

<b>ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL</b> <b>INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS</b> <b>CÁLCULO DIFERENCIAL</b>  SEGUNDA EVALUACIÓN                      16 de Septiembre de 2011  Nombre: .....  #Matrícula:..... Firma:..... Paralelo:.....	<b>CALIFICACIÓN</b>	
	TEMA 1	
	TEMA 2	
	TEMA 3	
	TEMA 4	
	BONUS	
	TOTAL EXAMEN	
	DEBERES Y LECCIONES	
	TOTAL	

**TEMA 1 (15 puntos)**

a) Determine la recta tangente a la curva  $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$  en el punto (1, 3).  
**(VALOR 8 puntos)**

b) Usando el polinomio de Taylor de primer orden, calcule  $\sqrt[3]{1.02}$ .      **(VALOR 7 puntos)**

**TEMA 2 (15 puntos)**

a) Sea  $g : (a, b) \mapsto \mathbb{R}$  una función. Se dice que  $p \in (a, b)$  es un *punto fijo* de la función  $g$  si  $g(p) = p$ . Suponga que la función  $g$  es derivable en  $(a, b)$  y además  $|g'(x)| < 1, \forall x \in (a, b)$ . Demuestre, usando el Teorema del Valor Medio de Lagrange, que  $g$  solo puede tener como máximo un punto fijo en  $(a, b)$ . **(VALOR 8 puntos)**

b) Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}. \quad \text{(VALOR 7 puntos)}$$

**TEMA 3 (15 puntos)**

a) De todos los rectángulos con área  $10 \text{ cm}^2$ , determinar las dimensiones del rectángulo de menor perímetro. (**VALOR 8 puntos**)

b) Sea

$$f(x) = \begin{cases} x^3 \sin(\frac{1}{x}), & \text{si } x \neq 0, \\ 0, & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

Encuentre  $f'(0)$  usando la definición de derivada. (**VALOR 7 puntos**)

**TEMA 4 (15 puntos)**

- a) Una aficionada a la aviación observa un aeroplano volar a una altura constante de 4000 pies hacia un punto que se encuentra directamente sobre ella. Ella observa que cuando el ángulo de elevación es  $0.5$  *radianes*, éste aumenta a una velocidad de  $0.1 \frac{\text{radián}}{\text{seg}}$ , ¿Cuál es la velocidad del aeroplano? (VALOR 8 puntos)
- b) Sean  $f, g : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  funciones dos veces derivables en  $\mathbb{R}$ .  
Sea  $y(x) := (f \circ g)(x) = f(g(x)), \forall x \in \mathbb{R}$ . Encuentre  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ . (VALOR 7 puntos)