EXAMEN DE CONTROL AUTOMÁTICO
PRIMER PARCIAL
DICIEMBRE 07 DE 2010

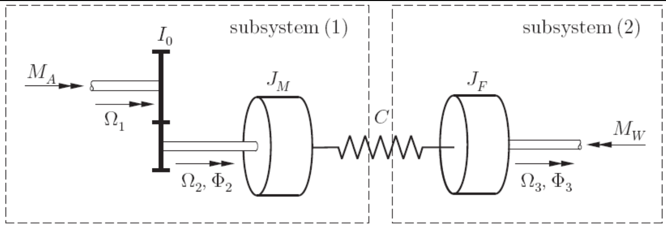
PRIMER TEMA: 35 puntos

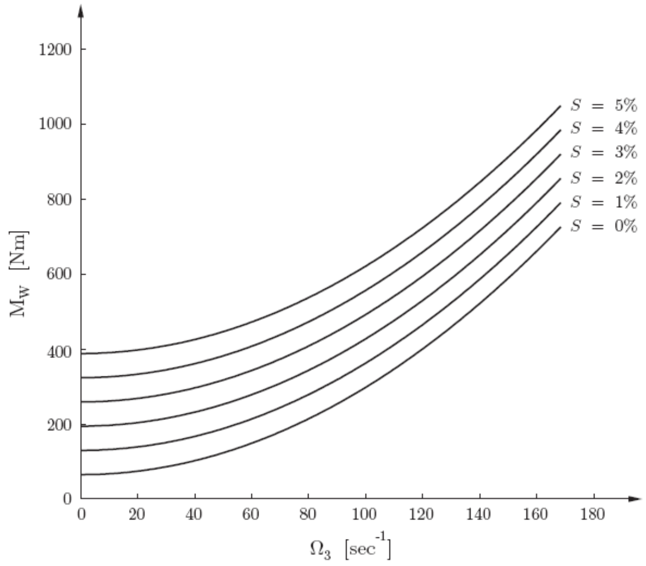
El diagrama representa el sistema de transmisión mediante cardán de un vehículo.

M_A Torque motriz
M_W Torque de carga
J_M Momento de inercia total del subsistema 1.
J_F Momento de inercia total del subsistema 2.
C Constante de torsión del cardán.
Io Relación de velocidad entre el eje del motor y el cardán.
$\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ Velocidades angulares
Φ_2, Φ_3 Angulos de rotación

Las curvas representan al momento de carga como una función de la velocidad angular de las ruedas y la pendiente del camino.

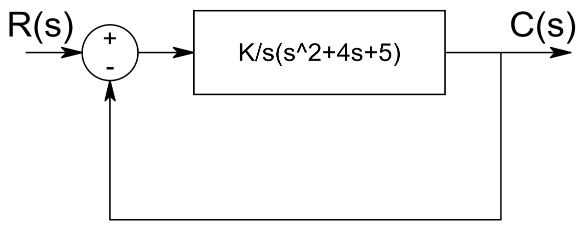
a. (10 puntos) Obtenga la linearización del momento de carga para el punto de operación: $\Omega_{30} = 100\ sec^{-1}$ y $S_0 = 3$ %.
b. (10 puntos) Determinar para cada subsistema (1) y (2) el modelo mecánico equivalente para cada ecuación diferencial correspondiente, evaluadas para pequeñas variaciones alrededor del punto de operación propuesto.
c. (15 puntos) Dibuje un diagrama funcional del sistema en el que ω_1 es la variable de salida y, **s** y $\mathbf{m_A}$ son las variables de entrada. Utilice sólo bloques de transferencia tipo P (constantes) e I (integrales), indicando sus parámetros característicos en cada bloque de transferencia.





SEGUNDO TEMA: 35 puntos

Considere el sistema de control de posición de la figura:

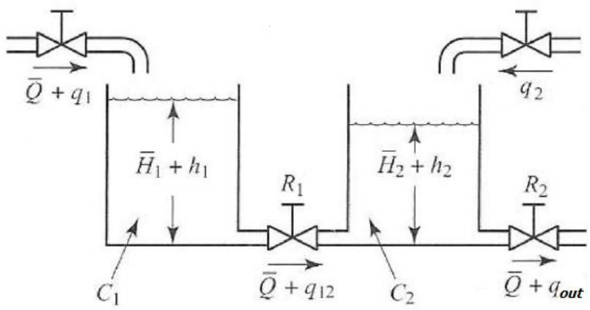


a) (20 puntos) Bosqueje con todos los detalles posibles el lugar geométrico de las raíces para variación del parámetro K, desde cero hasta infinito.
b) (5 puntos) ¿Para qué valor o valores de K el sistema tiene 2 raíces reales e iguales? ¿Cuáles son esas raíces?
c) (5 puntos) ¿Para qué valores de K el sistema es estable?; ¿Inestable?
d) (5 puntos) ¿Para qué valores de K el sistema es sub-amortiguado?; ¿Sobre-amortiguado?

TERCER TEMA: 30 puntos

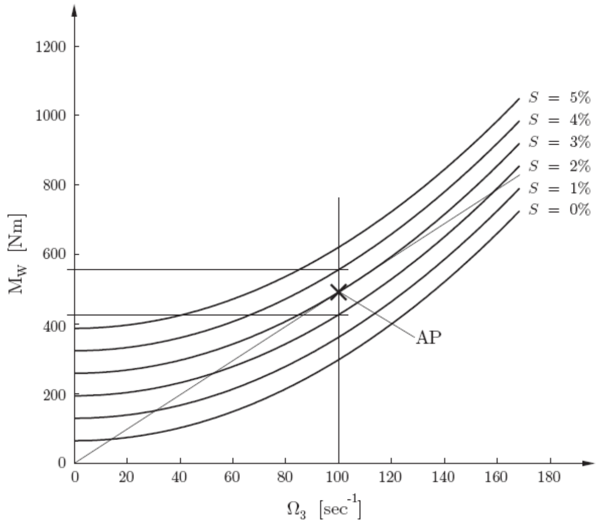
Considere el sistema de nivel de líquido mostrado. En estado estacionario el caudal de entrada y el de salida es $\mathbf{Q_0}$. $\mathbf{H_{01}}$ **y** $\mathbf{H_{02}}$ representan los niveles de los tanques 1 y 2 respectivamente también en su estado estacionario. Las variables $\mathbf{q_1}$, $\mathbf{q_{12}}$, $\mathbf{q_{out}}$, $\mathbf{h_1}$ y $\mathbf{h_2}$ se consideran pequeñas. La entrada de perturbación $\mathbf{q_2}$ también es pequeña.

a. (18 puntos) Obtenga una representación en el espacio de estados para el sistema dado. Defina las variables de estado como: $\mathbf{x_1} = \mathbf{h_1}$, $\mathbf{x_2} = \mathbf{h_2}$; las variables de entrada: $\mathbf{u_1} = \mathbf{q_1}$, $\mathbf{u_2} = \mathbf{q_2}$ y las variables de salida como: $\mathbf{y_1} = \mathbf{h_1}$, $\mathbf{y_2} = \mathbf{h_2}$
b. (12 puntos) Dibuje un diagrama de bloques para el sistema y simplifíquelo para obtener $H_2(s)$ como función de $Q_1(s)$ y $Q_2(s)$. C1 y C2 son las capacitancias (sección transversal) de los tanques 1 y 2.



Solución:

Primer Tema.



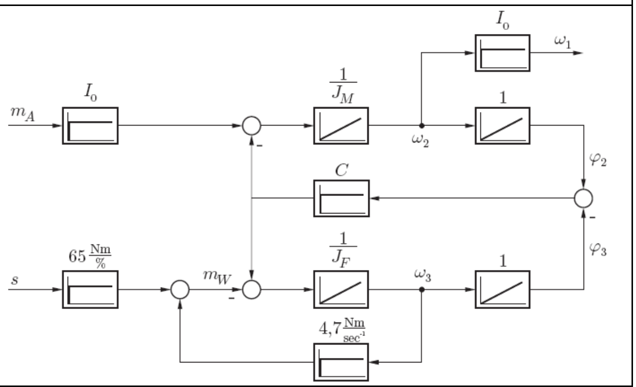
$$m_W = K_\omega \cdot \omega_3 + K_s \cdot s$$

$$K_\omega = \left.\frac{\partial Mw}{\partial \Omega_3}\right|_P = \frac{490-20}{100-0}\frac{Nm}{sec^{-1}} = 4.7\frac{Nm}{sec^{-1}}$$

$$K_s = \left.\frac{\partial Mw}{\partial S}\right|_P = \frac{560-430}{4-2}\frac{Nm}{\%} = 65\frac{Nm}{\%}$$

$$Subsistema\_1: \quad J_M \cdot \frac{d\omega_2}{dt} = m_A \cdot Io + C(\varphi_3 - \varphi_2)$$

$$Subsistema\_2: \quad J_F \cdot \frac{d\omega_3}{dt} = -m_W + C(\varphi_2 - \varphi_3)$$



Segundo Tema.

$$E.C.: \quad 1+\frac{K}{s(s^2+4s+5)}=0 \quad ; \quad 1+\frac{K}{s(s+2+j)(s+2-j)}=0$$

$Centroide\_y\_asíntotas:$

$$\sigma_A = \frac{0-(0+2+2)}{3-0} = -1.33 \quad ; \quad \phi_{1,2,3} = 60°, 180°, 300°$$

$Puntos\_de\_salida\_llegada\_al\_eje\_real:$

$$s=\sigma \quad \rightarrow \quad K = -\sigma^3 - 4\sigma^2 - 5\sigma$$

$$\frac{dK}{d\sigma} = -3\sigma^2 - 8\sigma - 5 = 0 \quad \rightarrow \quad \sigma_{1,2} = \begin{cases} -1 \\ -1.67 \end{cases}$$

$$K(\sigma_1) = -3\sigma_1^2 - 8\sigma_1 - 5 = 2$$

$$K(\sigma_2) = -3\sigma_2^2 - 8\sigma_2 - 5 = 1.85$$

$Cruce\_con\_eje\_real:$

$$E.C.: \quad s^3 + 4s^2 + 5 + K = 0$$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 5 \\ s^2 & 4 & K \\ s^1 & \frac{20-K}{4} & \\ s^0 & K & \end{array}$$

$a. \quad 20 - K = 0 \quad \rightarrow \quad K = 20 = K_{crit}$

$b. \quad 4s^2 + K = 0 \quad \rightarrow \quad s_{1,2} = \pm j\sqrt{5} = \pm j2.24 = \pm j\omega_0$

b).

$Para: \quad K = 1.85 \quad \rightarrow \quad s_{1,2} = -1.67$

$\qquad K = 2 \quad \rightarrow \quad s_{1,2} = -1$

c).

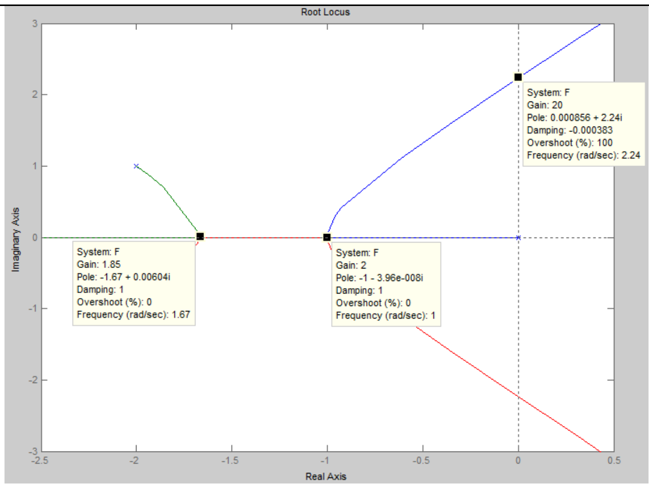
$Sistema\_condicionalmente\_estable$

$Rango\_de\_estabilidad: \quad 0 < K \le K_{crit}$

d).

$0 < K < 1.85 \quad \rightarrow \quad Sistema\_Sub-amortiguado$

$1.85 \le K < 2 \quad \rightarrow \quad Sistema\_Sobre-amortiguado$



Tercer Tema:

1) $C_1 \dfrac{dh_1}{dt} = q_1 - q_{12}$

2) $C_2 \dfrac{dh_2}{dt} = q_{12} + q_2 - q_{out}$

3) $q_{12} = \dfrac{h_1 - h_2}{R_1}$

4) $q_{out} = \dfrac{h_2}{R_2}$

$2-1)\quad \dfrac{dh_1}{dt} = \dfrac{q_1}{C_1} - \dfrac{h_1 - h_2}{C_1 R_1}$

$2,4-3)\quad \dfrac{dh_2}{dt} = \dfrac{h_1 - h_2}{C_2 R_1} + \dfrac{q_2}{C_2} - \dfrac{h_2}{C_2 R_2}$

$x_1 = h_1 \quad ; \quad x_2 = h_2$

$u_1 = q_1 \quad ; \quad u_2 = q_2$

$y_1 = h_1 = x_1 \quad ; \quad y_2 = h_2 = x_2$

$$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{1}{C_1 R_1} x_1 + \frac{1}{C_1 R_1} x_2 + \frac{1}{C_1} u_1$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{1}{C_2 R_1} x_1 - \left(\frac{1}{C_2 R_1} + \frac{1}{C_2 R_2} \right) x_2 + \frac{1}{C_2} u_2$$

$$\begin{vmatrix} \dfrac{dx_1}{dt} \\ \dfrac{dx_2}{dt} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\dfrac{1}{C_1 R_1} & \dfrac{1}{C_1 R_1} \\ \dfrac{1}{C_2 R_1} & -\left(\dfrac{1}{C_2 R_1} + \dfrac{1}{C_2 R_2} \right) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \dfrac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{C_2} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} y_1 \\ y_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix}$$