink.

Matlab dispone actualmente de un gran número de funciones repartidas en diferentes “toolboxes” para la identificación y optimización de funciones.

Luego de tener nuestros datos en el Workspace de MATLAB, podemos hacer uso de una de las herramientas de MATLAB llamada “ident”.

La toolbox Ident de Matlab, para la identificación de sistemas proporciona un conjunto de funciones, y un atractivo entorno gráfico para realizar estimación e identificación.

Una vez importados los datos al Ident, vamos a destinar el 50% de ellos para la identificación y los restantes 50% los usaremos para la validación de los modelos. Previo al análisis de cada uno de los modelos se debe realizar un tratamiento de los datos para eliminar tendencias o componentes de continua, lo cual facilita la identificación, el ident nos da las herramientas para realizar este tipo de operaciones.



**Figura 19:** Graficas de la señal de entrada y la salida del sistema con los datos tratados.

Otra de las consideraciones a tomarse en cuenta es el eliminar gran contenido de las perturbaciones de alta frecuencia, ya que nuestro proceso no las necesita y además si consideramos todos los componentes de la perturbación en la identificación del proceso tendríamos que pensar en tiempos mucho mayores para las pruebas, así como también equipos de almacenamiento de datos con mayor capacidad de memoria y velocidad. Para esto escogemos un periodo de muestreo tal que se considere la menor cantidad posible de componentes de alta frecuencia de las perturbaciones, pero a su vez que, éste periodo de muestreo sea suficiente para disponer de

información importante del comportamiento del proceso. En base a ello, hemos seleccionado un tiempo de muestreo de 1000 segundos.

De la respuesta al Step del análisis de correlación podemos ver que el sistema puede ser de primer orden o segundo orden (críticamente amortiguado o sobreamortiguado). Esto lo confirmaremos mas adelante cuando se hagan las validaciones con los modelos.

### **3.6.3 Elección del tipo y estructura del modelo.**

Luego de un sinnúmero de pruebas con varias estructuras de modelos específicamente con la ARX, OE y FIR hemos elegido trabajar con la estructura OE.

#### **3.6.3.1 Elección de los parámetros del modelo OE.**

El orden escogido para el parámetro  $n_k$  (tiempo muerto) es 2, esto quiere decir que el proceso tiene un retardo de una vez el tiempo de muestreo.

El orden de los parámetros  $n_b$  y  $n_f$  se escoge bajo porque resultaron suficientes para conseguir una buena estimación del proceso, quedando así la estructura OE (112).

La forma general de este modelo es la siguiente:

$$y(t) = \frac{B(q)}{F(q)} \cdot u(t) + e(t)$$

Donde:

$$B(q) = -88.66q^{-2}$$

$$F(q) = 1 - 0.9214q^{-1}$$

La ecuación en diferencias que relaciona a la salida con la entrada y el error es la siguiente:

$$y(t) = \frac{-88.66q^{-2}}{1 - 0.9214q^{-1}} \cdot u(t) + 0.3241 \cdot e(t)$$

Al hacer la transformada z a la ecuación anterior, nos queda:

$$y(t) = \frac{-88.66}{z^2 - 0.9214z} \cdot u(t) + 0.3241 \cdot e(t)$$

### 3.6.3.2 Elección de los parámetros del modelo ARX.

El orden escogido para el parámetro  $n_k$  (tiempo muerto) es 2, esto quiere decir que el proceso tiene un retardo de una vez el tiempo de muestreo.

El orden de los parámetros  $n_b$  y  $n_f$  los escogeremos bajos, al igual que el del modelo OE, quedando los parámetros de la estructura de la siguiente forma: ARX(112)

La forma general de este modelo es la siguiente:

$$y(t) = \frac{B(q)}{A(q)} \cdot u(t) + \frac{1}{A(q)} \cdot e(t)$$

Donde:

$$A(q) = 1 - 0.9158q^{-1}$$

$$B(q) = -90.66q^{-2}$$

La ecuación en diferencias que relaciona a la salida con la entrada y el error es la siguiente:

$$y(t) = \frac{-90.66q^{-2}}{1 - 0.9158q^{-1}} \cdot u(t) + \frac{0.445}{1 - 0.9158q^{-1}} \cdot e(t)$$

Al hacer la transformada z a la ecuación anterior, nos queda:

$$y(t) = \frac{-90.66}{z^2 - 0.9158z} \cdot u(t) + \frac{0.445z}{z - 0.9158} \cdot e(t)$$

### 3.6.3.3 Elección de los parámetros del modelo FIR.

El orden escogido para el parámetro nk (tiempo muerto) es 2, esto quiere decir que el proceso tiene un retardo de una vez el tiempo de muestreo.

El orden del parámetro nb los escogeremos de acuerdo a la relación  $nb > 3 \cdot (\tau) / (\text{Tiempo de muestreo})$ , quedando los parámetros de la estructura de la siguiente forma: ARX(0392)

La forma general de este modelo es la siguiente:

$$y(t) = \frac{B(q)}{1} \cdot u(t) + e(t)$$

Donde:

$$B(q) = -88.23q^{-2} + \dots - 14.74q^{-39} - 24.18q^{-40}$$

Quedando de la siguiente forma en ecuaciones de diferencias:

$$y(t) = [-88.23q^{-2} + \dots - 14.74q^{-39} - 24.18q^{-40}]u(t) + 0.3624 \cdot e(t)$$

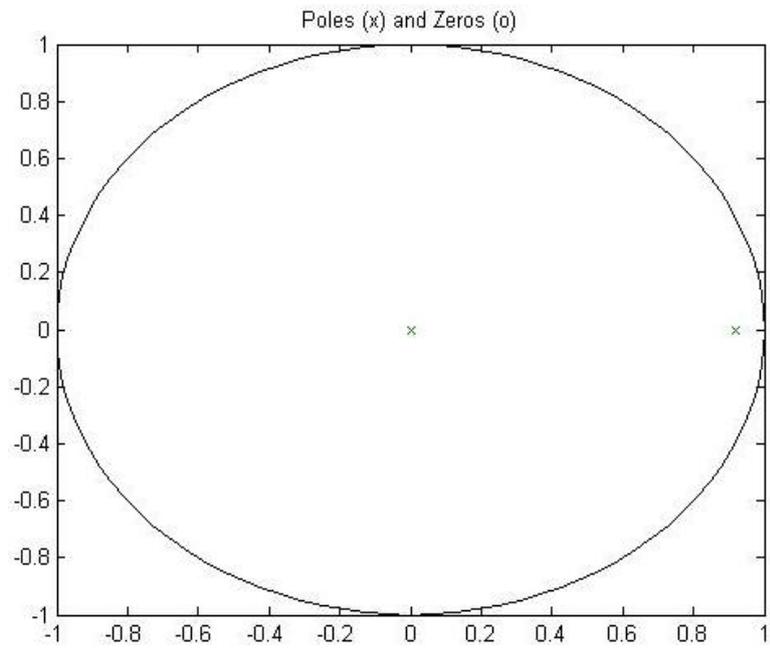
Si hacemos la transformada z a la ecuación anterior, nos queda:

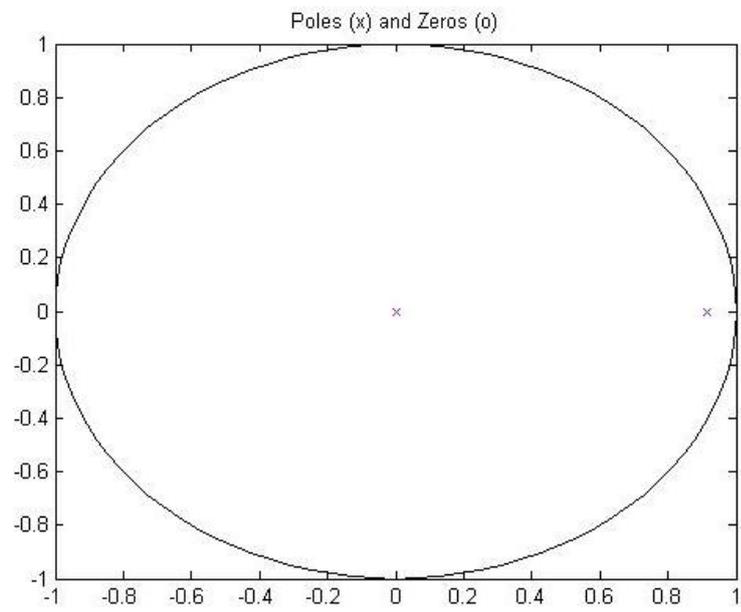
$$y(t) = (-88.23z^{38} + \dots - 14.74z - 24.18z^{40})u(t) + 0.3624e(t)$$

### 3.7 Validación de los modelos.

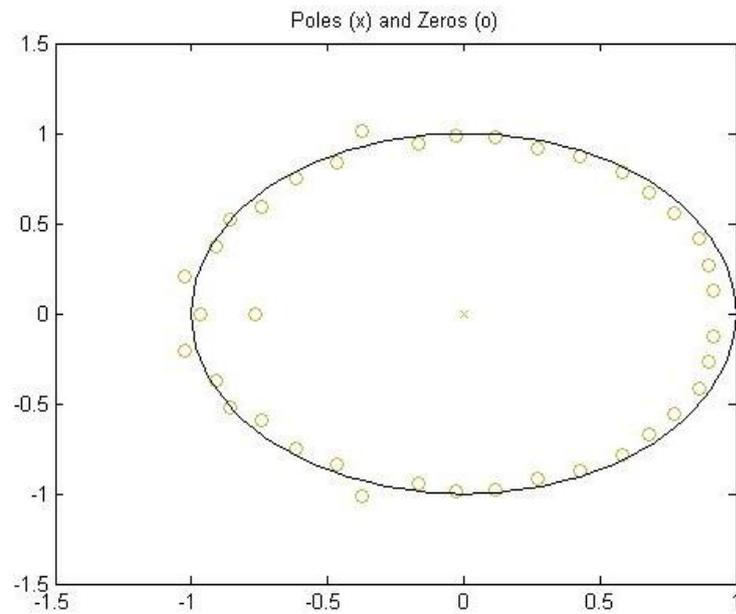
#### 3.7.1 Análisis de polos y ceros. Modelos OE, ARX y FIR.

Antes que nada, hacemos una representación gráfica de los polos y los ceros de los modelos candidatos con el objetivo de observar si se puede reducir el orden de los parámetros de los modelos. Si observamos que hay una superposición de un polo y un cero, estos se pueden simplificar y así reducir el orden de los parámetros de los modelos sin alterarse las características de este.

**Gráficos de polos y ceros del modelo OE (112).****Figura 20:** Polos y ceros modelo OE (112).

**Gráficos de polos y ceros del modelo ARX (112).****Figura 21:** Polos y ceros modelo ARX (112).

### Gráficos de polos y ceros del modelo FIR/ARX (0392).



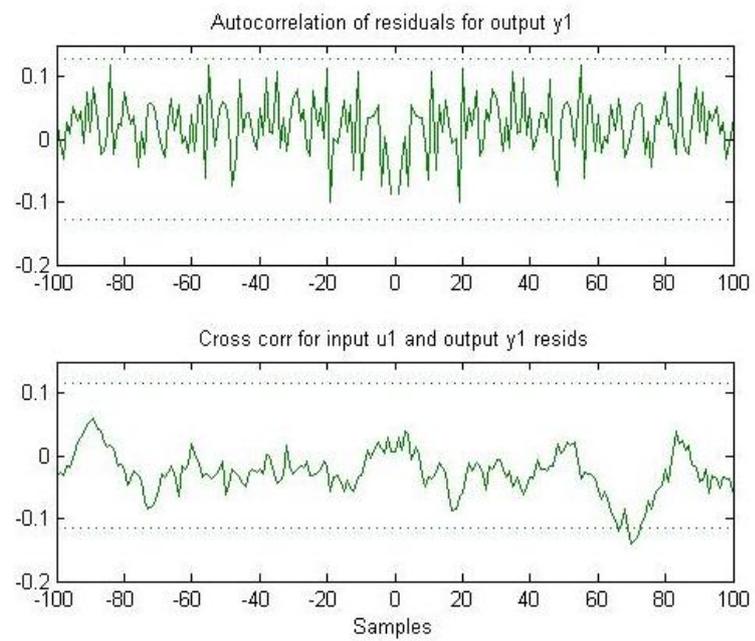
**Figura 22:** Polos y ceros modelo FIR / ARX (0392).

Vemos que en los tres modelos ninguno tiene al menos un polo y un cero en el mismo lugar, por lo que no se puede hacer una reducción en el orden de los modelos.

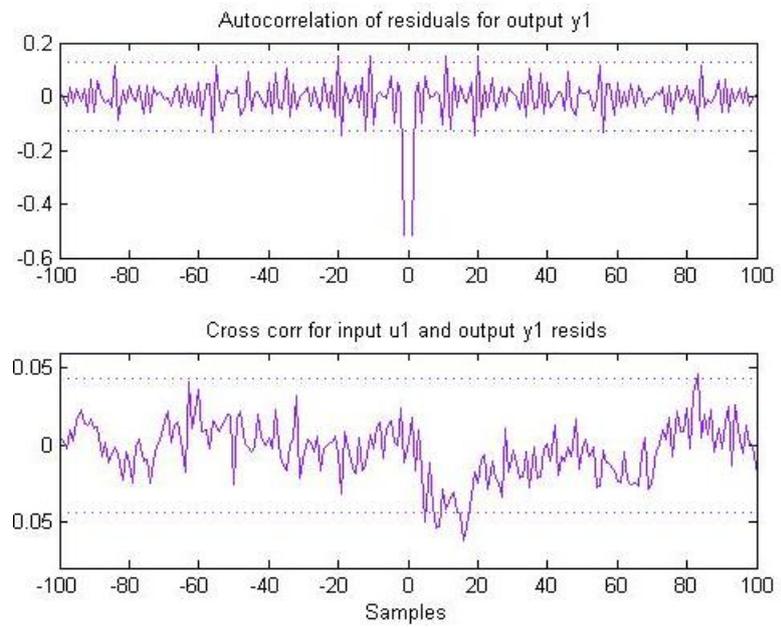
### 3.7.2 Análisis de residuos. Modelos OE, ARX y FIR.

Otro método de validación es el análisis de residuos, en este método los términos de la correlación entre la entrada y el error de predicción deben ser lo más cercanos a cero, lo que nos indica que estos residuos son independientes de la entrada y por lo tanto el modelo será tanto más exacto. Si no sucede así, significa que hay componentes en  $e(t)$  que proceden de la entrada  $u(t)$ , lo cual a su vez significa que el modelo no es capaz de describir completamente la dinámica del sistema.

Si existe algún término de la correlación que sea considerablemente distinto de cero para un valor  $t_0$ , esto indica que el término  $u(t-t_0)$  debería ser incluido en el modelo. Éste es un buen método para ajustar el orden más apropiado de la estructura del modelo.

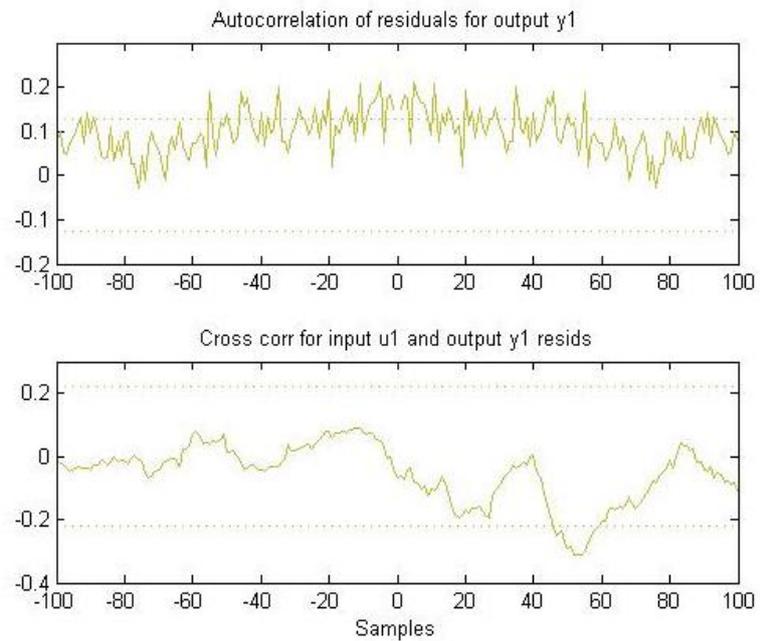
**Análisis de residuos en el modelo OE.****Figura 23:** Análisis de residuos en el modelo OE.

### Análisis de residuos en el modelo ARX.



**Figura 24:** Análisis de residuos en el modelo ARX.

### Análisis de residuos en el modelo FIR.



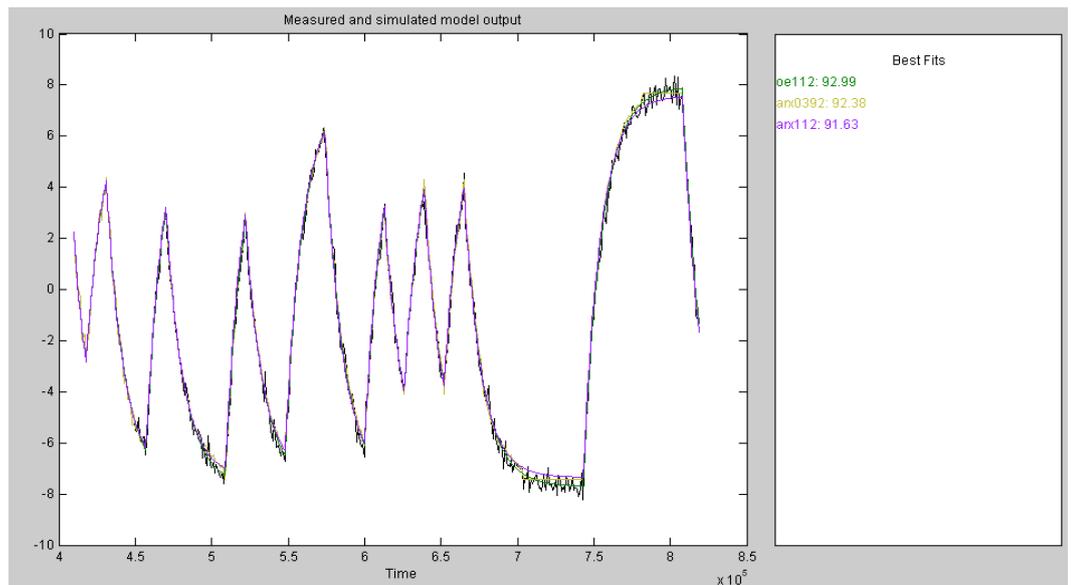
**Figura 25:** Análisis de residuos en el modelo FIR.

En los gráficos del modelo OE y ARX vemos que los términos de correlación están más cercanos a cero que los términos de correlación del modelo FIR. Este no necesariamente sería un motivo para descartar el modelo FIR, se deben considerar otras razones por la cual un modelo es o no candidato para identificación.

Una de las razones por las que se podría descartar el FIR es que su estructura y parámetros no son parecidos a un proceso de primer o segundo orden (críticamente amortiguado o sobreamortiguado) como es el caso de nuestro proceso real.

### 3.7.3 Análisis de las salidas. Modelos OE, ARX y FIR.

Otro análisis de validación, el (MODEL OUTPUT) sirve para ver las respuestas de cada modelo y compararlas con la respuesta real.



**Figura 26:** Análisis de las salidas de los modelos OE, ARX y FIR.

Con éste análisis podemos ver que las tres tipos de modelos tienen una buena estimación del modelo, pero el software nos señala que el modelo OE tiene el “best fit”, o “mejor ajuste” con lo que concluimos que el modelo que mejor estima nuestro modelo real es el OE.

### 3.8 Comparación de las funciones de transferencias real con las obtenidas de la identificación paramétrica.

Solo para efectos de demostración y no siendo esta una de las consideraciones a tomarse en cuenta para validar si un modelo es satisfactorio o no vamos a comparar los posibles candidatos para la identificación con el modelo de la planta original con el objetivo de demostrar que se han estimado dos modelos que describen correctamente la dinámica de nuestro proceso real, la estructura y parámetros de la planta real y también las perturbaciones.

#### 3.8.1 Modelo Original de la planta.

De nuestra función de transferencia original sacada de los balances de energías previas más la inclusión del retardo (tiempo muerto) y el ruido, tenemos nuestra función de transferencia que describe la dinámica del sistema real mostrada a continuación:

$$y(s) = \frac{0.09212s - 0.00018424}{s^2 + 0.00208s + 1.63 * 10^{-7}} u(s) + e(t)$$

#### 3.8.2 Aproximación de la función de transferencia del sistema mediante el modelo OE.

Tomando la transformada de Laplace del modelo OE antes visto tenemos lo siguiente:

$$y(s) = \frac{-46.14s^2 + 0.1846s - 0.0001846}{s^2 + 0.002082s + 1.637 * 10^{-7}} u(s) + 0.3241e(t)$$

### 3.8.3 Aproximación de la función de transferencia del sistema mediante el modelo ARX.

De igual manera tomando la transformada de Laplace del modelo ARX tenemos lo siguiente:

$$y(s) = \frac{-47.32s^2 + 0.1893s - 0.0001893}{s^2 + 0.002088s + 1.759 \cdot 10^{-7}} u(s) + \frac{0.2323s + 0.0004646}{s + 8.793 \cdot 10^{-5}}$$

Algo que puede rescatarse y que le da bastante fiabilidad al proceso de obtención de modelos con el System Identification Toolbox es el ver que en nuestro modelo matemático base no se incluye un modelo matemático para las perturbaciones, es decir en que estas se suman directamente a la salida del proceso y el modelo OE identificado describe esta misma estructura, mientras que el modelo ARX incluye un modelo matemático para las perturbaciones.

Al ver las funciones de transferencia, vemos que los modelos tienen una estimación muy aproximada de la dinámica, de la estructura y de los parámetros. Pero el factor determinante para tomar la decisión ya nos los indicó previamente el análisis del Model output en el System Identification Tools.

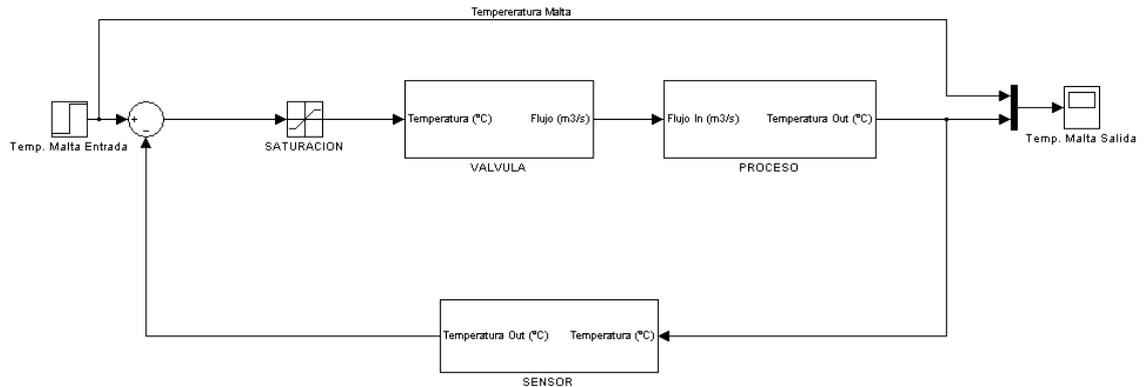
## CAPITULO 4

### **DISEÑO DEL CONTROLADOR.**

En los capítulos anteriores habíamos hecho los análisis para el sistema en lazo abierto, en el presente capítulo haremos un análisis del mismo sistema pero en lazo cerrado. La característica primordial de los sistemas en lazo cerrado es el hecho que la variable de salida o controlada, regresa o retroalimenta la entrada, con lo que se logra comparar continuamente el error existente entre la referencia o consigna y esta variable controlada.

La ventaja de comparar continuamente la variable controlada y el punto de consigna, es el hecho que se pueden tomar diferentes acciones correctivas según sea el error o diferencia entre estas variables.

Para el sistema continuo de nuestro proceso, mostrado en la figura 27 se desea diseñar un controlador discreto. Para esto primero vamos a diseñar un controlador continuo para el proceso y luego discretizarlo, pero antes de diseñar el controlador continuo vamos a volver a revisar y determinar ciertas características de estabilidad en lazo abierto.



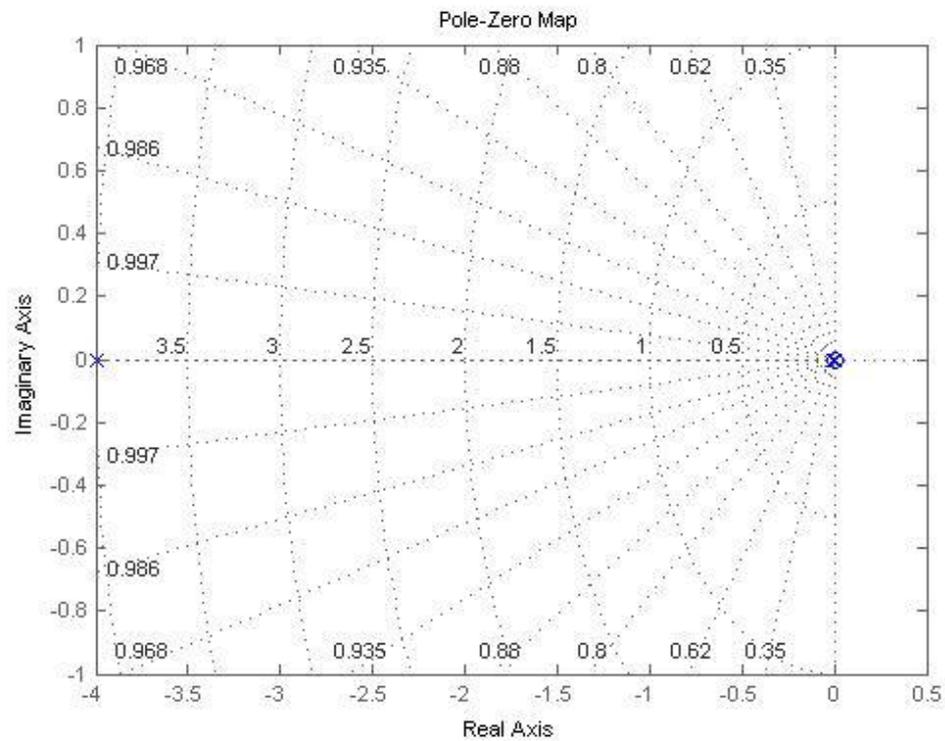
**Figura 27:** Modelo en Simulink del proceso con realimentación.

#### 4.1 Análisis del sistema en lazo abierto.

Para el sistema continuo se desea diseñar un controlador discreto. Para esto primero vamos a diseñar un controlador continuo para el proceso y luego discretizarlo, pero antes de diseñar el controlador continuo vamos a determinar características de estabilidad en lazo abierto.

##### 4.1.1 Gráficos de polos y ceros.

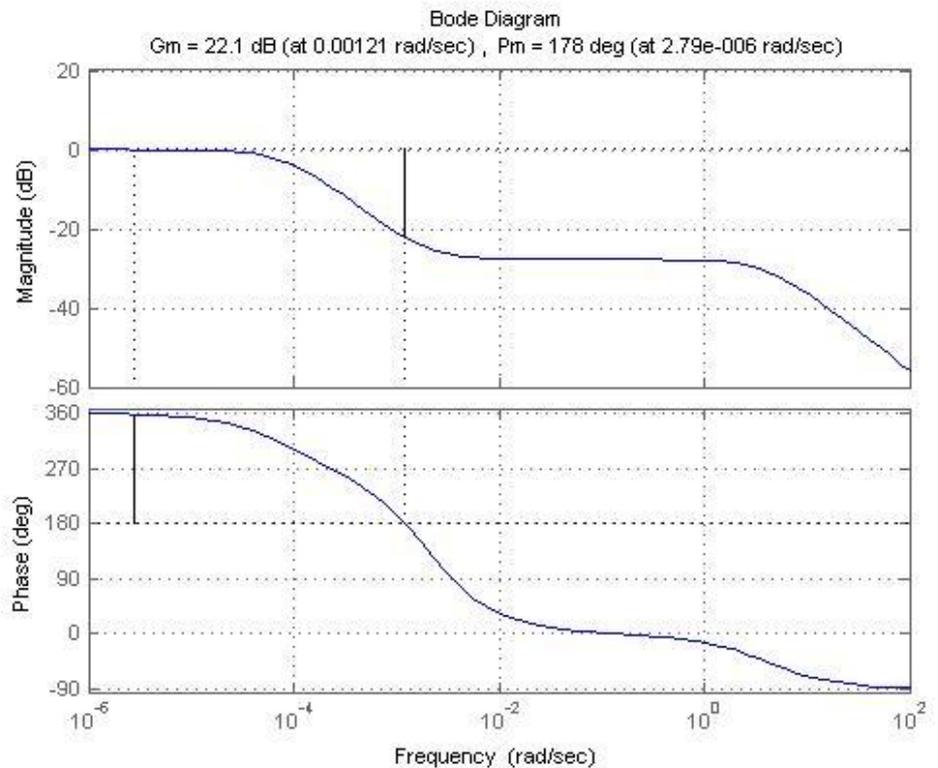
En la figura 28 vemos que nuestro sistema es de fase mínima, o que no posee raíces o polos en el semiplano derecho del plano complejo excepto en  $s=0$ .



**Figura 28:** Polos y ceros en lazo abierto.

#### 4.1.2 Diagramas de Bode.

Ahora seguiremos el análisis, realizando el diagrama de bode en lazo abierto, con esto determinaremos el grado de estabilidad que posee actualmente.



**Figura 29:** Diagrama de Bode del sistema en lazo abierto.

Los márgenes de ganancia y fase se indican a continuación:

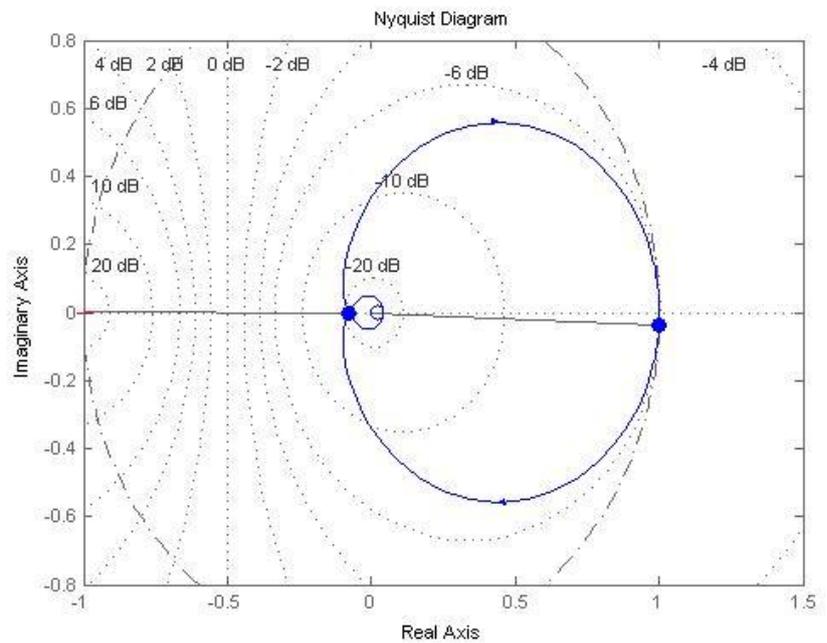
Margen de ganancia = 22.1 dB. a 0.00121 rad/seg

Margen de fase = 178 deg. a 2.79e-6 rad/seg

La Interpretación que se puede dar a estos márgenes, es que se puede añadir una ganancia de 22.1 dB. (Sin añadir fase), antes de que el sistema se convierta en inestable, o que podemos añadir una fase de 178 deg (sin añadir ganancia a la planta), antes de que el sistema se vuelva inestable.

### 4.1.3 Diagrama de Nyquist.

En el diagrama de Nyquist de la figura 30 se confirma que el margen de ganancia es 22.1 db y el margen de fase es 178 deg.

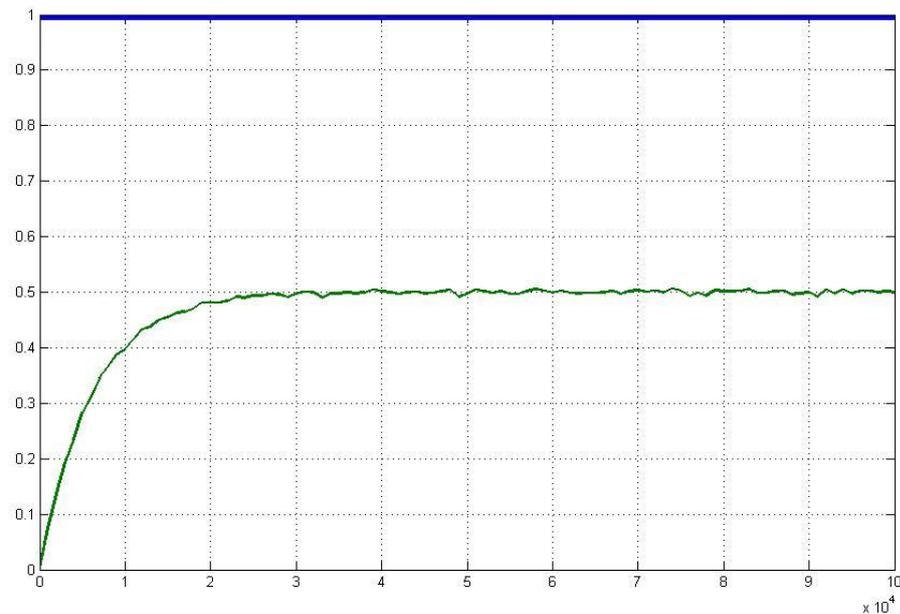


**Figura 30:** Diagrama de Nyquist del sistema en lazo abierto.

El diagrama de Nyquist nos sirve para tener una indicación del grado de estabilidad relativa, de tal forma que mientras más lejos este la traza de Nyquist de encerrar o pasar por el punto  $(-1,0)$ , mayor será el grado de estabilidad relativa. En este caso podemos asumir que nuestro sistema es estable.

## 4.2 Análisis del sistema en lazo cerrado.

En la figura 31 se presenta la gráfica de respuesta de la planta, en lazo cerrado sin regulador, debida a una entrada escalón unitario.



**Figura 31:** Respuesta de la planta en lazo cerrado y sin regulador ante una entrada escalón.

De la figura 31 notamos que debemos conversar la dinámica, pero tenemos que corregir el error de estado estacionario, ya que la difiere mucho de la entrada en magnitud, por lo que es necesario incluir un controlador que mejore la respuesta del sistema.

Tenemos varias opciones controlador Integral, derivativo, o el PID. Para nuestro proyecto elegimos el controlador Integral (PI).

### 4.3 Diseño del controlador PI real.

En este caso la función de transferencia del controlador es la siguiente:

$$G_R = \frac{s + z}{s + p}$$

Ahora vamos a calcular la posición del cero y el polo del regulador para que se cumpla la restricción del error en régimen permanente que nos dicen (5%).

La nueva constante de error en posición, al introducir el regulador PI es:

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} PI(s) \cdot G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s + z}{s + p} \cdot G(s) = \frac{z}{p}$$

Ahora bien, la constante de error de posición que necesitamos es:

$$e_p = \frac{1}{1 + K_p} = 0.05$$

De donde tenemos que  $K_p = 19$ .

Luego,

$$K_p = \frac{z}{p} = 19$$

Una vez establecida la relación entre la posición del cero y del polo, debemos utilizar un criterio para determinar la posición del cero. Vamos a situar el cero a la misma distancia del polo dominante al origen. Como sabemos, los polos dominantes son los polos

deseados, es decir, los polos que queremos que tenga el sistema en bucle cerrado.

De la función de transferencia en lazo cerrado sin controlador podemos tener el valor del cero que necesitamos para aplicar la relación anterior.

$$\frac{0.16376(s + 4)^2(s - 0.00203)(s - 0.001971)(s + 0.002)(s + 8.184 * 10^{-05})}{(s + 4)(s + 0.002)(s + 0.001652)(s + 8.184 * 10^{-05})(s^2 + 8s + 16.66)}$$

Luego,

$$z=8.184*10^{-05}$$

De esta forma,

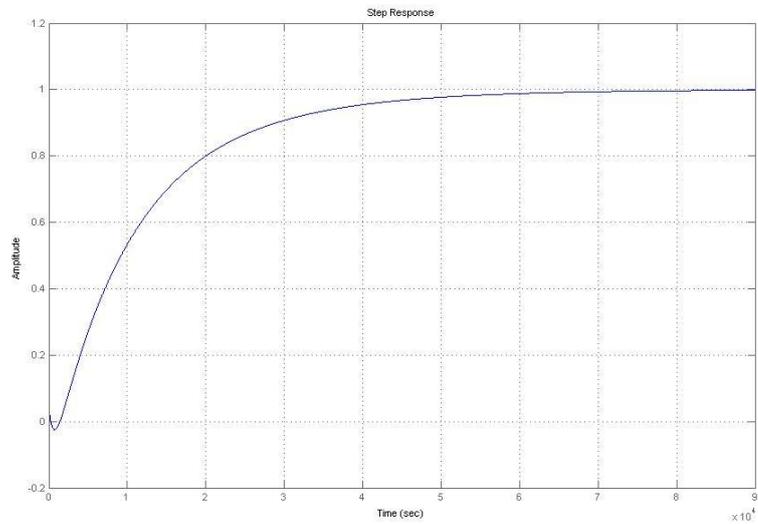
$$p=(1/19)*z=0.000004307$$

En este caso, estamos asumiendo que la dinámica inicial del sistema es la que queremos, por lo que tenemos que calcular los polos del sistema original realimentado:

Por tanto, el regulador PI que vamos a utilizar es el siguiente:

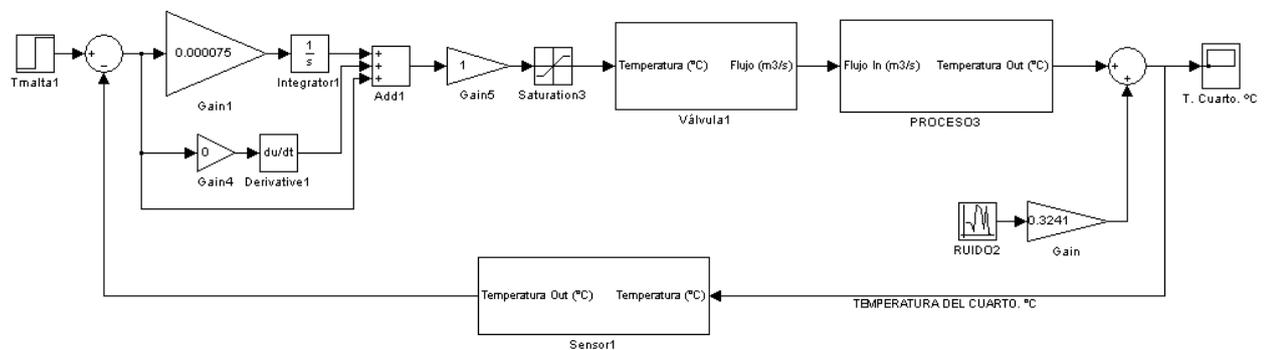
$$PI(s) = 1. \frac{(s + 0.000075)}{s}$$

En la figura 32 se comprueba que la respuesta al step en lazo cerrado con el controlador satisface nuestros requerimientos.



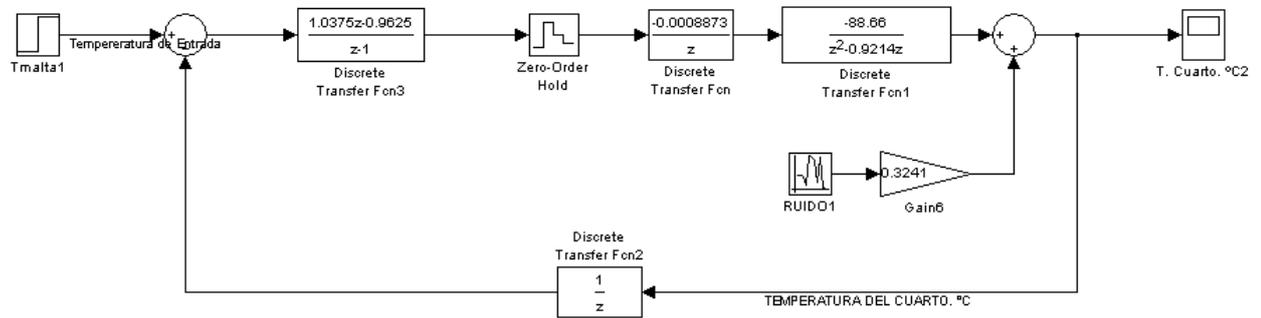
**Figura 32:** Respuesta de la planta en lazo cerrado y con regulador ante una entrada escalón.

El sistema continuo con controlador es el mostrado en la figura 33.



**Figura 33:** Representación en Simulink del sistema continuo con controlador.

La figura 34 representa el controlador continuo discretizado necesario para encontrar un controlador digital.



**Figura 34:** Representación en Simulink del sistema discretizado con controlador.

Los parámetros  $K_P$ ,  $K_I$  y  $K_D$  del controlador PID discreto están relacionados con los parámetros  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  del controlador PID continuo, de la siguiente forma:

$$K_P = K_p - \left( \frac{K_p K_i T}{2} \right)$$

$$K_I = K_p K_i T$$

$$K_D = \frac{K_p K_d}{T}$$

Con estas relaciones determinamos los parámetros del controlador discreto, también utilizamos un muestreador a  $T=1000$  segundos.

Los parámetros para el controlador discreto son:

$$K_P=0.9625$$

$$K_I=0.075$$

$$K_D=0$$

De acuerdo a los datos obtenidos anteriormente, llegamos a las siguientes conclusiones:

1. La función de transferencia del controlador con muestreador queda de la siguiente forma:

$$G_c = \frac{1.0375^{-0.9625}z}{z - 1}$$

2. La función de transferencia de la válvula discretizada es:

$$G_{\text{válvula}} = \frac{-0.008873}{z}$$

3. La función de transferencia del sensor es:

$$G_{\text{sensor}} = \frac{1}{z}$$

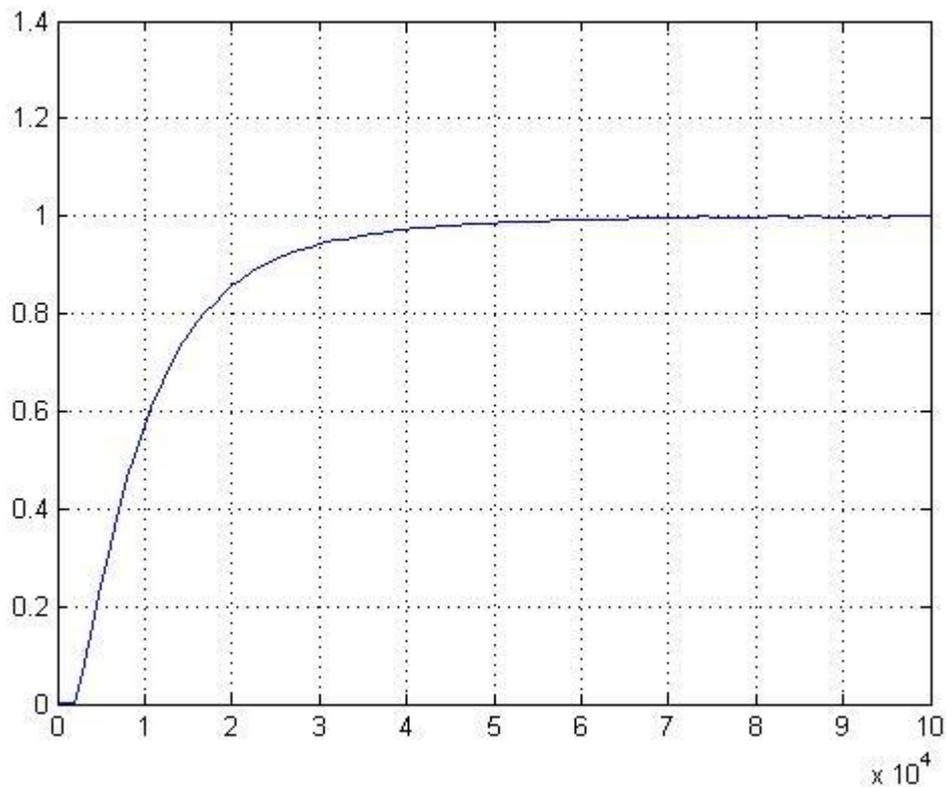
4. La planta que identificamos según el modelo (oe112) es:

$$G_{\text{planta}} = \frac{-88.66}{z^2 - 0.9214z}$$

5. La función de transferencia del retenedor de orden cero:

$$H_0(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s}$$

La figura 35 muestra la respuesta del sistema discreto a una entrada escalón:



**Figura 35:** Respuesta del sistema discreto con controlador ante una entrada escalón.

Vemos que el efecto del muestreo o discretización, es desestabilizante, reflejándose este en un sobrepaso mayor y un tiempo de establecimiento mas largo. Es importante decir que el aumento en la tasa de muestreo disminuye este efecto y la reducción de esta, aumenta la inestabilidad del sistema.

Sin embargo debemos tomar en cuenta que la tasa de muestreo no es una variable de libre elección, y depende de factores tales como la velocidad de procesamiento, la cantidad de lazos de control utilizados o la velocidad del proceso a controlar. Una regla práctica indica que se debe tomar una frecuencia de muestreo con un valor de 10 veces el ancho de banda del sistema de control en lazo cerrado.

# CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

## Conclusiones.

1. Se demostró que el proceso de identificación de sistemas nos ofrece una alternativa práctica y eficaz para determinar un modelo satisfactorio en control y su aplicación no sólo se limita al control automático.
2. Realizar una identificación en sistemas reales implica grandes costos debido a los paros de producción que requiere la experimentación, por tanto, para fines académicos, es de gran ayuda trabajar con un modelo matemático base que represente la dinámica del proceso. Las limitaciones las tenemos más debido al proceso a modelar que por el procedimiento de identificación en sí.
3. Este proceso de identificación, va desde el diseño del experimento, la adquisición y tratamiento de los datos, la elección de la estructura del modelo y la selección de los parámetros, hasta concluir con la fase de validación del modelo. Se demostró que, para conseguir una buena estimación del modelo identificado, todos los pasos citados deben tratarse con el mismo orden y rigor; y descuidos en consideraciones sobre ellos, provocarán inexactitudes o comportamientos erróneos del modelo final.

4. Luego de varias pruebas con varios modelos, en las simulaciones realizadas se comprobó que el modelo que más se ajusta a la dinámica del sistema real fue el OE.
  
5. Podríamos decir que el diseño de controladores es una tarea un tanto complicada para diseñadores sin experiencia, pues se debe tener mucha paciencia y cuidado a la hora de calcular los valores y hacer los ajustes adecuados que el sistema requiera. Por otro lado la herramienta Sisotool de Matlab es de gran ayuda y simplifica un sinnúmero de cálculos, y por medio de su entorno gráfico se puede visualizar el comportamiento del sistema. Finalmente en la práctica tiene que hacerse de manera obligatoria un ajuste experimental.

### **Recomendaciones.**

1. Se recomienda validar varios modelos antes de escoger el modelo final, considerando la mayor cantidad de análisis posibles (análisis de residuos, análisis de las entradas-salidas, salidas-perturbaciones, análisis de estabilidad de los sistemas en base al criterio de polos y ceros, etc.).
  
2. Habiendo revisado que nuestro modelo matemático represente a nuestra planta real, y si aún validando una gran cantidad de modelos y ajustando los parámetros de este no llegamos a obtener un modelo satisfactorio deben revisarse los datos de entrada-salida para asegurarnos que estos nos estén dando la información suficiente de la dinámica del sistema, luego volver a analizar los diferentes tipos de

modelos y asegurarnos de que el criterio para el ajuste de los parámetros de los modelos es también el adecuado. Dependiendo de la causa del problema se deberá repetir el proceso de identificación desde el punto correspondiente tantas veces sean necesarias hasta llegar a tener un modelo satisfactorio.

3. Una recomendación para posibles trabajos futuros de identificación de sistemas es el usar el CRI "Control Relevant Identification", el cual es de gran ayuda para diseñar una entrada robusta que contenga información relevante sobre el sistema a identificar.

# APENDICE

## **Introducción al interfaz gráfico de usuario (GUI).**

Las últimas versiones del Toolbox de Identificación (a partir de la 4.00) proporcionan un Interfaz Gráfico de Usuario que permite manejar todas las funciones anteriores de forma prácticamente transparente al usuario, sin necesidad de llamarlas desde la línea de comandos.

Para arrancar el interfaz de usuario (GUI), basta con teclear en la línea de comandos de MATLAB:

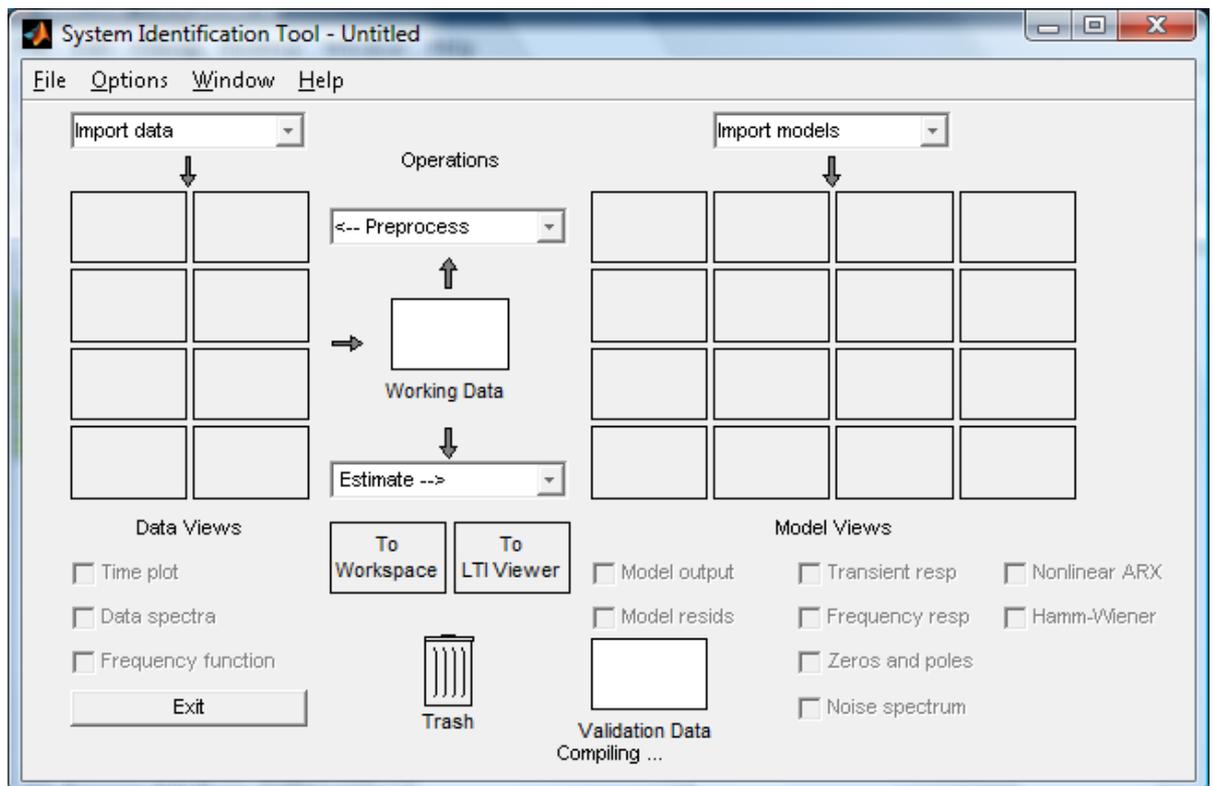
```
>> ident
```

Apareciendo la ventana mostrada en la figura.

## **Estructura de la ventana principal**

La ventana principal se divide en las siguientes partes:

- a) Los tableros de datos y de modelos.



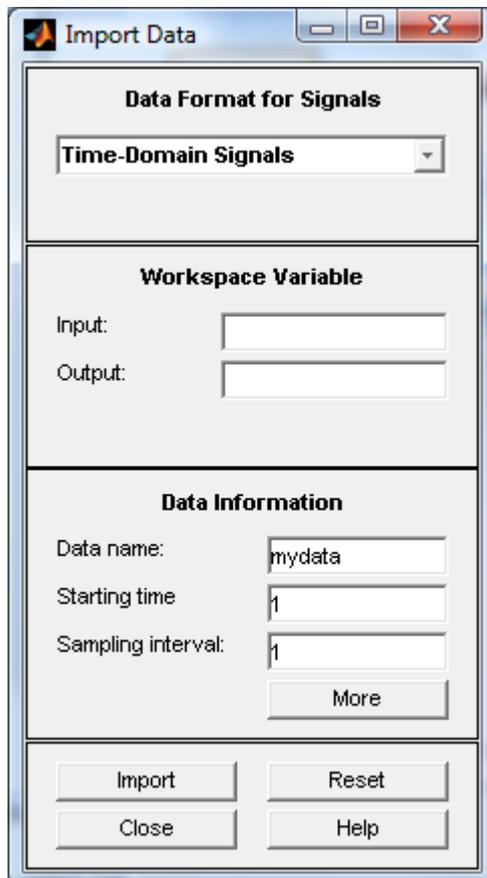
Como se observa en la figura, la ventana dispone de dos zonas con varios recuadros cada una:

- El tablero de datos está situado en la zona izquierda de la pantalla, y permite incluir en cada uno de los recuadros un conjunto distinto de datos de entrada-salida, representados por un icono.
- El tablero de modelos está en la zona derecha de la pantalla, y puede contener en cada uno de sus recuadros diferentes modelos obtenidos a partir de la identificación realizada con datos del tablero de datos. Cada modelo quedará representado también por un icono distinto.

Los datos del tablero de datos pueden provenir de las siguientes fuentes:

1. De otras sesiones anteriores con el GUI.
2. Del Workspace de MATLAB.

3. Del tratamiento de otro conjunto de datos contenido en el tablero de datos.



Por su parte, los modelos pueden provenir de las siguientes fuentes:

1. De sesiones anteriores con el GUI.
2. Del Workspace de MATLAB.
3. De la identificación a partir de los datos contenidos en el tablero de datos.

b) Los datos de trabajo.

Todos los procesos realizados mediante el GUI actúan sobre los llamados “Datos de Trabajo”, contenidos en el recuadro central de la ventana (“working data”). Para modificar los datos de trabajo basta con arrastrar con

el ratón el icono con los nuevos datos de trabajo desde el tablero de datos hasta el recuadro “working data”.

c) Los datos de validación.

Del mismo modo, todos los procesos del GUI que necesiten datos para validación los tomarán del recuadro (“validation data”) situado debajo del tablero de modelos.

d) Las representaciones (“Views”).

Tanto los datos de entrada-salida como los modelos pueden representarse en pantalla de diversas formas.

Para representar en pantalla un conjunto de datos del tablero de datos, en primer lugar hay que hacer “click” con el ratón sobre su icono, quedando éste resaltado mediante una línea más gruesa. Pueden seleccionarse varios conjuntos de datos simultáneamente. Para desactivar un conjunto de datos, se vuelve a hacer “click” con el ratón sobre su icono. A continuación se selecciona en el menú de Data Views el tipo de representación que se desea: representación temporal de las señales (“Time plot”) o del espectro de las mismas (“Data spectra”).

Con los modelos se procede de igual manera, seleccionando con el ratón aquéllos que se quieren representar, y escogiendo el tipo de representación entre salida del modelo (“Model output”), residuos del modelo (“Model resids”), respuesta transitoria (“Transient resp”), respuesta frecuencial (“Frequency resp”), ceros y polos (“Zeros and poles”) y espectro del ruido (“Noise spectrum”).

e) Variables del Workspace.

Los conjuntos de datos o los modelos creados mediante el interfaz gráfico generalmente no están visibles desde el Workspace. Sin embargo, esta información puede ser exportada en cualquier momento al Workspace sin más que arrastrar con el ratón el icono de los datos o el modelo correspondiente. El nombre de la matriz con la información del modelo o de los datos coincidirá con el del icono dentro del interfaz gráfico.

### **Flujo de trabajo.**

El trabajo con el GUI suele realizarse en los siguientes pasos:

- Se introducen de los datos de entrada-salida en el tablero de datos.
- Se examinan dichos datos mediante su representación temporal o espectral del menú “data views”.
- Se realiza el preprocesamiento de los datos, como eliminación de niveles de continua, filtrado, o división del conjunto de datos en dos partes: una para identificar y que se colocará en el recuadro de ‘working data’ y otra para validar en el recuadro de ‘validation data’. Todas las opciones de preprocesamiento se encuentran en el menú desplegable “Preprocess”.
- A continuación se realiza la estimación de uno o varios modelos, mediante el menú desplegable de “Estimate”. Los modelos obtenidos se incluirán automáticamente en el tablero de modelos.
- Por último se procede a analizar las propiedades de los modelos obtenidos mediante diversas representaciones de los mismos, escogidas en el menú de “Model Views”.

# BIBLIOGRAFÍA

1. Katsuhiko Ogata, Ingeniería de Control Moderna, Prentice Hall, 2003.
2. Katsuhiko Ogata, Sistemas de control en tiempo discreto, Pearson Educación, 1996.
3. L. Ljung, "System Identification. Theory for the user", Prentice Hall, 1987.
4. Ing. Juan del Pozo, Prácticas de laboratorio de control Automático, <http://jdelpozo.espol.edu.ec/web/herramientas/referencias.asp>, mayo 2010.
5. "Descripción matemática de un proceso dinámico mediante la identificación a partir de datos experimentales", [www.compuequipos.com.co](http://www.compuequipos.com.co), junio 2010.