ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE ECONOMÍA Y NEGOCIOS

METODOS CUANTITATIVOS III

SEGUNDA EVALUACIÓN **31 de Agosto 2011**

NOMBRE.. PARALELO............

FIRMA.. MATRICULA.......................

1. **(20 puntos)** Califique cada una de las proposiciones como VERDADERA o FALSA. JUSTIFICANDO SU RESPUESTA.
   a) Sea la matriz $A_{2\times 3}$ y $C_A = \mathbb{R}^2$. Entonces el sistema $AX = 0$ tiene infinitas soluciones.

   b) Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Entonces la multiplicidad geométrica de $\lambda = 1$ es 2

c) Sea $A_{3\times 3}$ una matriz tal que su rango es igual a 3, entonces A no tiene inversa.

d) Sea $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$, entonces los valores propios de A^{-1} son 1 y $\frac{1}{2}$

2. (15 puntos) Sean las bases $B_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ y $B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ de $\mathbb{R}^3$ y $\mathbb{R}^2$ respectivamente. Sea la transformación lineal $T\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ tal que:

$$T\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad T\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad T\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a) Encuentre la regla de correspondencia de T.

b) Encuentre Nuc(T), γ (T), Im(T), ρ(T) y bases para cada espacio. Determine si T es un isomorfismo. Justifique su respuesta.

c) Determine la representación matricial de T con respecto a las bases B_1 y B_2.

2. **(10 puntos)** Sea el espacio vectorial V= $\mathbb{R}^3$ y sean las bases de V:

$$B_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \qquad B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Determine:

a) $\left[\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right]_{B_1}$

b) La matriz de cambio de base de B_1 a B_2

c) Empleando la matriz hallada en el literal (b) y el resultado obtenido en el literal (a) encuentre las coordenadas del vector $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ con respecto a la base B_2

3. **(15 puntos)** Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

a) Encuentre sus valores y vectores propios.
b) Encuentre la matriz Q que diagonaliza ortogonalmente a A.
c) Escriba y compruebe la descomposición espectral de la matriz A.

4. **(10 puntos)**. Identificar y graficar la cónica cuya ecuación es:

$$5x^2 - 2xy + 5y^2 = 64$$