ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
INSTITUTO DE CIENCIAS FÍSICAS
I TÉRMINO 2011-2012
PRIMERA EVALUACIÓN
DE FÍSICA A

SOLUCIÓN

PREGUNTA 1 (2 puntos)

Califique la siguiente afirmación como verdadera o falsa y ponga una breve justificación de su respuesta

*Si en un sistema, un cuerpo con sus fuerzas equilibradas realiza movimiento circular uniforme, este sistema es **inercial**.* Verdadero ( ) Falso (X)

Justificación 1:

EN UN SISTEMA INERCIAL CON FUERZAS EQUILIBRADAS EL UNICO MOVIMIENTO POSIBLE PARA UN CUERPO ES EL RECTILINEO UNIFORME.

Justificación 2:

EN EL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME EL CUERPO POSEE ACELERACIÓN QUE EN ESTE CASO NO SE EXPLICA CON NINGUNA FUERZA, POR LO QUE EL SISTEMA ES NO INERCIAL.

PREGUNTA 2 (2 puntos)

En la interacción gravitacional entre una canica y la Tierra, ¿cuál siente una fuerza más intensa? Seleccione una alternativa y ponga una breve justificación de su respuesta

a) La canica, porque ella siente el peso

b) La Tierra, porque ella es más grande

c) La canica porque la Tierra ejerce más fuerza

d) La Tierra, porque tiene mayor masa

e) La canica y la Tierra sienten fuerzas de igual magnitud

Justificación: ES UNA CONSECUENCIA DE LA TERCERA LEY DE NEWTON

PROBLEMA 1 (10 puntos)
La trayectoria de un móvil viene descrita por las ecuaciones *x = 3t²*, *y = 2t³*, donde *t* está en segundos y *x* y *y* en metros. Determinar:

a) el módulo del vector velocidad y aceleración en el instante t = 1.0 s (2 puntos)

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 6t \qquad v_y = \frac{dy}{dt} = 6t^2 \qquad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{36+36} = 8.49\,\frac{m}{s}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 6 \qquad a_y = \frac{dv_y}{dt} = 12t \qquad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{36+144} = 13.42\,\frac{m}{s^2}$$

b) la ecuación de la trayectoria (2 puntos)

$$x = 3t^2 \quad \rightarrow \quad t = \left(\frac{x}{3}\right)^{1/2} \qquad y = 2t^3 \quad \rightarrow \quad y = 2\left(\frac{x}{3}\right)^{3/2}$$

c) la aceleración tangencial para t = 1.0 s (2 puntos)

$$a_T = \frac{\vec{a}\cdot\vec{v}}{v} = \frac{6(6)+12(6)}{8.49} = \frac{108}{8.49} = 12.72\ m/s^2$$

d) la aceleración normal para t = 1.0 s (2 puntos)

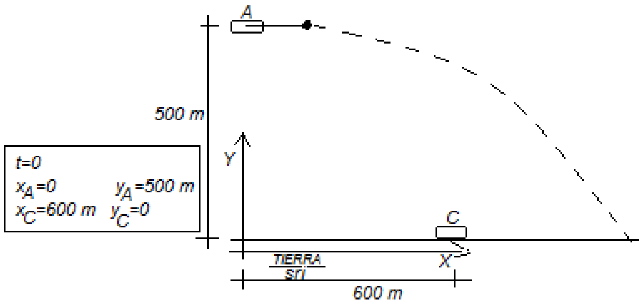
$$a_N = \sqrt{a^2 - a_T^2} = \sqrt{(13.42)^2 - (12.72)^2} = 4.26\ m/s^2$$

e) el radio de curvatura en t = 1.0 s (2 puntos)

$$a_N = \frac{v^2}{R} \quad \rightarrow \quad R = \frac{v^2}{a_N} = \frac{(8.49)^2}{4.26} = 16.92\ m$$

PROBLEMA 2 (12 puntos)

Un avión de guerra que vuela horizontalmente con una rapidez de 252 km/h, a una altura de 500 m, observa un vehículo enemigo a 600 m de distancia que viaja en la misma dirección con una velocidad de 72 km/h. El piloto suelta una bomba 2.0 s después de estar en la posición mostrada en la figura. Justificando su respuesta con los cálculos respectivos, determine si el proyectil impacta sobre el vehículo.



a) Objeto de estudio: BOMBA

b) Sistema Referencial: Fijo con la Tierra, Sistema de coordenadas rectangulares, tiempo medido a partir del avistamiento del vehículo. Es un sistema que consideraremos inercial.

c) Ecuaciones de movimiento:

$$Para\ t \geq 2\ s \quad \vec{a} = -9.8\vec{j}\frac{m}{s^2} \quad a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = -9.8 \quad \rightarrow$$

$$v_x = C_1 \quad v_y = -9.8t + C_2$$

$$En\ t = 2\ s \quad v_x = v_A = \frac{252}{3.6}\frac{m}{s} \quad v_{y=}0 \quad \rightarrow \quad 70 = C_1 \quad 0 = -19.6 + C_2 \quad \rightarrow$$

$$C_1 = 70 \quad C_2 = -19.6 \quad \rightarrow \quad Para\ t \geq 2\ s \quad v_x = 70\frac{m}{s} \quad v_y = -9.8t + 19.6$$

$$Para\ t \geq 2\ s \quad x = 70t + C_3 \quad y = -4.9t^2 + 19.6t + C_4$$

$$En\ t = 2\ s \quad x = x_A = 70(2) = 140\ m \quad y = 500\ m \quad \rightarrow$$

$$140 = 70(2) + C_3 \quad 500 = -4.9(4) + 19.6(2) + C_4 \quad \rightarrow \quad C_3 = 0 \quad C_4 = 480.4$$

$$x = 70t \quad y = -4.9t^2 + 19.6t + 480.4$$

$$Para\ cuando\ la\ bomba\ alcanza\ el\ suelo: \quad t = T \quad x = L \quad y = 0$$

$$L = 70T \quad 0 = -4.9T^2 + 19.6T + 480.4$$

$$La\ solución\ para\ la\ cuadrática: \quad T = 12.1\ s \quad \rightarrow \quad L = 70(12.1) = 847\ m$$

d) Objeto de estudio el carro (c):

$$Movimiento\ Rectíneo\ Uniforme \quad a_x = 0 \quad v_x = \frac{72}{3.6}\frac{m}{s} = 20\frac{m}{s} \quad \rightarrow \quad x = 20t + C_5$$

$$En\ t = 0 \quad x = 600\ m \quad \rightarrow \quad 600 = 0 + C_5$$

$$Para\ t \geq 0 \quad x = 20t + 600$$

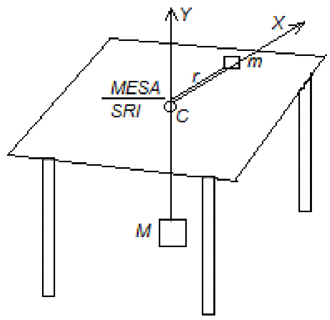
$$En\ t = T = 12.1\ s\ el\ carro\ se\ encontraba\ en: \quad x = 20(12.1) + 600 = 842\ m$$

$$De\ manera\ que\ el\ proyectil\ cae\ a\ 5\ m\ más\ adelante\ que\ el\ centro\ del\ vehículo.$$

Conclusión: Si el vehículo tiene una longitud superior a los 10 m la bomba impacta al vehículo, pero si el vehículo es de longitud menor no será alcanzado por la bomba.

PROBLEMA 3 (5 puntos)

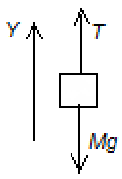
Un bloque pequeño de masa m que está sobre una mesa sin fricción, está atado a un bloque suspendido de masa M por medio de un cordón que pasa por un orificio de la mesa (véase en la figura). Halle la rapidez v con que debe moverse el bloque pequeño en un círculo de radio r para que el bloque grande permanezca en reposo.



a) Objeto de estudio: Bloque M

b) Sistema Referencial: Fijo a la mesa, que como no se mueve está fija a la Tierra por lo que es SRI.

c) Diagrama de cuerpo libre:

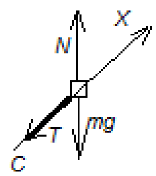


d) El bloque M está en reposo:

$$T - Mg = 0$$

e) Objeto de estudio: Bloque m

f) Diagrama de cuerpo libre:



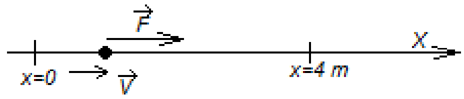
g) La cuerda transmite la tensión T al bloque m.

Movimiento circular uniforme:

$$N - mg = 0 \qquad T = m\frac{v^2}{r} = Mg \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{Mgr}{m}}$$

PROBLEMA 4 (5 puntos)

Una piedra de 2.0 kg está sometida a una fuerza variable F = 4 – 2x + 3x^2, donde x está en metros y F en newtons. Si $x_0 = 0$ y $v_0 = 3.0$ m/s, determine la rapidez de la piedra cuando se encuentra en x = 4 m.



a) Objeto de estudio: La piedra

b) Sistema Referencial: Dado por el problema. Asumimos inercial.

c) Teorema Trabajo energía: $T_{FR} = K_B - K_A \quad \rightarrow \quad \int_0^4 F\cos(\theta)dx = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$

$$\int_0^4 (4 - 2x + 3x^2)(1)dx = \frac{1}{2}2v_B^2 - \frac{1}{2}2(3^2) \quad \rightarrow \quad (4x - x^2 + x^3)\,\rfloor_{x=4} - (0) = v_B^2 - 9$$

$$v_B^2 = 9 + 16 - 16 + 64 = 73 \quad \longrightarrow \quad v_B = 8.54\, m/s$$

PROBLEMA 5 (12 puntos)

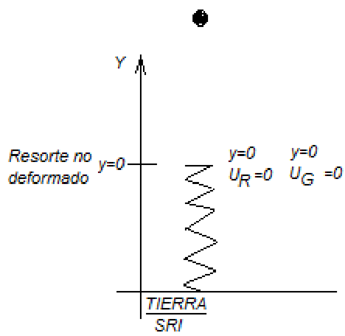
Desde una altura de 10 m se abandona un cuerpo de 5 kg de masa el mismo que cae sobre un resorte de constante elástica k = 200 N/m y de masa despreciable.

a) Si en la compresión un 10% de la energía cinética incidente se transformó en calor, ¿cuánto logró comprimirse el resorte?

   De la relación de energías para el sistema:

   Posición A cuerpo a una altura y= 10 m.

   Posición B cuerpo en reposo, resorte deformado *y=-d* (d deformación máxima del resorte).



$$E_B - E_A = -0.1E_A \quad donde\ \ E = \frac{1}{2}mv^2 + mgy \ \ para\ \ 0 < y < 10\ \ y$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgy + \frac{1}{2}ky^2 \ \ para\ y \le 0$$

$$E_A = mg(10) \quad E_B = mg(-d) + \frac{1}{2}200(-d)^2 \quad \rightarrow \quad -mgd + 100d^2 - mg(10) = -0.1mg(10)$$

$$100d^2 - 49d - 441 = 0 \quad \rightarrow \quad d = 2.36\, m$$

b) Si otro 10% de la energía elástica acumulada se pierde en forma de calor en la expansión, ¿con qué rapidez es lanzado el cuerpo hacia arriba por el resorte?

De la relación de energías para el sistema:

Posición B cuerpo en reposo, resorte deformado d=2,36 m (y=-2.36 m).

Posición C cuerpo se separa del resorte, d=0 (y=0).

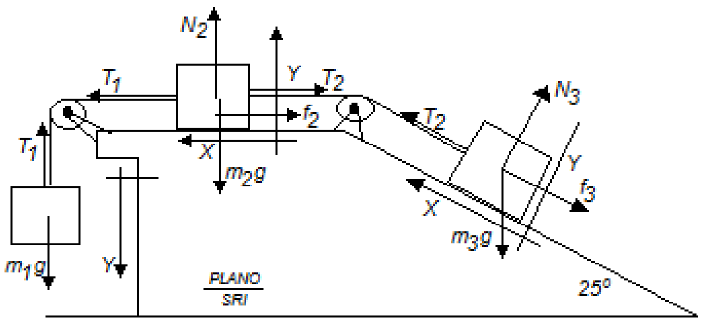
$$E_C - E_B = -0.1U_R^B \qquad donde \qquad E_C = \frac{1}{2}mv_C^2 = 2.5v_C^2$$

$$E_B = mg(-d) + \frac{1}{2}200(-d)^2 = -49(2.36) + 100(2.36)^2 = 441\,J \;\; \rightarrow$$

$$2.5v_C^2 - 441 = -0.1\left(\frac{1}{2}(200)(2.36)^2\right) \qquad v_C = \sqrt{\frac{441 - 55.7}{2.5}} = 12.41\; m/s$$

PROBLEMA 6 (12 puntos)

Los tres bloques de la figura están conectados por medio de cuerdas ligeras que pasan sobre poleas sin fricción. La aceleración del sistema es 2.0 m/s^2 y las superficies son ásperas. Dibuje el diagrama de cuerpo libre de cada bloque y calcule a) las tensiones en las cuerdas y b) el coeficiente de rozamiento cinético entre los bloques y las superficies. (Suponga el mismo μ_k para ambos bloques.)



Asunciones generales: Cuerdas rígidas, de masa despreciable. Poleas de masa despreciable. Plano inclinado fijo a la Tierra. Las cuerdas transmiten las características cinemáticas.
$|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = |\vec{a}_3| = a$

i) Objeto de estudio: bloque 1

ii) Sistema referencial: Fijo al plano, lo asumimos inercial.

iii) Ecuación de movimiento: $m_1 g - T_1 = m_1 a \qquad (1)$

i.- Objeto de estudio: bloque 2

ii.- Ecuaciones de movimiento: $T_1 - T_2 - f_2 = m_2 a \qquad (2)$

$$N_2 - m_2 g = 0 \qquad (3)$$

$$f_2 = \mu_k N_2 \qquad (4)$$

i.- Objeto de estudio: bloque 3

ii.- Ecuaciones de movimiento: $T_2 - f_3 - m_3 g sin(25) = m_3 a \qquad (5)$

$$N_3 - m_3 g cos(25) = 0 \qquad (6)$$

$$f_3 = \mu_k N_3 \qquad (7)$$

Solución del sistema de ecuaciones:

Datos: $m_1 = 10\ kg$ $m_2 = 5kg$ $m_3 = 3kg$ $a = 2\frac{m}{s^2}$

Ecuación (1) $98 - T_1 = 20 \quad \rightarrow \quad T_1 = 78\ N$

Ecuación (2), usando (3) y (4) $78 - T_2 - \mu_k 49 = 10 \quad \rightarrow \quad T_2 + 49\mu_k = 68$

Ecuación (5), usando (6) y (7) $T_2 - \mu_k(3)(9.8)\cos(25) - 3(9.8)\sin(25) = 6$

$$\rightarrow \quad T_2 - 26.65\mu_k = 18.42$$

Si eliminamos T_2 de estas ecuaciones: $\mu_k = 0.65 \quad y \quad T_2 = 35.7\ N$