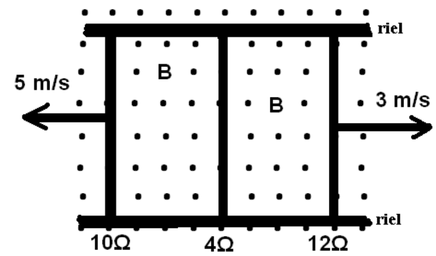
SOLUCION DE EXAMEN FISICA C

Nombre: ______________________
Paralelo: ____ Fecha: 31/01/11 Profesor: ______________

TEMA 1

Dos rieles paralelos que tienen resistencia despreciable están separados 10.0 cm y se conectan por medio de un resistor de 4 Ω. El circuito contiene también barras metálicas de 10 Ω y 12 Ω que se deslizan a lo largo de los rieles y se alejan del resistor de 4Ω a las velocidades indicadas en la figura. Se aplica un campo magnético uniforme de 0.01 T perpendicular al plano de los rieles (saliendo del plano).

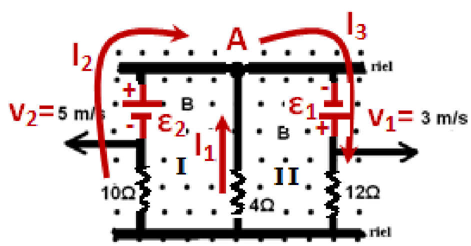


a) Calcular las fem inducidas sobre cada una de las barras. (4 pts)

$$\varepsilon_1 = Bdv_1 = (0.01T) \times (10\times10^{-2} m) \times (3m/s) = 3mV$$

$$\varepsilon_2 = Bdv_2 = (0.01T) \times (10\times10^{-2} m) \times (5m/s) = 5mV$$

b) Realizar un gráfico (del circuito) donde se muestren las corrientes y fem inducidas. (4 pts)



c) Utilizando las Leyes de Kirchhoff, escriba las ecuaciones que le permitirán calcular cada una de las corrientes que circula por el circuito dado. (6)

$$MALLA\ I \Rightarrow 0.005 + 4I_1 - 10I_2 = 0\ ; \qquad MALLA\ II \Rightarrow 0.003 - 12I_3 - 4I_1 = 0$$

$$NODO\ A \Rightarrow I_1 + I_2 = I_3$$

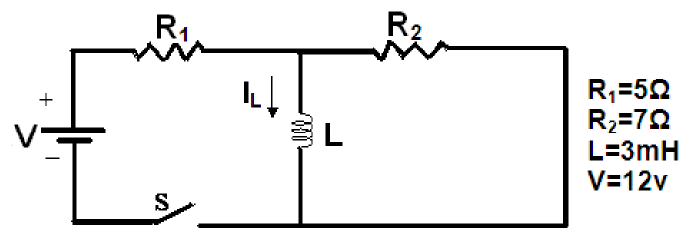
$$SOLUCION: \Rightarrow I_1 = -0.144mA\ ;\ I_2 = 0.442mA\ ;\ I_3 = 0.298mA$$

d) Determine la corriente en el resistor de 4 Ω. (2 pts)

Al resolver el sistema de ecuaciones se tiene: *I (4Ω)= - 0.144mA*

TEMA 2

Una batería de 12 voltios está conectada a dos resistores y un inductor. El interruptor S ha estado abierto por un tiempo muy largo y es cerrado al instante de tiempo *t*=0.



a) ¿Cuál es la corriente I_L inmediatamente después de que el interruptor es cerrado? (2pts)

A t=0, el inductor se comporta como un circuito abierto, entonces: $I_L=0$

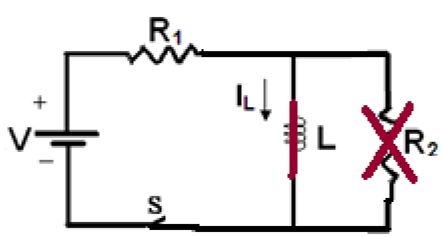
b) ¿Cuál es la magnitud de dI_L/dt inmediatamente después de que el interruptor es cerrado? (2 pts)

$$V - i_R R_1 - L\frac{di_L}{dt} = 0 \;\Rightarrow\; \left.\frac{di_L}{dt}\right|_{t=0} = \frac{V}{L} - \frac{i_R R_1}{L} \quad \therefore i_R = 1A \;\Rightarrow\; \left.\frac{di_L}{dt}\right|_{t=0} = \frac{\Delta V}{L} = \frac{12V - 5V}{3\times 10^{-3} H}$$

$$\left.\frac{di_L}{dt}\right|_{t=0} = 2.33\times 10^{3}\frac{A}{s}$$

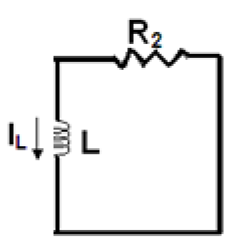
c) ¿Cuál es la corriente I_L después de que el interruptor permanece cerrado por un tiempo muy largo? (2pts)

Después de que el interruptor permanece mucho tiempo cerrado, el inductor se comporta como un corto (cable), entonces:



$$I_L = 12V/5\Omega = 2.4A$$

d) Después de que el interruptor permanece cerrado por un tiempo muy largo, el interruptor se vuelve a abrir. La corriente I_L ahora decae exponencialmente como una función del tiempo. ¿Cuál es la constante de tiempo de este decaimiento? (2 pts)

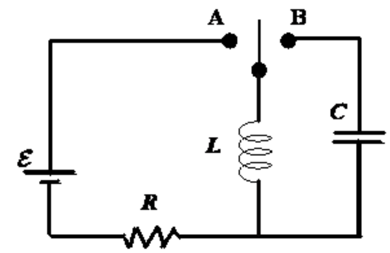


$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{(3\times 10^{-3} H)}{7\Omega} = 0.43ms$$

TEMA 3

Considere el circuito adjunto. No hay corrientes fluyendo o cargas en el capacitor antes de que el interruptor se cierre y pase a la posición ***A***. El interruptor se mantiene en la posición ***A*** por un tiempo muy largo hasta que la corriente en el inductor L es I = ε / R.

El interruptor es luego pasado a la posición ***B*** y la corriente en el inductor comienza a oscilar entre el inductor y el capacitor.



a) Calcular la rapidez de cambio dI/dt de la corriente a través del inductor inmediatamente después de que el interruptor pasa a la posición B es dada por: (2pts)

$$L\frac{di_L}{dt}+\frac{q}{C}=0 \quad \Rightarrow -\left.\frac{di_L}{dt}\right|_{t=o}=\frac{q}{LC}=\frac{\varepsilon}{L}$$

Otra forma de resolver:

$$I=\omega Q_{\max}\, sen\,\omega t \quad \Rightarrow \quad \frac{di_L}{dt}=\omega^2 Q_{\max}\cos\omega t \quad donde: \cos\omega t\,\Big|_{t=0}=1$$

$$\left.\frac{di_L}{dt}\right|_{t=o}=\frac{1}{LC}Q_{\max}=\frac{1}{L}\left(\frac{Q_{\max}}{C}\right)=\frac{\varepsilon}{L} \quad Entonces: \quad \left.\frac{di_L}{dt}\right|_{t=o}=\frac{\varepsilon}{L}$$

b) Calcular la rapidez de cambio dV/dt de la caída de voltaje a través del capacitor inmediatamente después de que el interruptor se pasa a la posición B. (2pts)

<u>En cada instante el potencial del capacitor es igual a la fem inducida.</u>

$$V_C=fem=-L\frac{di_L}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{dV_C}{dt}=-L\frac{d^2i_L}{dt^2}$$

$$I=\omega Q_{\max}\, sen\,\omega t \quad \Rightarrow \quad \frac{di_L}{dt}=\omega^2 Q_{\max}\cos\omega t \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2i_L}{dt^2}=-\omega^3 Q_{\max}\, sen\,\omega t$$

$$\left.\frac{dV_c}{dt}\right|_{t=0}=L\omega^3 Q_{\max}\, sen\,\omega t\,\Big|_{t=0};\ donde\ sen\,\omega t\,\Big|_{t=0}=0 \Rightarrow \quad \left.\frac{dV_c}{dt}\right|_{t=0}=0$$

c) Determinar la expresión matemática que describe la carga máxima que aparece en el capacitor a medida que la corriente oscila (2pts)

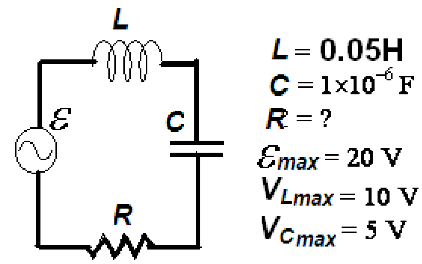
$$\frac{Q_{\max}^2}{2C}=\frac{L I_{\max}^2}{2} \quad \Rightarrow \quad Q_{\max}^2=LC\, I_{\max}^2=LC\left(\frac{\varepsilon}{R}\right)^2$$

$$Q_{\max}=\left(\frac{\varepsilon}{R}\right)\sqrt{LC}$$

TEMA 4

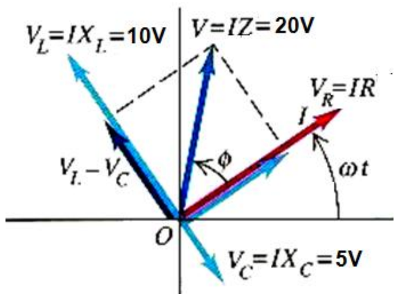
Un generador de CA de frecuencia angular $\boldsymbol{\omega}$ desconocida tiene una amplitud $\boldsymbol{\varepsilon_{max}}$ = 20 V. Los valores de la inductancia y capacitancia se dan en el circuito. Un estudiante determina el valor máximo de la caída de tensión en el inductor y obtiene un valor de $\boldsymbol{V_L max}$ = 10 V y determina el valor máximo de la caída de tensión en el capacitor y obtiene un valor de $\boldsymbol{V_C max}$ = 5 V.

a) Calcular la fem rms (2pts)



$$fem_{RMS} = \frac{20V}{\sqrt{2}} = 14.14V$$

b) Calcular el valor máximo de la caída de tensión en el resistor: (2 pts)



$$\varepsilon^2 = (V_R)^2 + (V_L - V_C)^2$$

$$20^2 = (V_R)^2 + (10-5)^2$$

$$V_R = 19.36V$$

c) Calcular la impedancia del circuito (4 pts)

Calculando ω:

$$V_{L\max} = I_0 X_L \Rightarrow I_0 = \frac{V_{L\max}}{X_L} \quad y \quad V_{C\max} = I_0 X_C \Rightarrow I_0 = \frac{V_{C\max}}{X_C}$$

$$I_0 = I_0 \Rightarrow \frac{V_{L\max}}{X_L} = \frac{V_{C\max}}{X_C} \Rightarrow \frac{V_{L\max}}{\omega L} = \frac{V_{C\max}}{1/\omega C} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{V_{L\max}}{(V_{C\max} \times L \times C)}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{10}{5 \times 0.05 \times 1 \times 10^{-6}}} = 6324.6 \frac{rad}{s}$$

Calculando X_L:

$$X_L = \omega L = 6324.6 \times 0.05 = 316.23\Omega$$

Calculando X_C:

$$X_C = 1/\omega C = \frac{1}{6324.6 \times 1 \times 10^{-6}} = 158.1\Omega$$

Calculando R:

$$I_0 = \frac{V_{R\max}}{R} = \frac{V_{L\max}}{X_L} \Rightarrow R = \frac{V_{R\max} \times X_L}{V_{L\max}} = \frac{19.4V \times 316.23\Omega}{10V}$$

$$R = 613.5\Omega$$

Calculando Z:

$$Z = \sqrt{(R)^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(613.5\Omega)^2 + (316.23\Omega - 158.1\Omega)^2} = 633.6\Omega$$

d) Calcular la corriente rms (2 pts)

$$Io_{MAX} = \frac{Vo_{MAX}}{Z} = \frac{20V}{633.6\Omega} = 31.6mA$$

$$I_{RMS} = \frac{Io_{MAX}}{\sqrt{2}} = \frac{31.6mA}{\sqrt{2}} = 22.3mA$$

e) Calcular el factor de potencia. (2 pts)

$$\phi = tg^{-1}\left[\frac{X_L - X_C}{R}\right] = tg^{-1}\left[\frac{316.23\Omega - 158.1\Omega}{613.5\Omega}\right] = 14.45^0$$

$$fp = \cos\phi = \cos 14.45^0 = 0.97$$

f) Calcular la potencia promedio disipada en el resistor (2 pts)

$$P = I_{rms}^2 R = (22.3 \times 10^{-3} A)^2 \times (613.5\Omega) = 0.31W$$

g) Calcular la frecuencia angular ω del generador (2 pts)

Ver cálculos en literal C: $\omega = 6324.6\frac{rad}{s}$

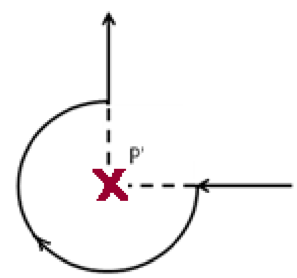
h) Calcular el ángulo de fase Φ e indicar si el voltaje de la fem adelanta o atrasa a la corriente (4 pts)

Ver cálculos en literal e: $\phi = 14.45^0$

Además, *<u>el voltaje del generador adelanta a la corriente.</u>*

TEMA 5 (6 pts)

Por un alambre largo que contiene una región curva, con un radio de 10 cm, circula una corriente de 40 A en la dirección indicada en la figura adjunta. Encuentre el campo magnético en el punto P.



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\overrightarrow{dl} \times \vec{r}}{r^3}$$

La contribución de las secciones rectas es nula, por lo tanto, se tiene únicamente la contribución de la parte curva:

$$B = \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl}{r^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\int dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\left(\frac{3}{4}\,2\pi r\right) = \frac{3\mu_0 I}{8r}$$

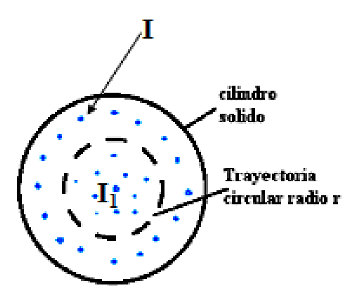
$$B = \frac{3\times 4\pi\times 10^{-7}T.m/A}{8\times 0.1m}40A = 1.88\times 10^{-4}T$$

TEMA 6 (4 pts)

Un conductor largo y cilíndrico es sólido en todas sus partes y tiene un radio R. Transporta una corriente ***I*** paralela al eje del cilindro y se distribuye uniformemente en toda el área de sección transversal del conductor.

Hallar el campo magnético, en función de la distancia *r*, al eje del conductor para puntos situados dentro del conductor (r<R)

Usando Ley de Ampere se tiene:



$$\oint \vec{B}\bullet d\vec{l} = \mu_0 I \;\Rightarrow\; B\oint dl = \mu_0 I_1\;;\; Además \quad J = \frac{I}{\pi R^2} = \frac{I_1}{\pi r^2} \;\Rightarrow I_1 = \frac{r^2}{R^2}I$$

$$B(2\pi r) = \mu_0\left(\frac{r^2}{R^2}I\right)$$

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{r}{R^2}I\,,\; r < \mathrm{R}$$