EXAMEN DE CONTROL AUTOMÁTICO
SEGUNDO PARCIAL
FEBRERO 1 DE 2011

PRIMER TEMA: 35 puntos

Para el sistema con realimentación negativa, con funciones a continuación:
:

$$G(s)=\frac{K(s/10+1)}{s(s/1-1)(s/100+1)} \quad ; \quad H(s)=1 \quad ; \quad K=100$$

a. (10) Construya el diagrama de Bode de Magnitud y Fase para K=100 (gráficos asintóticos), sin embargo, suavice el gráfico de la fase.
b. (15) Realizar el análisis de estabilidad según Nyquist para el valor de K=100.
c. (10) Repita lo realizado en (b) pero para K=1.

SEGUNDO TEMA: 35 puntos

Para el sistema representado por la función de transferencia:

$$G(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{K}{s(s+10)}=\frac{Ks^{-2}}{1+10s^{-1}} \quad ; \quad H(s)=1$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}r \quad ; \quad y=\begin{bmatrix} c & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

a. (10) Se desea que el Error del Sistema en estado estacionario sea 10%.
b. (10) Construya el gráfico de Flujo de Señales definiendo las Variables de Estado y obtenga el modelo de Espacio de Estados controlable, proporcione los valores de: a, b y c.
c. (15) Encontrar la Matriz de Realimentación de Estados K, del sistema de tal manera que responda con un Sobre-nivel del 10% y un Tiempo de estabilización Ts = 1 seg.

TERCER TEMA: 30 puntos

Un sistema con retroalimentación negativa unitaria tiene una función de transferencia:

$$G(s)=\frac{4.2}{s(s+1)(s+5)} \quad ; \quad H(s)=1$$

a) (05) Encuentre el valor del Error del Sistema en estado estacionario.
b) (10) Determine el Tiempo de Estabilización y el Sobre-nivel Porcentual.
c) (15) Diseñe una red de atraso utilizando el método del lugar de las raíces de tal forma que el Error del Sistema en estado estacionario con compensación sea la décima del error sin compensación.

Solución:

PRIMER TEMA:

$$G(s)=\frac{K(s/10+1)}{s(s/1-1)(s/100+1)} \quad ; \quad H(s)=1 \quad ; \quad K=100$$

$P=1$

$a)$

$K=100$

$P=1 \quad ; \quad N=-1$

$Z=P+N=1-1=0$

$El\_sistema\_es\_estable$

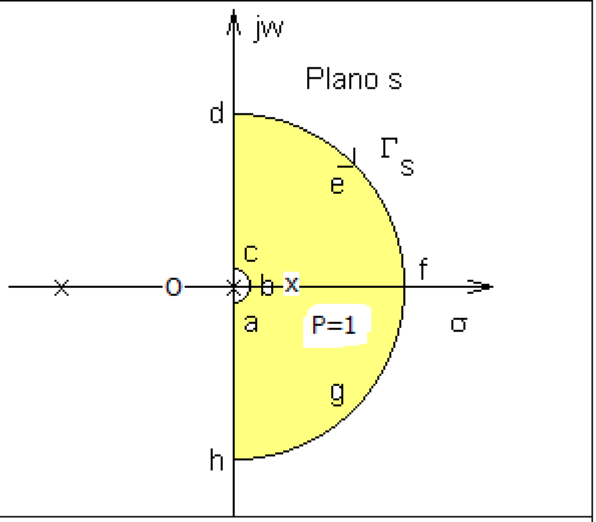
$b)$

$K=1$

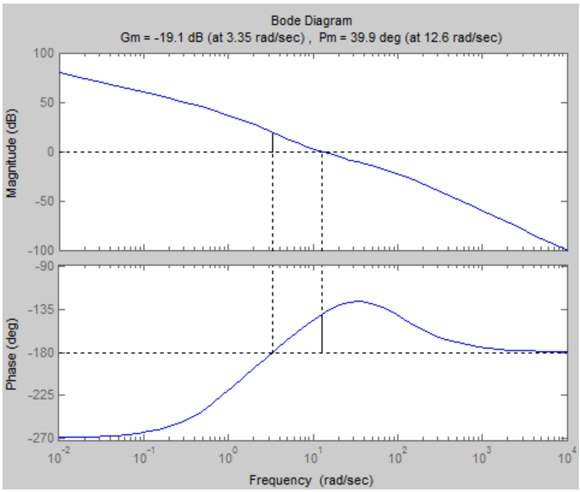
$P=1 \quad ; \quad N=1$

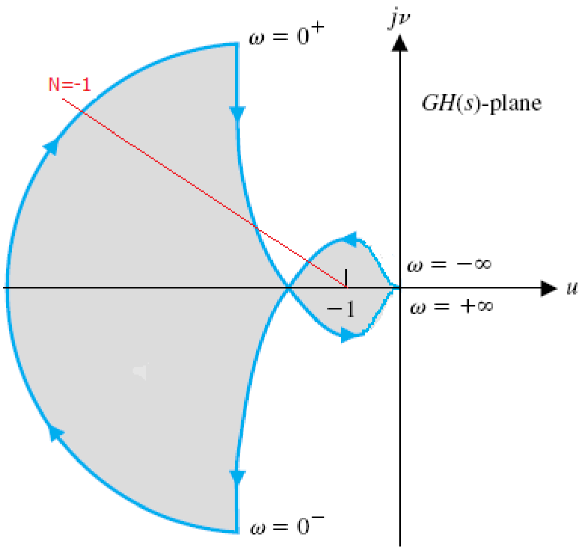
$Z=1+1=2$

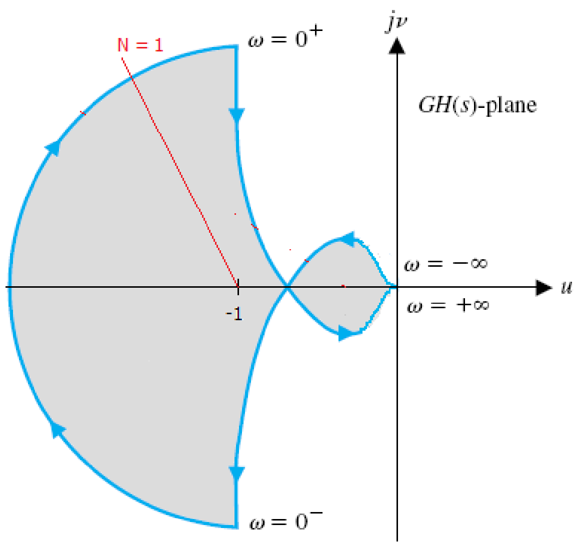
$El\_sistema\_es\_inestable$



	s	GH(s)	Comentario
a	e/-90	-∞/+90	s=e / Θ e<<1 GH(s) ≈- (100/ e)/- Θ ≈ -∞/- Θ
b	e/0	-∞/0	
c	e/+90	-∞/-90	
d	r/+90	0/-180	s=r/Θ r≈ ∞ GH(s)≈(100/r²)/- 2Θ ≈0/ -2Θ
e	r/+45	0/-90	
f	r/0	0/0	
g	r/-45	0/+90	
h	r/-90	0/+180	







SEGUNDO TEMA:

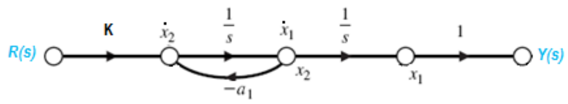
A)

$$G(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{K}{s(s+70)}=\frac{K\,s^{-2}}{1+70s^{-1}}$$

$$a)\quad e_{ss}=\frac{1}{Kv}=10\% \quad ; \quad Kv=\lim_{s\to 0} sG(s) \quad \to \quad K=100$$

$$b)\quad \begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -a_0 & -a_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ b\end{bmatrix}r \quad ; \quad y=\begin{bmatrix}c & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 100\end{bmatrix}r$$



$$c)\quad \begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 100\end{bmatrix}r \quad ; \quad y=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

$$r=-\begin{bmatrix}K_1 & K_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} \quad \to$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0 & 0\\ 100K_1 & 100K_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -100K_1 & -10-100K_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

$$\det\left|sI-\left|A-bK\right|\right|=0 \quad \to \quad \det\begin{vmatrix}s & -1\\ 100K_1 & s+10+100K_2\end{vmatrix}=0$$

$$s^2+(10+100K_2)s+100K_1=0$$

Por_comparación_de_coeficientes_con:

$$SP=10\% \quad ; \quad Ts=1$$

$$s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2=0 \quad ; \quad \zeta=\sqrt{\frac{(\log(0.01\cdot SP))^2}{pi^2+(\log(0.01\cdot SP))^2}}=0.6$$

$$Ts=\frac{4}{\zeta\omega_n}=1 \quad ; \quad \omega_n=6.66$$

$$\begin{cases}10+100K_2=2\zeta\omega_n & \to \quad K_2=-0.02\\ 100K_1=\omega_n^2 & \to \quad K_1=0.44\end{cases}$$

TERCER TEMA:

$$G(s)=\frac{4.2}{s(s+1)(s+5)} \quad ; \quad H(s)=1$$

a)

$$e_{ss}=\frac{1}{Kv} \quad ; \quad Kv=\lim_{s\to} sGH(s)=\frac{4.2}{5} \quad ; \quad e_{ss}=\frac{5}{4.2}$$

b)

$$T(s)=\frac{4.2}{s(s+1)(s+5)+4.2} \quad \to \quad E.C.:\quad s^3+6s^2+5s+4.2=0$$

$$(s+5{,}19)(s+0.4036+j0.803)(s+0.4036-j0.803)=$$

$$(s+5{,}19)(s^2+0.807s+0.807)=0$$

$$2\zeta\omega_n=0.807 \quad ; \quad \omega_n^2=0.807 \quad \to \quad \zeta=\frac{0.4035}{\sqrt{0.807}}=0.45$$

$$Ts=\frac{4}{\zeta\omega_n}=\frac{4}{0.4035}=9.9 \quad ; \quad SP=100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}=20$$

c)

$$e_{ss\_sc}=\frac{5}{4.2} \quad ; \quad e_{ss\_cc}=\frac{5}{(10)(4.2)} \quad \to \quad \alpha=\frac{e_{ss\_sc}}{e_{ss\_cc}}=10$$

Compensador_atraso:

$$z_c=0.1\zeta\omega_n=0.04 \quad ; \quad p_c=z_c/\alpha=0.004$$