



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

Instituto de Ciencias Matemáticas

TERCERA EVALUACIÓN DE CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES

Guayaquil, 15 de septiembre de 2010

Nombre:.....Paralelo.....

1. (10 puntos) Califique como verdaderas o falsas las siguientes proposiciones.

Justifique su respuesta.

a) Sean L y M dos rectas en el espacio. Si L y M no son paralelas, entonces son secantes.

b) $\rho = 4\sec(\phi)$ representa un paraboloides hiperbólico.

c) Si f es un campo escalar con extremo relativo en $\mathbf{x}_0$, f es diferenciable en $\mathbf{x}_0$.

d) La rapidez de la trayectoria $C: \mathbf{r}(t) = (e^t \cos(t), e^t \sin(t)); t \geq 0$, es $\sqrt{2}$ en el instante $t=0$.

e) Si $\mathbf{F}(x, y, z): \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^3$, $\operatorname{rot}(\operatorname{div} \mathbf{F}) = \mathbf{0}$.

2. (15 puntos) Determine de ser posible la ecuación del plano perpendicular a $2x + y - 3z + 4 = 0$ y que contiene a la recta $L : \mathbf{r}(t) = (-1 + 3t, 1 + 2t, 2 + 4t); t \in \mathbb{R}$.

3. (15 puntos) Determine si la función $f(x,y) = \begin{cases} \frac{\cos(x^2 + y^2) - 1}{x^2 + y^2} & ; (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ es:

- a) Continua en $(0,0)$.
- b) Diferenciable en $(0,0)$.

4. (15 puntos) Empleando el método de Lagrange, determine un valor extremo de la función $f(r, z) = 2\pi r^2 z$; $r, z > 0$, sujeta a la condición $r^2 + z^2 = 1$. Justifique si este valor es máximo o mínimo.

5. (15 puntos) Dada $\int_0^1 \int_0^x \int_0^y f(x, y, z) dz dy dx$, tal que f es integrable en $\mathbb{R}^3$.

- a) Grafique la región de integración especificando sus límites.
- b) Escribir la integral en el orden $dx dy dz$.

6. (15 Puntos) Una partícula se mueve desde el punto $(0,0)$ a lo largo del eje X hasta el punto $(1,0)$; luego sigue el trayecto sobre la curva $y=1-x^2$ hasta el punto $(0, 1)$ y finalmente llega al punto inicial a lo largo del eje Y. Determine el trabajo realizado por el campo de fuerzas $\mathbf{F}(x, y) = (x^2, x^2 + x y)$ al mover la partícula a lo largo de la trayectoria descrita.

7. (15 puntos) Sea S la superficie compuesta por $x^2 + y^2 = 1; 0 \leq z \leq 1$, $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1; z \geq 1$. Sea el campo vectorial $\mathbf{F}(x,y,z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$. Calcular el flujo de $\mathbf{F}$ a través de S .