

# Escuela Superior Politécnica del Litoral

## Examen de la primera evaluación de Matemáticas Discretas

7 de Julio de 2011

**Profesor:** Erwin Delgado

**Nombre:** \_\_\_\_\_

1. Demuestre por inducción matemática que:

$$\sum_{i=1}^n i2^{i-1} = 1 + (n-1)2^n$$

2. Una caja de 50 partes manufacturadas, identificadas por códigos de barras, contiene tres partes defectuosas y 47 no defectuosas. Al realizar un muestreo, seis partes son seleccionadas de la caja. Determine el número de maneras diferentes en que al realizar el muestreo se seleccione:

- a) Exactamente las tres partes defectuosas
- b) A lo mucho dos partes defectuosas

3. Determine, de ser posible, el conjunto de todas las soluciones enteras del sistema de ecuaciones:

$$x + 2y + 3z = 23$$

$$x + 6y + 9z = 35$$

4. Considere la relación  $R$  definida en  $\mathbb{Z}$  tal que:

$$\forall a, b \in \mathbb{Z} aRb \text{ si } a - b \text{ es par}$$

Determine si  $R$  es una relación de equivalencia. (En el caso de que alguna propiedad no sea válida, muéstrélo con un contraejemplo)

5. Determine el coeficiente de  $x^7$  en el desarrollo en potencias de  $x$  de la función  $f(x) = \frac{x-x^3}{(2-3x)^4}$

6. Para  $n \geq 1$ , sea  $D_n$  el determinante de la matriz  $n \times n$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & \vdots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Encontrar y resolver una relación de recurrencia para determinar  $D_n$  en función de  $n$