ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
Instituto de Ciencias Matemáticas
SEGUNDA EVALUACIÓN DE CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES
Guayaquil, 01 de septiembre de 2010

Nombre:……………………………………………………………………Paralelo…………

1. (10 puntos) Califique como verdaderas o falsas las siguientes proposiciones.
Justifique su respuesta.

a) $\int_{-1}^{1}\int_{-2|x|}^{|x|} dy\,dx = 3$.

b) Si f y $\mathbf{F}$ son campos escalar y vectorial diferenciables de $\mathbb{R}^2$, respectivamente, $div(f\mathbf{F}) = f\,div\mathbf{F} + \nabla f \bullet \mathbf{F}$.

c) Si f es un campo escalar de clase C^2 en $\mathbb{R}^3$, entonces $rot(\nabla f) = \mathbf{0}$.

d) Sea C un camino simple, suave y cerrado en una región abierta B de $\mathbb{R}^2$. Si $\int_C \mathbf{F} \bullet \mathbf{dr} = 0$, entonces $\mathbf{F}$ es un campo vectorial conservativo.

e) Si C es el contorno orientado positivamente de la región ubicada en el I Cuadrante, limitada por los ejes coordenados y las curvas $x^2 + y^2 = 1$; $x^2 + y^2 = 2$, entonces $\int_C y\,dx - 2x\,dy = -\dfrac{3\pi}{4}$.

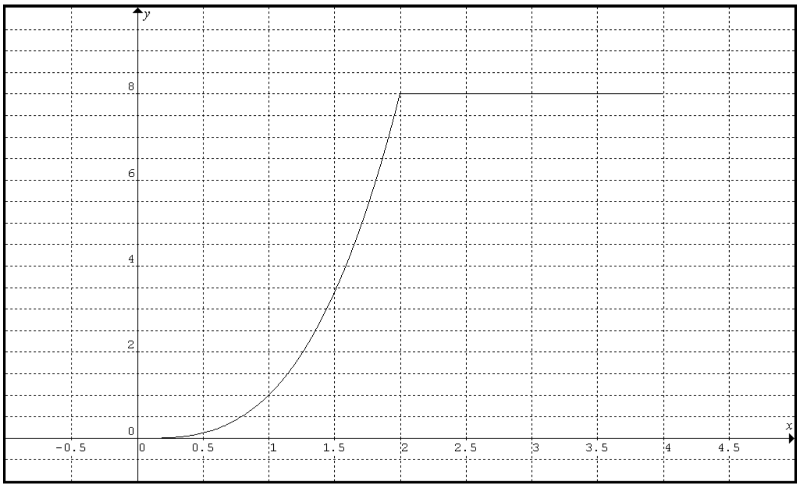
2. (10 puntos) Dada la función $f(x,y)=4x^3-2xy^2+4x^2-5y^2;\ (x,y)\in \mathbb{R}^2$:

a) Determine los puntos críticos de *f*.
b) Califique dos de ellos como máximo relativo, mínimo relativo o punto de silla.

3. (10 Puntos) Calcular el volumen del sólido ubicado en el I Octante, limitado por las superficies: $x^2 + y^2 - z^2 = 0$; $x^2 + y^2 + z^2 = 1$; $x^2 + y^2 + z^2 = 4$; $y=x$; $y = \sqrt{3}\,x$.

4. (10 puntos) Empleando un cambio de variable adecuado, calcular $\iint_R (x+y)\,dA$; donde R es el rectángulo en el plano XY con vértices en (0,1), (1,0), (3,4) y (4,3).

5. (10 Puntos) Sea C el camino formado por un arco cúbico y un segmento de recta, desde (0,0) hasta (4, 8) tal como se muestra en la figura adjunta. Calcular el trabajo realizado por el campo de fuerzas $\mathbf{F}(x, y) = (xy)\mathbf{i} + (x + 2y)\mathbf{j}$ al mover un objeto a lo largo de C.



6. (10 puntos) Evaluar $\int_C \mathbf{F} \bullet \mathbf{dr}$, si $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2, xy, z^2)$; $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ y C es la intersección de las superficies $z = \sqrt{x^2 + y^2}$; $x^2 + y^2 = 1$.

7. (10 puntos) Sea el campo vectorial $\mathbf{F}(x,y,z) = -xz\, sen(xyz)\mathbf{i} + yz\, sen(xyz)\mathbf{j} + \mathbf{k}$. Determine el flujo de **F** a través de la superficie $x^2 + y^2 + z - 4 = 0$ ubicada sobre el plano XY.