

ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL  
 INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMATICAS  
 ANALISIS NUMERICO

TERCERA EVALUACION

GUAYAQUIL, 14 DE SEPTIEMBRE DE 2010

Nombre:.....Paralelo:.....

**1. (25 puntos)** Un envase de lata con forma de cilindro circular recto, será construido para contener  $1000 \text{ cm}^3$ . Las partes superior e inferior circulares del envase, deben tener un radio de 0.25 cm mayor que el radio de éste de manera que el excedente pueda usarse para formar un sello con el cuerpo principal. La hoja de material con la que se forme dicho cuerpo, debe ser también 0.25 cm más larga que la circunferencia del envase, de manera que se pueda formar un sello. Encuentre, con un error de  $10^{-4}$ , la cantidad mínima de material para construir dicha lata.

**2. (25 puntos)** Resolver el siguiente problema de valor inicial

$$2y^2 + 4x^2 \, dx - xydy = 0, \quad y(1) = -2, \quad 1 \leq x \leq 2$$

Usando el método de Runge-Kutta de cuarto orden:

- a) Escriba el algoritmo para la función específica  $f(x, y)$ .
- b) Escriba la tabla de resultados para  $h = 0.2$ .

**3. (25 puntos)** Demostrar la formula de Simpson:

$$\int_{x_0}^{x_2} f(x) \, dx = \frac{h}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)] - \frac{h^5}{90} f^{(4)}(\xi)$$

Donde  $h$  es la distancia entre los nodos y  $\xi \in [x_0, x_2]$ .

**4. (25 puntos)** Deducir el algoritmo de diferencia finita que aproxima la solución de la ecuación de onda dada:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0 \\ u(0,t) = u(l,t) = 0, \quad t > 0 \\ u(x,0) = f(x), \quad 0 \leq x \leq l \\ \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = g(x), \quad 0 \leq x \leq l \end{array} \right.$$

Donde las funciones  $f$  y  $g$  son del espacio  $C^\infty [0, l]$ .