

ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE INGENIERIA MECÁNICA Y CIENCIAS DE LA PRODUCCIÓN
PRIMERA EVALUACIÓN DE DINAMICA

Alumno:.....**SOLUCIÓN**.....PROF: M.Sc. Eduardo Mendieta..Fecha: 8/12/2010

Primer Tema: (10 puntos)

La velocidad de un corredor puede aproximarse mediante la fórmula empírica $v = 12(1-0.025x)^{0.3}$, donde v y x se expresan en km/h y km respectivamente. Sabiendo que el corredor parte del origen en $t = 0$, encuentre

- a) la distancia recorrida en 1 h (5 puntos)
- b) la aceleración en $t = 0.2$ s (3 puntos)
- c) el tiempo que le toma recorrer 5 km (2 puntos)



SOLUCIÓN

$$v = 12(1 - 0.025x)^{0.3} \quad x \text{ en km y } v \text{ en km/h}$$

(a) distancia en $t = 1$ h .

$$\text{con } dx = v dt, \quad dt = \frac{dx}{v} = \frac{dx}{12(1-0.025x)^{0.3}}$$

$$, \quad t = 0 \quad x = 0,$$

$$\int_0^t dt = \frac{1}{12} \int_0^x \frac{dx}{(1-0.025x)^{0.3}} \quad \circ \quad [t]_0^t = \frac{1}{(12)} \cdot \frac{-1}{(0.7)(0.025)} (1-0.025x)^{0.7} \Big|_0^x$$

$$t = 4.7619 \left\{ 1 - (1 - 0.025x)^{0.7} \right\}$$

despejando x , tenemos

$$x = 40 \left\{ 1 - (1 - 0.210t)^{1/0.7} \right\}$$

para $t = 1$ h,

$$x = 40 \left\{ 1 - [1 - (0.210)(1)]^{1/0.7} \right\}$$

$$x = 11.43 \text{ km}$$

(b) aceleración cuando $t = 0.2$ s = 0.000055 h

$$\frac{dv}{dx} = (12)(0.3)(-0.025)(1 - 0.025x)^{-0.7} = -0.0900(1 - 0.025x)^{-0.7}$$

$$\text{para } t = 0.000055 \text{ h} \quad x = 6.6 \times 10^{-4} \text{ km} \quad v = 11.99 \text{ km/h}, \quad \frac{dv}{dx} = 0.0900 \text{ h}^{-1}$$

$$a = v \frac{dv}{dx} = (12)(-0.0900) = -1.08 \text{ km/h}^2$$

$$a = -1.08 \text{ km/h}^2$$

(c) El tiempo para recorrer 5 km

usando $x = 5$ km en ec (1),

$$t = 4.7619 \left\{ 1 - [1 - (0.025)(5)]^{0.7} \right\} = 0.4249 \text{ h}$$

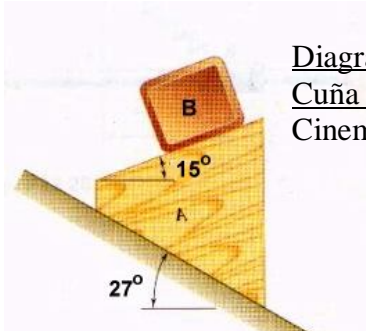
$$t = 0.4249 \text{ h}$$

Segundo Tema: (15 puntos)

La figura muestra un bloque B de masa 10 kg que descansa en la cara superior de una cuña A de 20 kg. Sabiendo que el sistema se suelta desde el reposo en $t = 0$ s y despreciando el rozamiento, encuentre:

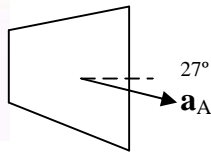
- a) DCL de los bloques con sus respectivas ecuaciones dinámicas (5 puntos)
- a) La aceleración de B (5 puntos)
- b) la velocidad de A respecto a B en $t = 1$ s (5 puntos)

SOLUCIÓN

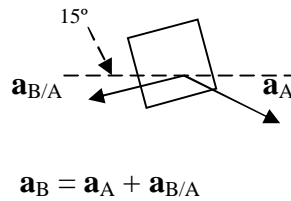


Diagramas de cuerpos libres (DCL)

Cuña A
Cinemática:

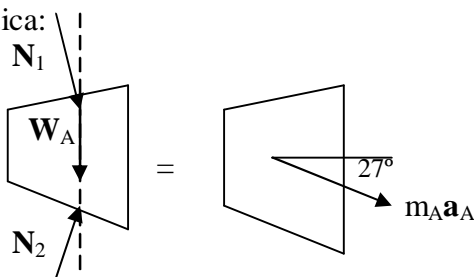


Bloque B



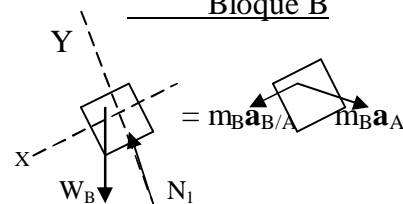
Diagramas de cuerpos libres (DCL)

Cuña A
Cinética:



$$\begin{aligned} \rightarrow + \Sigma F_x &= m_A a_A \\ W_A \sin 37^\circ + N_1 \sin 42^\circ &= m_A a_A \\ \Rightarrow N_1 &= 29.89 a_A - 132.98 \quad (1) \end{aligned}$$

Bloque B



$$\begin{aligned} \swarrow + \Sigma F_x &= m_B a_x \\ m_B g \sin 15^\circ &= m_B a_{B/A} - m_B a_A \cos 42^\circ \\ a_{B/A} &= 2.536 + 0.743 a_A \quad (2) \\ \nwarrow + \Sigma F_y &= m_B a_y \\ m_B g \cos 15^\circ - N_1 &= m_B a_A \sin 42^\circ \\ 6.69 a_A &= 94.66 - N_1 \quad (3) \end{aligned}$$

Reemplazo N_1 de (1) en (3) $\Rightarrow 94.66 - 29.89 a_A + 132.98 = 6.69 a_A \Rightarrow a_A = 6.22 \text{ m/s}^2$ $\swarrow 27^\circ$

Reemplazo a_A en (2) $\Rightarrow a_{B/A} = 2.536 + 0.743(6.22) = 7.16 \text{ m/s}^2$ $\swarrow 15^\circ$

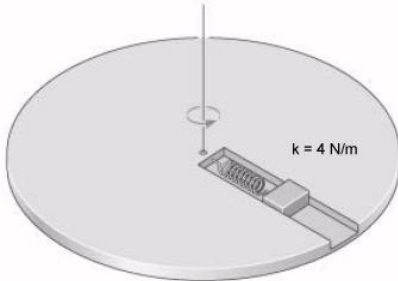
b) $a_B = a_A + a_{B/A} = 4.87 \text{ m/s}^2$ $\swarrow 253.6^\circ$

c) $a_{A/B} = a_A - a_B = 7.14 \text{ m/s}^2$ $\swarrow 15^\circ$
 $\Rightarrow v_{A/B} = v_0 + a_{A/B} t = 7.14 \text{ m/s}$ $\swarrow 15^\circ$

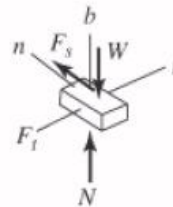
Tercer Tema: (15 puntos)

El bloque tiene una masa de 1 kg y puede moverse a lo largo de la ranura lisa hecha en el disco en rotación. El resorte tiene una constante elástica de 4 N/m y longitud no alargada de 0.6 m. Determine la fuerza del resorte sobre el bloque y la componente tangencial de la fuerza que la ranura ejerce sobre el lado del bloque, cuando el bloque alcanza el reposo con respecto al disco y viaja con rapidez constante de 4 m/s.

SOLUCIÓN



- $m = 1 \text{ kg}$
- $W = 9.8 \text{ N}$
- $k = 4 \text{ N/m}$
- $\delta = 0.6 \text{ m}$
- $v = 4 \text{ m/s}$



$$\Sigma F_n = ma_n; \quad F_s = k(\rho - \delta) = \frac{W}{g} \left(\frac{v^2}{\rho} \right)$$

$$\rho = \frac{1}{2kg} \left[kg\delta + \left(\sqrt{k^2 g^2 \delta^2 + 4kgWv^2} \right) \right] \quad \rho = 2.32 \text{ m}$$

$$F_s = k(\rho - \delta) \quad F_s = 6.89 \text{ N}$$

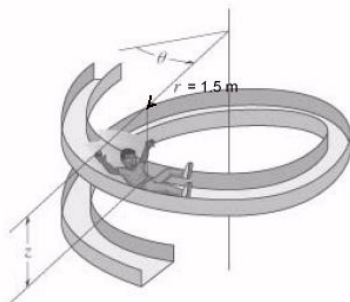
$$\Sigma F_t = ma_t; \quad \Sigma F_t = ma_t; \quad F_t = 0$$

Cuarto Tema: (20 puntos)

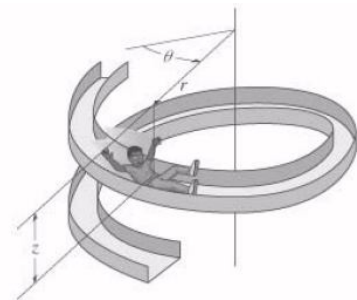
El niño de 40 kg resbala hacia abajo por la resbaladera en espiral con rapidez constante tal que su posición medida desde la parte superior de la vía, tiene componentes $r = 1.5 \text{ m}$, $\theta = 9.7 t \text{ rad}$ y $z = (-0.5t) \text{ m}$, donde t está en segundos. Determine: DCL del niño (3 puntos)

a) Las velocidades v_z y v_θ (7 puntos)

b) Las componentes de la Fuerza F_r , F_θ y F_z que la resbaladera ejerce sobre el niño en el instante $t = 1.8 \text{ s}$. Desprecie el tamaño del niño (10 puntos)



- $M = 40 \text{ kg}$
- $r = 1.5 \text{ m}$
- $\theta = 9.7 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
- $z = -0.5 t$
- $t_f = 2 \text{ s} \quad g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$



a) $v_z = z' = -0.5 \text{ m/s}$
 $v_\theta = \theta' r = 9.7(1.5) = 14.55 \text{ m/s}$

$$\begin{aligned} r &= r_0 & r' &= 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} & r'' &= 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ \theta &= 9.7t & \theta' &= 9.7 & \theta'' &= 0 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \\ z &= -0.5 t & z' &= -0.5 & z'' &= 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$



b)

$$\begin{aligned} F_r &= M(r'' - r\theta'^2) & F_r &= -5645.4 \text{ N} \\ F_\theta &= M(r\theta'' + 2r'\theta') & F_\theta &= 0 \\ F_z - Mg &= Mz'' & F_z &= M(g + z'') & F_z &= 392 \text{ N} \end{aligned}$$