33/33

# FACULTAD DE INGENIERIA EN ELECTRICIDAD Y COMPUTACION

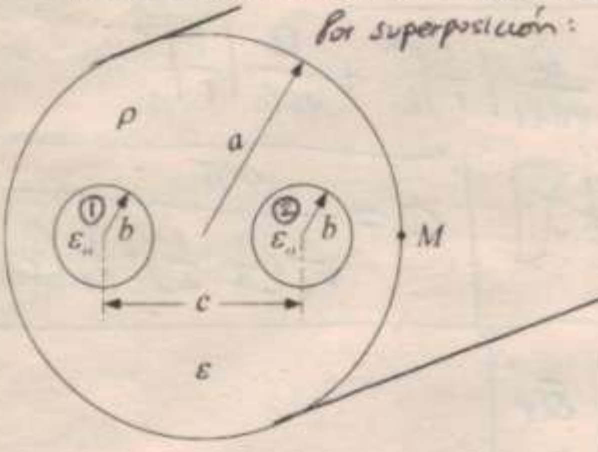
## EXAMEN DE TEORIA ELECTROMAGNETICA I: PRIMERA EVALUACIÓN

NOMBRE: ____________________

Paralelo: ____ Profesor: ____________________ 06 de Julio del 2010

### TEMA # 1

A un cilindro sólido e infinitamente largo, de radio $a$, se le ha practicado dos cavidades cilíndricas de radio $b$ a lo largo de toda su longitud. Dichas cavidades cilíndricas son simétricas con relación al centro del cilindro de radio $a$ y se encuentran separadas entre sí una distancia $c$, tal como se muestra en la figura. Por algún método se le proporciona carga eléctrica, la misma que se distribuye uniforme a través del volumen sólido restante (no en las cavidades cilíndricas) con una densidad de carga volumétrica $\rho$. Asuma que el cilindro tiene una permitividad $\varepsilon$, mientras que la permitividad en las cavidades cilíndricas y fuera del cilindro es $\varepsilon_o$. Determinar la intensidad de campo eléctrico en el punto de observación $M$, ubicado en la parte externa del cilindro de radio $a$.




Por superposición: $\bar{E}_M = \bar{E}_a + \bar{E}_{b1} + \bar{E}_{b2}$

Cilindro lleno $r = a$

$\oint D \cdot ds = \int \rho_v \, dvol$

$D(2\pi a l) = \rho_v \pi a^2 l \Rightarrow D = \rho_v \frac{a}{2}$

$$\boxed{\bar{E}_a = \rho_v \frac{a}{2\varepsilon_0} \bar{a}_r}$$

Cilindro $r = b$ (1)

$D\left[2\pi\left(a + \frac{c}{2}\right) l\right] = -\rho_v \pi b^2 l$

$D = -\rho_v \frac{b^2}{2\left(a + \frac{c}{2}\right)} = -\rho_v \frac{b^2}{2a + c}$

$$\boxed{\bar{E}_{b1} = \rho_v \frac{b^2}{(2a+c)\varepsilon_0} (-\bar{a}_r)}$$

Cilindro $r = b$ (2)

$D\left[2\pi\left(a - \frac{c}{2}\right) l\right] = -\rho_v \pi b^2 l$

$D = -\rho_v \frac{b^2}{2\left(a - \frac{c}{2}\right)} = -\rho_v \frac{b^2}{2a - c}$

$$\boxed{\bar{E}_{b2} = \rho_v \frac{b^2}{(2a-c)\varepsilon_0} (-\bar{a}_r)}$$

$$\boxed{\bar{E}_M = \frac{\rho_v}{\varepsilon_0}\left[\frac{a}{2} - \frac{b^2}{2a+c} - \frac{b^2}{2a-c}\right] \bar{a}_r}$$

33/33

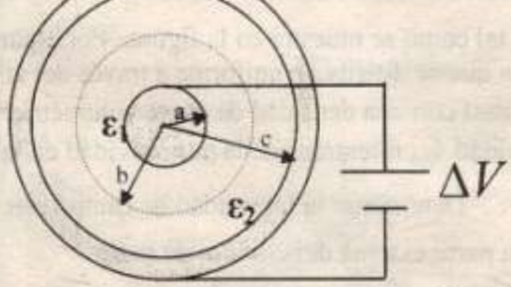
## TEMA # 2

El espacio entre dos superficies conductoras esféricas concéntricas de radios **a** y **c**, está lleno con dos dieléctricos, como se muestra en la figura, de permitividades $\varepsilon_1$ y $\varepsilon_2$.

Calcular:

a) La capacitancia del sistema;

b) Si la diferencia de potencial aplicado a los conductores es $\Delta V$, determinar ~~la~~ el campo en cada medio y la relación que debe existir en las permitividades $\varepsilon_1$ y $\varepsilon_2$ para que el campo eléctrico máximo en cada dieléctrico sea igual.




$$D_r(4\pi r^2) = Q$$

$$\bar{D} = \frac{Q}{4\pi r^2}\bar{a}_r$$

$$\bar{E}_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_1 r^2}\bar{a}_r$$

$$\bar{E}_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_2 r^2}\bar{a}_r$$

$$\Delta V = -\int_b^a \frac{Q}{4\pi\varepsilon_1 r^2}dr - \int_c^b \frac{Q}{4\pi\varepsilon_2 r^2}dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_1}\left|\frac{1}{r}\right|_b^a + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_2}\left|\frac{1}{r}\right|_c^b$$

$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi}\left[\frac{1}{\varepsilon_1}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right) + \frac{1}{\varepsilon_2}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)\right]$$

$$\boxed{C = \frac{4\pi}{\frac{1}{\varepsilon_1}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right) + \frac{1}{\varepsilon_2}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)}}$$

$$\boxed{\bar{E}_1 = \frac{\Delta V}{\varepsilon_1\left[\frac{1}{\varepsilon_1}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right) + \frac{1}{\varepsilon_2}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)\right]r^2}\bar{a}_r}$$

$$\boxed{\bar{E}_2 = \frac{\Delta V}{\varepsilon_2\left[\frac{1}{\varepsilon_1}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right) + \frac{1}{\varepsilon_2}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)\right]r^2}\bar{a}_r}$$

$$\underset{r=a}{E_{1max}} = \underset{r=b}{E_{2max}}$$

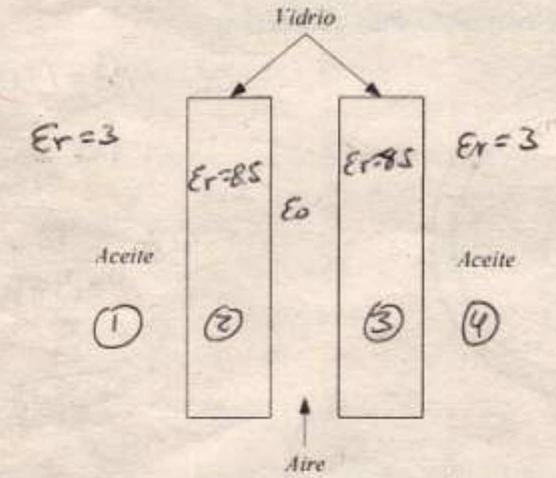
$$\varepsilon_1 a^2 = \varepsilon_2 b^2$$

$$\boxed{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \left(\frac{b}{a}\right)^2}$$

# TEMA # 3

34/34

Dos hojas paralelas de vidrio, cuya permitividad relativa es 8.5, montadas verticalmente, están separadas por un espacio uniforme de aire entre sus superficies internas. Debidamente selladas, las hojas están inmersas en aceite, de permitividad relativa 3.0, tal como se muestra en la figura. En el aceite existe una intensidad de campo eléctrico uniforme de 2,000 [V/m]. Determinar la magnitud y dirección del campo eléctrico en el vidrio y en el espacio de aire encerrado cuando a) el campo es normal a las superficies de vidrio; y, b) el campo en el aceite forma un ángulo de 75° con la normal a las superficies de vidrio. Ignore los efectos de borde.

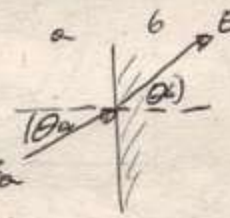



$D_{1n} = D_{2n}$

$E_{1t} = E_{2t}$

$D = \varepsilon E$

$$\boxed{\frac{\tan\theta_a}{\tan\theta_b} = \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_b}}$$

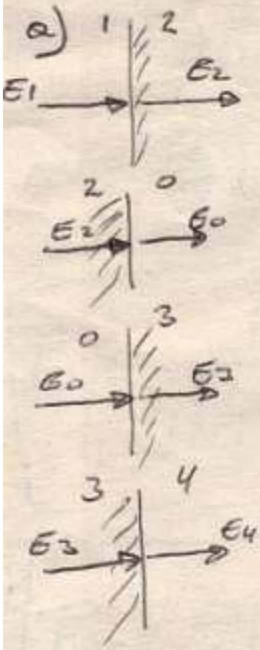



$E_{at} = E_{bt}$

$E_a \operatorname{Sen}\theta_a = E_b \operatorname{Sen}\theta_b$

$$\boxed{E_b = E_a \frac{\operatorname{Sen}\theta_a}{\operatorname{Sen}\theta_b}}$$

a)



$D_{1n} = D_{2n}$

$\varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2$

$E_2 = E_1 \dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$

$E_2 = 2000 \dfrac{3}{8.5} = 705.88$ V/m

$E_0 = 705.88 \cdot \dfrac{8.5}{1} = 6000$ V/m

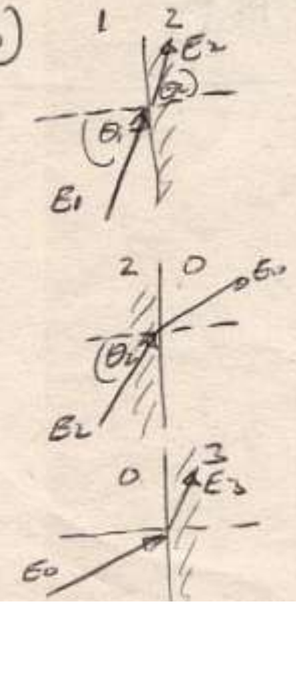
$E_3 = 6000 \dfrac{1}{8.5} = 705.88$ V/m

$E_4 = 705.88 \dfrac{8.5}{3} = 2000$ V/m

$E_1 = 2000$ V/m $\quad \theta_1 = 75°$ $\quad \tan\theta_2 = \dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \tan\theta_1 = \dfrac{8.5}{3} \tan 75° = 10{,}574$

$\theta_2 = 84.598$

b)



$E_2 = 2000 \dfrac{\operatorname{Sen} 75}{\operatorname{Sen} 84.598} = 1940.47$ V/m $\angle 84.59$

$\tan\theta_0 = \dfrac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2} \tan\theta_2 = \dfrac{1}{8.5} \tan 84.598 = 1.244 \quad \theta_0 = 51.208$

$E_0 = 1940.47 \dfrac{\operatorname{Sen} 84.598}{\operatorname{Sen} 51.208} = 2478.559$ V/m $\angle 51.208$

$\tan\theta_3 = \dfrac{8.5}{1} \tan 51.208 = 10.575 \quad \theta_3 = 84.598$

$E_3 = 2478.559 \dfrac{\operatorname{Sen} 51.208}{\operatorname{Sen} 84.598} = 1940{,}47$ V/m $\angle 84.59$

#3


$$tg\,\theta_4 = \frac{3}{8.5}\, tg\, 84.598 = 3.732 \qquad \theta_4 = 75°$$

$$E_4 = 1940,47\, \frac{Sen\, 84.598}{Sen\, 75} = 2000 \text{ v/m}$$

75