

# SIMULACIÓN Y OPTIMIZACIÓN DE MIMO SYSTEMS USANDO BEAMFORMING A TRAVES DEL SINGULAR VALUE DECOMPOSITION

Luis Alfredo Zambrano Vega  
Carlos Alberto Castillo Arias  
Facultad de Ingeniería en Electrónica y Telecomunicaciones (FIEC)  
Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL)  
Campus Gustavo Galindo, Km 30.5 Vía Perimetral  
Apartado 09-01-5863. Guayaquil, Ecuador  
[lzambran@fiec.espol.edu.ec](mailto:lzambran@fiec.espol.edu.ec)  
[carlos.castilloa@hotmail.com](mailto:carlos.castilloa@hotmail.com)  
Msc. Hernan Cordova  
[hcordova@fiec.espol.edu.ec](mailto:hcordova@fiec.espol.edu.ec)

## Resumen

*MIMO es un sistema de transmisión inalámbrico que usa múltiples antenas tanto en el transmisor y el receptor aprovechando la propagación multicamino con el fin de mejorar el rendimiento de la comunicación, la fiabilidad del enlace, reducir la tasa de error y aumentar la velocidad de transmisión. Los problemas en la transmisión ocurren debido a los distintos tipos de interferencias presentes: Intersimbólica (ISI), Intercanal (ICI) y co-canal o crosstalk. Para optimizar el rendimiento del sistema se proponen distintos algoritmos y técnicas que permiten mitigar dichas interferencias, como: el Beamforming y Singular Value Decomposition (SVD) con el propósito de diagonalizar el canal, los algoritmos de Chow y Campello que permiten realizar la carga adaptativa de bits a cada subcanal para después poder realizar la respectiva modulación MQAM, y la técnica OFDM que logra maximizar el ancho de banda transmitiendo la señal bajo múltiples subportadoras ortogonales. Finalmente se analizará las gráficas de rendimiento BER vs SNR y la capacidad del canal confirmando las bondades que brinda la optimización de esta tecnología.*

**Palabras Claves:** MIMO, Beamforming, SVD, carga adaptativa, MQAM, OFDM.

## Abstract

*MIMO is a wireless transmission system that uses multiple antennas at both the transmitter and the receiver taking advantage of multipath propagation to improve the communication performance, link reliability, increase the data throughput and reduce error rates. The transmission problems occur due to various types of interference like: Intersymbol (ISI), Interchannel (ICI) and co-channel or crosstalk. To mitigate this kind of problems and optimize the system performance we propose different algorithms and techniques such as: Beamforming and Singular Value Decomposition (SVD) in order to diagonalize the channel, Campello and Chow algorithms that allows adaptive bit loading to each subchannel and then carry out the respective MQAM modulation, and OFDM technique that maximize the bandwidth, transmitting the signal using multiple orthogonal subcarriers. Finally, we analyze performance graphs like BER vs SNR and channel capacity, confirming the benefits of this optimized technology.*

**Keywords:** MIMO, Beamforming, SVD, adaptive loading, MQAM, OFDM.

## 1. Introducción

Tecnologías como Wireless Local Area Network (WLAN) ha ganado mucha importancia gracias al desarrollo en gran escala de diversos dispositivos portátiles.

Poder compartir datos, voz y video es el principal propósito dentro de una red inalámbrica. Debido a la constante mejora en calidad y aumento del tamaño de los archivos a transmitir, los consumidores siempre exigen mayor velocidad y mayor cobertura, por lo que

siempre se está apuntando al desarrollo de nuevas normas y mejoras al estándar IEEE 802.11, para la tecnología WLAN.

Una de las mejoras obligatorias en la capa física es el uso de la tecnología con múltiples antenas de transmisión y recepción, o mejor conocido por sus siglas en inglés Multiple Input-Multiple Output (MIMO).

Este estudio tiene el propósito de optimizar el rendimiento de los sistemas MIMO, para esto se proponen distintos algoritmos como: el Beamforming

y Singular Value Decomposition (SVD) con el propósito de diagonalizar el canal, los algoritmos de Chow y Campello que permiten realizar la carga adaptiva de bits a cada subcanal para después poder realizar la respectiva modulación MQAM, y la técnica OFDM que logra maximizar el ancho de banda transmitiendo la señal bajo múltiples subportadoras ortogonales.

## 2. Modelamiento del Canal

En este estudio usaremos un sistema MIMO  $M \times N$ , con igual número de antenas receptoras y transmisoras, nos enfocamos en el downstream y asumiremos que la Información del Estado de Canal (CSI) se encuentra disponible en ambos extremos y la matriz beamforming es perfectamente conocida en el transmisor con delay respectivo.

Por lo tanto se considerará un Canal FEEDBACK ideal entre estación base y usuario. También consideraremos un canal plano tipo Rayleigh, el cual nos indica que no existe línea de vista (NLOS) entre el transmisor y el receptor. El ser plano implica que todas las bandas de frecuencias sufren la misma magnitud de fading o atenuación. Además, consideraremos que nuestro canal variará en el tiempo durante la transmisión de un símbolo hasta la llegada al receptor, por lo que nuestro modelo funcionará de forma adaptiva.

Se modela matemáticamente nuestro canal MIMO basándonos en la ecuación:

$$y_n = \sum_{l=0}^{L-1} H_l x_{n-1} + n_n \quad (1)$$

Modelaremos la matriz del canal como la suma de una constante con una matriz LOS, y una variable con una matriz NLOS.

$$H_l = \sqrt{P_L} \left( \sqrt{\frac{K}{K+1}} \begin{bmatrix} e^{j\theta_{11}} & e^{j\theta_{12}} \\ e^{j\theta_{21}} & e^{j\theta_{22}} \end{bmatrix} + \sqrt{\frac{1}{K+1}} \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \right) \quad (2)$$

Donde  $P_L$  es la potencia total del canal  $H_l$ ,  $K$  es el factor Rician,  $e^{j\theta_{ij}}$  son los elementos fijos de la matriz LOS y  $X_{ij}$  son los coeficientes de la matriz Rayleigh NLOS.

Para demostrar la expresión anterior tomamos el coeficiente  $h$  de un canal con desvanecimiento tipo Rician, de frecuencia no selectiva con potencia  $P$  y factor Rician  $K$ .

$$h = \sqrt{\frac{P}{K+1}} \cdot (\sqrt{K} + \alpha)$$

En la suma constan las partes reales e imaginarias, y en nuestro ejemplo representan los casos con LOS y NLOS respectivamente. La parte NLOS está representada por  $\alpha$ .

$$h = \sqrt{P} \left( \sqrt{\frac{K}{K+1}} + \sqrt{\frac{1}{K+1}} \cdot \alpha \right)$$

La expresión que forma nuestro canal solo usará los componentes NLOS, por lo que la expresión (2) queda simplificada como se muestra a continuación:

$$H_l = \sqrt{P_l} \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \quad (3)$$

### 2.1 Señal recibida en Sistema MIMO

Para un MIMO 2x2, la señal que recibe la antena receptora 1 es:

$$y_1 = h_{11} x_1 + h_{12} x_2 + n_1$$

$$y_1 = [h_{11} \quad h_{12}] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + n_1$$

La señal que recibe la antena receptora 2 es:

$$y_2 = h_{21} x_1 + h_{22} x_2 + n_2$$

$$y_2 = [h_{21} \quad h_{22}] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + n_2$$

Por lo tanto la señal total recibida es:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix}$$

Y matricialmente la podemos representar como:

$$y = Hx + n \quad (4)$$

Donde  $y$  es la señal recibida,  $x$  la señal enviada,  $H$  es la matriz del canal,  $n$  es el ruido blanco aditivo Gaussiano (AWGN) y varianza  $\sigma^2$ .

### 3. Beamforming – SVD

En vez de transmitir la señal mediante la modulación de una única portadora, la señal se transmite bajo múltiples portadoras ortogonales en frecuencia para que no se superpongan entre sí (OFDM), lo que permite reducir el ancho de banda total requerido y ayuda a combatir el ISI añadiendo un intervalo de guarda.

En este estudio asumimos un conocimiento perfecto del canal (CSI), por lo tanto dicho canal  $H$  se

puede descomponer en matrices unitarias U y V y la matriz diagonal D que contiene los valores singulares de H.

$$H = UDV^T = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_n]D [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n] \quad (5)$$

La matriz V llevará a cabo la precodificación o beamforming. Este filtro se encarga de direccionar la señal y cancelar la matriz unitaria  $V^T$ .

$$x = V \cdot s$$

Finalmente la matriz del canal H es diagonalizado después de remover las dos matrices unitarias mediante la pre/post-multiplicación (precoding y shaping) en el transmisor y receptor respectivamente.

$$y = U^T(UDV^T)V \cdot s + U^T n$$

Así cada símbolo transmitido por cada subcanal es ponderado por el valor singular respectivo del canal como se muestra en la siguiente expresión.

$$y = D \cdot s + n$$

Al diagonalizar el canal H, este se descompone en varios canales SISO paralelos entre sí, eliminando la interferencia inter-subcanal (ICI).

#### 4. Carga adaptiva de bits

El propósito del adaptive loading es alcanzar una mayor velocidad de transmisión y optimización de energía de la señal, basados en el conocimiento de ganancia de los subcanales y se basa en el algoritmo desarrollado por Chow [13] detallado a continuación:

1. Calcular el SNR del subcanal

$$SNR = \text{abs}((\text{subcar\_gains})^2(\text{noise} * \text{gap}))$$

2. Calcular el número de bits para el  $i$ -esimo subportadora basados en la fórmula:

$$\hat{b}(i) = \log_2 \left( 1 + \frac{SNR(i)}{\text{gap}} \right)$$

3. Redondear el valor de  $\hat{b}(i)$  a  $b(i)$ .

Esto se logra fácilmente en MATLAB utilizando el comando *round*.

4. Restringir el valor de  $b(i)$  para que sean del orden de modulación MQAM (0,1,2,4,6,8),

5. Calcular la energía del  $i$ -esimo subcanal basados en el numero de bits calculado en el paso 2 por la formula:

$$e_i(b(i)) = \frac{(2^{b(i)} - 1)}{GNR(i)}, \quad \text{recordando que}$$

$$GNR(i) = \frac{SNR(i)}{\text{gap}}$$

6. Crear una tabla de incrementos de energía para cada subcanal. Para el  $i$ -esimo subcanal usamos la formula

$$\Delta e_i(b) = e_i(b) - e_i(b - 1) = \frac{2^{b-1}}{GNR}$$

Luego por medio del algoritmo desarrollado por Campello, podemos optimizar aún más el proceso de asignación de bits. Este algoritmo se basa en la idea de asignación incremental, en la cual por medio de la diferencia que existe entre la energía necesaria para enviar un bit mas por el subcanal y la energía presente en el canal, podemos obtener información de por cual canal podemos enviar un bit más. El algoritmo se detalla a continuación:

Algoritmo B-Tighten (Compresión de bits)

Entradas:

- $b$ , asignación inicial del bit
- $B$ , numero total de bits asignados

Salida:

- $b$ , asignación de bit optimizada

Algoritmo:

```

B' ← 0
for n = 1 to N
    B' ← B' + b(n)
while (B' ≠ B)
    if (B' > B)
        n = arg max1 ≤ j ≤ N Δej(bj)
        B ← B - 1
        b(n) ← b(n) - 1
    else
        m = arg min1 ≤ i ≤ N Δei(bi + 1)
        B ← B + 1
        b(n) ← b(n) + 1

```

Por último, Campello [14] también propone el siguiente algoritmo para evitar inconsistencias en la cantidad de bits que pueden ser utilizados para la modulación con el algoritmo de resolución de último bit, el cual se detalla a continuación:

Algoritmo de Resolución del Último Bit

1. Comprobar que la asignación de bits de entrada contiene al menos una violación de restricción de bits.
2. Si hay alguna violación digamos en el subcanal  $v$ , encontrar el bit entre la asignación de bits actual que tenga la mayor energía incremental que pueda ser usada para llenar el subcanal  $v$ .

$$E_1 = \Delta e_v(b(v)) - \Delta e_i(b(i))$$

- Encuentre el bit que va a costar el menor incremento en los otros subcanales a los que les haya sido asignado 0 o 1 bits. Esto se debe a que solo entre 0 y 1 bit hay solo diferencia de 1 bit, en cambio en 2, 4, 6 y 8 una diferencia de solo 1 bit significaría una violación a la restricción.

$$E_2 = \Delta e_j(b(j) + 1) - \Delta e_v(b(v))$$

Realizar el cambio correspondiente al más pequeño de  $E_1$  y  $E_2$ .

## 5. Simulación

Los estudios y el desarrollo de esta simulación se basan generalmente en el código MATLAB desarrollado y publicado por Prateek Bansal y Andrés Brzezinski [10]. Este ha sido modificado para poder adaptarse a los parámetros de nuestro estudio.

Se varió la configuración en el sistema de transmisión inalámbrico MIMO para poder analizar gráficas de rendimiento BER vs SNR y de Capacidad de acuerdo al teorema de Shannon que indica que  $C = N \cdot B \cdot \log_2 \left[ 1 + \frac{E_s}{N_o} \right]$ , donde N es el número de antenas receptoras, B el ancho de banda a usar y  $\frac{E_s}{N_o}$  la relación señal/ruido de nuestro sistema.

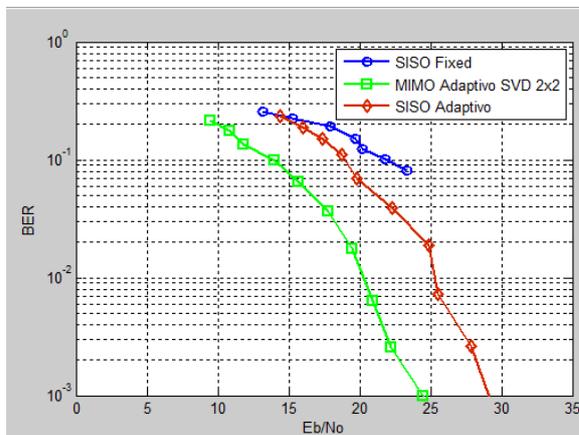


Figura 1. Desempeño del BER para diferentes esquemas.

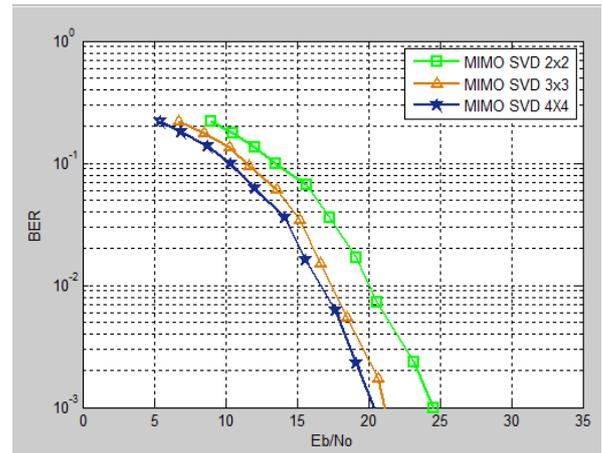


Figura 2. Desempeño del BER para diferente combinación de antenas.

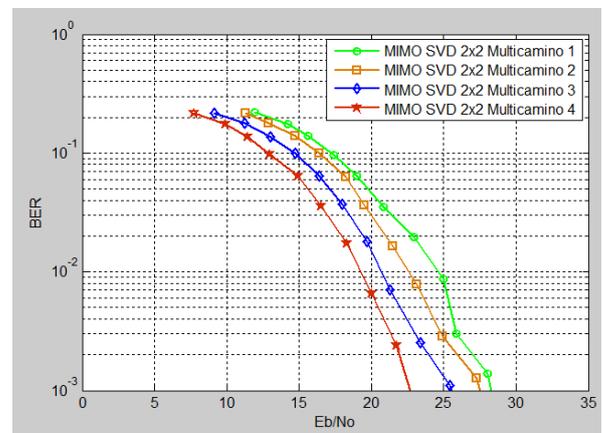


Figura 3. Rendimiento del BER para diferentes caminos de propagación.

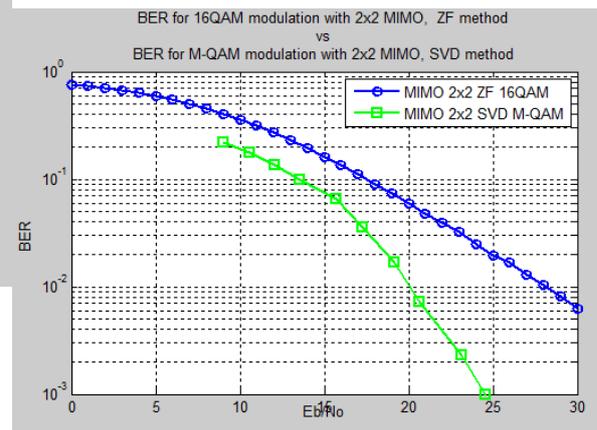


Figura 4. Rendimiento del BER, entre ZF y SVD.

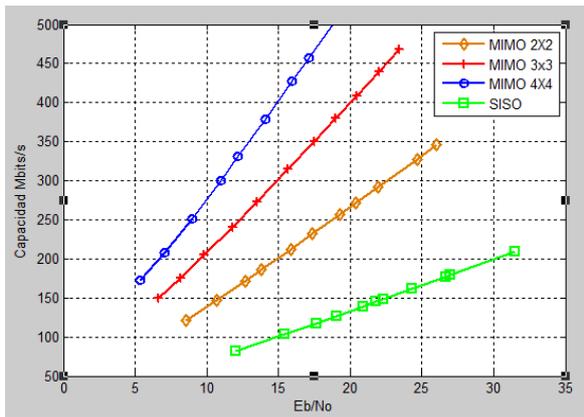


Figura 5. Capacidad de nuestro sistema MIMO.

## 6. Resultados

Como se muestra en la Figura 1, el sistema MIMO de 2x2 con el método de SVD tiene el mejor rendimiento, al comparar el mismo valor de BER, el MIMO requiere un pequeño valor de  $E_b/N_0$  [dB], mientras que el SISO adaptivo necesita un mayor  $E_b/N_0$  para lograr el mismo valor de BER que tiene el MIMO.

Se comprueba que el SISO fijo posee el peor rendimiento entre los tres. Por lo tanto el sistema MIMO supera claramente al SISO Adaptivo, posee una mejora de 3 - 4 dB de  $E_b/N_0$  con respecto al SISO.

También se puede apreciar que cuando la transmisión se encuentra muy interferida no se asignan bits a las subportadoras y no se grafica la curva.

La Figura 2 muestra que el sistema MIMO de 4x4 tiene el mejor desempeño. Se comprueba la mejora en el rendimiento a medida que se aumenta los pares de antenas en el sistema.

Al incrementar de un sistema MIMO 2x2 a un MIMO 3x3, se presenta una mejora de 4dB y al comparar el MIMO 3x3 con el MIMO 4x4 la mejora de ganancia es modesta, apenas 1 dB.

La Figura 3 muestra a un MIMO 2x2 que se mantiene constante mientras se aplica un incremento de "taps" al canal para estimular los efectos de la propagación multicamino. Esta gráfica permite apreciar como MIMO aprovecha el efecto multicamino para mejorar el rendimiento de la transmisión, aproximadamente 1 dB de ganancia a medida que incrementan dichos efectos.

En la Figura 4 se compara el método de SVD y modulación adaptiva MQAM, con el método Zero Forcing analizado el trabajo anterior "MODELAMIENTO Y SIMULACION DE SISTEMAS MIMO" [9].

Los dos métodos son desarrollados bajo parámetros similares, sistemas MIMO 2x2 con modulación compleja QAM, solo que en nuestro estudio es una modulación adaptiva mientras que en el anterior es una fija 16QAM. Se aprecia una mejora notable en nuestro método, entre 5 - 10db, para un mismo valor de BER. Lo que permite aumentar nuestra confianza aún más en nuestro estudio con SVD.

La Figura 5 permite apreciar la velocidad de transmisión máxima alcanzable en nuestro sistema (capacidad del canal). Se usa el ancho de banda de 20Mhz que es el valor convencional como indica el estándar 802.11n. Esta alcanza valores elevados desde 300Mbps hasta 500Mbps en MIMO 2x2 y 4x4 respectivamente.

## 7. Conclusiones

Al comparar el rendimiento de un sistema SISO con MIMO se presenta una mejora de 4 dB en el MIMO, confirmando la mejora en rendimiento al usar múltiples antenas tanto en el transmisor como receptor.

Sabemos que a medida que estos pares de antenas incrementan el BER mejora, sin embargo partir de un MIMO 3x3 y 4x4 solo nos daría mínimas mejoras en el rendimiento, lo que un mayor número de combinaciones no ameritaría debido a su costo/beneficio.

Se pudo comprobar que MIMO se beneficia de la multitrayectoria ya que disminuye el BER a medida que van incrementando los taps del canal.

De 5 - 10 dB mejora el sistema MIMO adaptivo con SVD en comparación con el método de ZF con modulación fija, confirmando que su capacidad para asignar bits de datos y energía de forma dinámica mejora el BER.

Se lograron velocidades de transmisión elevadas (60Mbps - 500Mbps) permitiendo optimizar tecnologías como Wi-Fi y WIMAX que en la actualidad pueden llegar a soportar tasas de transferencia de 300Mbps y 128Mbps respectivamente usando un bandwidth de 20Mhz.

## 8. Referencias

- [1] Dr. Edel Garcia, Singular Value Decomposition (SVD) A Fast Track Tutorial, September 11, 2006.
- [2] . Petrou, P. Bosdogianni, "Image Processing: The Fundamentals", Editorial Wiley Primera Edición, 1999.

- [3] rsin Sengul, Enis Akay, Ender Ayanoglu, "Diversity Analysis of Single and Multiple Beamforming", University of California, Junio 2006
- [4] engt Holter, "On the capacity of the MIMO channel", Norwegian University of Science and Technology, Mayo 2002.
- [5] akju Lee, Myeongcheol Shin, Chungyong Lee, "An Eigen-based MIMO Multiuser Scheduler with Partial Feedback Information", IEEE Communications Letters, Vol. 9, No. 4, Abril 2005.
- [6] Oscar Fernández, "Caracterización Experimental y Modelado de Canal MIMO para aplicaciones WLAN", Universidad de Cantabria, Mayo 2007.
- [7] olger Busche, Alexandre Vanaev, Hermann Rohling, "SVD based MIMO Precoding and Equalization Schemes for Realistic Channel Estimation Procedures", Wireless Personal Communications, Volume 48, Number 3, 347-359, Junio 2008.
- [8] una O. Marco, Sánchez G. Jaime, "CDMA Multiportadora en redes inalámbricas de banda ancha para interiores", Instituto Tecnológico de Chihuahua, 2001.
- [9] iviane Molineros Guevara, "Modelamiento y Simulación de Sistemas MIMO". Escuela Superior Politécnica del Litoral, Marzo 2010.
- [10] rateek Bansal, Andrew Brzezinski, "Adaptive Loading in MIMO/OFDM Systems", Stanford University, 2001.
- [11] aul Thomas, Ogunfunmi Tokunbo, "Wireless LAN Comes of Age: Understanding the IEEE 802.11n Amendment," Circuits and System Magazine, 28-54, IEEE, Primer Cuarto 2008.
- [12] . Yu, J.M. Cioffi, "On Constant Power Water-filling", IEEE International Conference on 2001, Communications, 2001.
- [13] . Chow, "A Practical Discrete Multitone Transceiver Loading Algorithm for Data Transmission over Spectrally Shaped Channels," IEEE Trans. Comm, Vol. 43, No.2, Paginas 773-775, Febrero 1995.
- [14] . Campello de Souza, "Discrete Bit Loading for Multicarrier Modulation System," Stanford University, Agosto 1998.
- [15] .Kuhn, "Wireless Communications over MIMO Channels - Applications to CDMA and Multiple Antenna Systems" ", Editorial Wiley Primera Edición, 2006.
- [16] . Santamaría, "Máster y Doctorado en Tecnologías de la Información y Comunicaciones en Redes Móviles", Universidad de Cantabria, Octubre 2010.

H

H

L

V

P

P

W

P

J

V