EXAMEN DE CONTROL AUTOMÁTICO
EXAMEN DE RECUPERACION
FEBRERO 15 DE 2011

PRIMER TEMA A: (17 puntos)

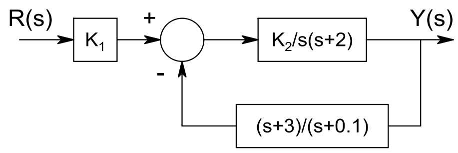
Para el sistema con realimentación negativa unitaria:

$$G(s) = \frac{K(s+1)}{s(s-3)} \quad ; \quad H(s) = 1$$

a) (5 puntos) Calcule el intervalo de K para que el sistema en lazo cerrado sea estable.
b) (7 puntos) Dibuje el lugar geométrico de las raíces.
c) (5 puntos) Para K = 10, determine el valor del Sobre-nivel Porcentual.

PRIMER TEMA B: (18 puntos)

En la figura se muestra un sistema realimentado.

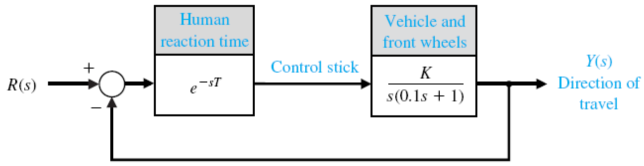


a) (10 puntos) Determine el error de estado estacionario para un escalón unitario cuando $K_2 = 0.4$ y $K_1 = 1$.
b) (8 puntos) Seleccione un valor adecuado para K_1 tal que el error de estado estacionario sea igual a cero para una entrada de escalón unitario

SEGUNDO TEMA: (35 puntos)

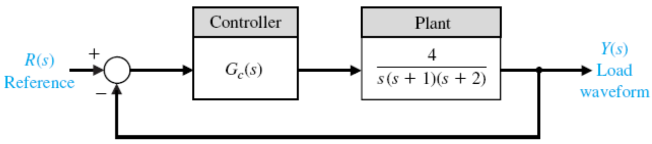
Se muestra el sistema de control de un automóvil tomando en consideración la operación humana del mismo. Un conductor normal tiene un tiempo de reacción de T = 0.2 segundos.

a) (20 puntos) Ajustar el valor de la ganancia de tal manera que el margen de Fase sea igual a 45 °
b) (15 puntos) ¿Cuál será el valor del Rango de Estabilidad?



TERCER TEMA: (30 puntos)

Un sistema para probar materiales se puede considerar como un servomecanismo en el que se desea que la forma de onda de carga siga a la señal de referencia.
Se desea obtener un Margen de Fase de 50 ° con el requisito adicional de que el Tiempo de Estabilización sea de 4 segundos.
Diseñar un compensador de Adelanto de Fase para lograr las especificaciones dadas.



Solución:

Primer Tema A.

$$a)\quad K=1 \;\rightarrow\; MG = \;9.5\_dB \;\;;\;\; MF=-64^{\circ}$$

$$\quad Sistema\_inestable\_para\_K=1:$$

$$\qquad K_{crit}=\log^{-1}(9.5/20)=3$$

$$\quad Sistema\_condicionalmente\_estable.$$

$$\quad Rango\_de\_estabilidad: \quad K_{crit}\le K<\infty$$

$$b)\quad E.C.:\quad s(s-3)+K(s+1)=s^2+(K-3)s+K=0$$

$$\begin{array}{c|cc} s^2 & 1 & K \\ s^1 & K-3 & \\ s^0 & K & \end{array}$$

$$K-3=0 \quad \rightarrow K_{crit}=3 \quad ; \quad s^2+K=0 \quad \rightarrow \quad s\big|_{K_{crit}}=\omega_0=\sqrt{-3}=\pm j1.73$$

$$Puntos\_salida\_entrada\_eje\_real:$$

$$s=\sigma \quad \rightarrow \quad K=-\frac{\sigma(\sigma-3)}{\sigma+1} \quad \rightarrow \quad \frac{dK}{d\sigma}\bigg|_{\sigma_e}=-\frac{(2\sigma-3)(\sigma+1)-(\sigma^2-3\sigma)}{(\sigma+1)^2}=0$$

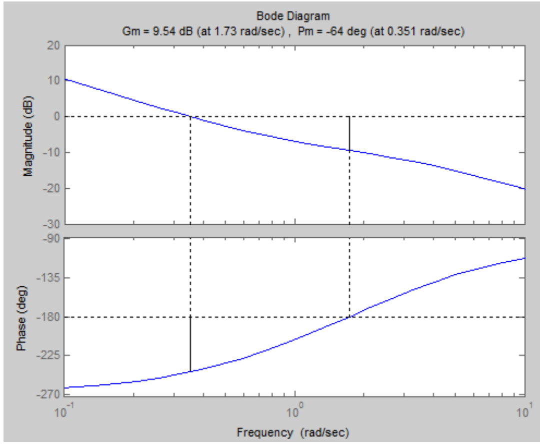
$$\sigma_e^2+2\sigma_e-3=0 \quad \rightarrow \quad \sigma_e=\left|\begin{array}{l}1\\-3\end{array}\right.$$

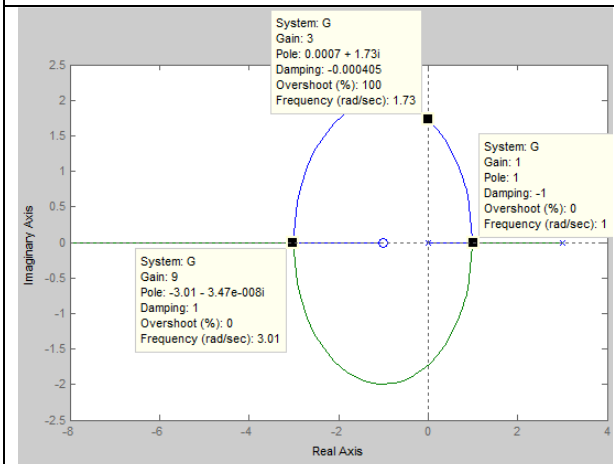
$$c)\quad G(s)=\frac{K(s+1)}{s(s-3)} \quad ; \quad H(s)=1 \quad ; \quad T(s)=\frac{K(s+1)}{s(s-3)+K(s+1)}$$

$$E.C.:\quad s(s-3)+K(s+1)=s^2+(K-3)s+K=0 \quad ; \quad K=10$$

$$\quad s^2+7s+10=0 \quad ; \quad s_{1,2}=\begin{cases}5\\2\end{cases} \quad ; \quad 2\zeta\omega_n=7 \quad ; \quad \omega_n^2=10$$

$$\quad \zeta=\frac{7}{2\omega_n}=\frac{7}{2\sqrt{10}}=1.1 \quad \rightarrow \quad Sistema\_sobreamortiguado$$





Primer Tema B

$$a)\quad E(s)=R(s)-Y(s) \quad ; \quad e_{ss}=\lim_{s\to 0} sE(s)$$

$$\quad K_1=1 \quad ; \quad K_2=0.4$$

$$\quad Y(s)=\frac{K_1K_2(s+0.1)}{s(s+2)(s+0.1)+K_2(s+3)}R(s) \quad ; \quad R(s)=\frac{1}{s}$$

$$\quad E(s)=\left[1-\frac{K_1K_2(s+0.1)}{s(s+2)(s+0.1)+K_2(s+3)}\right]\frac{1}{s} \quad ;$$

$$\quad e_{ss}=\frac{K_2(3-0.1K_1)}{3K_2}=1-\frac{0.1}{3}K_1=0.96$$

$$b)\quad e_{ss}=1-\frac{0.1}{3}K_1=0 \quad \rightarrow \quad K_1=30$$

Segundo Tema

$a)\quad Para: \; K=1 \;\; ; \;\; G(j\omega)=\dfrac{K}{j\omega(1+j0.1\omega)}e^{-j0.2\omega}$

$\text{Retardo}: \;\; \angle G_d(j\omega)=-\omega T(rad)=-57.3\omega T^{\circ}=-11.46\omega^{\circ}$

ω	$\angle G_d(j\omega)$
0.01	−0.114
0.1	−1.146
1.0	−11.46
10	114.6

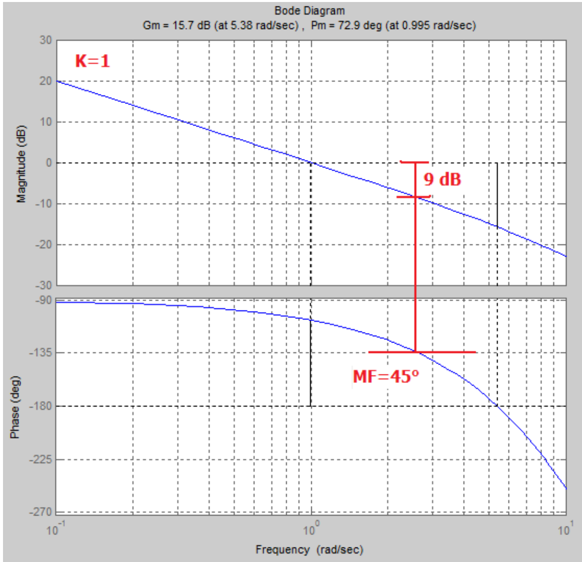
$MG=15.7\_db \;\; ; \;\; MF=72.9^{\circ}$

$\rightarrow \; MF=45^{\circ} \;\; ; \;\; |G(j\omega)|_{MF=45}=9\_dB \;\; \rightarrow \;\; K=\log^{-1}(9/20)=2.8$

$b)\quad K_{crit}=MG \;\; \rightarrow \;\; K_{crit}=\log^{-1}(15.7/20)=6$

$Sistema\_condicionalmente\_estable$

$Rango\_de\_estabilidad: \;\; 0<K\leq K_{crit}$



Tercer Tema:

Se desea un MF = 50° y un Tiempo de Estabilización de 4 seg.
Usar Red de Adelanto.

$Ts=4 \;\; ; \;\; MF=50^{\circ} \;\; \rightarrow \;\; \zeta=0.01MF=0.5$

$Gp(s)=\dfrac{4}{s(s+1)(s+2)}$

$Ts=\dfrac{4}{\zeta\omega_n}=4\_seg \;\; \rightarrow \;\; \zeta\omega_n=1 \;\; ; \;\; \omega_n=\dfrac{1}{\zeta}=2$

$Polos\_dominantes:$

$R=\zeta\omega_n=1 \;\; ; \;\; I=\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}=1.73$

$Compensador\_de\_adelanto:$

$z=R=1 \;\; \rightarrow \;\; el\_cero\_cancela\_el\_polo\_p=1$

$G_{cc}(s)=G_c(s)G_p(s)=\dfrac{1}{\alpha}\dfrac{(s+z)}{(s+p)}\dfrac{4}{s(s+1)(s+2)}=\dfrac{4}{\alpha(s+p)(s+2)s}$

$Ubicar\_p\_aplicando\_el\_criterio\_del\_ángulo:$

$\theta_p=-\theta_0-\theta_{-2}\pm 180 \;\; ; \;\; \theta_0=180-\tan^{-1}\left(\dfrac{I}{R}\right)=120^{\circ} \;\; ; \;\; \theta_{-2}=\tan^{-1}\left(\dfrac{I}{R}\right)=60^{\circ}$

$\theta_p=0^{\circ}$

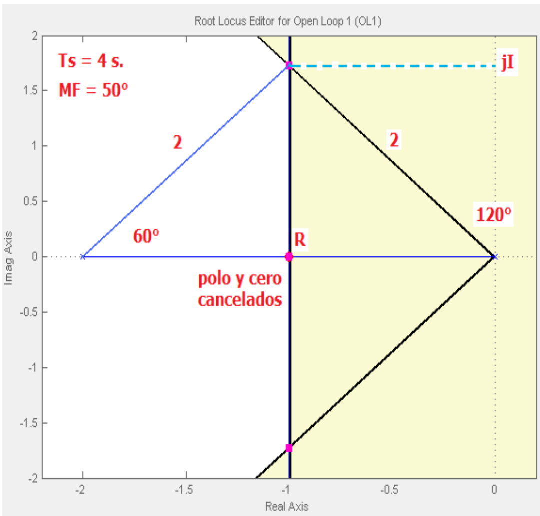
$No\_es\_necesario\_el\_polo,\_se\_convierte\_en\_controlador\_PD$

$G_c(s)=K_P+sK_D=K_D(s+K_P/K_D) \;\; ; \;\; z=K_P/K_D=1$

$Aplicando\_el\_criterio\_de\_magnitud:$

$G_c(s)G_p(s)=\dfrac{4K_D(s+1)}{s(s+1)(s+2)}=\dfrac{4K_D}{s(s+2)} \;\; \rightarrow \;\; K_D=\dfrac{|s||s+2|}{4}=1$

$z=K_P/K_D=1 \;\; \rightarrow \;\; K_P=1 \;\; entonces: \;\; G_{cc}(s)=\dfrac{4}{s(s+2)}$



Nota:
puede intentarse un compensador de adelanto en el que el cero se lo ubique algo a la derecha de "R" ; por ejemplo: z = 08, para que al aplicar el criterio del ángulo, el ángulo del polo del compensador no sea cero.
Si el cero se lo ubica a la izquierda de "R", el valor del ángulo del polo del compensador sería negativo.