

Escuela Superior Politécnica del Litoral

Examen del Mejoramiento de Optimización Combinatoria y Grafos

16 de septiembre de 2011

Profesor: Xavier Cabezas

Nombre: _____

1. (15 puntos) Califique como verdadera o falsas las siguientes proposiciones. Justifique su respuesta (demostrar o encontrar contraejemplo).
 - a) Un grafo G conexo es euleriano \Leftrightarrow el grado de todos sus vértices es impar.
 - b) Si se eliminan las aristas que forman un corte en un grafo G el número de componentes conexas aumenta.
 - c) Todo grafo bipartito conexo con número par de vértices no es hamiltoniano.

2. (15 puntos) Suponga que \mathbf{B} es la base óptima de un problema primal y \mathbf{C}_B los coeficientes de la función objetivo asociada. Demuestre que $\mathbf{Y} = \mathbf{C}_B \mathbf{B}^{-1}$ es la solución dual óptima.
(Hint: Encuentre la forma dual de un problema primal de maximización utilizando matrices)

3. (20 puntos) Considere el siguiente problema lineal

$$\text{Maximizar } z = 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 - 3x_4$$

*suje*to a :

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$x_1 + 4x_2 + x_4 = 8$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

- a) (5 puntos) Escriba el dual asociado a este problema.
- b) (10 puntos) Verifique que $\mathbf{X}_B = (x_2, x_3)^T$ es óptima calculando $(z_j - c_j)$ para todas las x_j no básicas.
- c) (5 puntos) Encuentre la solución dual óptima asociada.

4. (30 puntos) Aplicar el algoritmo de PRIM y KRUSKAL para encontrar un MST, en el siguiente grafo G :

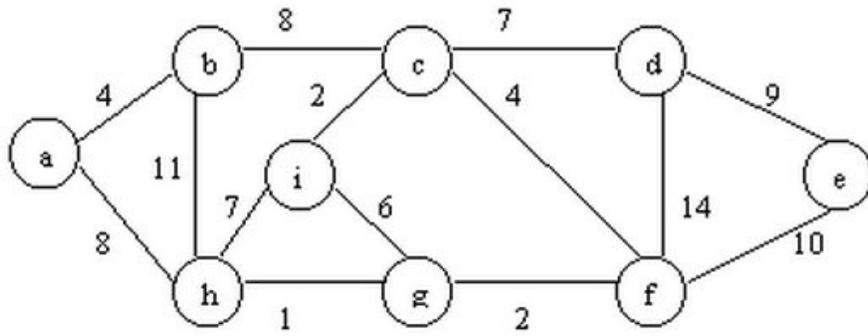


Figura 1: Grafo G

5. (20 puntos) Una empresa Guayaquileña desea instalar 3 fábricas en 5 sitios disponibles para este propósito. Las coordenadas de las posibles ubicaciones se pueden ubicar en un plano cartesiano y son: $(1, 1)$, $(1, 3)$, $(2, 4)$, $(4, 5)$, $(5, 1)$. Se considera además el costo unitario de transportación como la distancia euclidiana entre cada ubicación del eje coordenado. Se tienen también que las cantidades de productos que se enviarán desde la fábrica f_1 a f_2 es $3u$, desde la fábrica f_1 a f_3 es $5u$ y desde la fábrica f_2 a f_3 es $2u$ (considere simétricos estos envíos). Formule el problema de localizar las fábricas, con programación matemática, de forma que el costo de satisfacción de las demandas sea mínimo.