



# **ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL**

## **Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación**

“Identificación y diseño del controlador para un sistema regulador de temperatura en un cuarto térmico.”

### **TESINA DE SEMINARIO**

Previo a la obtención del Título de:

## **INGENIERO EN ELECTRICIDAD ESPECIALIZACIÓN ELECTRÓNICA Y AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIAL**

Presentada por:

Juan Javier Echeverría Andrade

Jorge Xavier Negrete Reyes

GUAYAQUIL - ECUADOR

AÑO: 2011

## AGRADECIMIENTO

A la Escuela Superior Politécnica del Litoral por brindarnos una formación de primera en nuestra aventura de convertirnos en ingenieros, a nuestro director de tesis, el Msc. Cesar Martin, así como a las demás personas que han formado parte del seminario.

También debemos agradecer a todos quienes han aportado en ayudarnos a cumplir con nuestra meta, el Ing. Mario Ortiz, profesores, amigos y autoridades de este prestigioso Establecimiento Educativo.

## DEDICATORIA

Dedico este trabajo a Dios, quien me brindo la constancia, dedicación y siempre estuvo a mi lado. A mis padres Jorge Isaac y Elga Elizabeth, mis hermanos Emilio y Ariana, mis abuelitos Julio y Margarita, mi tía Adelisa y amigos, quienes han sido aliento y soporte en los momentos más difíciles, a ellos mi eterna gratitud.

Jorge Xavier Negrete Reyes

A Mi Dios quien día a día me ha dado la fuerza para seguir adelante y me ha iluminado constantemente para lograr mis metas. A mi madre Yolanda, quien ha sido mi apoyo incondicional durante todos los días de mi vida, y a toda mi familia que han sido mi aliento y mi felicidad.

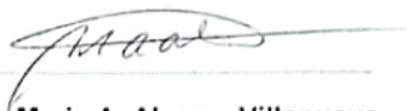
Juan Javier Echeverría Andrade

## TRIBUNAL DE SUSTENTACIÓN



**Ing. César Martín M.**

PROFESOR DEL SEMINARIO



**Ing. María A. Alvarez Villanueva**

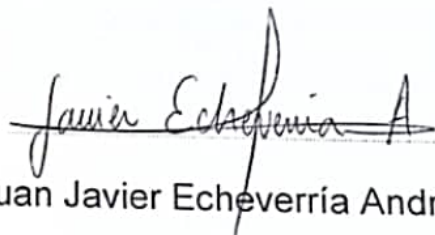
PROFESOR DELEGADO

DEL DECANO

## DECLARACIÓN EXPRESA

"La responsabilidad por los hechos, ideas y doctrinas expuestas en esta tesis nos corresponden exclusivamente; y, el patrimonio intelectual de la misma, a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL"

(Reglamento de Graduación de la ESPOL).



Juan Javier Echeverría Andrade



Jorge Xavier Negrete Reyes

# RESUMEN

El presente estudio describe el diseño de un controlador para regular la temperatura en un cuarto térmico donde hay que considerar los elementos que intervienen como una caldera, un radiador, una electroválvula, una bomba de agua y la piscina donde se deposita los granos de cebada. Partimos de un modelo de la planta que es el resultado de un sistema de ecuaciones dinámicas y de estado estacionario que describen el funcionamiento del proceso industrial en estudio. A partir de eso se continuara con el procedimiento de identificación que es la base de nuestro estudio, para luego hacer el diseño del controlador del proceso mencionado donde es necesario cumplir un proceso metódico.

El **capítulo primero** trata sobre el análisis del problema de nuestro tema estudiado, se hará una descripción de la planta estudiada para la identificación y finalmente se hablará sobre una breve historia de la identificación de sistemas que es nuestro principal tema en estudio.

El **capítulo segundo** muestra el fundamento teórico y ecuaciones físicas que nos servirá para la comprensión y modelamiento matemático de nuestro proceso térmico, como también conceptos básicos del control automático que nos ayudara a recordar ciertos criterios para poder lograr un buen control. Además de eso se presenta teoría sobre la Identificación de Sistemas que es de suma importancia ya que ayudara a comprender al lector cual es la metodología que se usa en esta técnica así también como sus fundamentos teóricos.

El **capítulo tercero** comienza con el modelamiento matemático de la planta que estamos estudiando mediante leyes físicas de la termodinámica que es lo que muestra el comportamiento de nuestro sistema. De ahí mediante la transformada de Laplace logramos obtener una función de transferencia, que es el modelo final en el dominio de laplaciano con el cual se comienza el proceso de identificación. A continuación se generan señales de entrada que servirán para observar la respuesta del sistema.

En el **capítulo cuarto** con los datos de entrada y salida de la planta se procederá a la identificación del sistema, utilizando la herramienta IDENT del software Matlab, donde podremos analizar y seleccionar con criterio, fundamentado en las bases teóricas del estudio de identificación de sistemas, la mejor identificación para nuestra planta.

El **capítulo quinto**, nuestro último procedimiento, es diseñar el controlador, el cual tiene como función mejorar aspectos importantes de la respuesta de la planta como el error de estado estacionario, sobrenivel porcentual y tiempo de estabilización. Además de eso, nuestro último capítulo muestra la comprobación de todo el trabajo mediante validaciones del modelo con datos reales. Para el diseño del controlador se pueden utilizar diversos métodos y analizar cuál es el controlador que me ofrece la mejor respuesta dinámica sea este un controlador P (Proporcional), PI (Proporcional Integral) o PID (Proporcional Integral Derivativo).

Para terminar se encuentran las conclusiones y recomendaciones del trabajo presente y finalmente se encuentran los distintos anexos para complementar a los capítulos antes mencionados.

# ÍNDICE GENERAL

<b>AGRADECIMIENTO .....</b>	<b>II</b>
<b>DEDICATORIA .....</b>	<b>III</b>
<b>TRIBUNAL .....</b>	<b>IV</b>
<b>DECLARATORIA EXPRESA .....</b>	<b>V</b>
<b>RESUMEN.....</b>	<b>VI</b>
<b>ÍNDICE GENERAL .....</b>	<b>VIII</b>
<b>ABREVIATURAS .....</b>	<b>XII</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS.....</b>	<b>XV</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS .....</b>	<b>XXI</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>XXII</b>

## **CAPITULO 1**

<b>ANÁLISIS DEL PROBLEMA.....</b>	<b>1</b>
1.1 Descripción de la planta a identificar.....	2
1.2 Identificación de sistemas.....	9

## **CAPITULO 2**

<b>FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....</b>	<b>11</b>
2.1 Termodinámica.....	11
2.1.1 Leyes de la Termodinámica.....	12
2.1.2 Transferencia de calor.....	16



2.1.3	Mecanismos de transferencia de calor.....	17
2.1.4	Intercambiadores de Calor.....	19
2.2	Conceptos básicos del control automático.....	21
2.2.1	Sistemas.....	21
2.2.2	Perturbaciones.....	22
2.2.3	Modelo matemático.....	23
2.2.4	Transformada de Laplace.....	24
2.2.5	Polos y ceros de la función de transferencia.....	26
2.2.6	Orden de un sistema.....	28
2.2.7	Diagrama de bloques representativo de un sistema.....	32
2.3	Conceptos básicos de la identificación de sistemas.....	33
2.3.1	Procedimiento de la identificación.....	33
2.3.2	Métodos de identificación de sistemas.....	37
2.3.2.1	Métodos no paramétricos.....	38
2.3.2.2	Identificación Paramétrica.....	38
2.3.3	Guías de diseño de la señal de entrada: señal multisenso (Schroeder-Phased).....	45

### **CAPITULO 3**

<b>DISEÑO DEL MODELO BASE Y DISEÑO DE LA SEÑAL DE ENTRADA PARA LA IDENTIFICACIÓN.....</b>	<b>47</b>
3.1 Consideraciones.....	47
3.2 Diagrama de bloques del proceso.....	48

3.3 Validación del modelo.....	63
3.4 Diseño de la señal de entrada para la identificación.....	66
3.4.1 Obtención del $\tau$ dominante de la planta.....	68
3.4.2 Obtención del tiempo de muestreo máximo.....	73
3.4.3 Selección del tiempo de muestreo a utilizarse.....	74
3.4.4 Diseño de la señal de entrada.....	75

## **CAPITULO 4**

<b>IMPLEMENTACION DE LA IDENTIFICACION.....</b>	<b>80</b>
4.1 Análisis con diferentes modelos de identificación.....	85
4.1.1 Modelo ARX.....	86
4.1.2 Modelo ARMAX.....	91
4.1.3 Modelo Output Error (OE).....	95
4.1.4 Modelo BOX-JENKINS (BJ).....	99
4.2 Análisis de resultados.....	103
4.3 Validación de resultados.....	104

## **CAPITULO 5**

<b>DISEÑO DEL CONTROLADOR.....</b>	<b>110</b>
5.1 Acondicionador de señales.....	110
5.2 Determinación de las constantes PID.....	112

5.3 Pruebas con la planta.....	118
<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>119</b>
<b>RECOMENDACIONES.....</b>	<b>121</b>
 <b>ANEXOS</b>	
Datos proporcionados por la Planta Cervecera local.....	123
 <b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	 <b>135</b>

# ABREVIATURAS

$f_b(t)$	Flujo de entrada al sistema
$f_c(t)$	Flujo a que sale por la válvula de tres vías sin ir al caldero
$f_d(t)$	Flujo que sale por la válvula de tres vías y luego va al caldero
$f_i(t)$	Flujo de aire que entra a la piscina de cebada
$f_o(t)$	Flujo de aire que sale de la piscina de cebada
$V(t)$	Voltaje de abertura de la válvula de tres vías
$\rho$	Densidad del fluido
$\rho_w$	Densidad volumétrica del agua
$\rho_a$	Densidad volumétrica del aire
$V$	Volumen del tanque contenedor de cebada
$T_1$	Temperatura a la salida de la caldera
$T_2$	Temperatura de entrada al sistema
$T_3(t)$	Temperatura del fluido antes del radiador
$T_i(t)$	Temperatura del aire que entra a la piscina de cebada
$T_c(t)$	Temperatura de la cebada
$T_a(t)$	Temperatura exterior ambiente
$T(t)$	Temperatura del cuarto térmico donde está la cebada
$S_w$	Calor específico del agua
$S_a$	Calor específico del aire
$S_c$	Calor específico de la cebada
$m_c$	Masa de la cebada

$U$	Coeficiente global de la transferencia de calor
$A$	Área de transferencia de calor
$T_r$	Tiempo de levantamiento
$T_s$	Tiempo de asentamiento
$T_p$	Tiempo de pico
%SO	Sobre nivel porcentual
A/D	Convertidor analógico a digital
D/A	Convertidor digital a analógico
AR	Auto Regresivo
ARX	Auto-Regressive with eXogenous inputs
ARMA	Media Móvil y Auto Regresivo
ARMAX	Auto-Regressive Moving Average with eXogenous inputs
OE	Output error
BJ	Box Jenkins
FIR	Respuesta finita al impulso
MA	Media Móvil
P	Controlador Proporcional
PI	Controlador Integral
PD	Controlador Derivativo
PID	Controlador Proporcional Integral Derivativo
$K_p$	Constante proporcional del controlador
$K_i$	Constante integral del controlador

$\tau_{ldom}$	Tao dominante bajo.
$\tau_{hdom}$	Tao dominante alto.
PRBS	Secuencia Pseudo Aleatoria Binaria
Tsw	Tiempo de cambio

# INDICE DE FIGURAS

Figura 1.1	Piscina de granos con los carros removedores de fondo...	4
Figura 1.2	Representación básica del proceso de tostación de la cebada.....	6
Figura 2.1	Equilibrio Termodinámico.....	13
Figura 2.2	Representación grafica de trabajo y calor.....	15
Figura 2.3	Intercambiador de calor.....	19
Figura 2.4	Radiador tipo industrial.....	20
Figura 2.5	Representación básica de un sistema dinámico.....	21
Figura 2.6	Representación grafica de perturbaciones en un sistema de control.....	22
Figura 2.7	Representación básica de un modelo matemático de un sistema.....	23
Figura 2.8	Representación de la función de transferencia en un diagrama de bloques.....	24
Figura 2.9	Representación gráfica de la transformada de Laplace y su inversa.....	25
Figura 2.10	Gráfico de la trayectoria de las raíces.....	27
Figura 2.11	Respuesta Paso de un Sistema de Primer Orden( $K = 3$ ; $\tau = 1$ ).....	29
Figura 2.12	Respuesta Paso de un Sistema de Segundo Orden con diferentes valores de $\xi$ .....	31
Figura 2.13	(a) Diagrama de bloques básico en lazo abierto,(b) Diagrama de bloques básico en lazo cerrado.....	32
		33

Figura 2.14	Diagrama de bloques básico para la identificación de sistemas.....	
Figura 2.15	Etapas de un proceso de identificación.....	34
Figura 2.16	Diagrama de bloques de los modelos basados en el error de predicción.....	40
Figura 2.17	Diagrama de bloques de modelos basados en el modelo ARX.....	41
Figura 2.18	Diagrama de bloques de los modelos basados en el modelo ARIMAX.....	42
Figura 2.19	Diagrama de bloques de los modelos basados en el modelo B-J.....	44
Figura 2.20	Diagrama de bloques de los modelos basados en el modelo OE.....	45
Figura 3.1	Diagrama de PASO 1.....	49
Figura 3.2	Diagrama de bloques en simulink de PASO 1.....	50
Figura 3.3	Diagrama de bloques en simulink del subsistema PASO 1	51
Figura 3.4	$V_{in}(t)$ color azul, $f_d(t)$ color rojo y $f_c(t)$ color verde.....	52
Figura 3.5	Diagrama de PASO 2.....	52
Figura 3.6	(a)Diagrama de bloques en simulink del PASO 1 y PASO 2. (b)Diagrama de bloques del subsistema PASO 2.....	56
Figura 3.7	Cambio de temperatura del agua que ingresa al radiador cuando la electroválvula recibe una señal escalón de 4 voltios.....	57
Figura 3.8	PASO 3, el ventilador genera un caudal constante y luego el flujo de aire que atravesó el radiador comienza a elevar la temperatura de los granos.....	57



Figura 3.9	Diagrama de bloques completo con las tres etapas del proceso, a la salida de la temperatura del radiador se suman perturbaciones.....	58
Figura 3.10	Diagrama de bloques con el subsistema del radiador y la piscina de semillas, a la salida de la temperatura de la piscina se suman perturbaciones.....	59
Figura 3.11	Diagrama de bloques con el subsistema del radiador donde el bloque $f(u)$ es la ganancia de la función de transferencia que simula la dinámica del radiador.....	59
Figura 3.12	Diagrama de bloques con lazo cerrado y controlador.....	64
Figura 3.13	Señal de entrada.....	64
Figura 3.14	Datos reales del proceso.....	65
Figura 3.15	Datos obtenidos a partir del modelo.....	65
Figura 3.16	Interfaz de Input Design GUI.....	67
Figura 3.17	Diagrama de bloques en lazo abierto utilizado para encontrar el TAO dominante.....	69
Figura 3.18	Entrada tipo escalón con un valor de 2.5V en 5000 segundos y su respuesta.....	69
Figura 3.19	Respuesta al escalón de 2,5 voltios genera un $T_{dom}$ de 7820 segundos.....	70
Figura 3.20	Entrada tipo escalón con un valor de 4.5V en 5000 segundos y su respuesta.....	70
Figura 3.21	Respuesta al escalón de 4,5 voltios genera un $T_{dom}$ de 7870 segundos.....	71
Figura 3.22	Entrada tipo escalón con un valor de 4.5V en 5000 segundos y su respuesta.....	71
Figura 3.23	Respuesta al escalón de 7 voltios genera un $T_{dom}$ de 7930 segundos.....	72

Figura 3.24	cra(prueba7,10,20,2).....	77
Figura 3.25	Señal multiseno seleccionada.....	78
Figura 3.26	Características de la señal de entrada.....	79
Figura 4.1	Señal de entrada multiseno cargada en el Workspace con el nombre de P7.....	80
Figura 4.2	Diagrama de bloques y grafico de entrada y salida de nuestro sistema.....	81
Figura 4.3	Herramienta SystemIdentificationToolbox.....	82
Figura 4.4	Procedimiento para importar datos a Ident desde el Workspace.....	83
Figura 4.5	Selección de datos para validar y para identificar.....	84
Figura 4.6	Selección de modelos ARX utilizando <i>orderselection</i> .....	86
Figura 4.7	Diagrama de respuesta al escalón de los 4 modelos ARX generados.....	87
Figura 4.8	Diagrama de análisis residual de los 4 modelos ARX generados.....	88
Figura 4.9	Diagrama de análisis de respuesta de frecuencia de los 4 modelos ARX generados.....	89
Figura 4.10	Diagrama de análisis de medición y simulación de la respuesta en el tiempo de los 4 modelos ARX generado...	90
Figura 4.11	Diagrama de respuesta al escalón de los 4 modelos ARMAX generados.....	91
Figura 4.12	Diagrama de análisis residual de los 4 modelos ARMAX generados.....	92
Figura 4.13	Diagrama de análisis de respuesta de frecuencia de los 4 modelos ARMAX generados.....	93

Figura 4.14	Diagrama de análisis de medición y simulación de la respuesta en el tiempo de los 4 modelos ARX generados.	94
Figura 4.15	Diagrama de respuesta al escalón de los 4 modelos OE generados.....	95
Figura 4.16	Diagrama de análisis residual de los 4 modelos OE generados.....	96
Figura 4.17	Diagrama de análisis de respuesta de frecuencia de los 4 modelos OE generados.....	97
Figura 4.18	Diagrama de análisis de medición y simulación de la respuesta en el tiempo de los 4 modelos OE generados...	98
Figura 4.19	Diagrama de respuesta al escalón de los 4 modelos BJ generados.....	99
Figura 4.20	Diagrama de análisis residual de los 4 modelos BJ generados.....	100
Figura 4.21	Diagrama de análisis de respuesta de frecuencia de los 4 modelos BJ generados.....	101
Figura 4.22	Diagrama de análisis de medición y simulación de la respuesta en el tiempo de los 4 modelos BJ generados....	102
Figura 4.23	Modelo BJ55331 en el Workspace.....	103
Figura 4.24	De color azul la señal real, y de color verde la señal real luego de aplicarle removemeans.....	104
Figura 4.25	Diagrama de bloques para comparar y visualizar ambas respuestas.....	105
Figura 4.26	Grafico del <i>scope</i> donde muestra las respuestas del modelo identificado y la planta.....	106
Figura 4.27	Programación del archivo m-file para obtener el error relativo entre el modelo y la planta.....	107
Figura4.28	Parámetros de la señal escalón.....	108

Figura 4.29	Respuesta al escalón del modelo identificado y la planta	108
Figura 5.1	Diagrama de bloques con el acondicionador de señal.....	112
Figura 5.2	Ambiente grafico de la herramienta sisotool.....	113
Figura 5.3	Trayectoria de las raíces con los requerimientos.....	114
Figura 5.4	Diseño interactivo del controlador.....	115
Figura 5.5	Respuesta al escalón unitario con el controlador.....	116
Figura 5.6	Controlador.....	117
Figura 5.7	<b>a)</b> Diagrama de bloques de la planta real con el controlador <b>b)</b> Respuesta de la planta real con el controlador.....	118

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1	Transformada de Laplace, funciones básicas.....	25
Tabla 3.1	$T_{dom}$ frente a diferentes entradas escalón.....	72
Tabla 3.2	$T_{muestreo}$ frente a diferentes valores de $\alpha$ y un $T_{dom}$ de 788 segundos.....	74
Tabla 3.3	Señales multiseno diseñadas con Input designgui.....	76
Tabla 3.4	Señal multiseno seleccionada para realizar la identificación	78
Tabla 4.1	Significado de variables – Identificación de la planta.....	85
Tabla 4.2	Tabla de todos los modelos y aproximaciones.....	103
Tabla 5.1	Voltaje de entrada de la planta y su respectivo equivalente en temperatura de la piscinas del saladín.....	111

# INTRODUCCIÓN

Con el avance de la tecnología y el crecimiento industrial acelerado que se vive día a día, el control automático nos brinda una gama de opciones y soluciones para hacer de nuestro proceso una precisa y eficiente obra de ingeniería.

Actualmente la ciencia se basa en la construcción de modelos a partir de experimentos que permitan conocer y entender los fenómenos y procesos que se encuentran en el mundo real. Estos modelos (hipótesis, leyes de la naturaleza, paradigmas, etc.), pueden ser de carácter formal y se caracterizan básicamente porque dan una aproximación de la realidad dentro de parámetros establecidos.

La modelización en forma general es encontrar modelos que representen los sistemas dinámicos. Estos modelos se puede obtener a través de dos formas: Modelización Matemática e Identificación de Sistemas. La modelización matemática es una aproximación analítica, que se basa en leyes físicas, para describir el comportamiento dinámico de un fenómeno o proceso. La identificación de sistemas es una aproximación experimental, donde se desarrollan algunos experimentos en el proceso y se determina un modelo, con parámetros asignados que no tienen un significado físico.

Para mejorar la respuesta del proceso en estudio se requiere del diseño de reguladores o controladores, que a su vez requieren del modelo del

proceso como punto de partida. Con los conocimientos brindados por el control automático podemos diseñar un controlador, el cual dependiendo de las especificaciones de nuestro proceso y variables a controlar puede ser un controlador proporcional, proporcional integral o proporcional integral derivativo, el comúnmente conocido como un controlador PID.

En todo proceso existen diferentes tipos de variables a controlar, para esto utilizamos sensores que nos darán la información necesaria para realizar un lazo de control cerrado para monitorear y controlar dichas variables. Los sensores son de varios tipos: de temperatura, de posición, de proximidad, de peso, de caudal, de nivel, de presión, etc. Lo que se busca es monitorear y controlar la variable de importancia en el proceso para aumentar la eficiencia de elaboración del producto.

Con el controlador podemos corregir errores de estado estacionario, que son de suma importancia para procesos donde se requiere precisión, procesos como ensamblar vehículos, donde la precisión es indispensable para un correcto montaje, también en la industria alimenticia donde un control de temperatura es vital para la elaboración del producto, ya que de la temperatura depende su cocción y textura.

Otro parámetro a considerar es el tiempo de estabilización, que es el tiempo que requiere el sistema para cambiar y estabilizarse de un set point o punto de operación a una nueva referencia. Esta especificación es de vital importancia en todos los procesos de producción, ya que acelera la

producción, es decir que se produce más en menos tiempo y sin ocasionar daños al producto, manteniendo la calidad del mismo.

Se tiene como principal objetivo hallar el modelo matemático de un proceso térmico representado por un diagrama de bloques construido en simulink mediante la Identificación de Sistemas, escogiendo una señal amigable de entrada para obtener un excelente resultado en esta etapa. Con eso podremos demostrar la validez, utilidad y conveniencia de esta técnica experimental. Luego de eso se diseñará un controlador óptimo que cumpla con las especificaciones del proceso identificado, y realizar una comparación con la forma actual de control.



# **CAPITULO 1**

## **ANÁLISIS DEL PROBLEMA**

El presente trabajo está orientado en obtener el modelomatemático de un proceso industrial reala través de métodos de identificación, que se darán a conocer posteriormente para luego diseñar un controlador óptimo que permita mejorar la respuesta de nuestro sistema, teniendo así un eficiente y preciso manejo de las variables más relevantes en nuestra planta.

Debido a que esta técnica es de carácter experimental implica variar y detener el proceso de producción para el análisis y recolección de datos, esto tiene como consecuenciacuantiosas pérdidas económicas. En otros casos el experimentar con el sistema real resulta demasiado peligroso, como lo es en centrales nucleares, o se pierde demasiado tiempo, o es demasiado complicado y casi que imposible, como en sistemas ecológicos.Es por eso que serecorre a simular este procesopor medio de la modelización matemática del sistema regulador de temperatura en un cuarto térmico queobedece las leyes físicas de la termodinámica y transferencia de calor.

## **1.1 Descripción de la planta a identificar**

El proceso a identificar es una etapa importante en la elaboración de la cerveza, a continuación se realiza la descripción del proceso por el cual se obtiene malta de cebada y como es el tostado de la misma. Maltear es básicamente iniciar la germinación y luego interrumpirla bajando la humedad del grano de cereal.

El motivo de germinar las semillas es para que se formen, durante este proceso, las enzimas necesarias y se realicen los cambios necesarios en la estructura molecular de los componentes de la semilla para obtener de ella la mayor cantidad de moléculas de azúcares fermentables y nutrientes básicos para la levadura.

Luego debe detenerse esta germinación para que la planta que está creciendo no consuma los azúcares de nuestro grano. La cebada cervecera luego de cosechada se almacena durante un corto período de 6 a 8 semanas para que todas las semillas sean capaces de germinar, sacándolas de un estado parecido al de hibernación. En este punto se las conoce como “cebada cervecera lista para maltear”.

A partir de aquí el proceso que se sigue para maltearla es el siguiente. Se coloca la cebada en un recipiente grande y se lava con agua, removiendo bien para limpiar y eliminar los granos que flotan, palitos y otras semillas.

Se retira el grano del recipiente y se lava el recipiente para eliminar el barro depositado en el fondo y se vuelve a colocar el grano en el mismo recipiente. Llena nuevamente el recipiente con agua limpia hasta sobrepasar unos 5 cm. el nivel del grano.

Se deja reposar a temperatura ambiente unas 48 horas, mientras absorbe el agua aumentara su volumen un 45%, si el nivel de agua baja por debajo del nivel de granos se agrega agua hasta cubrirlo.

Pasado el tiempo de humectación, se filtra el agua colando el grano y dejo el recipiente a temperatura ambiente, tapado y en un lugar oscuro, aunque es recomendable una temperatura de entre 10° C y 15° C.

Durante la germinación el agua provocará por hidrólisis, que las enzimas hidrolíticas conviertan el almidón en azúcar y las proteínas en aminoácidos (proteo lisis) que servirán como nutrientes a la futura planta.

El proceso de germinación puede durar varios días entre 8 y 24 y es imposible establecer cuantos, pues en él intervienen un sin número de variables propias de cada caso, entre ellas la temperatura, el tipo de cebada etc. Por lo cual es mediante la observación se establece el momento exacto para secarlos.

Lo que comúnmente se hace es observar cómo crecen las raíces, una vez por día, todos los días y se los remueve, con ayuda de equipos, comúnmente conocidos como carros removedores, que cada cierto tiempo se activan, mezclándolos para que se aireen y para que no se enreden las raíces.



**Figura 1.1** Piscina de granos con los carros removedores de fondo

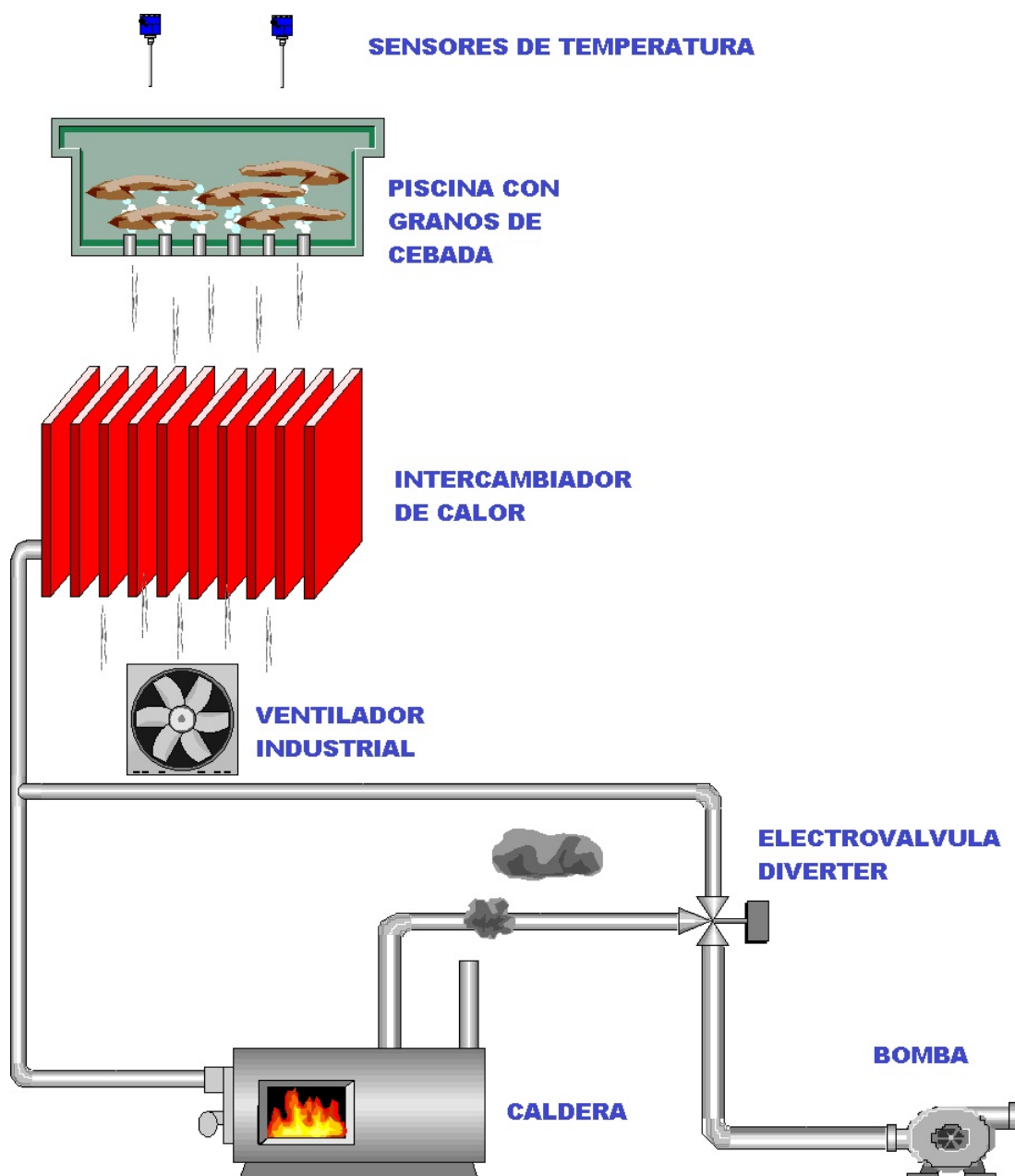
Dado que la intención al maltear las semillas no es la de germinarlas hasta crear una planta, sino la de convertir el almidón y las proteínas. Lo que debemos hacer es parar el proceso de germinación eliminando el agua que contienen las semillas reduciéndolo a un nivel alrededor del 3 % usando calor.

Es muy importante tener en cuenta a que temperatura se calienta el grano ya que dependiendo de ésta y el tiempo de aplicación, se consiguen diferentes tipos de malta.

Por ejemplo, si se aplica una temperatura inicial de secado menor a 60°C durante 30 minutos a las semillas, las encimas convertirán los almidones en azúcar, si luego aumentamos la temperatura lo suficiente como para caramelizar estos azúcares conseguiremos malta caramelizada. Por el contrario si empezamos el secado con temperaturas superiores a 80 grados, no se producirá el efecto de las enzimas sobre los almidones por lo tanto no se caramelizará y tendremos otro sabor en el tostado. Observando el grano veremos que empiezan a crecerle las raíces y un tiempo después desde el lado opuesto comienza a crecer el brote llamado acróspire, cuando este brote tiene el mismo largo que el grano se detiene la germinación, bajando la humedad del grano con calor.

El procedimiento que se utiliza para hacer la malta base, conocida como pilsener, es extender las semillas sobre una malla metálica en un colchón de aproximadamente 3 cm y se coloca abajo un sistema de calefacción compuesto por ventiladores industriales que toman el aire a temperatura ambiente y soplan a través de radiadores, el aire caliente pasa debajo de la malla metálica donde se encuentran los granos hasta la superficie de los mismos, es aquí se monitorea la temperatura de los mismos.

La temperatura puede ser cambiada variando la velocidad de los ventiladores, la temperatura del radiador o incluso ambas. Es aquí donde se centra el proceso de identificación, la figura 1.2 muestra de una manera sencilla como se encuentra distribuido el sistema de tostación.



**Figura 1.2** Representación básica del proceso de tostación de la cebada

Lo importante en todo proceso que va a ser identificado o como en nuestro caso de estudio que comienza con un modelamiento es identificar las entradas y las salidas.

Comienza con la bomba que maneja un caudal de agua constante y a temperatura ambiente durante todo el proceso. Para nuestra planta la entrada es el porcentaje en el que se abre la electroválvula diverter, esta válvula tiene la función de dividir el caudal proveniente de la bomba en dos caudales con diferentes funciones. El caudal que va directo a la caldera tiene la función de elevar la temperatura del radiador, el caudal que se desvía directo al radiador tiene la función de bajar la temperatura del radiador, ambos caudales se mezclan y entran al radiador. De esta forma variamos la temperatura del aire que entra por debajo de rejilla de la piscina que contiene los granos.

Durante todo el proceso de tostación los ventiladores industriales que se encuentran entre el radiador y la piscina de granos toman aire a temperatura ambiente y lo empujan a través del radiador con un caudal constante, es decir que los ventiladores funcionan a velocidad constante.

La salida de nuestro proceso es la temperatura del aire sobre los granos, para esto se utiliza sensores de temperatura, con este seguimiento a la variable de importancia de nuestro proceso cerramos el lazo de realimentación y así realizar una acción de control.

Si logramos variar la temperatura de secado entre 35° C y 40° C y dejamos secar durante 2 días, notaremos que están secos porque al morderlos están blandos.

La cebada en el proceso, reduce su peso en un 20% por lo que con 1 Kg. de cebada obtenemos 800 gramos de malta. Los otros dos tipos de malta más usados son la malta tipo Viena y la malta tipo Munich. El secado de la malta tipo Viena se realiza a temperaturas ligeramente superior al tipo pilsener, entre 40° C y 50° C resultando en un poder enzimático ligeramente menor y superior contenido en melanoidinas.

La malta tipo Munich se seca a temperaturas entre 50° C y 60° C, todavía más altas que la tipo Viena pero no lo suficiente como para tostar las semillas y eliminar el poder enzimático, seguirá disponiendo del suficiente como para convertir a posteriori durante la maceración todos los almidones en azúcares fermentables.

A estos tipos de malta básicos, que también se pueden combinar entre sí en diferentes proporciones, se pueden combinar con pequeñas cantidades, entre el 1% y 20%, de maltas especiales.

He aquí la importancia del control de la temperatura de tostación de los granos, ya que la temperatura y el tiempo de tostación son determinantes en el tipo de producto y la calidad que se desea.



## 1.2 Identificación de sistemas

Los sistemas de identificación se pueden definir como el arte de construir modelos matemáticos de sistemas dinámicos a partir de datos experimentales. Teniendo en cuenta que los sistemas dinámicos abundan en el medio y los modelos obtenidos parten de la base del método científico. Las técnicas de los sistemas de identificación tienen un campo de aplicación muy amplio y en algunas áreas desconocidas.

En muchos casos, la importancia de la obtención de modelos consiste en servir de soporte en el diseño. En otros casos, el propósito es el conocimiento de un proceso, como por ejemplo, el efecto que produce una droga. En otros casos sirve para explicar que sucedió en el pasado, por ejemplo, cuando se tiene un proceso complejo en la industria, la disponibilidad de un modelo ayudara a identificar los componentes que pueden estar fallando, ya que esto queda registrado en el computador. Muchas veces es interesante para modelar un sistema técnico que no existe, pero que puede llegar a existir en algún tiempo futuro. Otro propósito, es el conocimiento del comportamiento dinámico de un sistema, por ejemplo, una estructura espacial donde el comportamiento dinámico no puede ser deducido estudiando la estructura en la tierra debido a los efectos de la gravedad y la atmósfera. Estas y muchas más son las causas que se han creado estas técnicas de identificación.

A partir del año 1955, se desarrollan los métodos temporales, con el objetivo de solucionar los problemas planteados en aplicaciones aeroespaciales, estos métodos reciben un fuerte impulso con el desarrollo de las

computadoras digitales, que constituían la plataforma tecnológica necesaria para su implantación, prueba y desarrollo.

El término Identificación de sistemas fue acuñado por LoftiZadeh [1] en 1962, como: "Identificación es la determinación, en base a la entrada y la salida, de un sistema, dentro de una clase de sistemas especificada, al cual el sistema probado es equivalente."

Puede decirse que la identificación de sistemas quedó establecida como un campo de investigación reconocido dentro del área de control automático a mediados de los sesenta: en el tercer congreso de la IFAC (International Federation of Automatic Control) en Londres, 1966 en el que fue presentado un artículo de visión general sobre identificación de sistemas (Eykhoff y otros. 1966). Un año después fue organizado el primer Symposium IFAC sobre identificación de sistemas en Praga. En la actualidad es el Symposium con una serie más larga de la IFAC.

# CAPITULO 2

## FUNDAMENTOS TEÓRICOS.

### 2.1 Termodinámica

La termodinámica es el estudio de las transformaciones de energía en las que interviene: el calor, el trabajo mecánico y otros aspectos de la energía tales como: temperatura, presión y volumen, así como la relación entre estas transformaciones y las propiedades de la materia. También estudia cambios en otras magnitudes, tales como la imanación, el potencial químico, la fuerza electromotriz y el estudio de los medios continuos en general.

También podemos decir que la termodinámica nace para explicar los procesos de intercambio de masa y energía térmica entre sistemas térmicos diferentes. Para tener un mayor manejo especificaremos que calor significa "energía en tránsito" y dinámica se refiere al "movimiento", por lo que, en esencia, la termodinámica estudia la circulación de la energía y cómo la energía infunde movimiento.

La termodinámica es una parte fundamental e indispensable de: la física, la química y las ciencias biológicas, y sus aplicaciones tienen una

amplia variedad en la ciencia e ingeniería, tales como: motores de autos, refrigeradores, procesos bioquímicos y las estructuras de las estrellas.

El punto de partida para la mayor parte de las consideraciones termodinámicas son las leyes de la termodinámica, que postulan que la energía puede ser intercambiada entre sistemas en forma de calor o trabajo.

### **2.1.1 Leyes de la Termodinámica**

Antes de mencionar las leyes de la termodinámica definiremos a la entropía como una magnitud física que mide la parte de la energía que no puede utilizarse para producir trabajo. Es una función de estado de carácter extensivo y su valor, en un sistema aislado, crece en el transcurso de un proceso que se dé de forma natural. La entropía describe lo irreversible de los sistemas termodinámicos.

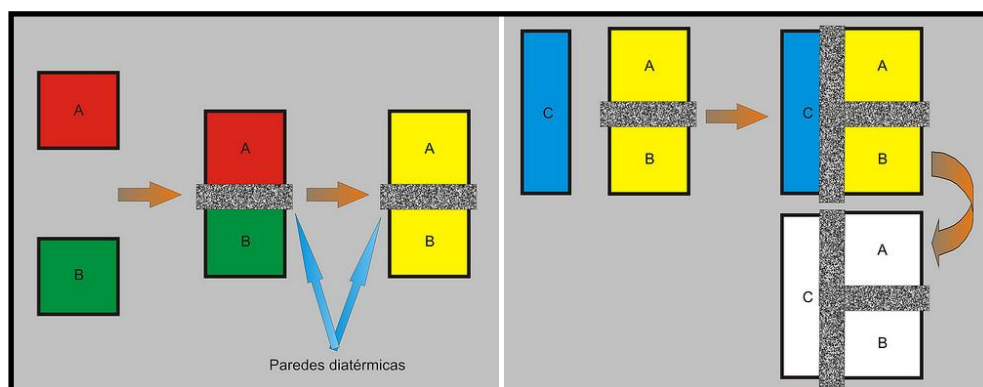
A continuación se enunciarán y explicarán las cuatro leyes de la termodinámica.

#### **Principio cero de la termodinámica**

Este principio establece que existe una determinada propiedad, denominada temperatura empírica  $\theta$ , que es común para todos los estados de equilibrio termodinámico que se encuentren en equilibrio mutuo con uno dado. Tiene

tremenda importancia experimental “pues permite construir instrumentos que midan la temperatura de un sistema” pero no resulta tan importante en el marco teórico de la termodinámica.

El equilibrio termodinámico de un sistema se define como la condición del mismo en el cual las variables empíricas usadas para definir o dar a conocer un estado del sistema (presión, volumen, campo eléctrico, polarización, magnetización, tensión lineal, tensión superficial, coordenadas en el plano x,y) no son dependientes del tiempo. El tiempo es un parámetro cinético, asociado a nivel microscópico; el cual a su vez está dentro de la físico química y no es parámetro debido a que a la termodinámica solo le interesa trabajar con un tiempo inicial y otro final. A dichas variables empíricas (experimentales) de un sistema se las conoce como coordenadas térmicas y dinámicas del sistema. Este principio fundamental, aún siendo ampliamente aceptado, no fue formulado formalmente hasta después de haberse enunciado las otras tres leyes. De ahí que recibiese el nombre de principio cero.



**Figura 2.1** Equilibrio Termodinámico.

### Primera ley de la termodinámica

También conocida como principio de conservación de la energía para la termodinámica «en realidad el primer principio dice más que una ley de conservación», establece que si se realiza trabajo sobre un sistema o bien éste intercambia calor con otro, la energía interna del sistema cambiará. Visto de otra forma, esta ley permite definir el calor como la energía necesaria que debe intercambiar el sistema para compensar las diferencias entre trabajo y energía interna. La ecuación general de la conservación de la energía es la siguiente:

$$E_{entrada} - E_{salida} = \Delta E_{sistema}$$

Que aplicada a la termodinámica teniendo en cuenta el criterio de signos termodinámico, queda de la forma:

$$\Delta U = Q - W$$

Donde  $U$  es la energía interna del sistema (aislado),  $Q$  es la cantidad de calor aportado al sistema y  $W$  es el trabajo realizado por el sistema.

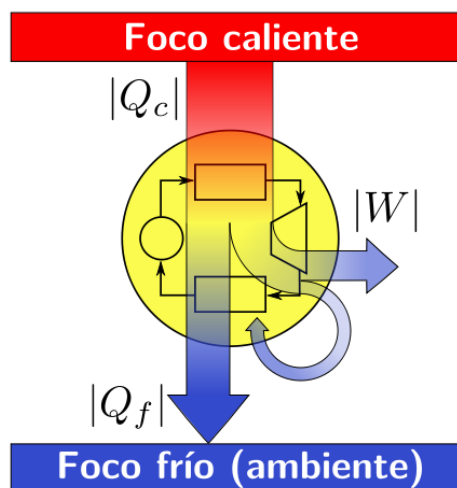
### Segunda ley de la termodinámica

Esta ley arrebató la dirección en la que deben llevarse a cabo los procesos termodinámicos y, por lo tanto, la imposibilidad de que ocurran en el sentido contrario (por ejemplo, que una mancha de tinta dispersada en el agua pueda volver a concentrarse en un pequeño volumen). También establece, en algunos casos, la imposibilidad de convertir completamente toda la energía de un tipo en otro sin pérdidas. De esta forma, la segunda ley impone restricciones para las transferencias de energía que hipotéticamente

podieran llevarse a cabo teniendo en cuenta sólo el Primer Principio. Esta ley apoya todo su contenido aceptando la existencia de una magnitud física llamada entropía, de tal manera que, para un sistema aislado (que no intercambia materia ni energía con su entorno), la variación de la entropía siempre debe ser mayor que cero.

Debido a esta ley también se tiene que el flujo espontáneo de calor siempre es unidireccional, desde los cuerpos de mayor temperatura hacia los de menor temperatura, hasta lograr un equilibrio térmico.

La aplicación más conocida es la de las máquinas térmicas, que obtienen trabajo mecánico mediante aporte de calor de una fuente o foco caliente, para ceder parte de este calor a la fuente o foco o sumidero frío. La diferencia entre los dos calores tiene su equivalente en el trabajo mecánico obtenido.



**Figura 2.2** Representación gráfica de trabajo y calor

### **Tercera ley de la termodinámica**

La Tercera de las leyes de la termodinámica, propuesta por Walther Nernst, afirma que es imposible alcanzar una temperatura igual al cero absoluto mediante un número finito de procesos físicos. Puede formularse también como que a medida que un sistema dado se aproxima al cero absoluto, su entropía tiende a un valor constante específico. La entropía de los sólidos cristalinos puros puede considerarse cero bajo temperaturas iguales al cero absoluto. No es una noción exigida por la Termodinámica clásica, así que es probablemente inapropiado tratarlo de "ley".

Es importante recordar que los principios o leyes de la Termodinámica son sólo generalizaciones estadísticas, válidas siempre para los sistemas macroscópicos, pero inaplicables a nivel cuántico.

Cabe destacar que el primer principio, el de conservación de la energía, es la más sólida y universal de las leyes de la naturaleza descubiertas hasta ahora por las ciencias.

#### **2.1.2 Transferencia de calor**

La transferencia de energía que se da exclusivamente por una diferencia de temperatura se llama flujo de calor o transferencia de calor, y la energía así transferida se llama calor. La cantidad  $Q$  de calor necesaria para hacer variar



la temperatura de un sistema es proporcional a la masa  $m$  de este y al cambio de temperatura,  $\Delta T$ . Esto se expresa en la ecuación

$$Q = m\zeta\Delta T$$

En la que  $\zeta$  es una cantidad característica del material, llamada calor específico (o capacidad calorífica). El calor específico de un material siempre depende un poco de la temperatura inicial y del intervalo de temperatura.

Por otro lado la ecuación de Fourier establece que el calor transferido es proporcional al área de la superficie de transferencia de calor, la variación de temperatura y un coeficiente global de transferencia de calor.

$$Q = UA\Delta T$$

Donde  $U$  es el coeficiente global de transferencia de calor,  $A$  es la transferencia de calor y  $\Delta T$  es la variación de temperatura media o diferencia media logarítmica.

### **2.1.3 Mecanismos de transferencia de calor**

Los tres mecanismos de transferencia de calor son: conducción, convección y radiación. Hay *conducción* dentro de un cuerpo o entre dos cuerpos que están en contacto. La *convección* depende del movimiento de una masa de una región del espacio a otra. La *radiación* es transferencia de calor por radiación electromagnética, como la luz del sol, sin que tenga que haber materia en el espacio entre los cuerpos.

### **Transferencia de calor por conducción**

Conocido como transferencia de calor por contacto directo. El intercambio de calor se produce cuando dos sistemas de diferentes temperaturas entran en contacto directo hasta alcanzar la misma temperatura. En el intercambiador de calor la conducción se realiza entre un fluido y la pared del recipiente que lo contiene donde la capacidad para transferir calor es regulado por la conductividad térmica de la pared.

### **Transferencia de calor por convección**

Conocido como transferencia de calor forzada. El intercambio de calor se realiza a través de un material fluido, este fluido es forzado a transportar calor. El fluido caliente disminuye su densidad al ser calentado pero como no todo el fluido se calienta la parte fría al poseer mayor densidad desplazará a la parte caliente generando corrientes ascendentes y descendentes.

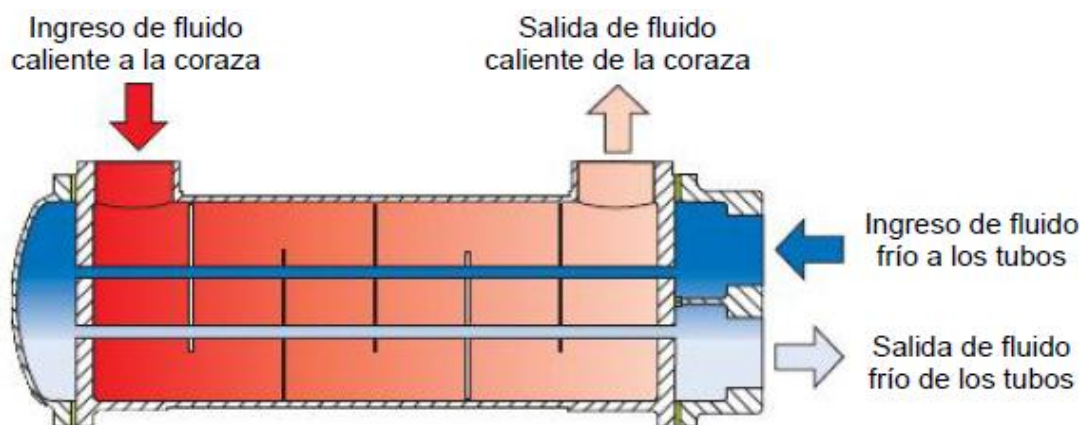
### **Transferencia de calor por radiación**

La transferencia de calor se realiza por medio de la radiación electromagnética que emite un cuerpo, tanto los fluidos fríos como calientes emiten radiación, entonces para que exista transferencia de calor no se requiere de ningún medio. En intercambiadores de calor el fenómeno de radiación es mínimo pero debe tomarse en cuenta debido a las pérdidas que genera.

### 2.1.4 Intercambiadores de Calor

Un intercambiador de calor es un dispositivo diseñado para la transferencia de calor entre dos fluidos, el proceso de transferencia de calor se realiza entre dos fluidos de diferentes temperaturas con el fin de variar sus temperaturas hasta alcanzar el equilibrio térmico. Del concepto anterior el término fluido se refiere a toda sustancia que posee una débil fuerza de cohesión molecular, es decir que adquiere la forma del recipiente que lo contiene, estos son los líquidos y gases.

Entonces para el sistema descrito se definen dos fluidos uno frío y otro caliente, este término se usa en forma relativa para indicar que un fluido está a mayor temperatura que el otro. En los procesos de transferencia de calor existen tres formas de intercambiar calor.



**Figura 2.3** Intercambiador de calor.

## **Radiadores.**

Un radiador es un objeto intercambiador de calor, que aporta calor a otro objeto o a un ambiente sin contar con la presencia de llamas, debido a que un radiador no posee procesos de combustión directa, sino que el calor que irradia proviene del exterior a través de tuberías que transportan agua caliente, la que ha tomado su temperatura en una caldera situada en algún otro lugar.

El funcionamiento de un radiador se basa en la diferencia de temperatura entre su superficie y el ambiente en el que se encuentra, pero además tiene gran influencia la cantidad de superficie expuesta del radiador en dicho ambiente. Al haber una superficie mayor de intercambio y mayor es la diferencia de temperatura, entonces, mayor será el intercambio de calor.



**Figura 2.4** Radiador tipo industrial.

## 2.2 Conceptos básicos del control automático.

### 2.2.1 Sistemas

Para empezar a explicar los conceptos y procedimientos referentes a moldeamiento e identificación de sistemas, es importante empezar con la pregunta en torno a la que gira el tema de investigación. ¿Qué es un sistema desde el punto de vista del estudio del control automático?



**Figura 2.5** Representación básica de un sistema dinámico

Un sistema es básicamente una combinación de componentes que actúan conjuntamente para alcanzar un objetivo específico. En otras palabras es la colección de elementos que interactúan, y en los cuales existen relaciones causa y efecto entre sus variables. O como lo muestra el gráfico superior, resumiéndolo en entradas y salidas. También existen variables externas que se conocen como perturbaciones.

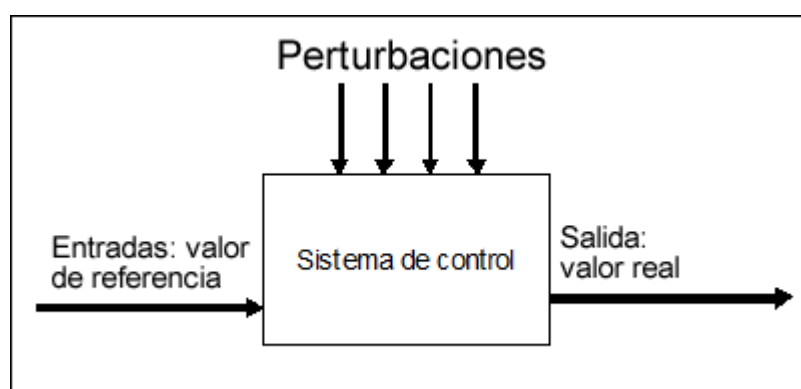
### 2.2.2 Perturbaciones.

Las perturbaciones son aquellas que afectan el control del proceso. Dan siempre fluctuaciones en la señal de salida del proceso. Generalmente se deben a factores externos, entre las cuales están:

**Ruido de medición:** Los sensores que miden las señales son objeto de ruido y fluctuaciones.

**Señales de entrada que no se pueden controlar:** Los sistemas están sujetos a señales que tienen el carácter de entradas pero que no son controladas por el usuario.

En nuestro caso de estudio, para citar un ejemplo, en un sistema donde se desea controlar la temperatura, las perturbaciones serán el efecto de la temperatura del medio ambiente, factor que no puede ser controlado o manipulado por la señal de referencia o entrada del sistema.



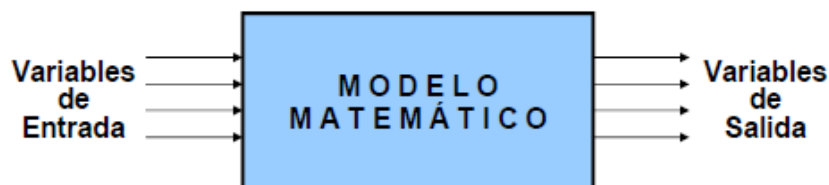
**Figura 2.6** Representación grafica de perturbaciones en un sistema de control.

### 2.2.3 Modelo matemático.

Otro concepto importante es saber qué es un modelo matemático de un sistema. Es la herramienta que permite describir y analizar un sistema. Es una representación abstracta que nos brinda una descripción simplificada del sistema y sus elementos.

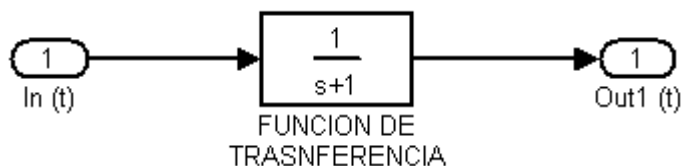
El modelo matemático es de gran utilidad, nos permite:

- Realizar simulaciones donde podemos escalar en el tiempo, capacitar operarios y no es necesario medir físicamente las variables.
- Cambiar parámetros equivale a cambiar coeficientes del modelo.
- Facilita el desarrollo de controladores.
- Evita el método de error y ensayo, lo que suele traducirse en pérdidas económicas.



**Figura 2.7** Representación básica de un modelo matemático de un sistema

El modelo matemático se expresa en función de "s", llamada función de transferencia, es el resultado de aplicar la transformada de Laplace a las ecuaciones diferenciales en el dominio del tiempo, dichas ecuaciones obedecen las leyes físicas que intervienen en el proceso y describen el comportamiento del sistema.



**Figura 2.8** Representación de la función de transferencia en un diagrama de bloques

## 2.2.4 Transformada de Laplace

La transformada de Laplace está definida por:

$$F(s) = \int_{0^-}^{\infty} f(t)e^{-st} dt = L[f(t)]$$

Donde:

$s = \sigma + j\omega$ , es una variable compleja.

$F(s)$  = transformada de Laplace de  $f(t)$ .

$f(t)$  = una función del tiempo  $t$  tal que  $f(t) = 0$  para  $t < 0$ .

$L$  = un símbolo operativo que indica que la cantidad a la que antecede se va a transformar mediante la integral de Laplace  $\int_{0^-}^{\infty} e^{-st} dt$

La transformada de Laplace es una herramienta de gran alcance formulada para solucionar una variedad amplia de problemas del inicial-valor. La estrategia es transformar las ecuaciones diferenciales difíciles en los problemas simples del álgebra donde las soluciones pueden ser obtenidas fácilmente. Entonces se aplica La transformada inversa de Laplace para recuperar las soluciones de los problemas originales. A continuación se muestra una representación grafica de lo anteriormente expuesto.



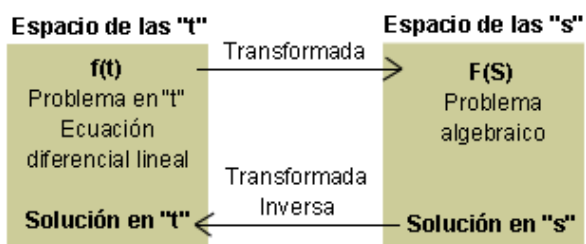


Figura 2.9 Representación gráfica de la transformada de Laplace y su inversa.

Para el efecto se utiliza una tabla básica con la cual se inicia en el estudio de la transformada de Laplace.

$f(t)$	$F(s)$
1	$\frac{1}{s}$
$u(t-a)$	$\frac{e^{-as}}{s}$
$k$ cte.	$\frac{k}{s}$
$t^n$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$ para $n \in \mathbb{Z}^+$
$t^a$	$\frac{\Gamma(a+1)}{s^{a+1}}$ para $a \in (-1, \infty)$
$e^{at}$	$\frac{1}{s-a}$
$e^{at}t^n$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$ para $n \in \mathbb{Z}$
$e^{kt}t^a$	$\frac{\Gamma(a+1)}{(s-k)^{a+1}}$ para $a \in (-1, \infty)$
$\sin(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$
$\cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
$e^{at}\sin(bt)$	$\frac{b}{(s-a)^2+b^2}$
$e^{at}\cos(bt)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+b^2}$
$\sinh(at)$	$\frac{a}{s^2-a^2}$
$\cosh(at)$	$\frac{s}{s^2-a^2}$
$e^{at}\sinh(bt)$	$\frac{b}{(s-a)^2-b^2}$
$e^{at}\cosh(bt)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2-b^2}$

Tabla 2.1 Transformada de Laplace, funciones básicas.

### 2.2.5 Polos y ceros de la función de transferencia

El cociente de polinomios que aparece en la definición de la función de transferencia de un sistema  $H(s)$ , puede escribirse de otra forma, aplicando el teorema fundamental del álgebra:

$$H(s) = \frac{\sum_{j=0}^M b_j s^j}{\sum_{i=0}^N a_i s^i} = K \frac{\prod_{j=0}^M (s - c_j)}{\prod_{i=0}^N (s - p_i)}$$

Se denominan ceros de la función de transferencia al conjunto de valores  $C_j$  para los cuales se anula el polinomio del numerador. Se denominan polos de la función de transferencia al conjunto de valores  $P_i$  para los cuales se anula el polinomio del denominador. Aclarando que una función de transferencia que representa un proceso real no puede tener más ceros que polos, es decir que el grado del polinomio del numerador debe ser menor o igual al grado del polinomio del denominador. Porque una función de transferencia con más ceros que polos describe ecuaciones en diferencias no causales, es decir que se requieren muestras futuras para conocer la salida actual, lo que implicaría saber el futuro para definir la salida presente de un proceso. Por ejemplo, si los polos y ceros de la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{s^2 + 6s + 8}{s^2 + 2}$$

Lo primero que tenemos que hacer es factorizar el numerador,  $s^2 + 6s + 8$ , y hacer que nuestra función de transferencia sea cero.

$$(s+2)(s+4) = 0$$

Esto da a ceros en:

$$s=-2 \text{ y } s=-4.$$

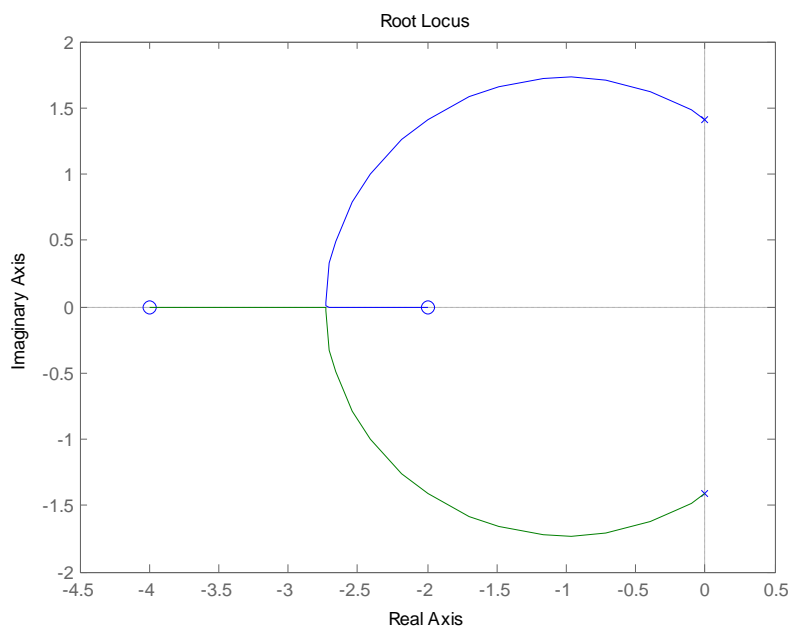
Si esta función hubiese sido más complicada, tal vez tendríamos que usar la fórmula cuadrática. Para los polos, tenemos que factorizar el denominador y buscar que la función de transferencia sea infinita, esto sucede cuando:

$$s^2+2 = 0$$

Esto nos da:

$$(s + i\sqrt{2})(s - i\sqrt{2})$$

Lo que significa que tenemos raíces imaginarias. Y su diagrama de trayectoria de las raíces es:



**Figura 2.10** Gráfico de la trayectoria de las raíces.

Como podemos observar en el gráfico los polos, representados con X, buscan a los ceros, representados con O. Cuando hay mas polos que ceros, se originan asíntotas, lo que significa que los polos buscan a los ceros en el infinito. Estos diagramas son simétricos con el eje horizontal o eje real.

### **2.2.6 Orden de un sistema.**

El orden de un sistema está determinado por el grado del polinomio del denominador, es decir, la cantidad de polos de la función de transferencia. Para su estudio se los divide en sistemas de primer orden y sistemas de segundo orden o superior.

#### **Sistemas de primer orden.**

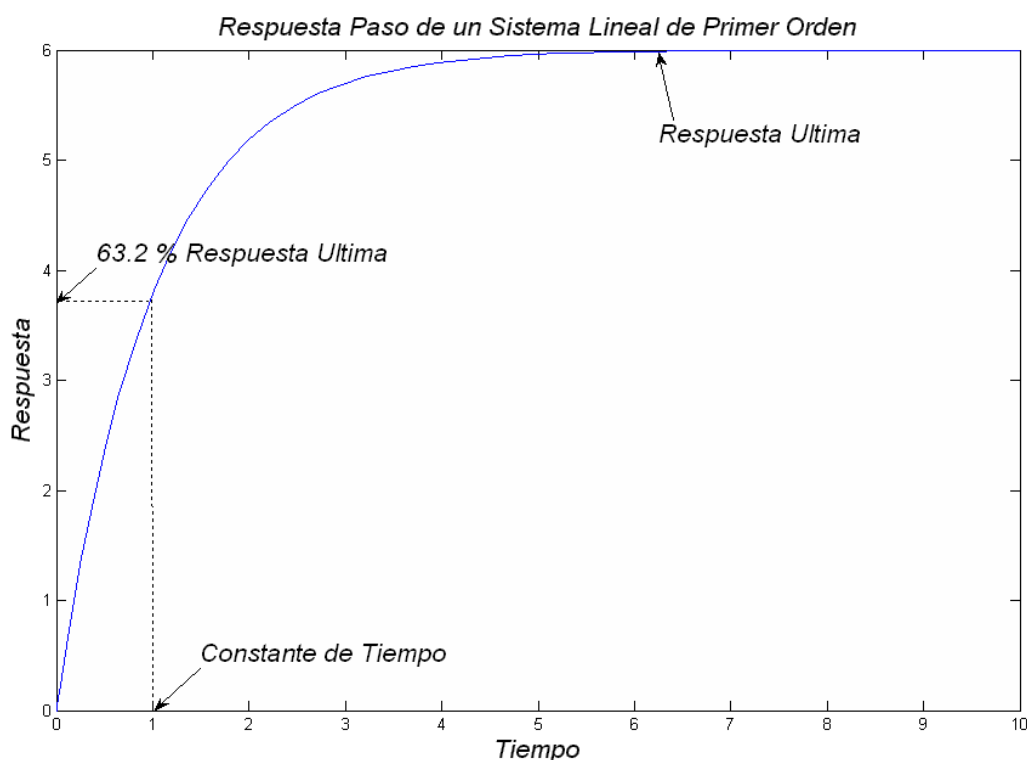
Un sistema de primer orden tiene como función de transferencia a la siguiente ecuación:

$$G(s) = \frac{k}{\tau s + 1}$$

Siendo,  $\tau$  una constante de tiempo y  $k$  la ganancia en estado estacionario del sistema. Estos dos parámetros se calculan con ecuaciones en función de características físicas del sistema. La constante de tiempo expresa un atraso dinámico y la ganancia es el cambio último en la variable de salida con respecto al cambio último en la variable de entrada.

La ganancia en estado estacionario,  $K$ , expresa el cambio último en la variable desalida o respuesta del sistema para un determinado cambio paso en la variable de entrada.

**Constante de Tiempo,  $\tau$ :** Esta constante expresa el tiempo definido por la relación entre la capacidad que tiene el sistema de transportar a una entidad (masa, energía, cantidad de movimiento, etc) con respecto a la rapidez de cambio o capacitancia de dicha entidad en la respuesta del sistema.



**Figura 2.11** Respuesta Paso de un Sistema de Primer Orden ( $K = 3$ ;  $\tau = 1$ )

### Sistemas de segundo orden.

Un sistema de segundo orden tiene como función de transferencia a la siguiente ecuación:

$$\frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Donde:

$\omega_n$ : frecuencia natural de oscilación.

$\xi$ : coeficiente de amortiguamiento.

$k$ : la ganancia de estado estacionario.

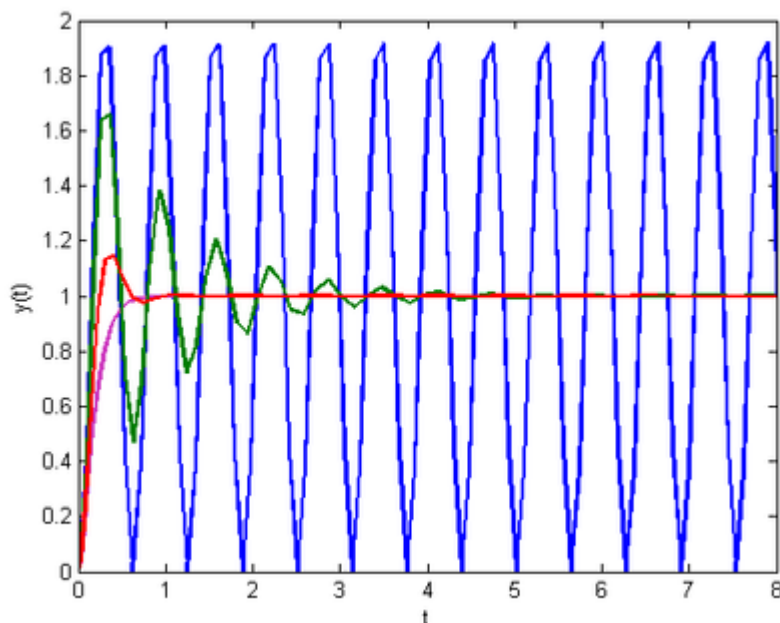
La ganancia de estado estacionario corresponde al valor constante que toma el sistema para un tiempo muy grande. Puede ser calculada a través del teorema final del límite de la función de transferencia  $F(s)$ .

$$y_{ee} = \lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} F(s) = F(0)$$

La respuesta del sistema depende de las raíces del denominador (polos del sistema). Para un sistema de segundo orden los polos se expresan como:

$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}$$

Dependiendo del valor  $\xi$ , los sistemas de segundo orden presentan distintos comportamientos.

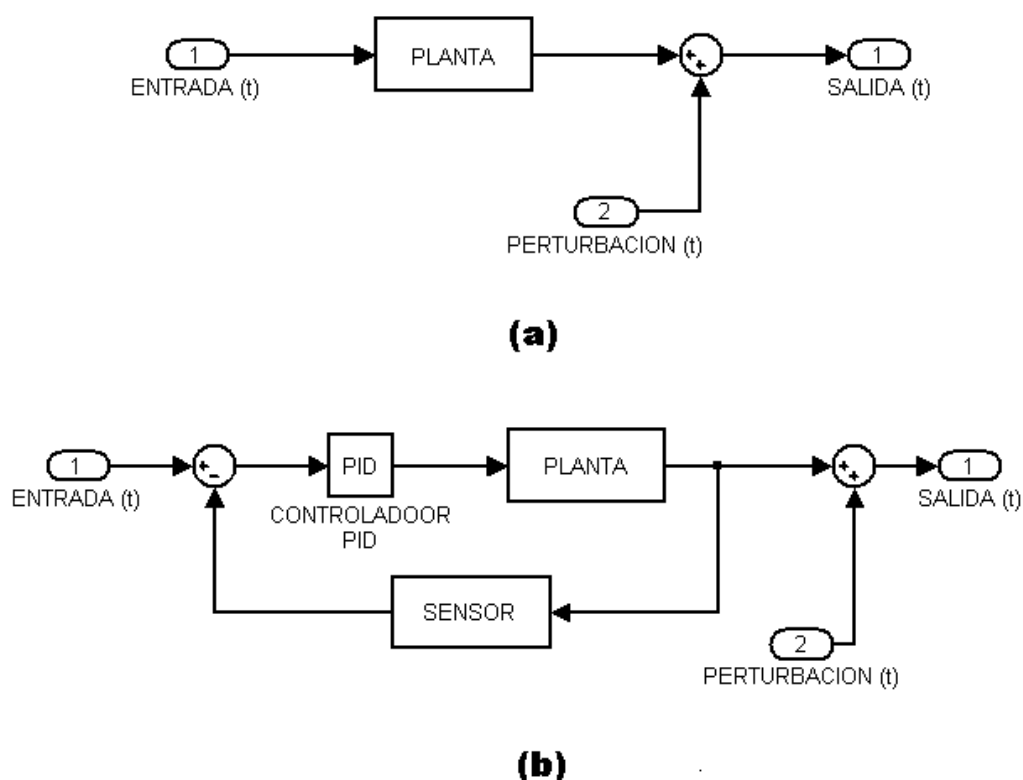


**Figura 2.12** Respuesta Paso de un Sistema de Segundo Orden con diferentes valores de  $\xi$

Tal como se observa en la figura 2.12 cuando  $\xi=0$  (curva de color azul) las oscilaciones continuarán indefinidamente. Para valores mayores de  $\xi$  se obtiene un decaimiento más rápido de las oscilaciones, pero con un ascenso más lento de la respuesta (La curva en verde tiene un valor  $\xi=0.1$ , mientras que para la roja  $\xi=0.5$ . En el caso en el que  $\xi=1$ , el sistema se torna críticamente amortiguado a tal punto que desaparecen las oscilaciones (Ver curva rosada).

### 2.2.7 Diagrama de bloques representativo de un sistema.

En el área del control automático, la forma descriptiva de ver un sistema es con base en diagrama de bloques, donde las variables controlables y no controlables, se representan con flechas: mientras que los bloques o cajas representan el proceso, el mecanismo de regulación, medición y demás dispositivos del sistema. En el diagrama de bloques se puede apreciar directamente si el sistema es de lazo abierto (sin regulador automático) o de lazo cerrado (con regulador automático), así también, se puede saber el tipo de proceso, de regulador en cada caso dado, la señal de regulación y los otros componentes del sistema.



**Figura 2.13** (a) Diagrama de bloques básico en lazo abierto, (b) Diagrama de bloques básico en lazo cerrado



## 2.3 Conceptos básicos de la identificación de sistemas.

Se define la identificación de sistemas para el control como el área de la Teoría de Sistemas que estudia las formas o maneras de obtener los modelos matemáticos de sistemas dinámicos considerando datos medidos y observaciones del sistema.

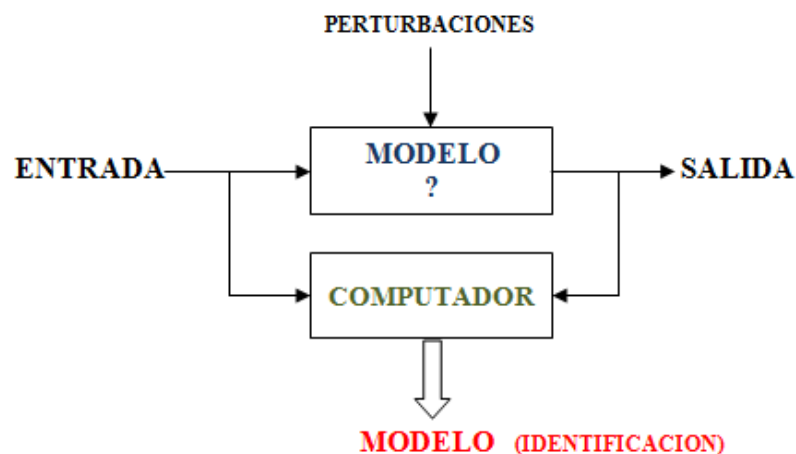
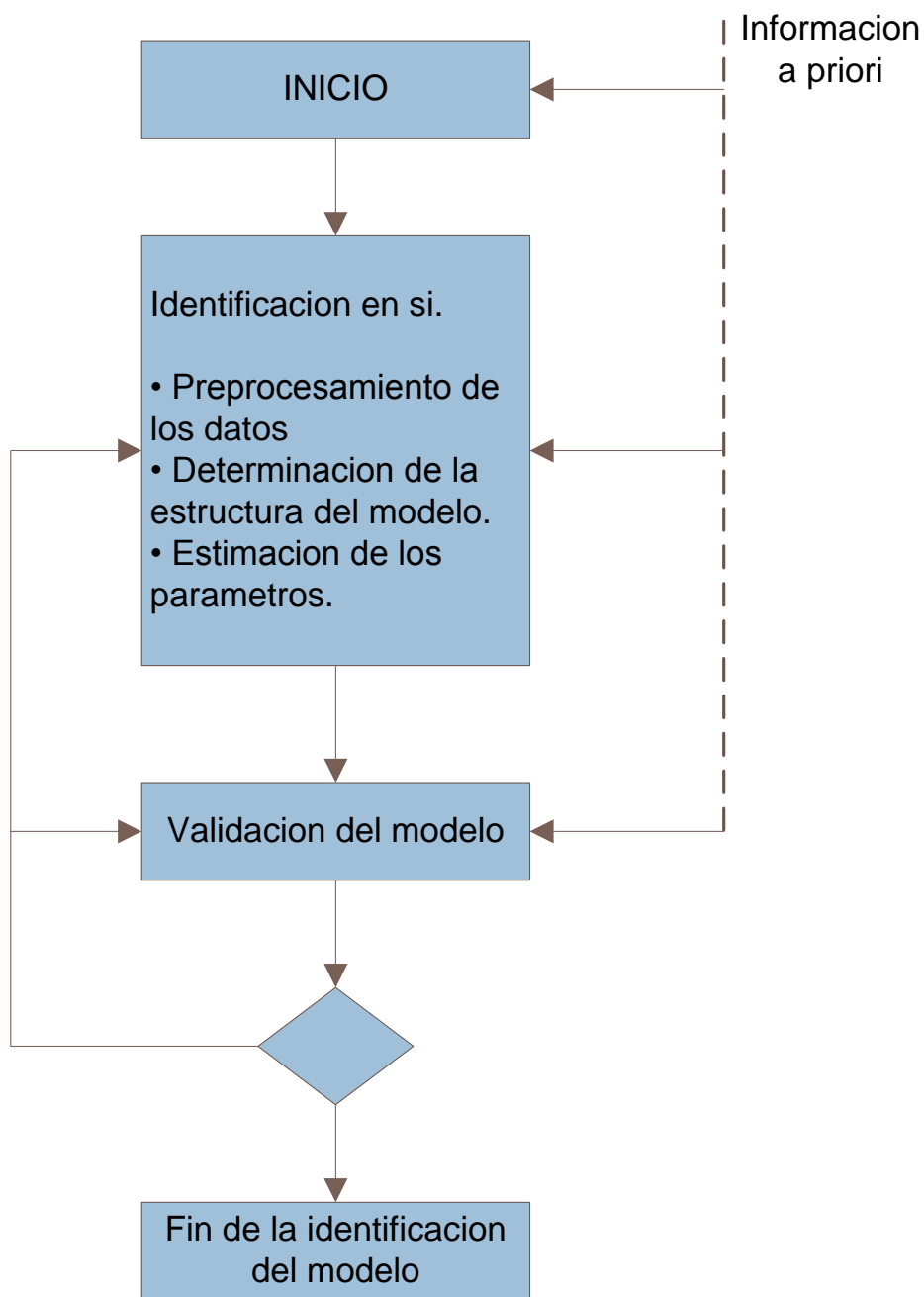


Figura 2.14 Diagrama de bloques básico para la identificación de sistemas.

### 2.3.1 Procedimiento de la identificación.

Los estadios de la Identificación de Sistemas pueden relacionarse cronológicamente como sigue:

1. Diseño experimental y ejecución.
2. Pre-procesamiento de los datos.
3. Selección de la estructura del modelo.
4. Estimación de los parámetros del modelo.
5. Validación del modelo.



**Figura 2.15** Etapas de un proceso de identificación.

## **Diseño experimental y ejecución.**

En esta etapa se tiene que resolver las siguientes preguntas:

- Cuales son los límites del sistema con respecto al entorno? Cuáles son las variables del entorno que influyen en el sistema y cuales variables del sistema influyen en el entorno?.
- Después hay que definir en cual de todas esas variables estoy interesado. Por ejemplo la interacción entre el entorno y el sistema para un circuito electrónico puede ser el voltaje, la corriente, etc.
- Definir cuáles son las variables que se van a medir? Cuáles son las entradas y las salidas del sistema?
- Como se van a hacer las mediciones?. Que sensores se va a utilizar, que tipo de computadores y qué tipo de adquisición de datos?
- Que tiempo de muestreo se va a utilizar? Esto es determinado por las constantes del tiempo del sistema. Se tiene que tener en cuenta que únicamente se puede obtener información sobre las frecuencias que son menores que la mitad de la frecuencia de muestreo. En casos prácticos, normalmente se elige la frecuencia de muestreo mas o menos entre 4 hasta 10 veces la frecuencia máxima en la que se está interesado.
- Que señales de entrada se van a aplicar?. En general las señales de entrada tienen que satisfacer algunas condiciones, deben ser bastante rica en frecuencias para que todos los modos dinámicos del sistema sean excitados.

**Pre-procesamiento de los datos.**

Los datos de entrada y salida tomados en los experimentos no se pueden utilizar inmediatamente en los algoritmos de identificación. Primero las perturbaciones y las no linealidades tienen que ser eliminadas en los datos.

**Selección de la estructura del modelo.**

Se determina un modelo particular que pertenezca a la estructura de modelos, que es el que mejor se ajusta a la información obtenida.

Si el modelo que se desea obtener es un modelo paramétrico, el primer paso es determinar la estructura deseada para dicho modelo. Este punto se facilita en gran medida si se tiene un cierto conocimiento sobre las leyes físicas que rigen el proceso.

**Estimación de los parámetros del proceso.**

A continuación se procede a la estimación de los parámetros de la estructura que mejor ajustan la respuesta del modelo a los datos de entrada-salida obtenidos experimentalmente.

**Validación del modelo.**

Después de realizar los pasos anteriores únicamente falta averiguar si el modelo calculado tiene uso para la aplicación propuesta (control, predicción, análisis). Esto es lo que llamamos validación del modelo. Es claro que

haciendo el procedimiento de identificación se tiene que hacer una serie de elecciones y cada elección que no es buena puede resultar en un modelo que no es bueno. Entonces la construcción de un modelo es un proceso iterativo en el cual el procedimiento de identificación se repite varias veces.

### **2.3.2 Métodos de identificación de sistemas.**

Dependiendo del tipo de modelo obtenido puede clasificarse en:

**Métodos no Paramétricos:** Permiten obtener modelos que pueden ser perfectamente representados mediante un gráfico o una tabla de datos, que describan sus características dinámicas mediante un número no finito de parámetros del sistema bajo estudio. Algunos de estos métodos son: análisis de la respuesta transitoria, análisis de la respuesta en frecuencia, análisis de la correlación, análisis espectral, análisis de Fourier, etc.

**Métodos Paramétricos:** Permiten obtener modelos que deben describir las relaciones entre las variables del sistema mediante expresiones matemáticas como pueden ser ecuaciones diferenciales (sistemas continuos) o en diferencias (sistemas discretos). Estos métodos requieren la elección de una posible estructura del modelo, de un criterio de ajuste de parámetros, y por último de la estimación de los parámetros que mejor ajustan el modelo a los datos experimentales.

### 2.3.2.1 Métodos no paramétricos.

**Análisis de la Respuesta Transitoria:** que se basa en la obtención de la respuesta del sistema a un impulso o a un escalón. Es un excelente método para obtener un rápido enfoque de la relación causa y efecto, retardos, constantes de tiempos y ganancias estáticas del sistema.

**Análisis de Correlación:** Permite estimar la respuesta al impulso de un sistema sin aplicar dicha entrada, sino a partir de un conjunto de datos muestreados, al utilizar una señal de excitación. Como el análisis de correlación da un rápido enfoque de constantes de tiempo y retardos.

**Técnicas Frecuenciales:** que son utilizadas para estimar la respuesta de frecuencia del sistema. Dentro de las técnicas frecuenciales podemos diferenciar entre el análisis de Fourier y el Análisis Espectral.

### 2.3.2.2 Identificación Paramétrica

Los modelos paramétricos, quedan descritos mediante una estructura y un número finito de parámetros que relacionan las señales de interés del sistema: entradas, salida y perturbaciones.

Un modelo completo de un sistema lineal invariante en el tiempo es:

$$y(k) = G(z).u(k) + H(z).e(k)$$

El método más fácil para parametrizar  $G(z)$  y  $H(z)$  es tomar funciones racionales, en las cuales el numerador y denominador son polinomios y los coeficientes de estos polinomios son los parámetros. Estos parámetros son los que se van a identificar. Si se denota estos parámetros como un vector  $\theta$ , entonces la descripción del sistema es la siguiente:

$$y(k) = G(q, \theta).u(k) + H(q, \theta).e(k)$$

En esta sección se examinará los modelos comúnmente utilizadas en el proceso de identificación paramétrica, basadas en el Error de Predicción. De manera general tenemos que:

$$A(z)y(t) = \frac{B(z)}{F(z)} u(t - n_k) + \frac{C(z)}{D(z)} e(t)$$

Donde A, B, C, D y F son polinomios en Z

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a}$$

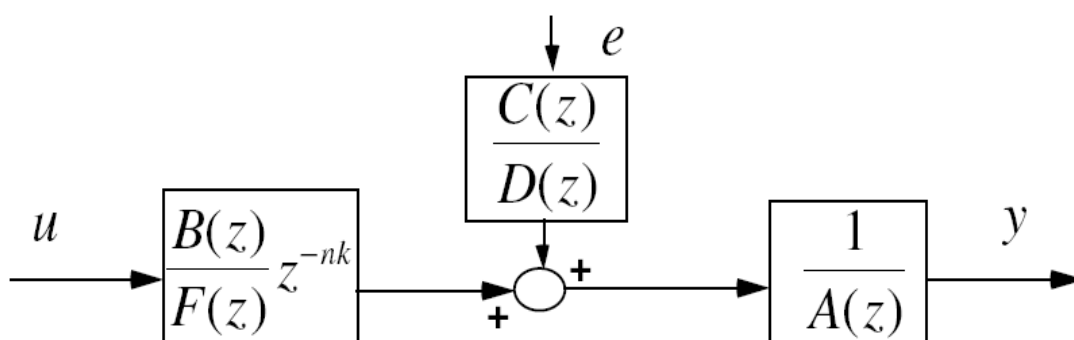
$$B(z) = b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b+1}$$

$$C(z) = 1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_{n_c} z^{-n_c}$$

$$D(z) = 1 + d_1 z^{-1} + \dots + d_{n_d} z^{-n_d}$$

$$F(z) = 1 + f_1 z^{-1} + \dots + a_{n_f} z^{-n_f}$$

El polinomio A es término AutoRegresivo (AR), B corresponde a la entrada eXternal(X) u, C es una Media Móvil, D es un término autoregresivo aplicado exclusivamente al modelo de la perturbación y  $n_k$  es el tiempo muerto del sistema. El diagrama de bloques general de los modelos basados en el error de predicción se muestra en la figura siguiente:



**Figura 2.16** Diagrama de bloques de los modelos basados en el error de predicción.



### Estructura Auto-Regresiva Con Entrada Externa (ARX)

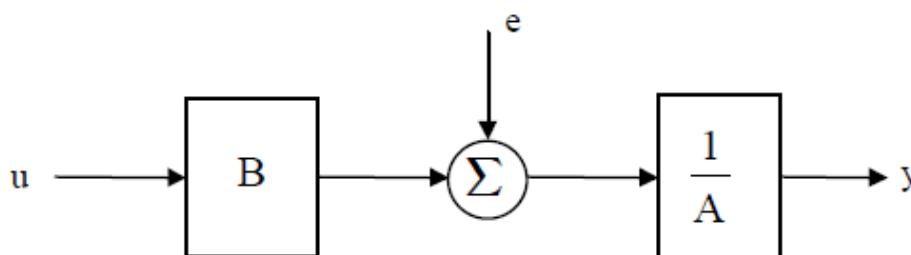
El modelo de identificación ARX usa la estructura:

$$A(z)y(t) = B(z)u(t - n_k) + e(t)$$

El problema de estimación se convierte en un problema de regresión lineal.

Las estimaciones ARX de alto orden ( $n_a$  y  $n_b$  grandes) arrojan resultados consistentes pero pueden tener problemas de varianza en presencia de ruido significativo.

Estimaciones ARX de bajo orden son problemáticas en la presencia de ruido significativo y cuando se selecciona una estructura de modelo incorrecta.



**Figura 2.17** Diagrama de bloques de los modelos basados en el modelo ARX.

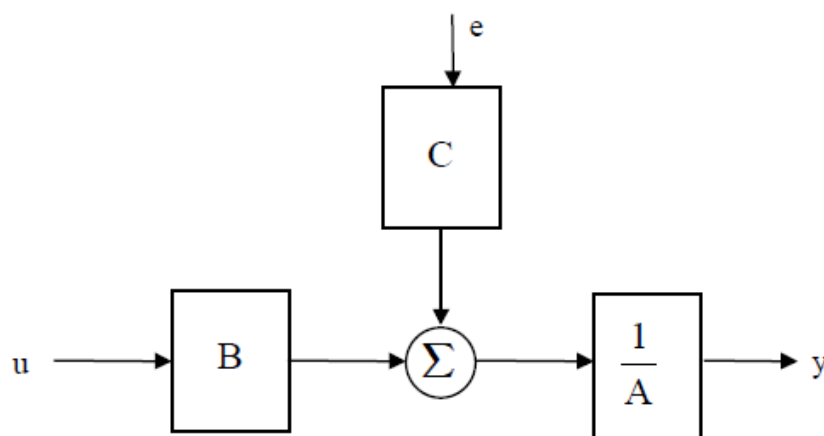
### Estructura Autorregresiva, Media Móvil Con Entrada Externa (ARMAX).

El modelo de identificación ARMAX usa la estructura:

$$A(z)y(t) = B(z)u(t - n_k) + C(z)e(t)$$

El problema de estimación es un problema de regresión no lineal. Usualmente el orden del modelo ( $n_a, n_b, n_c$ ) se escoge bajo.

La presencia del polinomio autorregresivo puede traer problemas de desvíos en la presencia de ruido significativo y/o errores en la estructura del modelo; sin embargo el polinomio de media móvil contrarrestará algunas veces los efectos negativos.



**Figura 2.18** Diagrama de bloques de los modelos basados en el modelo ARMAX.

## Respuesta Al Impulso Finito (FIR)

El modelo de identificación FIR usa la estructura:

$$y(t) = B(z)u(t - n_k) + e(t)$$

Representación de modelo “libre de estructura”, equivalente a lo encontrado en análisis de correlación. Traduce directo la respuesta al escalón. La estimación es una regresión lineal.

El orden apropiado del modelo ( $n_b$ ) depende del tiempo de muestreo seleccionado y el tiempo de estabilización del proceso, el resultado es usualmente alto (20 coeficientes o más).

No se estima un modelo para el ruido auto correlacionado.

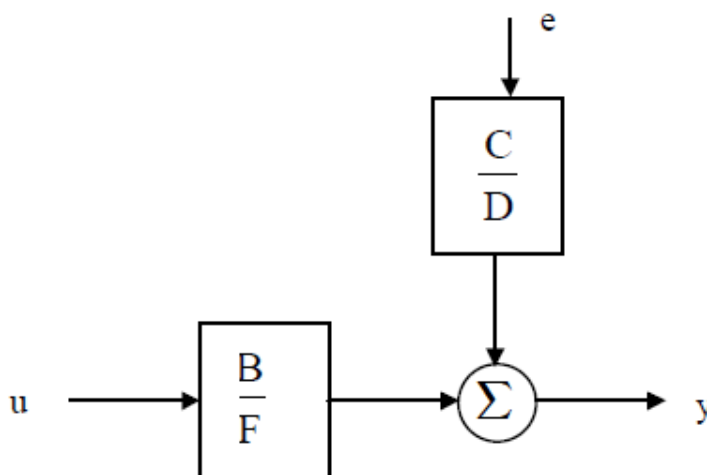
### Estructura De Modelo Box-Jenkins (B-J).

El modelo de identificación Box-Jenkins (B-J) usa la estructura:

$$y(t) = \frac{B(z)}{F(z)} u(t - n_k) + \frac{C(z)}{D(z)} e(t)$$

Es un problema de regresión no lineal. Usualmente los órdenes del modelo ( $n_b$ ,  $n_c$ ,  $n_d$  y  $n_f$ ) se escogen bajos.

Parametriza independientemente los modelos de la función de transferencia y el ruido; el problema radica en la cantidad de decisiones e iteraciones que tendrá que hacer el usuario.



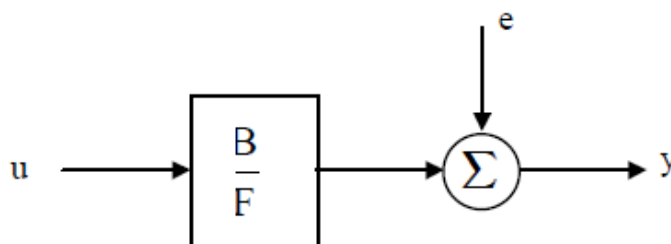
**Figura 2.19** Diagrama de bloques de los modelos basados en el modelo B-J.

### Estructura De Modelo Error De Salida (OE).

El modelo de identificación OE usa la estructura:

$$y(t) = \frac{B(z)}{F(z)} u(t - n_k) + e(t)$$

Es un problema de regresión no lineal. Usualmente los órdenes del modelo ( $n_b$  y  $n_f$ ) se escogen bajos. Parametriza independientemente la entrada y el ruido, sin embargo no se obtiene un modelo de ruido auto correlacionado. Trabaja muy bien en conjunto con un pre filtrado relevante al control.



**Figura 2.20** Diagrama de bloques de los modelos basados en el modelo OE.

### 2.3.3 Guías de diseño de la señal de entrada: señal multisenos (Schroeder-Phased).

Las señales multisenos son determinísticas y periódicas, representadas en modo simple por la ecuación:

$$u_s(k) = \lambda \sum_{i=1}^{n_s} \sqrt{2\alpha_i} \cos(\omega_i k T + \phi_i)$$

$T$  :Tiempo de muestreo.

$N_s$  :Longitud de la Secuencia.

$n_s$  :Numero de Sinusoides,  $n_s = N_s/2$

$a_i$  :Coeficientes de fourier normalizados  $\sum_{i=1}^{n_s} \alpha_i = 1$

$\omega_i$  : $2\pi i/N_s T$ :

$\phi_i$  : $2\pi \sum_{j=1}^i j\alpha_j$ .

$\lambda$  : Factor de escalamiento.

Para determinar los rangos de frecuencias de la multiseno podemos estimar un valor alto y valor bajo de la constante de tiempo dominante de la planta ( $\tau_{dom}^H, \tau_{dom}^L$ ):

$$\omega_* = \frac{1}{\beta_s \tau_{dom}^H} \leq \omega \leq \frac{\alpha_s}{\tau_{dom}^L} = \omega^*$$

$\alpha_s$  y  $\beta_s$  son seleccionados para asegurar un alto y bajo contenido de frecuencias son posibles en la señal de entrada correspondiente a la velocidad deseada en lazo cerrado y el tiempo de establecimiento de lazo abierto. Esto requiere que las siguientes relaciones se satisfagan:

$$\omega_* \geq \frac{2\pi}{N_s T} \text{ y } \omega_* \leq \frac{2\pi n_s}{N_s T} \leq \frac{\pi}{T}$$

## CAPITULO 3

### DISEÑO DEL MODELO BASE Y DISEÑO DE LA SEÑAL DE ENTRADA PARA LA IDENTIFICACIÓN

#### 3.1 Consideraciones.

En vista que de este proceso existe un gran número de variables, se han realizado ciertas consideraciones con las cuales lograremos modelar nuestro proceso, respetando los principios físicos que rigen el comportamiento de nuestro sistema, pero teniendo una buena aproximación del proceso en estudio.

1. Se considera que no hay pérdidas de energía entre el fluido y el medio ambiente (salvo cuando el mismo pasa por el radiador).

2. El caudal que ingresa a la caldera varía dependiendo de la apertura de la válvula diverter y en consecuencia la temperatura del agua que sale de la caldera también varia, para el diseño de nuestro modelo consideraremos que la temperatura del agua que sale de la caldera tendrá una temperatura constante de 140.4 °C.
3. El proceso se lleva a cabo con una bomba que maneja un caudal constante de 100 m<sup>3</sup>/h.
4. Sea asume que los ventiladores que se encuentran atrás del radiador tienen una velocidad constante y por lo tanto generan un flujo de aire constante.
5. Para el radiador se considera una dinámica con un pequeño retraso y con una temperatura ligeramente inferior a la temperatura del agua que ingresa al radiador.
6. Para modelar el saladín las consideraciones son las siguientes: la temperatura del grano de cebada y la temperatura del cuarto saladín se asumirá que son iguales ya que existe un pequeño porcentaje de diferencia entre estas dos temperaturas

### **3.2 Diagrama de bloques del proceso.**

Para modelar nos basaremos en la dinámica y las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento de nuestro proceso y para simularlo utilizaremos la herramienta Simulink de Matlab.



Simulink es un entorno de programación de más alto nivel de abstracción que el lenguaje interpretado Matlab (archivos con extensión .m). Simulink genera archivos con extensión .mdl (de "model"). Simulink viene a ser una herramienta de simulación de modelos o sistemas, con cierto grado de abstracción de los fenómenos físicos involucrados en los mismos.

Se hace hincapié en el análisis de sucesos, a través de la concepción de sistemas (cajas negras que realizan alguna operación). Se emplea arduamente en Ingeniería Electrónica en temas relacionados con el procesamiento digital de señales (DSP), involucrando temas específicos de ingeniería biomédica, telecomunicaciones, entre otros. También es muy utilizado en Ingeniería de Control y Robótica.

El análisis para modelar el proceso se seccionara en 4 pasos que se describen y profundizan uno a uno a continuación.

**Paso 1: Diseño diagrama de bloques donde la entrada es el voltaje de entrada de la electroválvula y las salidas son el flujo de agua caliente y flujo de agua de la caldera.**

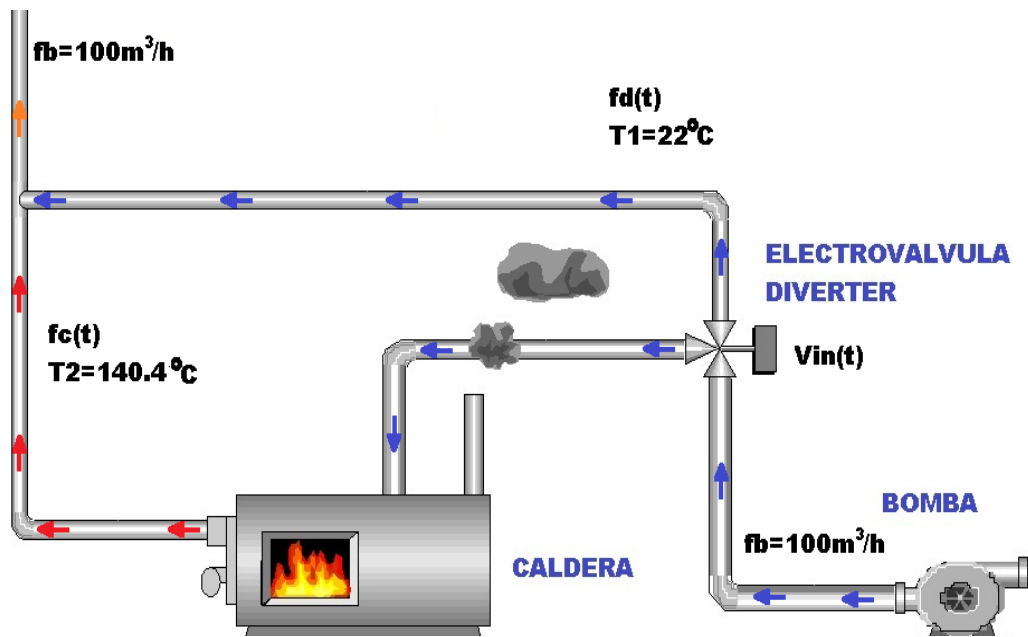
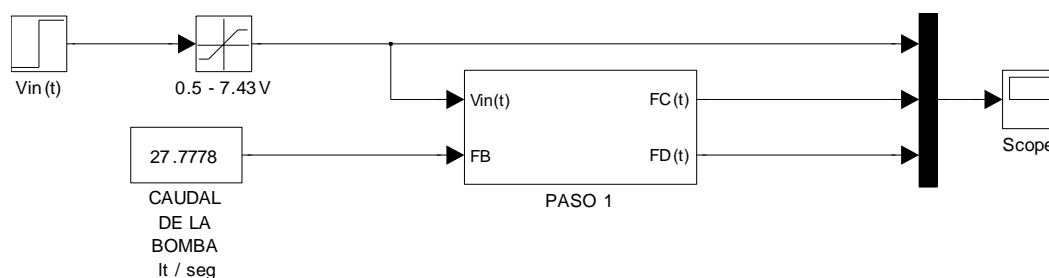


Figura 3.1 Diagrama de PASO 1

Como se muestra en la figura 3.1, el voltaje de entrada de la electroválvula de tres vías,  $V_{in}(t)$ , puede tomar valores desde 0 hasta 10 voltios, que es el rango convencional de alimentación para estos actuadores. El análisis de los datos proporcionados por el equipo técnico de la planta local, nos muestran que los valores de accionamiento de la electroválvula, varían entre 0.5 y 7.43 voltios. A un mayor valor de  $V_{in}(t)$  mayor será el caudal que ingresa a la caldera,  $f_c(t)$ , y en consecuencia disminuirá el caudal de desvío,  $f_d(t)$ , y viceversa. La bomba genera un flujo de agua de  $100\text{m}^3/\text{h}$ , que mediante métodos de conversión de unidades obtenemos un valor de  $27.7778\text{ lt/seg}$ . Al unirse los dos caudales,  $f_d(t)$  y  $f_c(t)$ , obtengo nuevamente un caudal de  $27.7778\text{ lt/seg}$ .

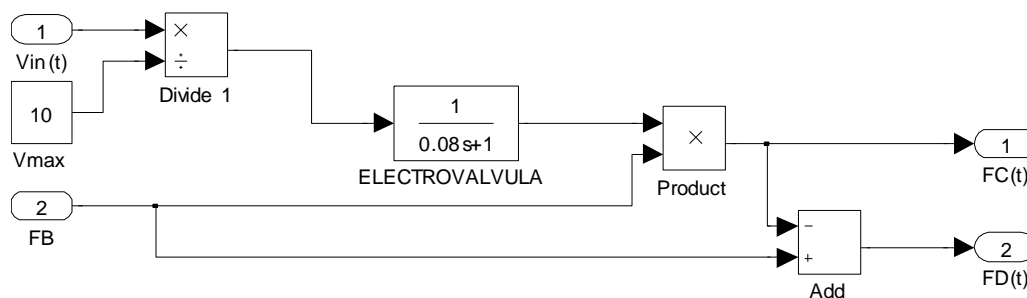
Lo anteriormente mencionado, en un diagrama de bloques desarrollado en MatlabSimulink se muestra a continuación en la figura 3.2.



**Figura 3.2** Diagrama de bloques en simulink de PASO 1

El subsistema llamado PASO 1 tiene dos entradas,  $V_{in}(t)$  y  $F_b$ , y dos salidas,  $f_c(t)$  y  $f_d(t)$ . Con fines de observar la respuesta tenemos un bloque que simula la entrada  $V_{in}(t)$ , dado que el cambio de set points es un fenómeno eléctrico lo

hace instantáneamente, como si fuera una ganancia. Y para no obtener valores de caudales fuera de los parámetros del proceso en estudios. El subsistema PASO1 en detalle se muestra en la figura 3.3.



**Figura 3.3** Diagrama de bloques en simulink del subsistema PASO 1

El voltaje de entrada se lo divide para 10 y ese valor se multiplica por la ganancia de 1 de la función de transferencia de la electroválvula, se utiliza un valor de 0.8, para indicar que esa es la constante de tiempo del actuador en mención.

El valor proporcional resultante se multiplica por el flujo de la bomba para obtener el valor del caudal que ingresa a la caldera,  $F_c(t)$ , dicho valor se resta al flujo de la bomba y se obtiene el valor del caudal del flujo de desvío.

A través de un MUX conectado al SCOPE se puede visualizar la entrada  $V_{in}(t)$ , y los caudales de desvío y caudal de la caldera. En la figura 3.4 se muestra en 5 segundos de simulación.

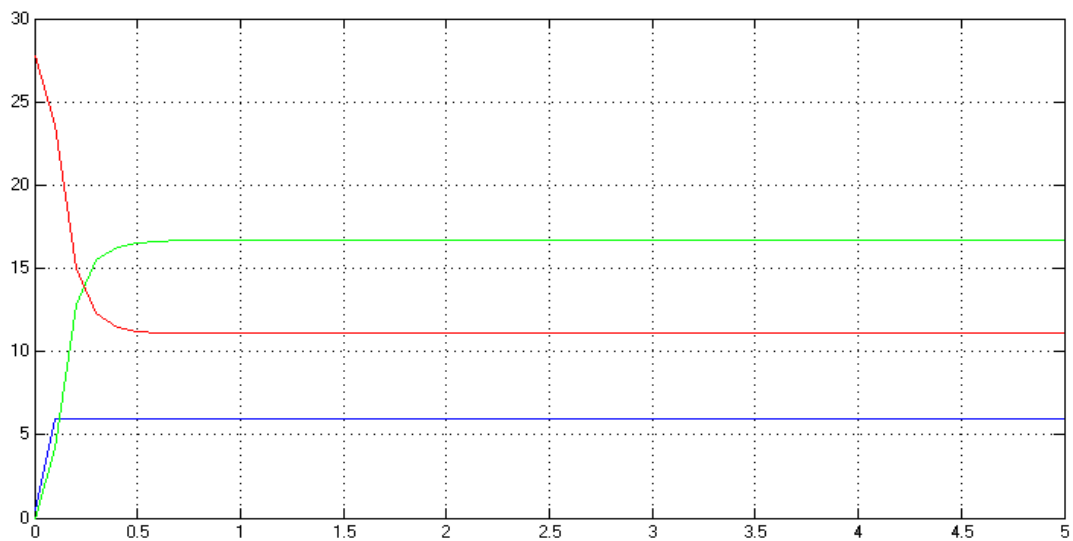


Figura 3.4  $V_{in}(t)$  color azul,  $f_d(t)$  color rojo y  $f_c(t)$  color verde.

**Paso 2: Diseño diagrama de bloques donde las entradas son el flujo de agua caliente y flujo de agua de la caldera y la salida es la temperatura del agua que ingresa al radiador.**

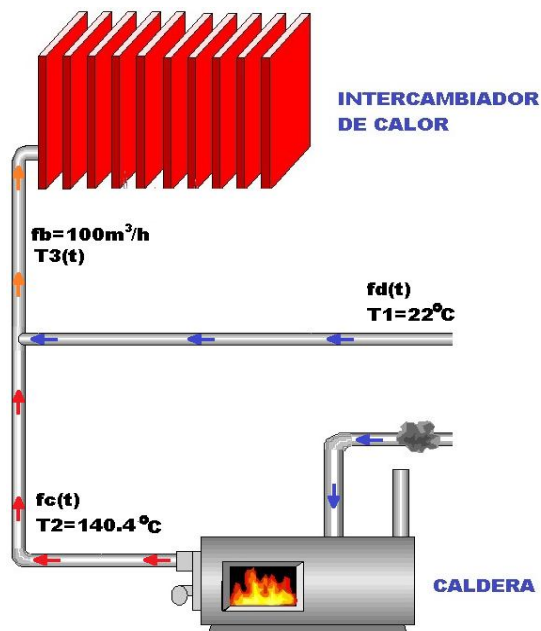


Figura 3.5 Diagrama de PASO 2.

En la figura 3.5 observamos que los caudales de desvío y caldera varían, pero mantienen su temperatura constante, ambos caudales se mezclan turbulentamente en el tramo de tubería que comienza en la intersección de dichos caudales y termina con el ingreso de agua al radiador. En este tramo notamos que el flujo es constante pero su temperatura,  $T_3(t)$ , varía en función del tiempo y depende de los caudales de la caldera y caudal de desvío.

El tramo donde se mezclan los caudales tiene una longitud y radio de 35 y 0.25 metros respectivamente, lo que nos da un volumen de 6.87 m<sup>3</sup>. Para hacer el modelo de los procesos industriales de temperatura generalmente se comienza con el balance de una cantidad que se conserva: masa o energía, este balance se puede escribir como:

$$\begin{array}{r} \text{Flujo de} \\ \text{masa/energía de entrada} \\ \text{al proceso} \end{array} - \begin{array}{r} \text{Flujo de} \\ \text{masa/energía de salida} \\ \text{del proceso} \end{array} = \begin{array}{r} \text{Tasa de acumulación} \\ \text{de masa/energía en el} \\ \text{proceso} \end{array}$$

El modelo de este paso está descrito por las siguientes ecuaciones y con los siguientes datos:

$$f_d(t) + f_c(t) = f_b$$

$$T_1 = 22^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 104.4^\circ\text{C}$$

$$f_b = 100 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$100 \frac{m^3}{h} \times \frac{1000 \text{ lt}}{1m^3} \times \frac{1 h}{3600 \text{ seg}} = 27,78 \text{ lt/seg}$$

Siguiendo la ecuación de balance de masa y energía en estado dinámico tenemos:

$$f_d(t)\rho_w\varsigma_w T_1 + f_c(t)\rho_w\varsigma_w T_2 - f_b\rho_w\varsigma_w T_3(t) = \frac{d[V\rho_w\varsigma_w T_3(t)]}{dt}$$

El calor específico del agua y su densidad, varían de acuerdo a su temperatura, pero las variaciones son mínimas. De acuerdo a esto la ecuación se simplifica a:

$$f_d(t)T_1 + f_c(t)T_2 - f_b T_3(t) = \frac{d[VT_3(t)]}{dt}$$

Escribimos la ecuación en estado estacionario:

$$\bar{f}_d T_1 + \bar{f}_c T_2 - f_b \bar{T}_3 = 0$$

Al restar la ecuación en estado dinámico de la ecuación en estado estable, tenemos:

$$(f_d(t) - \bar{f}_d)T_1 + (f_c(t) - \bar{f}_c)T_2 - f_b(T_3(t) - \bar{T}_3) = \frac{d[VT_3(t)]}{dt}$$

Ahora hacemos un cambio de variable, definiendo las variables de desviación para la ecuación anterior:

$$T_1 F_d(t) + T_2 F_c(t) - f_b T_3(t) = \frac{d[VT_3(t)]}{dt}$$

Aplicando la transformada de LaPlace a la ecuación anterior, tenemos:

$$T_1 F_d(s) + T_2 F_c(s) - f_b T_3(s) = VS \cdot T_3(s) + V T_3(0)$$

Y haciendo uso de la condición inicial  $T(0) = 0$ , al reordenar esta ecuación, obtenemos:

$$T_1 F_d(s) + T_2 F_c(s) = VS T_3(s) + f_b T_3(s)$$

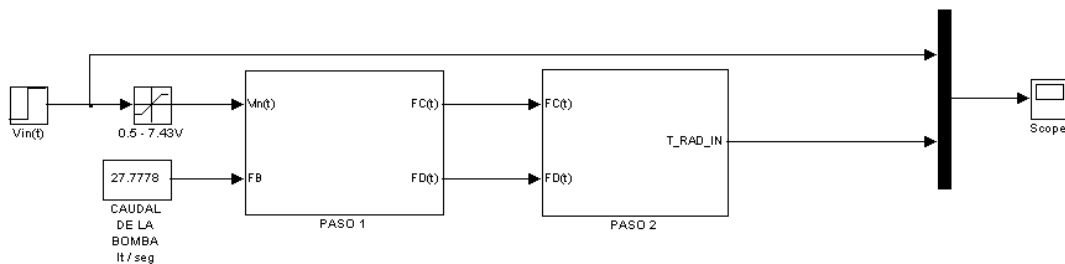
$$T_1 F_d(s) + T_2 F_c(s) = (VS + f_b) T_3(s)$$

Por lo tanto la ecuación que describe esta parte del proceso, donde relaciona la Temperatura de salida  $T_3$ , con las entradas de esta etapa que serian los caudales de agua de desvío y del caldero  $F_d$  y  $F_c$ , es:

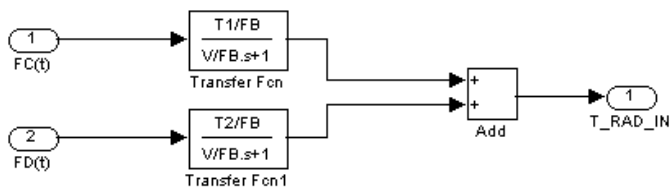
$$T_3(s) = \frac{\frac{T_1}{f_b}}{\frac{V}{f_b}s + 1} F_d(s) + \frac{\frac{T_2}{f_b}}{\frac{V}{f_b}s + 1} F_c(s)$$



El diagrama de bloques incorpora el PASO 2 y la configuración de los bloques se muestra en la figura 3.6.



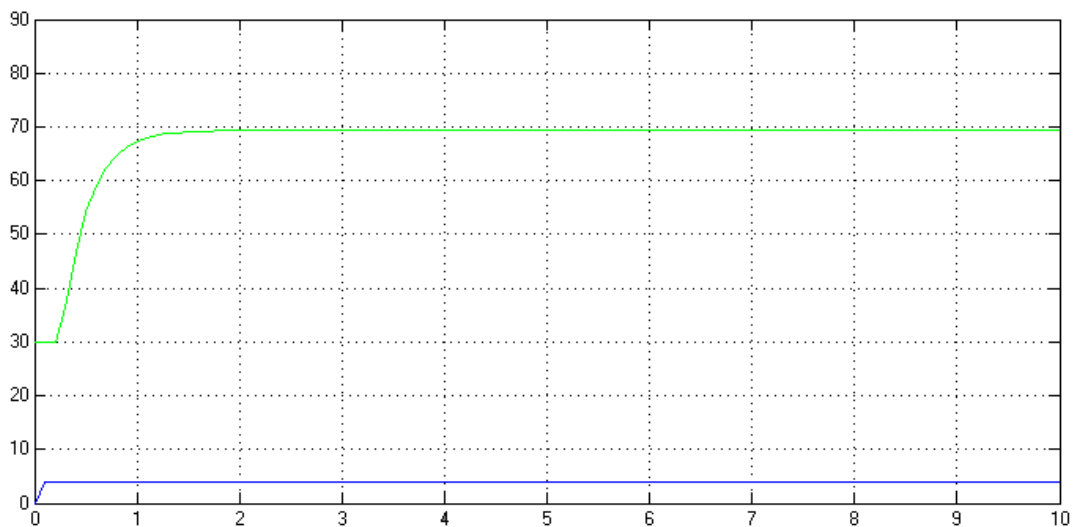
(a)



(b)

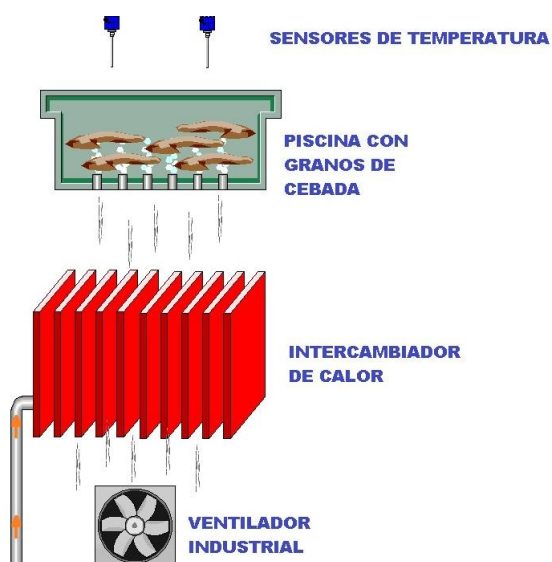
**Figura 3.6(a)**Diagrama de bloques en simulink del PASO 1 y PASO2.**(b)** Diagrama de bloques del subsistema PASO 2

En la figura 3.7 observamos que frente a una entrada escalón (color azul) la temperatura del agua que ingresa al radiador (color verde) se incrementa de 30 a 70°C.



**Figura 3.7** Cambio de temperatura del agua que ingresa al radiador cuando la electroválvula recibe una señal escalón de 4 voltios

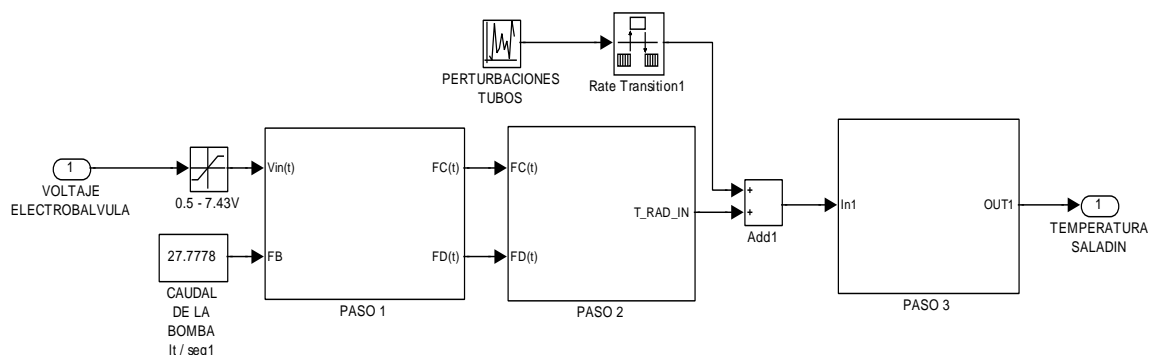
**Paso 3: Diseño diagrama de bloques donde la entrada es la temperatura del agua que ingresa al radiador y la salida es la temperatura del saladín.**



**Figura 3.8 PASO 3,** el ventilador genera un caudal constante y luego el flujo de aire que atravesó el radiador comienza a elevar la temperatura de los granos.

En este punto introduciremos señales de perturbación para que nuestro sistema sea lo más cercano a la realidad. Las perturbaciones consideradas para nuestro sistema aparecen en dos eventos muy puntuales.

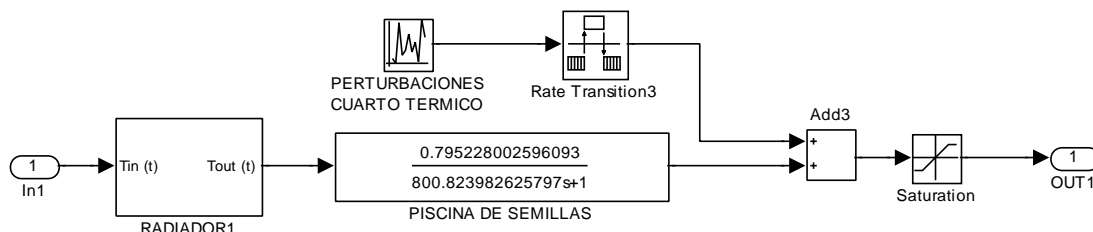
Primero cuando los caudales de desvío y de la caldera se mezclan, puesto que el tubo en la planta real a pesar de estar cubierto con un aislante térmico, pequeñas variaciones aparecen producto de la temperatura del medio ambiente, asumimos que las variaciones de temperatura son de menos una décima de grado centígrado porque la temperatura del líquido en estos tubos es mayor que la del medio ambiente y la tendencia de esta perturbación es disminuir la temperatura del líquido que ingresa al radiador. Para esto utilizaremos un bloque de UniformRandomNumber, como se muestra en la figura 3.9.



**Figura 3.9** Diagrama de bloques completo con las tres etapas del proceso, a la salida de la temperatura del radiador se suman perturbaciones.

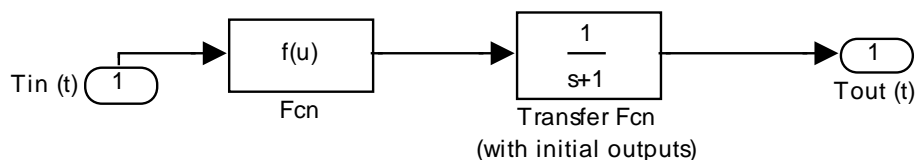
El segundo tipo de perturbación aparece cuando produce el flujo de aire caliente a través de la piscina del saladín, la piscina está destapada en la parte superior, y la temperatura del saladín durante el proceso es mayor que la temperatura ambiente, la naturaleza de esta perturbación es disminuir la

temperatura de los granos, al igual que la perturbación de que sufre la temperatura del agua que entra al radiados en este caso utilizaremos el mismo bloque pero con una variación de menos un grado centígrado. Como se muestra en la figura 3.10.



**Figura 3.10** Diagrama de bloques con el subsistema del radiador y la piscina de semillas, a la salida de la temperatura de loa piscina se suman perturbaciones.

Para modelar el radiador utilizamos un subsistema conformado por una ganancia variable que obedece la tendencia entre la temperatura de agua que entra y la temperatura de aire que sale del radiador y en serie se le coloca una función de transferencia de primer orden con un tao de 1 segundo. Como lo muestra la figura 3.11.



**Figura 3.11** Diagrama de bloques con el subsistema del radiador donde el bloque  $f(u)$  es la ganancia de la función de transferencia que simula la dinámica del radiador.

Para hacer el modelo de la transferencia de calor en los granos del saladín nuevamente aplicamos el balance de energía para los procesos industriales de temperatura. Si se elimina la suposición de operación adiabática y se toma en cuenta la pérdida de calor en el balance de energía, este balance se puede escribir como:

$$\begin{array}{r} \text{Flujo de} \\ \text{Energía de} \\ \text{Entada} \end{array} - \text{Pérdidas} - \begin{array}{r} \text{Flujo de} \\ \text{Energía de} \\ \text{Salida} \end{array} = \begin{array}{r} \text{Acumulación} \\ \text{de Energía} \end{array}$$

Se tiene interés en conocer la forma en que responde la temperatura de salida,  $T(t)$ , a los cambios en la temperatura de entrada,  $T_i(t)$ .

En este ejemplo se supone que los flujos volumétricos de entrada y salida, la densidad de los líquidos y la capacidad calorífica de los líquidos son constantes y que se conocen todas estas propiedades.

La relación que se desea entre la temperatura de entrada y la de salida da como resultado un balance de energía en estado dinámico al contenido de la piscina del saladín:

$$f_i \rho_a \zeta_a T_i - Q(t) - f_o \rho_a \zeta_a T_o = m_c \zeta_c \frac{dT_c}{dt}$$

$$f_i \rho_a \zeta_a T_i(t) - UA[T(t) - T_a(t)] - f_o \rho_a \zeta_a T(t) = m_c \zeta_c \frac{dT(t)}{dt}$$

Donde:

$$f_i = 97.222 \frac{\text{m}^3}{\text{seg}}$$

$$f_o = 29.167 \frac{\text{m}^3}{\text{seg}}$$

$$\rho_a = 1.22 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$$

$$\zeta_a = 1.00464 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg}^\circ\text{C}}$$

$$m_c = 75000 \text{ Kg.}$$

$$\zeta_c = 1.6 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg}^\circ\text{C}}$$

$$U = 0.736111 \frac{\text{KJ}}{\text{m}^2 \text{ }^\circ\text{C} \text{ seg}}$$

$$A = 155 \text{ m}^2$$

Para obtener las variables de desviación, primero se escribe el balance de energía de estado estacionario para el proceso:

$$f_i \rho_a \zeta_a \bar{T}_i - UA(\bar{T} - \bar{T}_a) - f_o \rho_a \zeta_a \bar{T} = 0$$

Al abstraer la ecuación en estado dinámico de la ecuación en estado estacionario, y definiendo una nueva variable de desviación, se tiene:

$$f_i \rho_a \zeta_a \mathbf{T}_i(\mathbf{t}) - UA[\mathbf{T}(\mathbf{t}) - \mathbf{T}_a(\mathbf{t})] - f_o \rho_a \zeta_a \mathbf{T}(\mathbf{t}) = m_c \zeta_c \frac{d\mathbf{T}(\mathbf{t})}{dt}$$

La ecuación en estado dinámico es la misma que la ecuación obtenida, con la excepción de que se escribe en términos de las variables de desviación.

La ecuación obtenida es también una ecuación diferencial lineal de primer orden y, se la puede reordenar como sigue:

$$m_c \zeta_c \frac{dT(t)}{dt} + f_o \rho_a \zeta_a T(t) + UA T(t) = f_i \rho_a \zeta_a T_i(t) + UA T_a(t)$$

Aplicando la transformada de Laplace, obtenemos:

$$m_c \zeta_c \mathbf{S} \cdot T(s) - m_c \zeta_c T(0) + [f_o \rho_a \zeta_a + UA] T(s) = f_i \rho_a \zeta_a T_i(s) + UA T_a(s)$$

Pero  $T(0) = 0$ , por lo cual, al reordenar esta ecuación, se tiene

$$T(s) = \frac{f_i \rho_a \zeta_a T_i(s) + UA T_a(s)}{m_c \zeta_c \mathbf{S} + f_o \rho_a \zeta_a + UA}$$

$$T(s) = \frac{f_i \rho_a \zeta_a}{m_c \zeta_c \mathbf{S} + f_o \rho_a \zeta_a + UA} T_i(s) + \frac{UA}{m_c \zeta_c \mathbf{S} + f_o \rho_a \zeta_a + UA} T_a(s)$$

Si la temperatura ambiente permanece constante,  $T_a(t) = \bar{T}_a$  y  $T_a(t) = 0$ , entonces la función de transferencia que relaciona la temperatura del proceso con la del aire que entra es

$$T(s) = \frac{K}{\tau \mathbf{S} + 1} T_i(s)$$

$$\frac{T(s)}{T_i(s)} = \frac{K}{\tau s + 1}$$

Donde

$$K = \frac{f_i \rho_a \zeta_a}{f_o \rho_a \zeta_a + UA}; \quad \tau = \frac{m_c \zeta_c}{f_o \rho_a \zeta_a + UA}$$

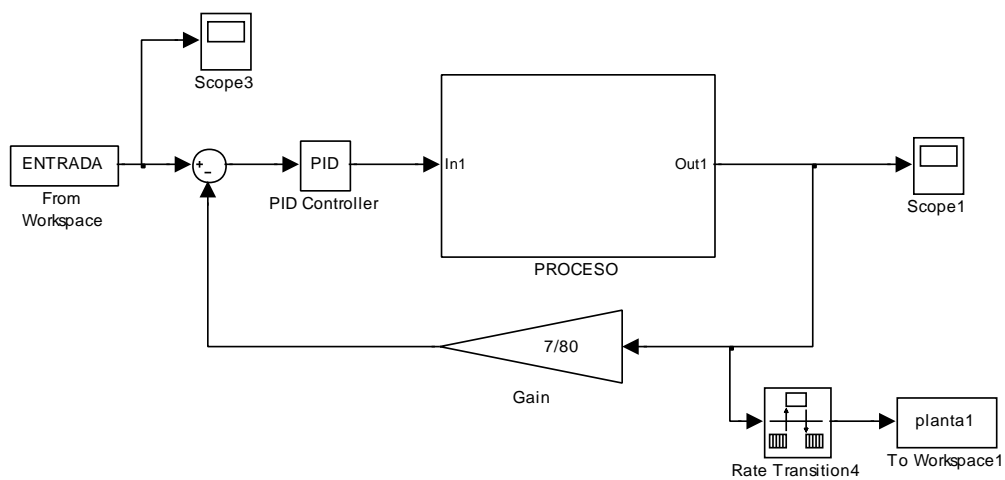
Al reemplazar los datos, se

$$\frac{T(s)}{T_i(s)} = \frac{0,795228}{800.823983 s + 1}$$

### 3.3 Validación del modelo.

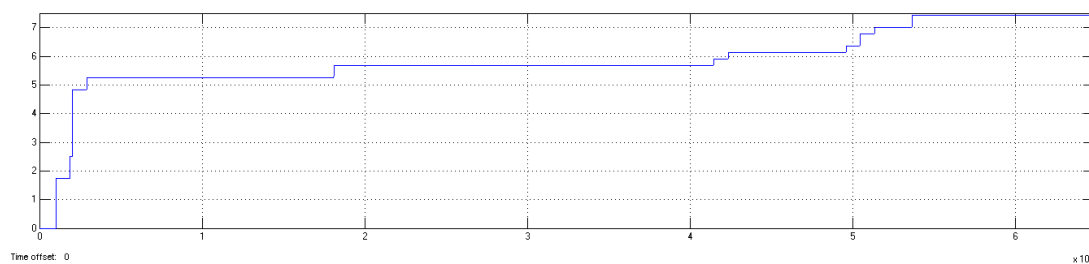
Antes de comenzar a diseñar entradas y analizar la respuesta de nuestro modelo, tenemos que validarlo, es decir que vamos a compararlo con el proceso real, para esto utilizamos los datos proporcionados en la fabrica local y los contrastamos con los datos simulados. Dado que la planta real ya posee un lazo cerrado y un controlador, a nuestro modelo lo simularemos en lazo cerrado y con un controlador PID que tenga las mismas constantes proporcional, integral y derivativa. Como muestra la figura 3.12.





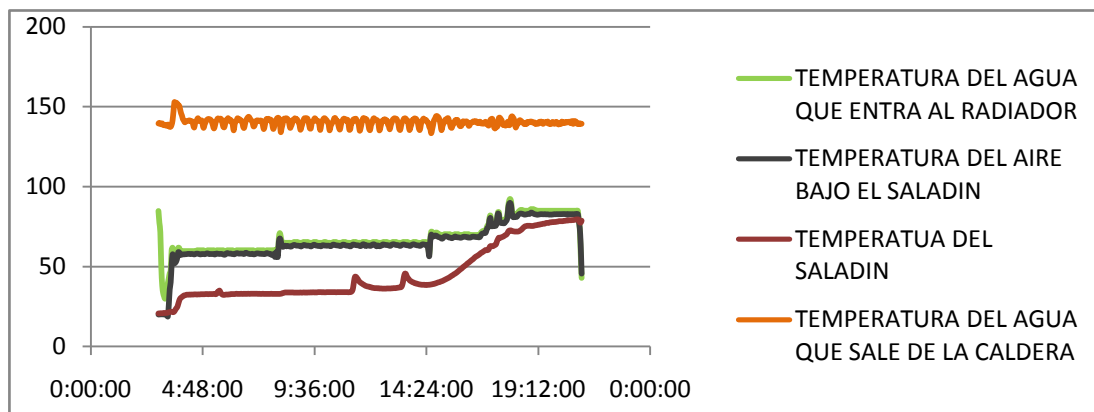
**Figura 3.12** Diagrama de bloques con lazo cerrado y controlador.

La señal de entrada es la misma señal que fue proporcionada por la fábrica local, de este modo podemos validar los datos de la planta real con nuestro modelo frente a una misma entrada.



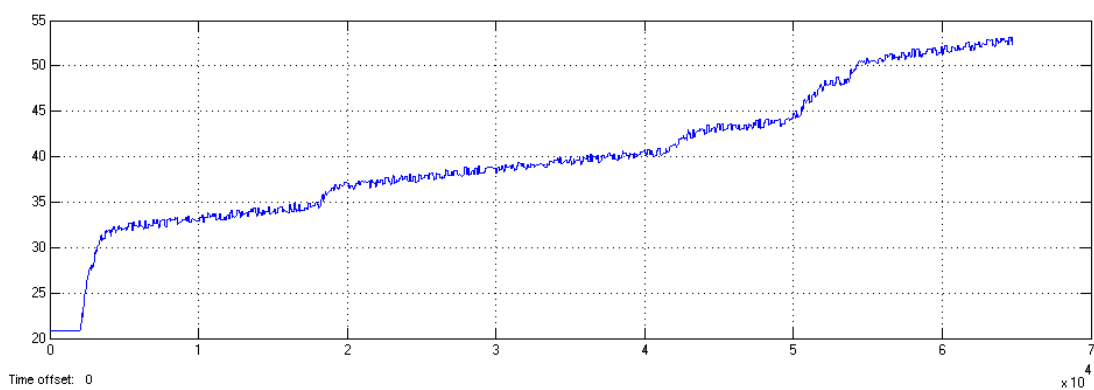
**Figura 3.13** Señal de entrada.

En la figura 3.14 se muestra los datos reales contra los cuales vamos a validar nuestro modelo.



**Figura 3.14** Datos reales del proceso.

En la figura 3.15 se muestra la salida de nuestro modelo.



**Figura 3.15** Datos obtenidos a partir del modelo.

Para validar nuestro modelo utilizaremos un algoritmo escrito en m-file donde se comparan los datos reales con los simulados:

```

ACUM=0;
for i=1:1:448
    VARIANZA(i,1)=abs(SALIDAREAL(i,1)-planta1(i,1))/SALIDAREAL(i,1);
    ACUM=ACUM+VARIANZA(i,1);
end
APROX=100-((ACUM/448)*100)

```

El resultado obtenido de la validación es:

**APROX =**

**87.7298**

Con este valor de proximidad damos por sentado que nuestro modelo tiene un 87.73% de fidelidad con respecto a la planta real.

### **3.4 Diseño de la señal de entrada para la identificación.**

Debido a la dinámica de nuestra planta, se escogió como señal de entrada, una multiseno (Schroeder-Phased). Dicha señal será obtenida mediante una aplicación desarrollada en MATLAB, llamada Input DesignGui, programa realizado por Daniel E. Rivera y Martin W. Braun.

A continuación se muestra la ventana principal de dicha aplicación:

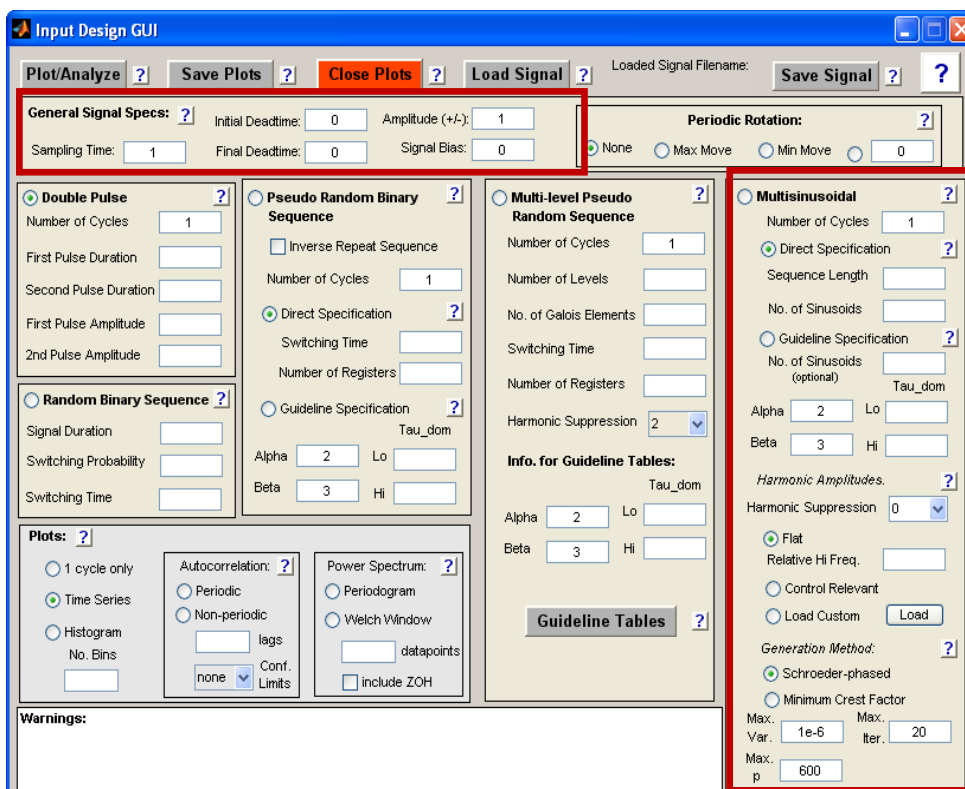


Figura 3.16 Interfaz de Input Design GUI.

Input DesignGui facilita el diseño de la señal de entrada de acuerdo a ciertos parámetros específicos, los cuales dependen únicamente del comportamiento de la planta y las variables de interés. A continuación se explica cuales son y cómo determinar cada uno de estos parámetros, para diseñar la señal de entrada.

Aspectos generales:

- Sampling Time (Tiempo de muestreo), para la multisenio representa el tiempo de cambio de la señal.

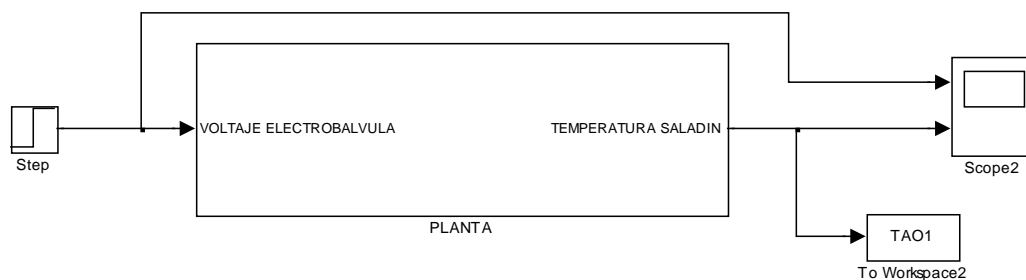
- Amplitude (Amplitud de la señal),
- SignalBias, es desplazamiento de la señal con respecto al eje horizontal.

Aspectos de la multiseno:

- Number of cycles (Número de ciclos), especifica con cuantos periodos se diseña la multiseno.
- Sequencelength $N_s$  (Longitud de la Señal),
- N° of sinusoids ( $n_s$ ), El numero de armónicos de la señal, por definición  $n_s = N_s/2$ .
- Tao Dom Lo, Hi, Estimación baja y alta para el Tao de la planta
- Alpha,  $\alpha_s$
- Beta,  $\beta_s$

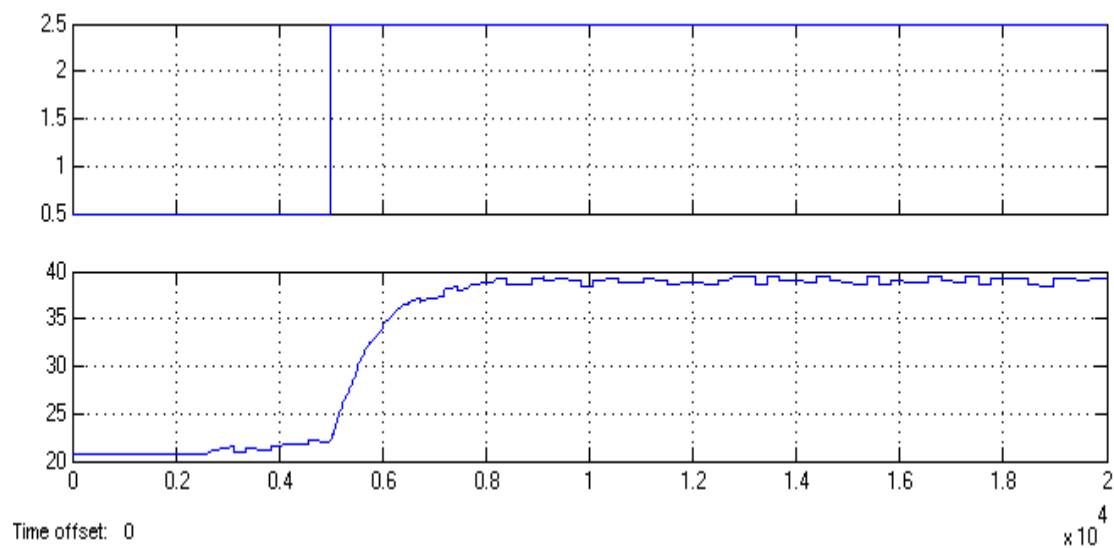
### 3.4.1 Obtención del tao dominante de la planta.

Para obtener el Tao dominante de la planta se utiliza la respuesta a una entrada escalón. Esto es, estimar el tiempo en que la respuesta llega al 63.7% del valor final o estacionario en lazo abierto. Para lo cual usaremos diferentes entradas escalón y así estimar el tao dominante.



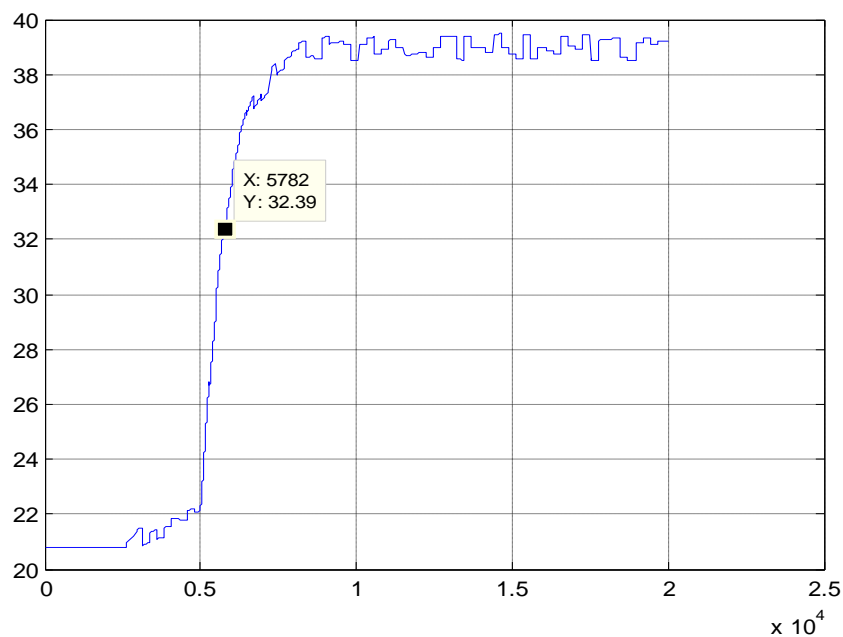
**Figura 3.17** Diagrama de bloques en lazo abierto utilizado para encontrar el TAO dominante.

1) utilizaremos una entrada escalón de 2.5 voltios en la entrada, los resultados son los siguientes:



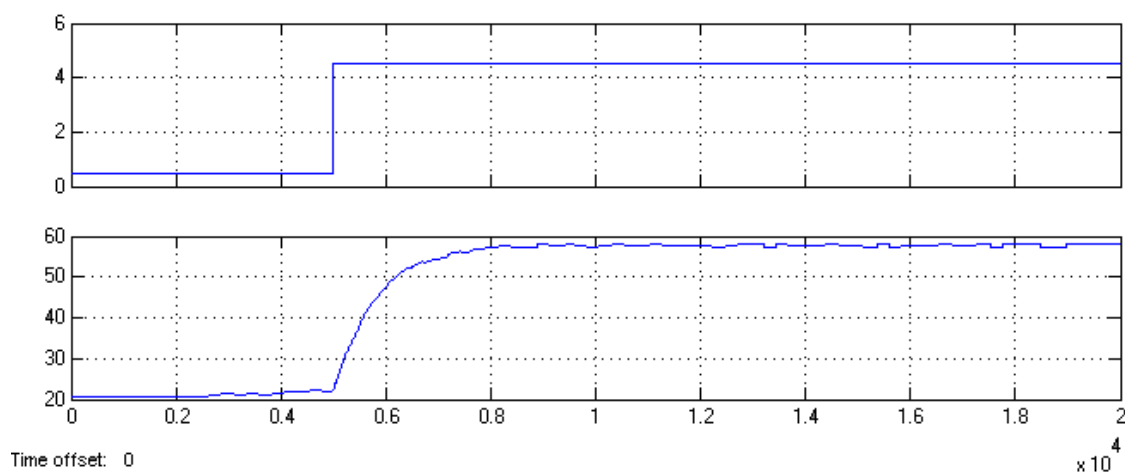
**Figura 3.18** Entrada tipo escalón con un valor de 2.5V en 5000 segundos y su respuesta.

$$\gg (39 - 20.8) * 0.637 + 20.8 = 32.3934$$



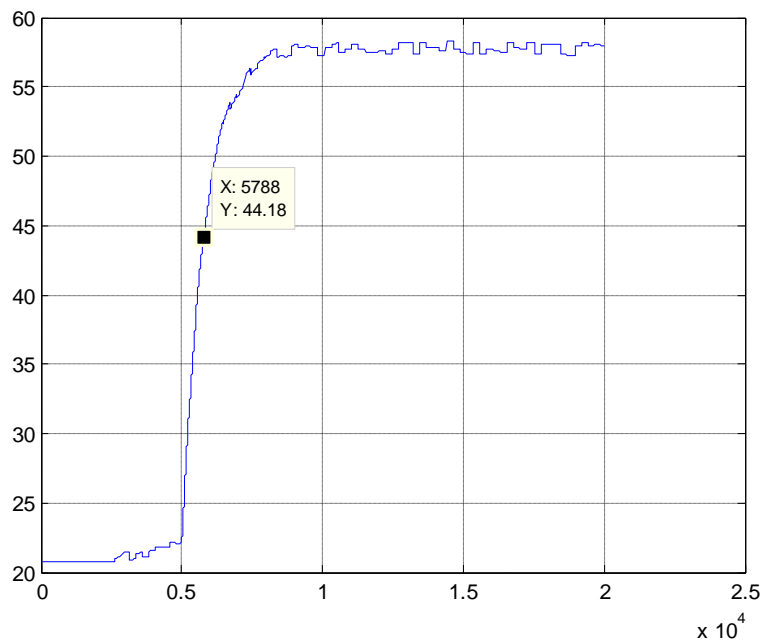
**Figura 3.19** Respuesta al escalón de 2,5 voltios genera un  $\tau_{dom}$  de 782 segundos.

2) utilizaremos una entrada escalón de 4.5 voltios en la entrada, los resultados son los siguientes:



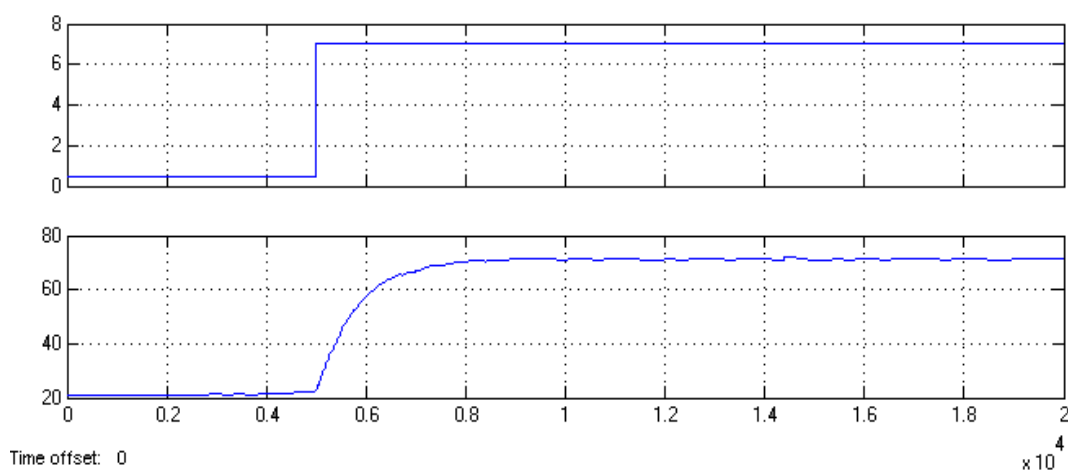
**Figura 3.20** Entrada tipo escalón con un valor de 4.5V en 5000 segundos y su respuesta.

>>  $(57.5 - 20.8) \cdot 0.637 + 20.8 = 44.1779$



**Figura 3.21** Respuesta al escalón de 4,5 voltios genera un  $\tau_{dom}$  de 788 segundos.

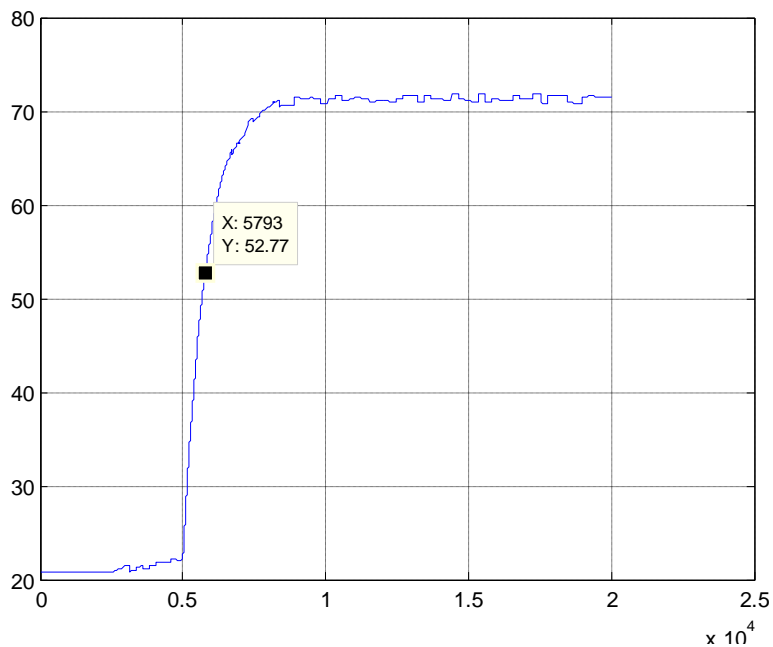
3) utilizaremos una entrada escalón de 7 voltios en la entrada, los resultados son los siguientes:



**Figura 3.22** Entrada tipo escalón con un valor de 4.5V en 5000 segundos y su respuesta.



$$\gg (71 - 20.8) * 0.637 + 20.8 = 52.7774$$



**Figura 3.23** Respuesta al escalón de 7 voltios genera un  $T_{dom}$  de 793 segundos.

Los tres valores de steps que se usaron como entrada generaron distintos  $T_{dom}$ , como se muestra en la siguiente tabla:

Step (volt)	$T_{dom}$ (seg)
2.5	782
4.5	788
7	793

**Tabla 3.1**  $T_{dom}$  frente a diferentes entradas escalón.

Con fines de estudio trabajaremos con un  $\tau_{dom}$  promedio igual a 788 segundos.

### 3.4.2 Obtención del tiempo de muestreo máximo.

Según el teorema de muestreo de Nyquist-Shannon, para poder replicar con exactitud la forma de una onda es necesario que la frecuencia de muestreo sea superior al doble de la máxima frecuencia a muestrear.

En radianes/segundos la frecuencia de Nyquist es:

$$\omega_n = \frac{\pi}{T}$$

El ancho de banda del sistema se determina del gráfico de Bode y se relaciona con  $\tau_{dom}$

$$\omega_B = \frac{1}{\tau_{dom}}$$

Un criterio que se puede utilizar es que:

$$\omega_n > \alpha * \omega_B$$

Donde  $\alpha$  es un entero múltiplo del ancho de banda, que nos lleva:

$$T_{\text{muestreo}} \leq \frac{\pi}{\alpha} \tau_{\text{dom}}$$

Donde:

$\alpha$  = Coeficiente = 1, 2, 3, 4, etc.

$\alpha$	$\tau_{\text{dom}}$	$\pi$	$T_{\text{muestreo}}$
1	788	3.1416	2475.57
2	788	3.1416	1237.79
3	788	3.1416	825.19
4	788	3.1416	618.89

**Tabla 3.2**  $T_{\text{muestreo}}$  frente a diferentes valores de alpha y un  $\tau_{\text{dom}}$  de 788 segundos.

### 3.4.3 Selección del tiempo de muestreo a utilizarse.

En la tabla anterior calculamos diferentes tiempos de muestreo, que son el tiempo de cambio de la señal de entrada que utilizaremos para identificar nuestra planta. Uno de los criterios que sirven de guía para el diseño de señales amigables para la identificación nos indica que el tiempo de muestreo debe ser durar lo suficiente para que la respuesta de la planta se estabilice, es decir que debe ser mayor al  $\tau_{\text{dom}}$  de nuestra planta, mayor a 788 segundos, razón por la cual descartamos los valores de muestreo resultantes de un alpha igual a 3 y 4.

Por otro lado el tiempo de muestreo para un valor de  $\alpha$  dura más de lo necesario, 2475.57 segundos, poco mas de 3 veces el  $T_{dom}$  de nuestra planta. Luego del análisis realizado se toma como decisión trabajar con un tiempo de muestreo para la señal de entrada igual a 1200 segundos.

#### **3.4.4 Diseño de la señal de entrada.**

Dada la naturaleza de nuestra planta, basándonos en los datos proporcionados por la fabrica local, concluimos que la mejor señal de entrada para identificar nuestra planta es una señal tipo multiseno. Donde nuestra señal multiseno tendrá un tiempo de muestreo o tiempo de cambio de 1200 segundos y un valor de  $\alpha$  igual a 2.

Los valores de amplitud y bias obedecerán a las limitaciones de funcionamiento de la planta en estudio, es decir, que el rango de valores que tomara la señal deberá estar entre 0.5 y 7 voltios, que son los valores máximo y mínimo en el que nuestro proceso se desarrolla. Evitando así tener un modelo que obedece a respuestas no saturables, es decir que el modelo generara respuestas que están fuera del rango de funcionamiento de la planta. Razón por la cual elegimos un bias igual a 3.75 voltios y una amplitud de 3.25 voltios. Lo que conseguiremos es una señal que oscilará entre 0.5 y 7 voltios.

Los valores que se variarán para diseñar varias señales que obedezcan a los parámetros ya mencionados son:

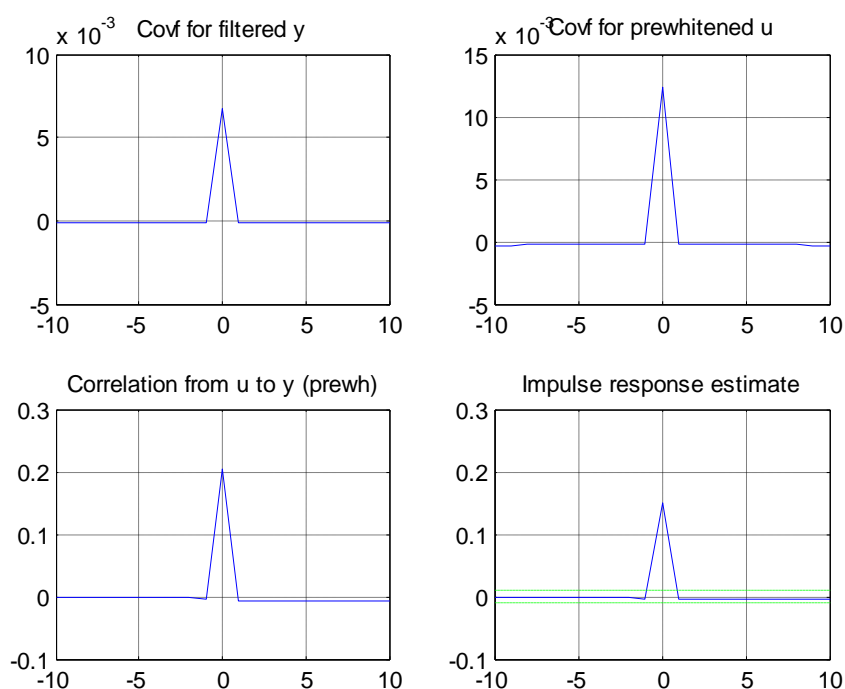
- El numero de ciclos (*number of cycles*).
- El numero de sinusoides (*No. Of sinusoids*).
- Los valores de  $T_{dom\ lo}$  y  $T_{dom\ hi}$ .
- El valor de beta (rapidez del sistema en lazo abierto).

Prueba	Beta	$\tau_{dom}^L$ [seg]	$\tau_{dom}^H$ [seg]	Tiempo de cambio [seg]	No. de ciclos	No. de sinusoides	Duración de la prueba [seg]
1	3	880	1000	1200	1	1	19200
2	4	880	1000	1200	1	1	26400
3	3	880	1000	1200	2	1	38400
4	4	880	1000	1200	2	1	52800
5	3	880	1000	1200	1	2	19200
6	4	880	1000	1200	1	2	26400
7	3	880	1000	1200	2	2	38400
8	4	880	1000	1200	2	2	52800

**Tabla 3.3.**Señales multisenso diseñadas con Input designgui.

Todas las señales multisenso generadas deberán ser guardadas para luego realizar el análisis de correlación para determinar la respuesta impulso y obtener información sobre la covarianza y la correlación. Para esto utilizamos el comando:

```
>>cra(prueba7,10,20,2)
```

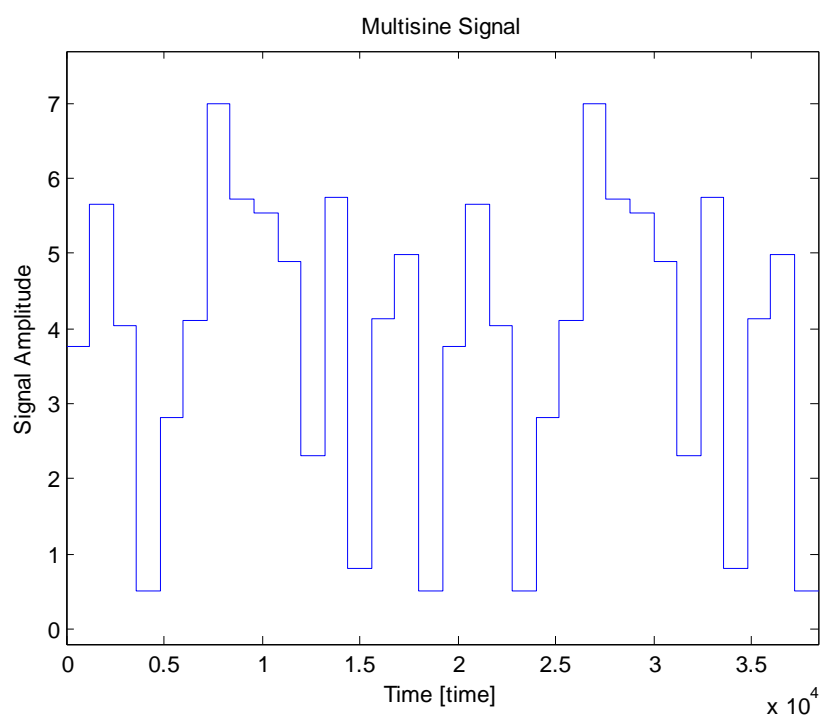


**Figura 3.24**cra(prueba7,10,20,2)

Para todas las pruebas la covarianza de la entrada pre-blanqueada contiene un solo pico en el lag cero, lo que confirma que es una forma de ruido blanco. No existe correlación entre la entrada y la salida. Basado en el análisis anterior, la señal de entrada seleccionada para el proceso de identificación es la prueba 7.

Prueba	Beta	$\tau_{dom}^L$ [seg]	$\tau_{dom}^H$ [seg]	Tiempo de cambio [seg]	No. de ciclos	No. de sinusoides	Duración de la prueba [seg]
7	3	880	1000	1200	2	2	38400

**Tabla 3.4.** Señal multiseno seleccionada para realizar la identificación.



**Figura 3.25** Señal multiseno seleccionada.

## Multisine Design & Analysis Table

### General Signal Specs

Sampling Time	1200.000000
Initial Deadtime	0.000000
Final Deadtime	0.000000
Signal Amplitude	3.250000
Signal Bias	3.750000

### Guideline Information

Hi Freq. Decision Alpha	2.000000
Lo Freq. Decision Beta	3.000000
Lo Estimate of Dominant Time Constant	880.000000
Hi Estimate of Dominant Time Constant	1000.000000
User limit on number of sinusoids	3.000000
Maximum Allowable Sampling Time	1382.300768
Low Frequency Design Limit [rad/time]	0.000333
High Frequency Design Limit [rad/time]	0.002273
Limit on the number of sinusoids	8.000000
Limit on sequence length	16.000000

### Signal Design

Sampling Time	1200.000000
Number of Cycles	2.000000
Number of Sinusoids	8.000000
Sequence Length	16.000000

Figura 3.26 Características de la señal de entrada.



## CAPITULO 4

### IMPLEMENTACIÓN DE LA IDENTIFICACIÓN

Para utilizar la señal multisenso obtenida de la prueba 7, guardamos la señal y luego con *matlab* la cargamos en el *workspace*. Dicha señal aparecerá con un formato de *struct* como se muestra en la figura 4.1.

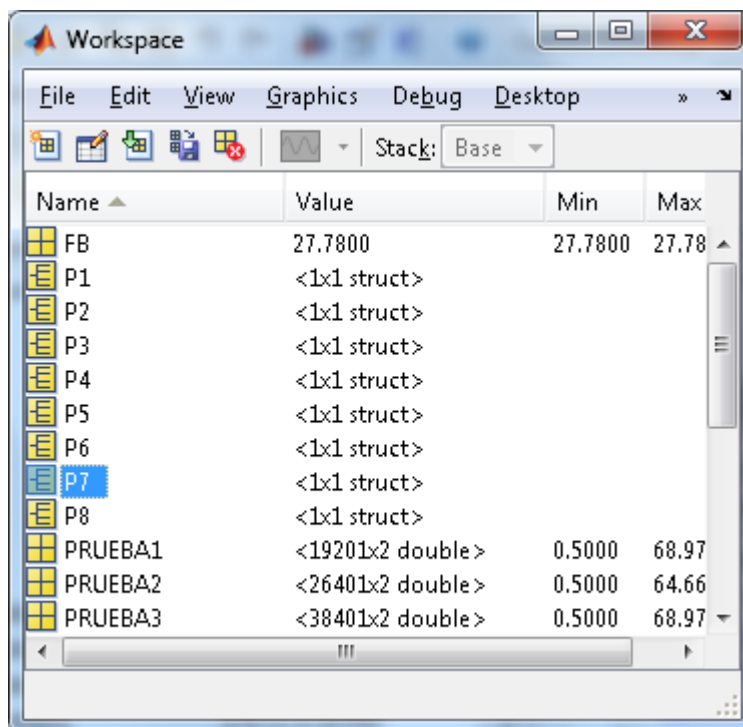
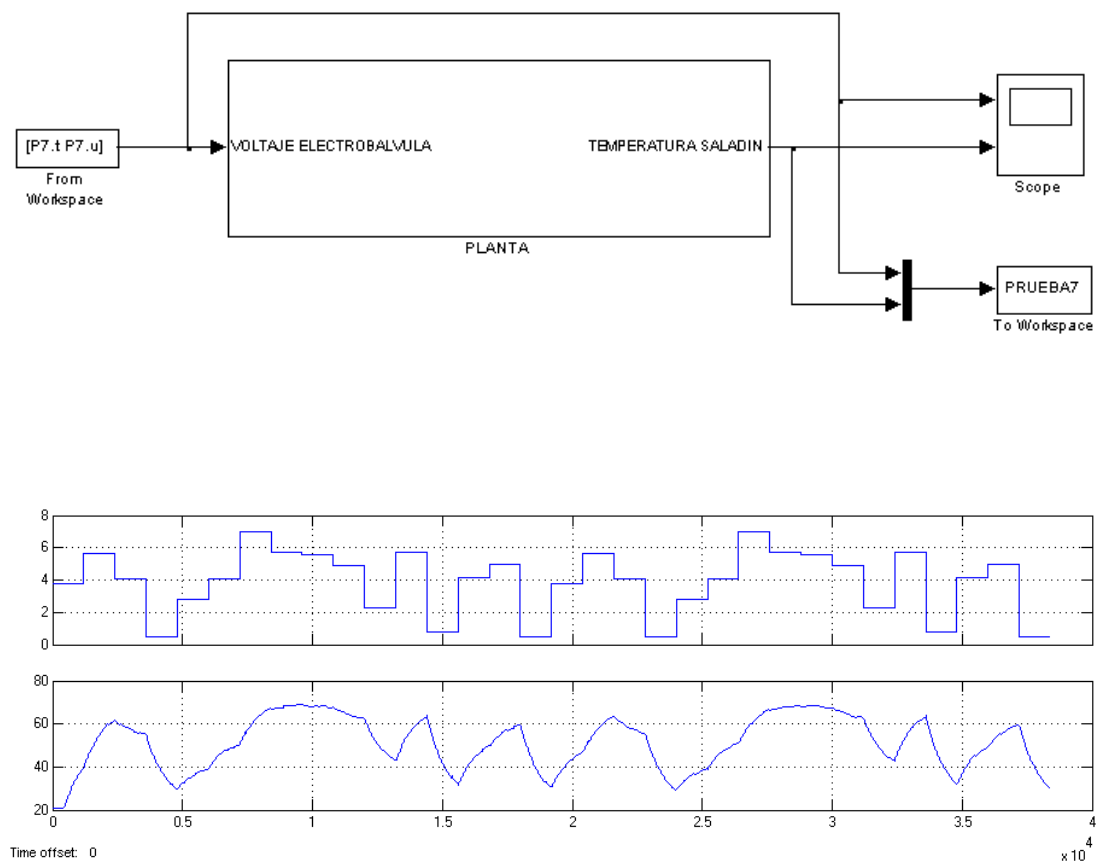


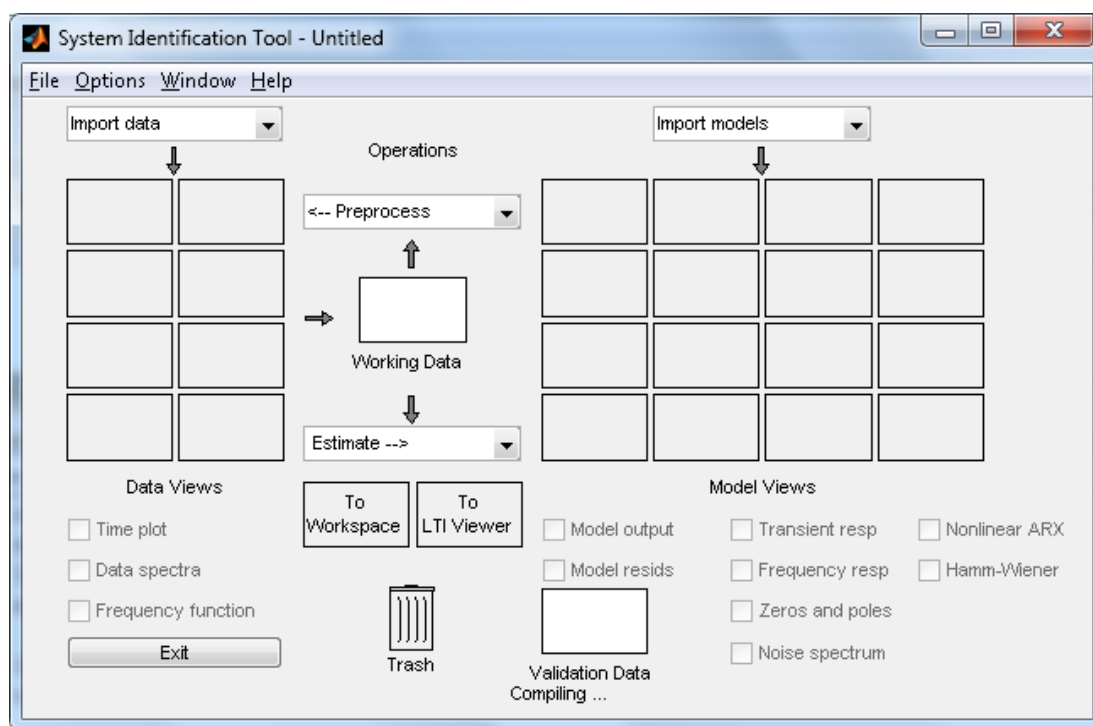
Figura 4.1 Señal de entrada multisenso cargada en el Workspace con el nombre de P7.

De la señal multiseno en formato *struct* tomamos los arreglos que comprenden los valores de ganancia y tiempo de cambio de la señal. Para esto nos ayudamos de un bloque llamado *fromworkspace*, al dar clic en el botón *play* podremos generar un arreglo que contenga los datos de entrada y salida de nuestro sistema. Para guardar estos archivos nos ayudamos del bloque *fromworkspace* como muestra la figura 4.2.



**Figura 4.2** Diagrama de bloques y gráfico de entrada y salida de nuestro sistema.

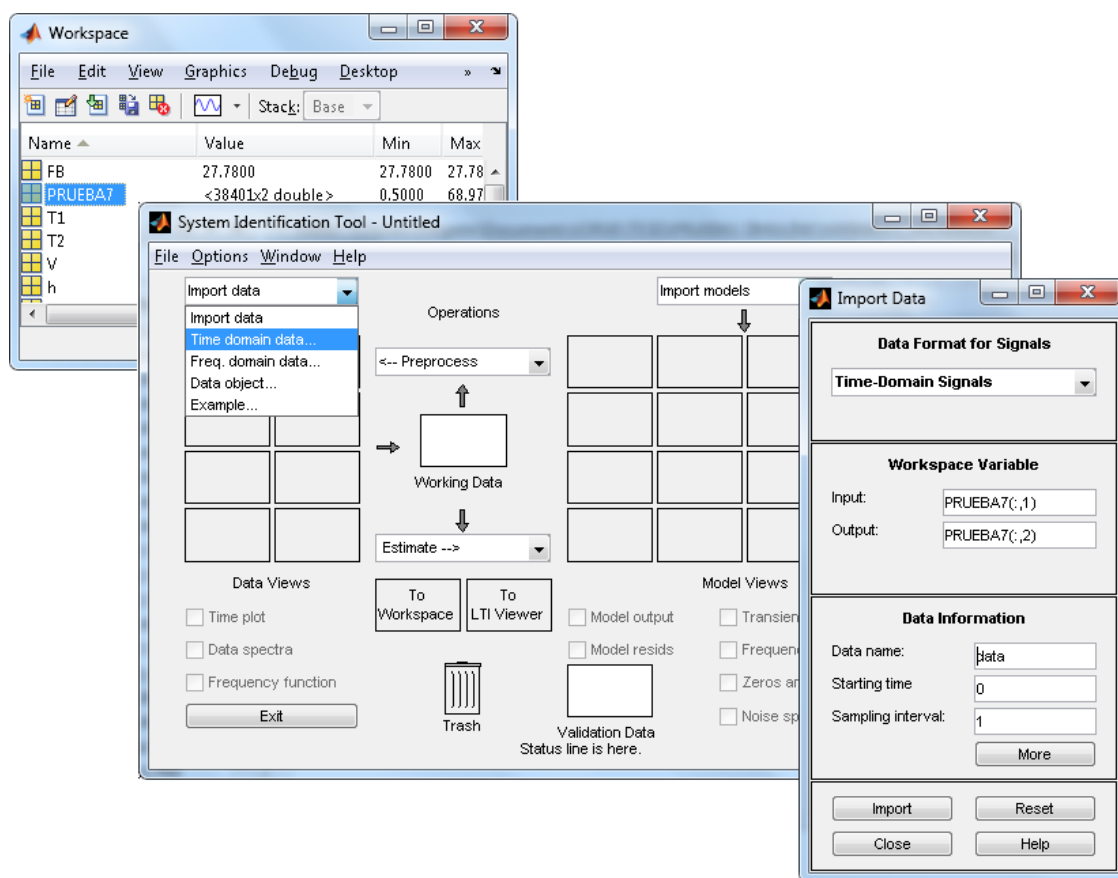
El arreglo que contiene los datos de entrada y salida de nuestra planta se muestra en el *workspace*, de aquí cargaremos los datos para ingresarlos en la herramienta *Ident* que nos permitirá construir modelos matemáticos a partir de los datos de entrada y salida de sistemas dinámicos, esta herramienta ayuda a describir sistemas que no son fáciles de modelar a partir de ecuaciones y especificaciones técnicas de la planta, como el proceso en estudio. Su interfaz grafica se muestra a continuación en la figura 4.3.



**Figura 4.3** Herramienta SystemIdentificationToolbox.

Para importar los datos a *IDENT* damos clic en *import data* y seleccionamos *time domain data*. De acuerdo a nuestro diagrama de bloques en simulink, el arreglo que se genera en el *workspace* con el nombre de PRUEBA7

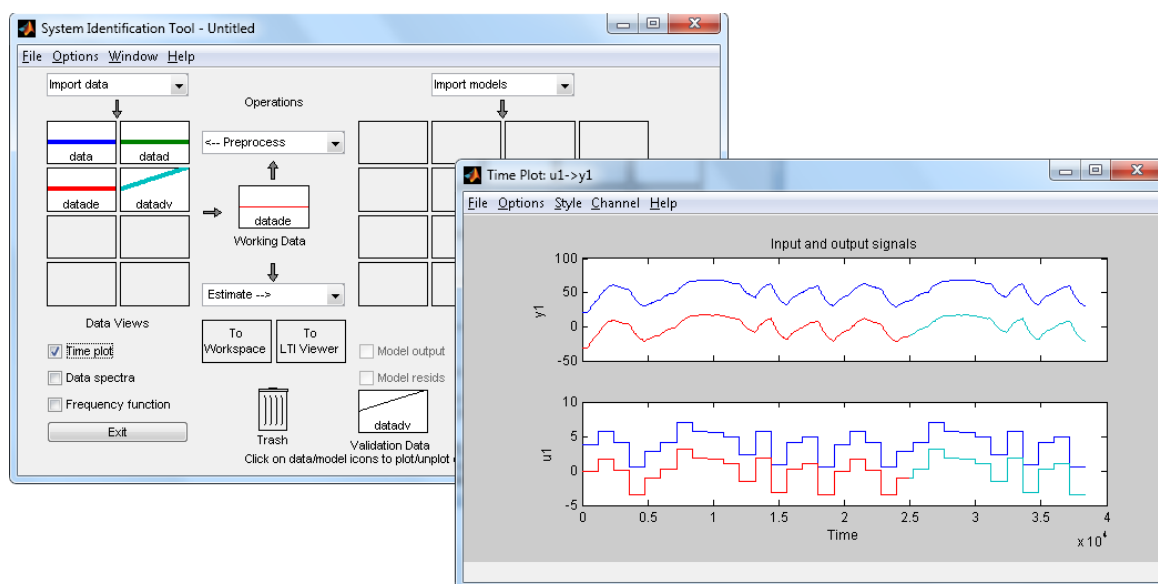
contiene en la primera columna los datos de la señal de entrada y en la segunda columna los datos de la respuesta de nuestra planta. Con los datos cargados en *ident* comienza el proceso de identificación. Como se muestra en la figura 4.4.



**Figura 4.4** Procedimiento para importar datos a Ident desde el Workspace.

Una vez importados los datos, procedemos a quitar la media, seleccionando la opción *removemeans* del menú *Preprocess* (gráfica color verde). Luego del mismo menú seleccionamos la opción *selectrange*, donde seleccionaremos

dos rangos de datos con dos fines diferentes, los datos desde el primer segundo hasta el segundo 25000 (gráfica color rojo) se utilizarán para realizar las estimaciones del modelo para esto arrastramos dichos datos al espacio *Working Data*, y los datos desde el segundo 25001 hasta el segundo 38400 (gráfica color celeste) se utilizarán para validar nuestro modelo razón por la cual arrastramos los datos al espacio *Validation data*. Todos estos cambios los podemos observar al seleccionar la opción *time plot* como se muestra en la figura 4.5.



**Figura 4.5** Selección de datos para validar y para identificar.

#### 4.1 Análisis con diferentes modelos de identificación

Con los datos ingresados, se procede a la identificación como tal, es decir, analizar la salida obtenida mediante la aplicación de una señal de entrada.

Para una mejor apreciación de los diferentes modelos y aproximaciones de la identificación realizaremos una tabla comparativa.

Nombre	Significado
$n_a$	Numero de Polos Comunes
$n_b$	Numero de Ceros + 1
$n_c$	Entrada de Ruido Ceros
$n_d$	Entrada de Ruido Polo
$n_f$	Numero de Polos
$n_k$	Retardo

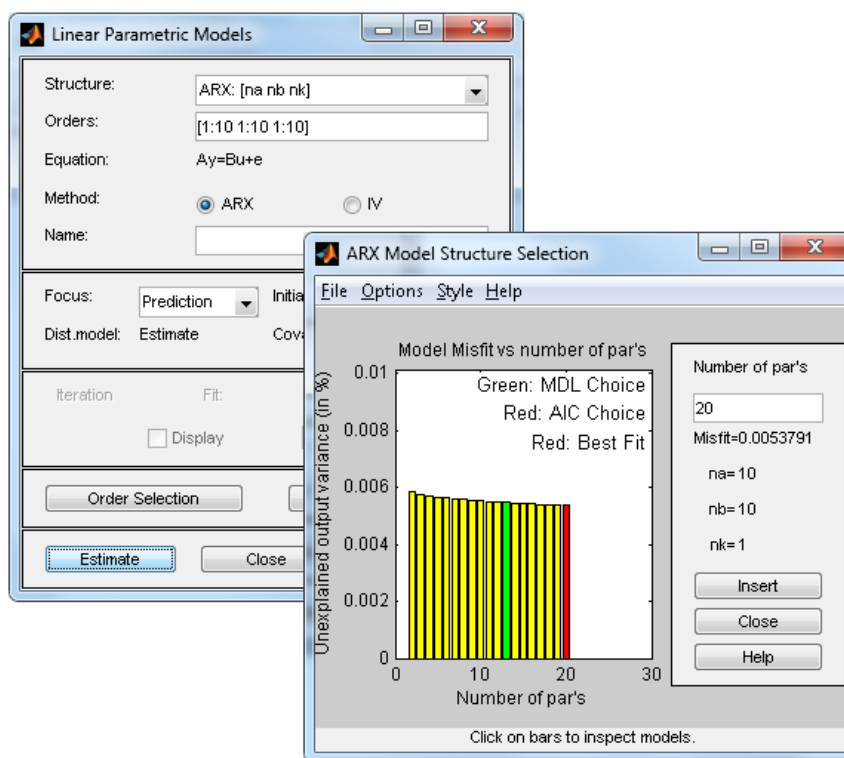
**Tabla 4.1** Significado de variables – Identificación a la planta

#### 4.1.1 Modelo ARX

Variando los valores de  $n_a$ ,  $n_b$  y  $n_k$  del modelo, generamos varios posibles modelos, de los cuales elegimos el modelo optimo al verificar:

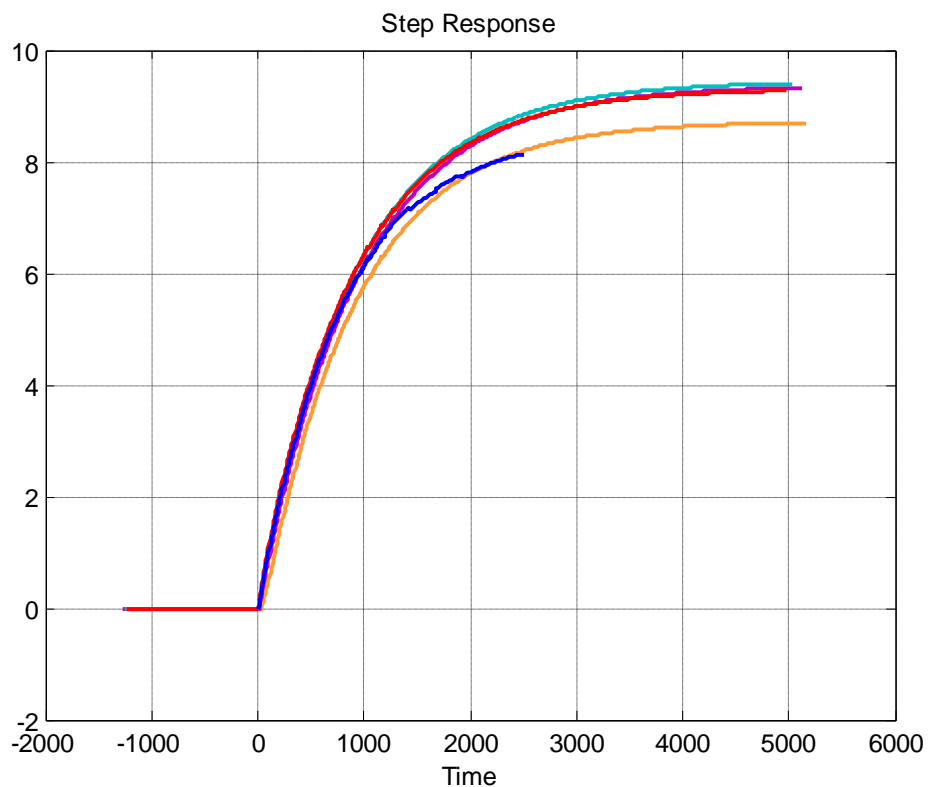
- Porcentaje de aproximación seleccionando *model output*.
- Intervalos de confianza al seleccionar *modelresids*.
- Respuesta al escalón unitario seleccionando *transientresp*.
- Frecuencia al seleccionar *frequencyresp*.

Del menú *Estimate*, seleccionamos *Linear parametricmodels*, damos clic en *Orderselection* y finalmente clic en *Estimate*. Aparece la ventana *ARX ModelStructureSelection*. Observamos la barra de color verde (MDL choice) la seleccionamos e insertamos y de igual forma con la roja (Bestfit), como se muestra en la figura 4.6



**Figura 4.6** Selección de modelos ARX utilizando *orderselection*.

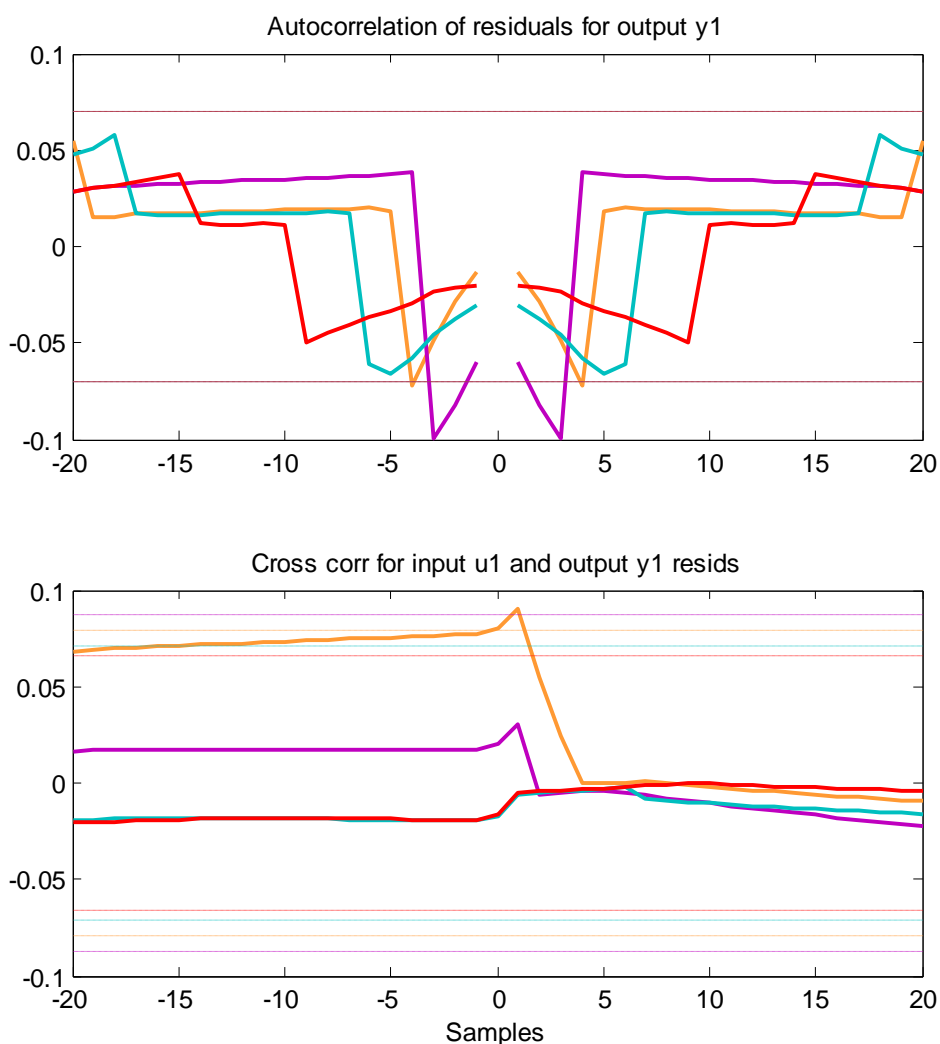
Como resultado de esta acción obtenemos los modelos ARX10101 (color rojo) y ARX761 (color celeste). Buscando mejorar los resultados se realizan dos pruebas mas donde obtenemos los modelos ARX442 (color violeta) y ARX544 (color naranja). Y se verifican como se muestra a continuación.



**Figura 4.7** Diagrama de respuesta al escalón de los 4 modelos ARX generados.

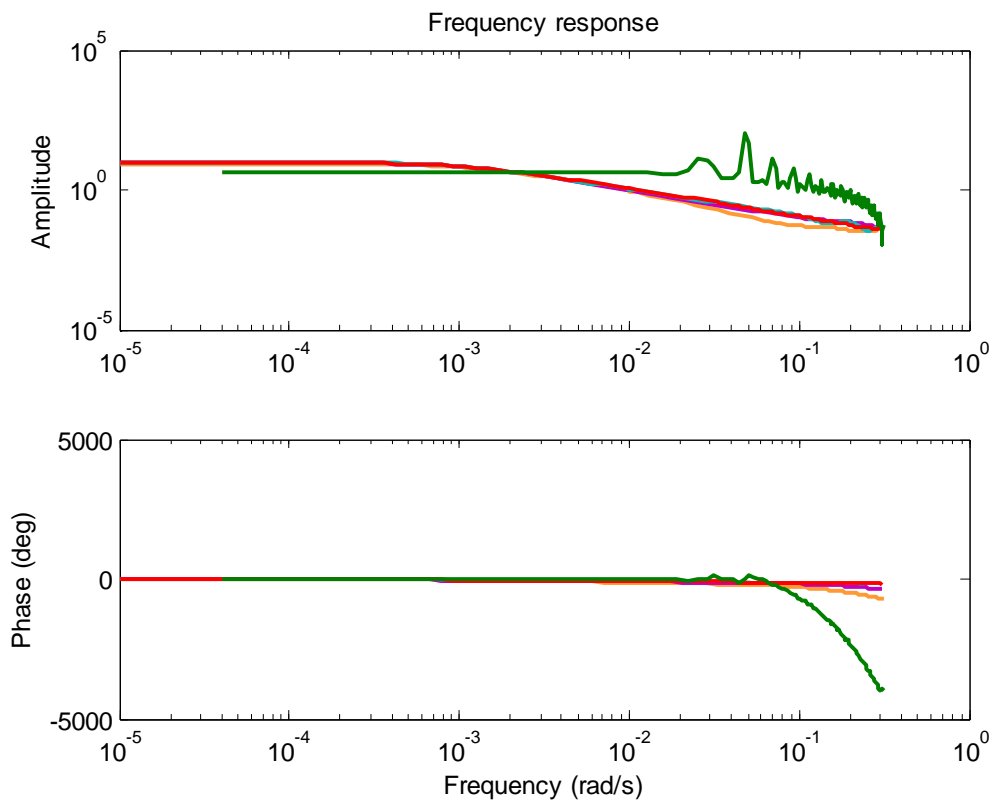
Se observa que la señal que más se aproxima a la respuesta de nuestra planta (color azul) es el modelo ARX544, aunque no existe una diferencia considerable entre los otros modelos.





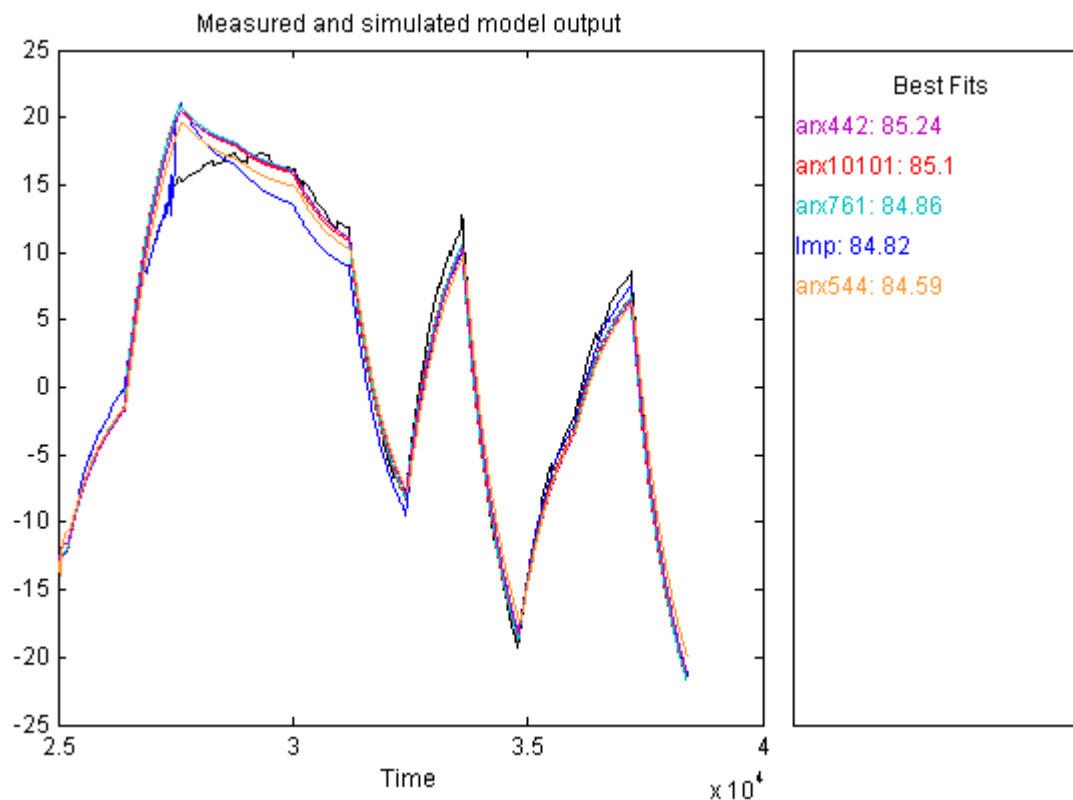
**Figura 4.8** Diagrama de análisis residual de los 4 modelos ARX generados.

El diagrama de análisis residual muestra que en el modelo ARX442 existe auto correlación ya que excede los intervalos de confianza, lo que quiere decir que depende de instantes pasados. En el modelo ARX554 existe correlación cruzada entre las señales. Mientras que los modelos ARX10101 y ARX761 no muestran auto correlación y correlación cruzada.



**Figura 4.9** Diagrama de análisis de respuesta de frecuencia de los 4 modelos ARX generados.

En el análisis de respuesta de frecuencia podemos observar que no existe una diferencia marcada entre los modelos ARX estudiados. Motivo por el cual éste análisis no nos ayuda a descartar ningún modelos.



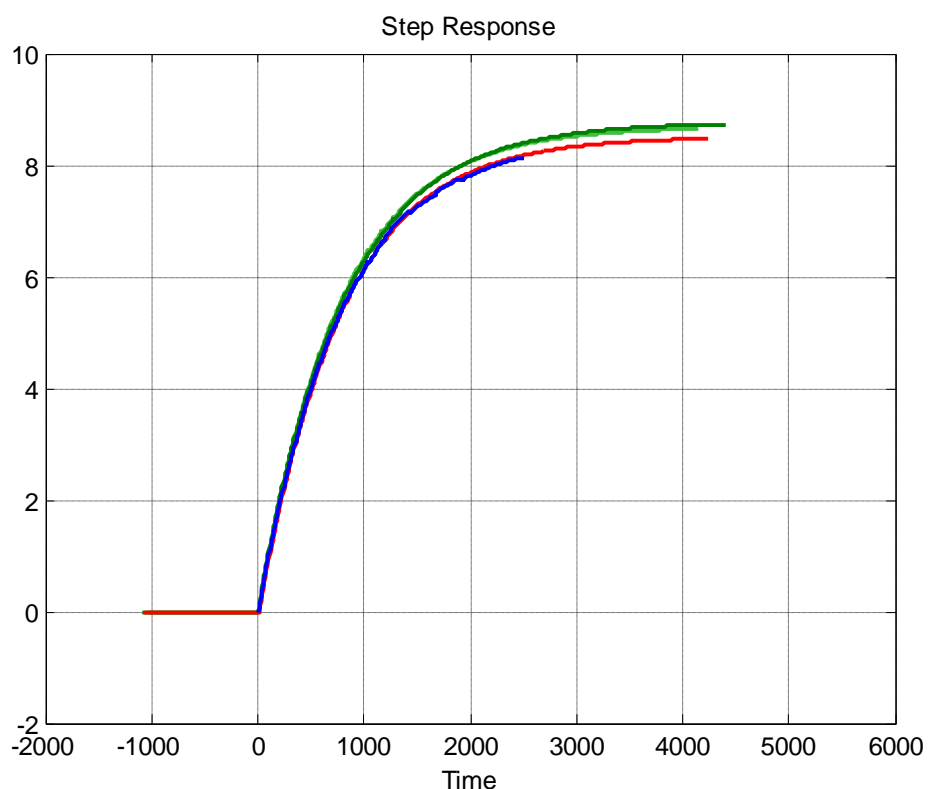
**Figura 4.10** Diagrama de análisis de medición y simulación de la respuesta en el tiempo de los 4 modelos ARX generados.

La figura 4.10 nos muestra que el modelo ARX442 tiene el mayor porcentaje de aproximación, aunque no existe una diferencia significativa entre los modelos ARX analizados.

Se concluye que entre los cuatro modelos el más apto es el ARX10101, puesto que no excede los límites de confianza, es decir que no posee correlación cruzada y auto correlación. También tiene una respuesta al escalón con una dinámica similar a nuestra planta y un porcentaje mayor de aproximación a ARX761.

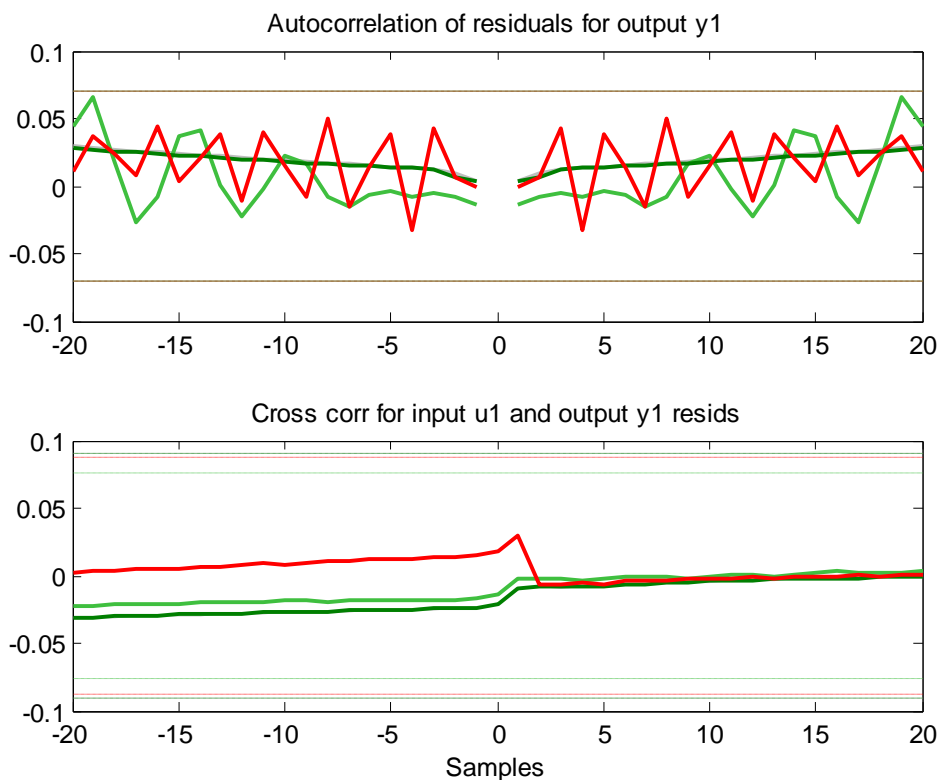
### 4.1.2 Modelo ARMAX

Se generan 4 modelos paramétricos ARMAX4431 (color gris), ARMAX4441 (color verde oscuro), ARMAX5552 (color rojo) y ARMAX7751 (color verde claro). Realizamos el análisis de su respuesta escalón, obteniendo los siguientes resultados.



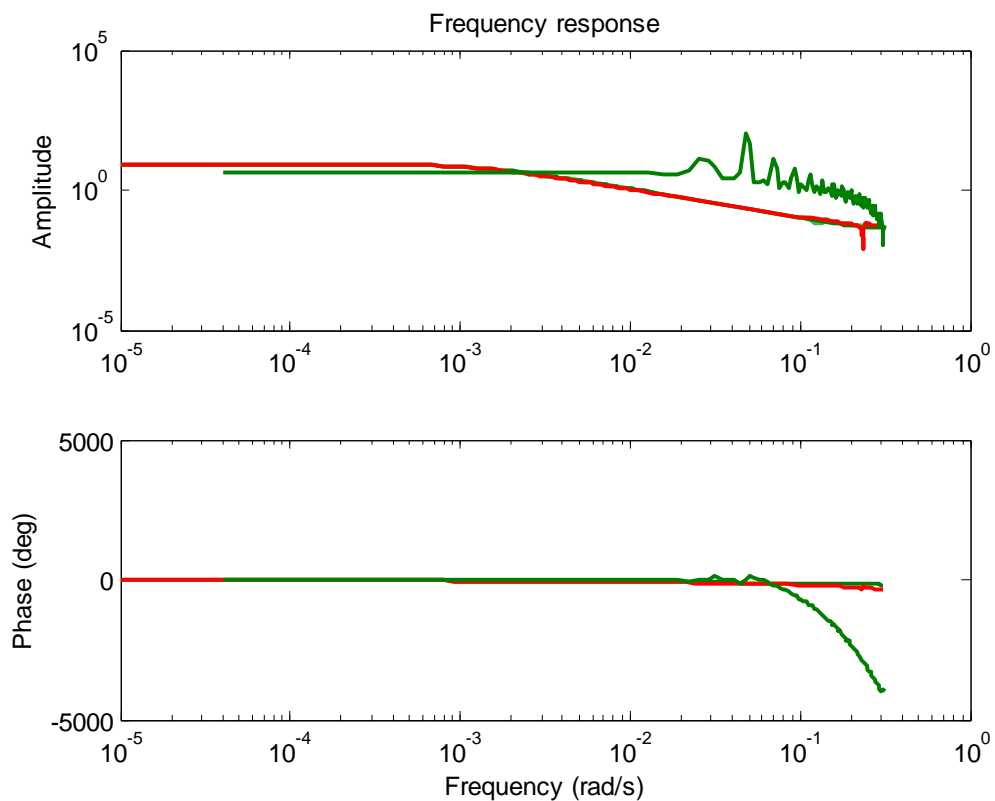
**Figura 4.11** Diagrama de respuesta al escalón de los 4 modelos ARMAX generados.

Se observa que la señal que más se aproxima a la respuesta de nuestra planta (color azul) es el modelo ARX5552, aunque no existe una diferencia considerable entre los otros modelos.



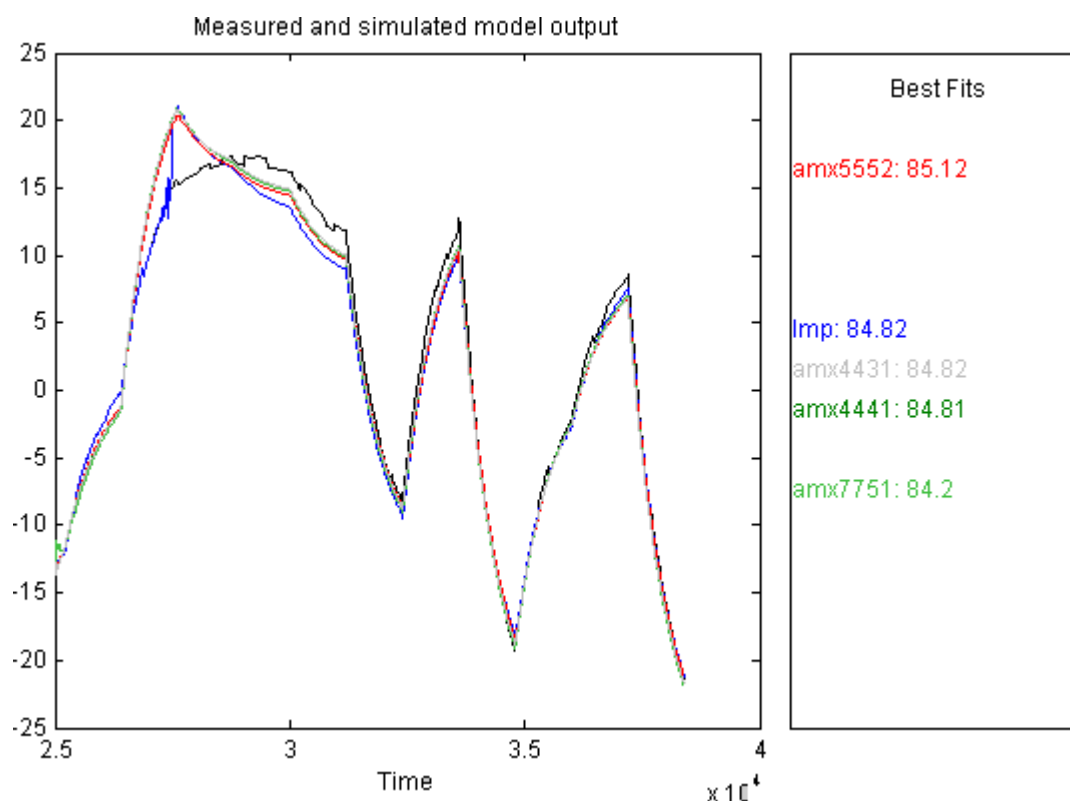
**Figura 4.12** Diagrama de análisis residual de los 4 modelos ARMAX generados.

El diagrama de análisis residual muestra que todos los modelos ARMAX se encuentran dentro de los intervalos de confianza, tanto en el diagrama de correlación cruzada como en el diagrama de auto correlación, lo que quiere decir que no depende de instantes pasados. Desde ésta óptica todos los modelos son óptimos, por lo tanto el análisis residual no me ayuda a descartar alguno.



**Figura 4.13** Diagrama de análisis de respuesta de frecuencia de los 4 modelos ARMAX generados.

En el análisis de respuesta de frecuencia podemos observar que no existe una diferencia marcada entre los modelos ARMAX estudiados. Motivo por el cual éste análisis no nos ayuda a descartar ningún modelos.



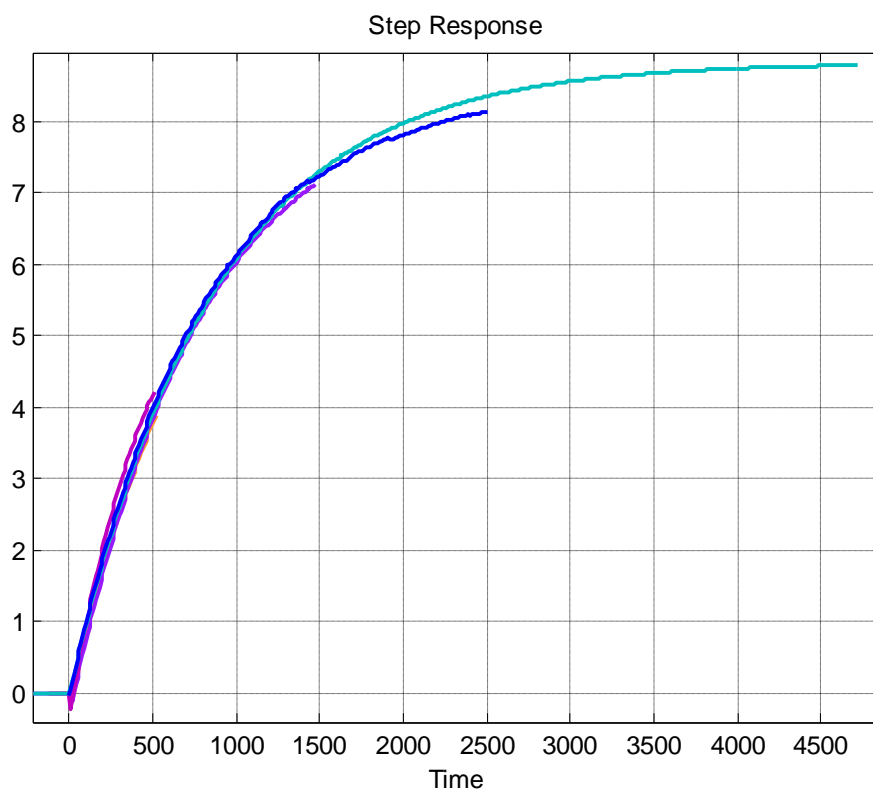
**Figura 4.14** Diagrama de análisis de medición y simulación de la respuesta en el tiempo de los 4 modelos ARX generados.

La figura 4.14 nos muestra que el modelo ARMAX5552 tiene el mayor porcentaje de aproximación, aunque no existe una diferencia significativa entre los modelos ARMAX analizados.

Se concluye que entre los cuatro modelos el más apto es el ARMAX5552, puesto que no excede los límites de confianza, es decir que no posee correlación cruzada y auto correlación. También tiene una respuesta al escalón con una dinámica similar a nuestra planta y un porcentaje de aproximación mayor a los otros tres modelos ARMAX.

### 4.1.3 Modelo Output Error (OE).

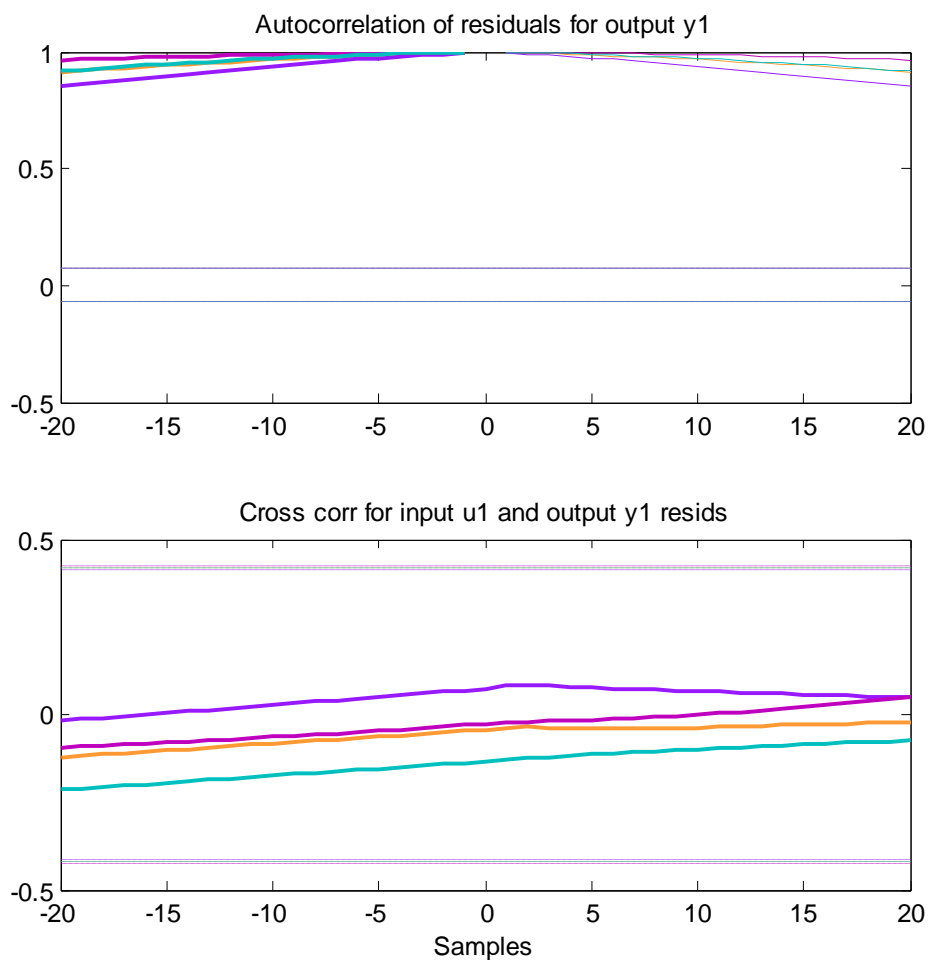
Se generan 4 modelos paramétricos OE441 (color rosada), OE442 (color violeta), OE221 (color celeste) y OE772 (color naranja). Realizamos el análisis de su respuesta escalón, obteniendo los siguientes resultados.



**Figura 4.15** Diagrama de respuesta al escalón de los 4 modelos OE generados.

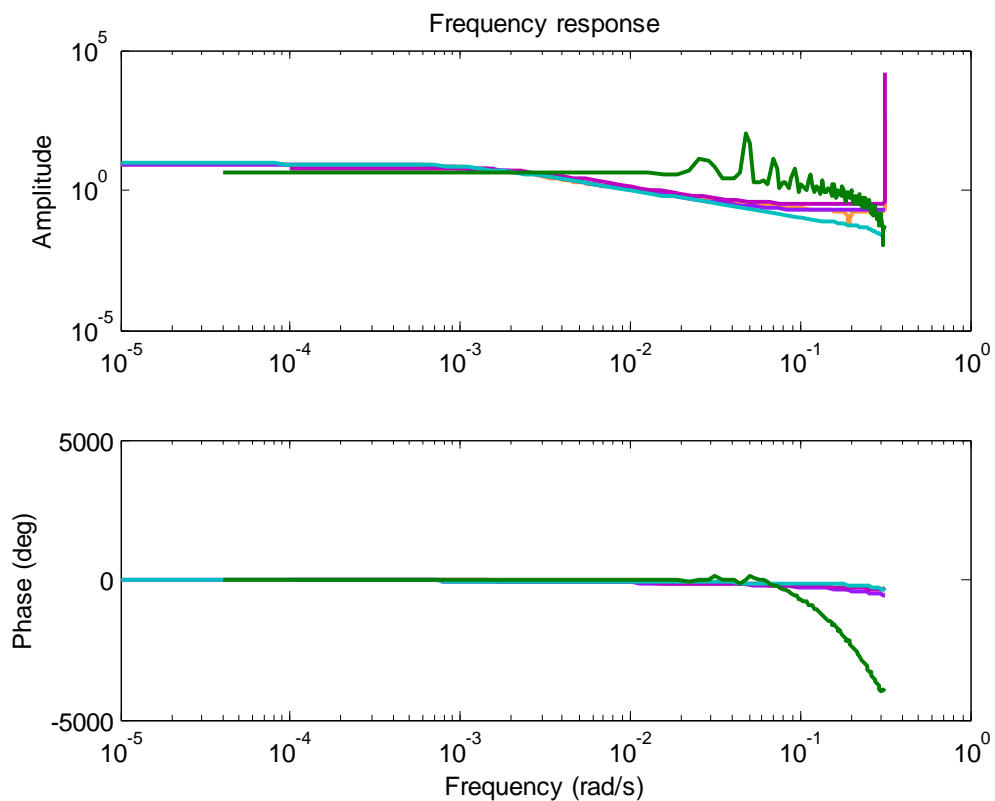
Se observa que la señal que más se aproxima a la respuesta de nuestra planta (color azul) es el modelo OE221, aunque no existe una diferencia considerable con OE442.





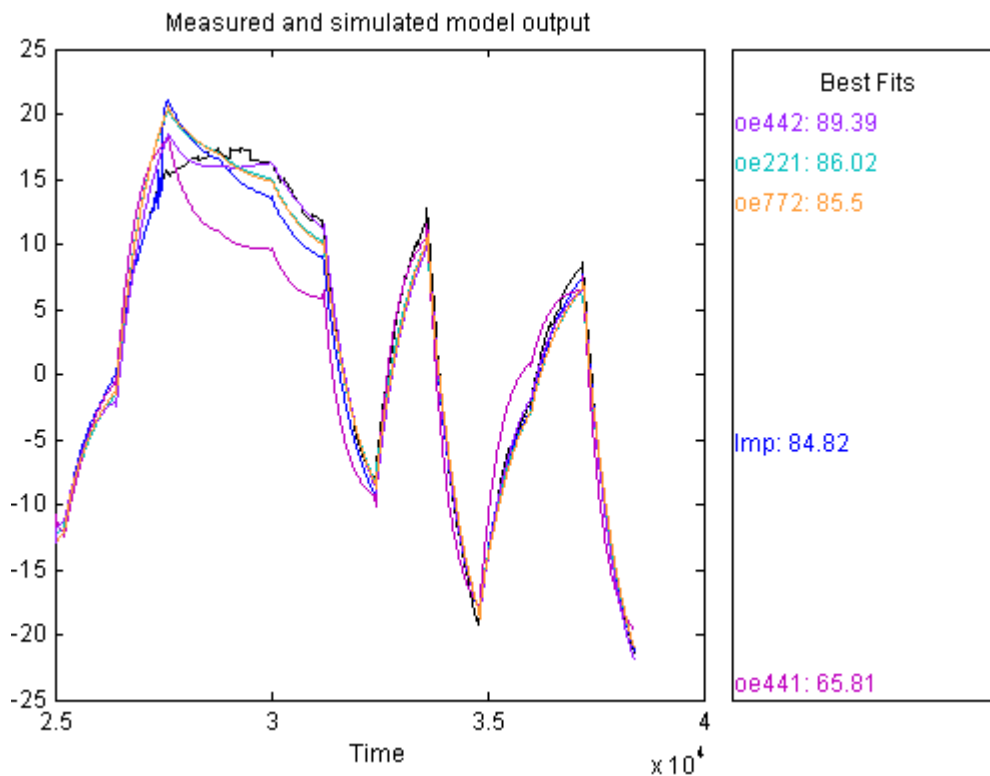
**Figura 4.16** Diagrama de análisis residual de los 4 modelos OE generados.

El diagrama de análisis residual muestra que todos los modelos OE se encuentran fuera de los intervalos de confianza el diagrama de autocorrelación, lo que quiere decir que depende de instantes pasados. Mientras que en el análisis de correlación cruzada todos los modelos OE se encuentran dentro del intervalo de confianza.



**Figura 4.17** Diagrama de análisis de respuesta de frecuencia de los 4 modelos OE generados.

En el análisis de respuesta de frecuencia podemos observar que no existe una diferencia marcada entre los modelos OE estudiados. Motivo por el cual éste análisis no aporta a descartar ningún modelos.



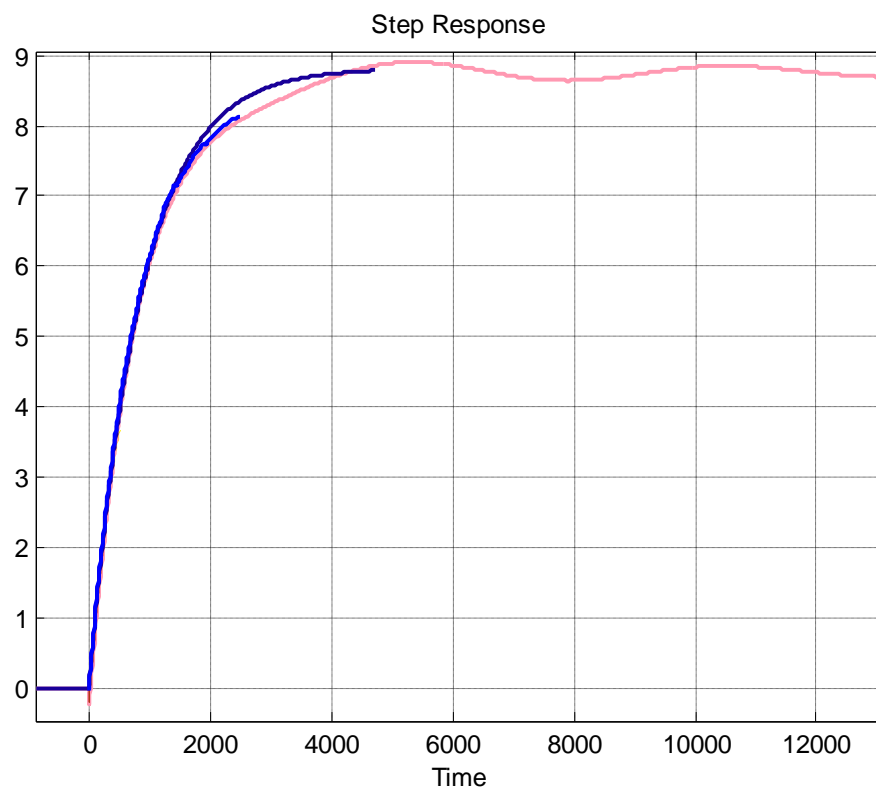
**Figura 4.18** Diagrama de análisis de medición y simulación de la respuesta en el tiempo de los 4 modelos OE generados.

La figura 4.18 nos muestra que el modelo OE442 tiene el mayor porcentaje de aproximación, se observa que existe una diferencia significativa entre los otros modelos OE analizados.

Se concluye que entre los cuatro modelos el más apto es el OE442, posee auto correlación pero no correlación cruzada. Tiene una respuesta al escalón con una dinámica similar a nuestra planta y un porcentaje de aproximación superior al modelo OE221 que también tiene una respuesta al escalón aceptable.

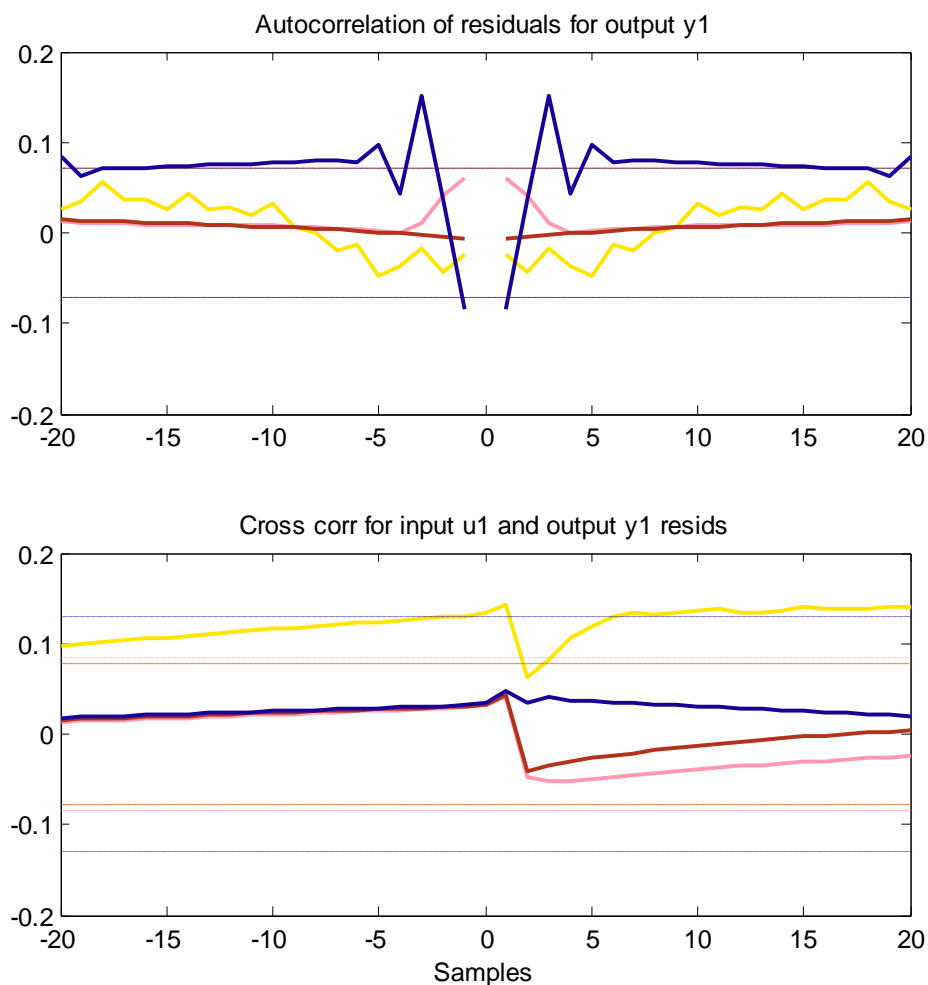
#### 4.1.4 Modelo BOX-JENKINS (BJ).

Se generan 4 modelos paramétricos BJ22221 (color azul), BJ33331 (color morado), BJ55331 (color rosado) y BJ77771 (color amarillo). Realizamos el análisis de su respuesta escalón, obteniendo los siguientes resultados.



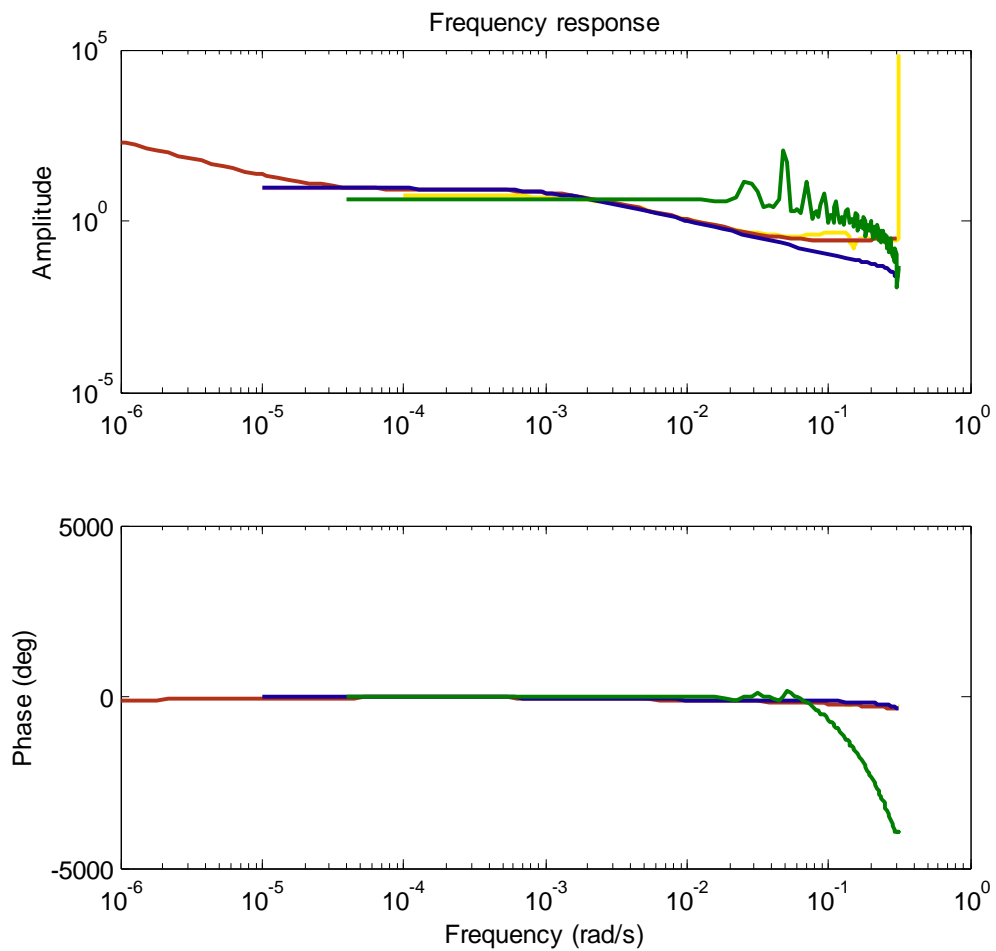
**Figura 4.19** Diagrama de respuesta al escalón de los 4 modelos BJ generados.

Se observa que las señales que más se aproximan a la respuesta de nuestra planta son BJ22221 (color azul) y BJ55331 (color rosado). Los modelos BJ33331 y BJ77771 no tienen mucha similitud a la respuesta al escalón de nuestro sistema.



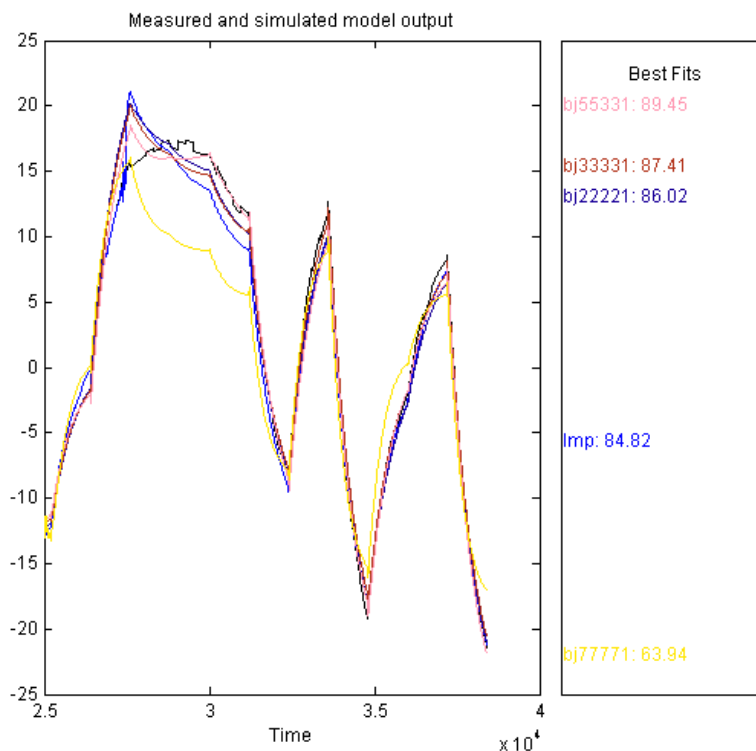
**Figura 4.20** Diagrama de análisis residual de los 4 modelos BJ generados.

El análisis residual de auto correlación muestra que el modelo BJ22221 excede los límites de confianza por lo tanto posee auto correlación, es decir que depende de instantes pasados, los otros modelos no poseen auto correlación. El análisis de correlación cruzada muestra que el modelo BJ77771 excede los límites de confianza y por ende posee correlación cruzada. Con este análisis concluimos que los modelos óptimos son BJ33331 y BJ55331.



**Figura 4.21** Diagrama de análisis de respuesta de frecuencia de los 4 modelos BJ generados.

En el análisis de respuesta de frecuencia podemos observar que no existe una diferencia marcada entre los modelos BJ estudiados. Motivo por el cual éste análisis no aporta a descartar ningún modelos.



**Figura 4.22** Diagrama de análisis de medición y simulación de la respuesta en el tiempo de los 4 modelos BJ generados.

La figura 4.22 nos muestra que el modelo BJ55331 tiene el mayor porcentaje de aproximación, se observa que existe una diferencia significativa entre los otros modelos BJ analizados.

Luego del análisis realizado se selecciona al modelo BJ55331 como el óptimo entre los modelos BJ generados, porque no posee correlación cruzada y auto correlación, tiene una respuesta al escalón similar a la de nuestro sistema y un porcentaje de aproximación con una diferencia considerable.

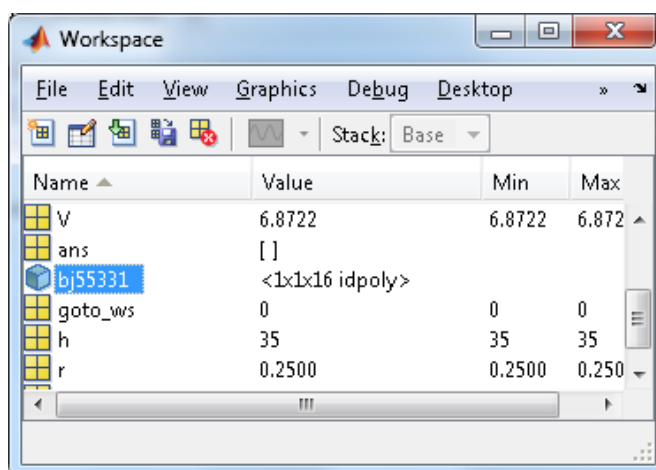
## 4.2 Análisis de resultados.

Basados en los análisis realizados se detalla los modelos de mayor aproximación para nuestra planta.

Modelo	% aproximación
ARX10101	85,1
ARMAX5552	85,15
OE442	89,39
BJ55331	89.45

**Tabla 4.2**Tabla de todos los modelos y aproximaciones

Elegimos el modelo con mayor aproximación, procedemos a exportar el modelo matemático BJ55331 al *workspace*.

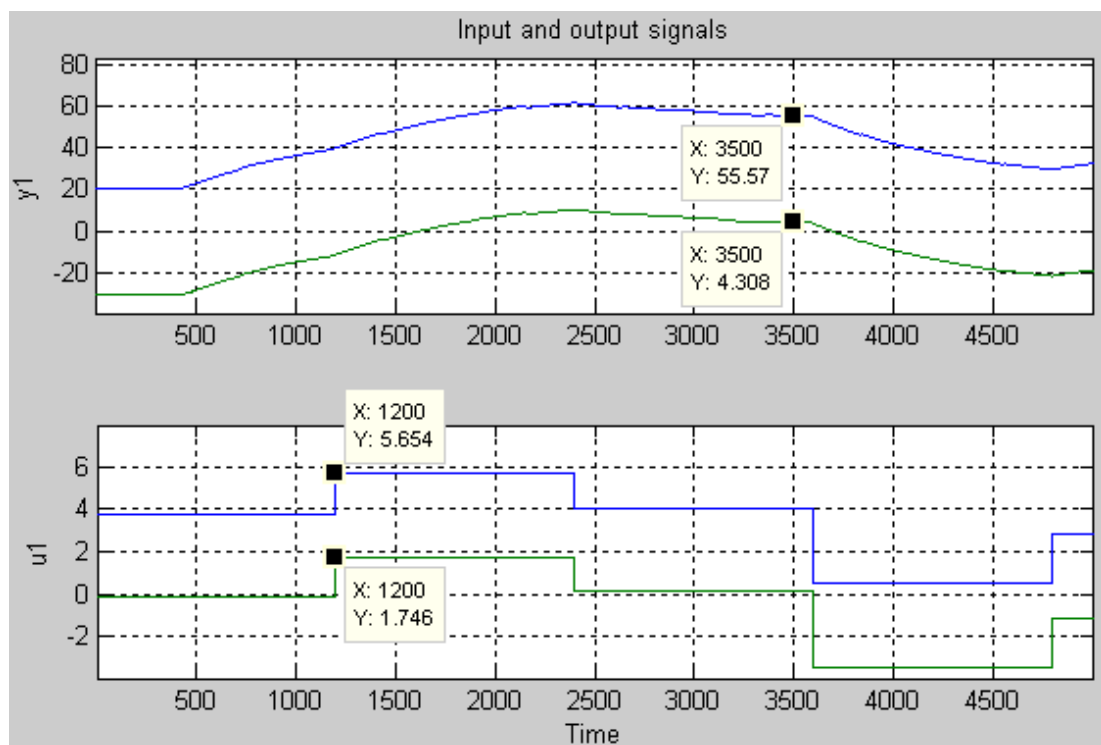


**Figura 4.23** Modelo BJ55331 en el Workspace.



### 4.3 Validación de resultados.

En la figura 4.24 del *Time Plot* de *Ident* se puede observar en la parte inferior la señal de entrada y en la parte superior la señal de salida, ambas de color azul; de igual manera se muestra la entrada y salida de la señal original luego de haber aplicado *removemeans* de color verde.

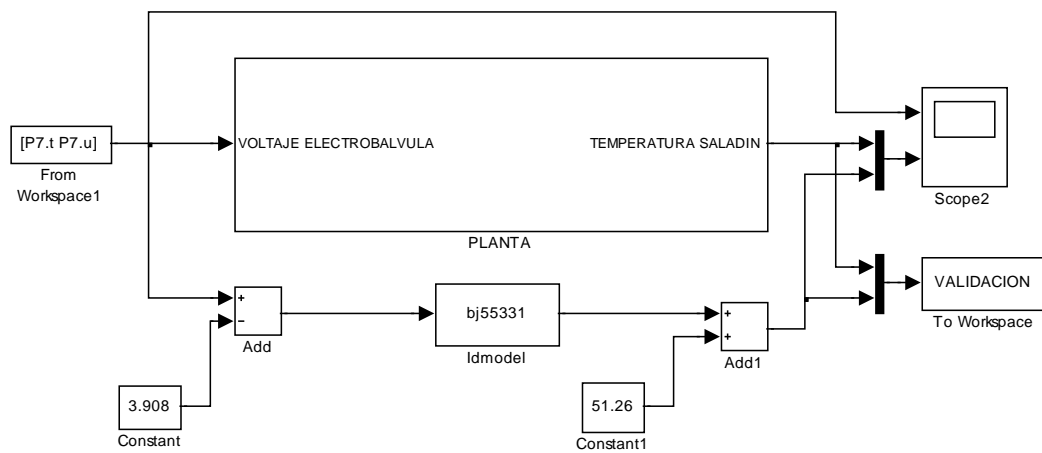


**Figura 4.24** De color azul la señal real, y de color verde la señal real luego de aplicarle *removemeans*.

El modelo hallado está diseñado en base a la señal que se obtuvo al remover la media, razón por la cual al momento de validar la señal es necesario restar y al inicio del modelo el valor removido por la media y a la

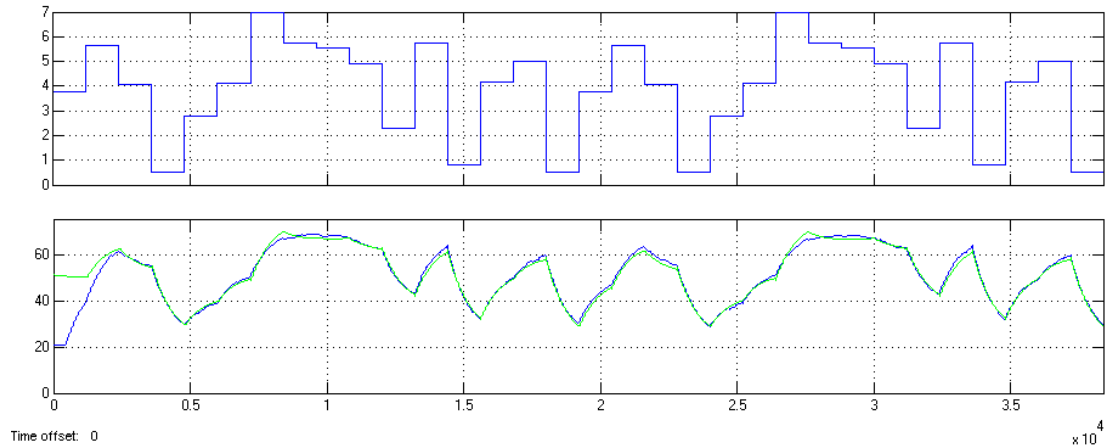
señal de salida del modelo de nuestro sistema sumar el valor de temperatura que se perdió al remover la media.

De esta forma la planta y el modelo de la misma podrán ser comparados frente a la entrada multisenso con la que se realizó el proceso de identificación. Para lo cual utilizamos el diagrama de bloques de la figura 4.25.



**Figura 4.25** Diagrama de bloques para comparar y visualizar ambas respuestas

Como podemos observar la respuesta de nuestro proceso y el modelo del mismo se guardaran en un arreglo que se cargara en el *Workspace*. La figura 4.26 muestra el *scope* de la simulación donde la respuesta de la planta en estudio es de color azul y la del modelo obtenido en la identificación es de color verde.



**Figura 4.26** Grafico del scope donde muestra las respuestas del modelo identificado y la planta.

Gráficamente observamos que la señal respuesta del modelo y la planta en estudio son muy parecidas, excepto en los primeros 2500 segundos de la simulación.

Esto se debe a que la naturaleza de nuestra planta limita su temperatura inferior a 20.8 grados centígrados y el modelo hallado en la identificación no porque es netamente matemático y su salida depende únicamente de su entrada, es decir que si se le envía una señal de entrada con un valor mayor a 15 voltios su respuesta nos indicara que va a tener una temperatura superior a la que la planta real pueda ofrecer, es decir que el modelo matemático no obedece a limitaciones físicas y se considera válido dentro de los parámetros de funcionamiento de la planta en estudio.

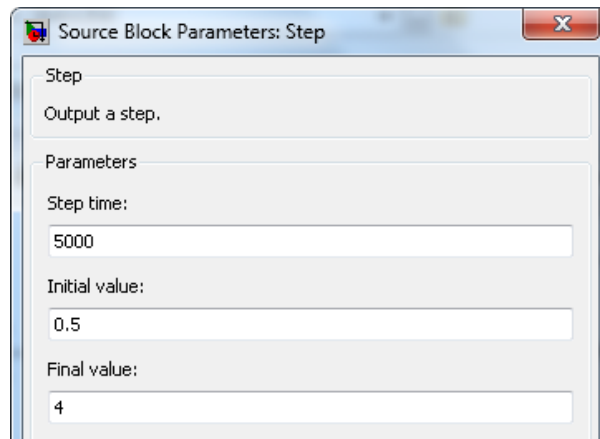
Para encontrar el valor del error relativo entre el modelo identificado y la planta utilizamos un *m-file* que nos ayude a evaluar el arreglo o matriz generado en la simulación con el nombre *VARIANZA*. Dato a dato desde el segundo 5000 se compara el error relativo y al final promediamos dichos valores, con el fin de eliminar el desfase de las señales al inicio de la simulación, conciencia de remover la media en la identificación de la planta.

Como se muestra en la figura 4.27.

```
ACUM=0;
for i=5000:1:38401
    VARIANZA(i,1)=abs(VALIDACION(i,1)-VALIDACION(i,2))/VALIDACION(i,1);
    ACUM=ACUM+VARIANZA(i,1);
end
APROX=(ACUM/33401)*100
```

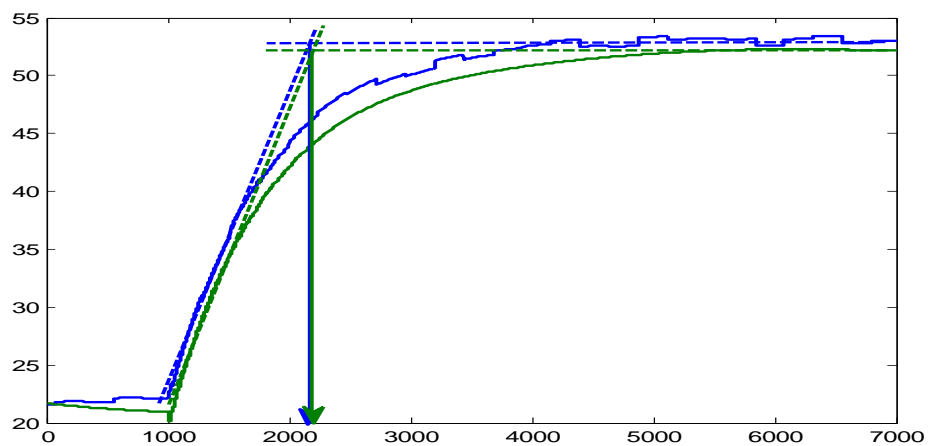
**Figura 4.27** Programación del archivo *m-file* para obtener el error relativo entre el modelo y la planta.

El resultado obtenido es un error relativo de 1.74 por ciento, con fines de realizar un análisis más a fondo entre el modelo y la planta, estudiaremos sus respuestas frente a una entrada escalón diseñado como se muestra en la figura 4.28.



**Figura 4.28** Parámetros de la señal escalón

En la figura 4.29 se muestra mediante el método gráfico que los  $t_{dom}$  son muy similares. El  $t_{dom}$  del modelo identificado, indicado con una flecha de color verde, es ligeramente mayor al  $t_{dom}$  de la planta, indicado con una flecha de color azul. Otro análisis que nos indica que el modelo identificado es una buena aproximación de la planta en estudio.



**Figura 4.29** Respuesta al escalón del modelo identificado y la planta.

La estructura del modelo BOX-JENKINS se aplica a casos multivariables y utiliza la técnica de predicción del error para encontrar los parámetros del sistema. La rutina para la estimación de sus parámetros requiere de una búsqueda del mínimo de una función. Arranca con cualquier valor inicial en el vector de parámetros.

Debido a que nuestro proceso posee perturbaciones considerables es necesario una estructura que permita modelar dichas perturbaciones (el ruido) con mayor precisión.

Desde el punto de vista físico, es más razonable parametrizar las funciones de transferencia  $H$  y  $G$  de una manera diferente. Observando la estructura del modelo BOX-JENKINS, estas funciones de transferencias pueden ser parametrizadas de forma independiente, lo que es más natural. En cambio que los modelos ecuación de error (ARX, ARMAX) tienen denominadores iguales, o sea el polinomio  $A(z)$  y por esta razón no se logra una buena aproximación con estos modelos para la identificación.

Por eso la estructura BOX-JENKINS es el modelo óptimo para describir el comportamiento de nuestra planta.

# CAPITULO 5

## DISEÑO DEL CONTROLADOR

Para mejorar el desempeño de nuestra planta diseñaremos un controlador con la herramienta *sisotool* para mejorar características como tiempo de estabilización, error de estado estacionario y sobre nivel porcentual.

### 5.1 Acondicionador de señales.

La planta en estudio tiene como entrada el voltaje de la válvula diverter y como salida la temperatura de la piscina granos, la implementación de un controlador implica colocar nuestra planta en lazo cerrado, es decir, que la salida mediante la realimentación se compare con la entrada; para esto acondicionaremos la entrada y salida de nuestra planta a modo que podamos observar la entrada y salida en un mismo diagrama, mientras que la acción de comparar señales será en voltios.

Para lo cual se toman datos de voltaje y temperatura a la salida del proceso como se muestra en la tabla 5.1 y se busca la relación entre dichas señales a través de la estimación lineal.

Voltaje entrada (volt)	Temperatura Saladin (° C)
0.5	22
1	25
1.5	29.5
2	34.5
2.5	39
3	44
3.5	48.5
4	53
4.5	58
5	62.5
5.5	67
6	71.5

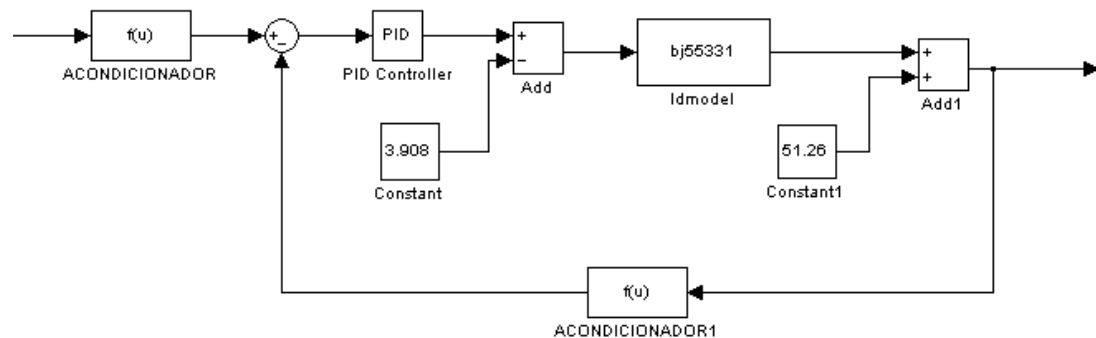
**Tabla 5.1** Voltaje de entrada de la planta y su respectivo equivalente en temperatura de la piscina del saladín.



De los datos obtenidos la estimación lineal que nos da como resultado la siguiente ecuación:

$$(\text{volt}) = (^\circ \text{C}) \times 0.1085 - 1.762$$

Para implementar el acondicionador de señal utilizaremos el bloque llamado *Function Block Parameters* y configuramos la planta en lazo cerrado como se muestra en la figura 5.1.



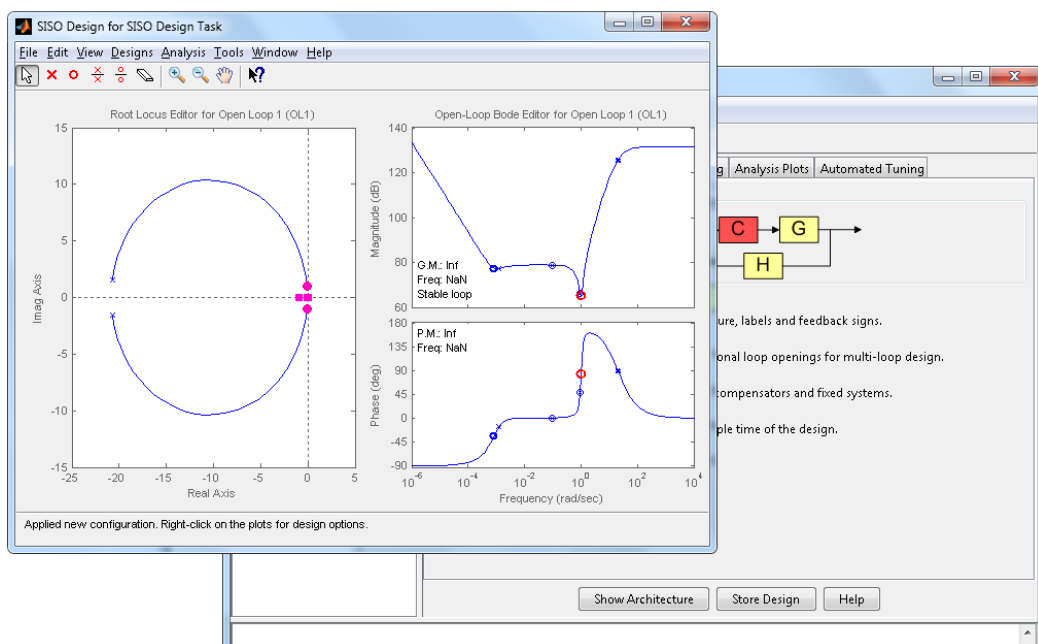
**Figura 5.1** Diagrama de bloques con el acondicionador de señal.

## 5.2 Determinación de las constantes PID.

Para hallar las constantes proporcional, integral y derivativa de nuestro proceso partiendo del modelo BJ55331 utilizamos la herramienta *sisotool*. Es un GUI diseñado para hallar un controlador de forma interactiva para sistemas con una entrada (Single Input) y una salida (Single Output) utilizando diagramas de trayectoria de las raíces, diagramas de bode en lazo

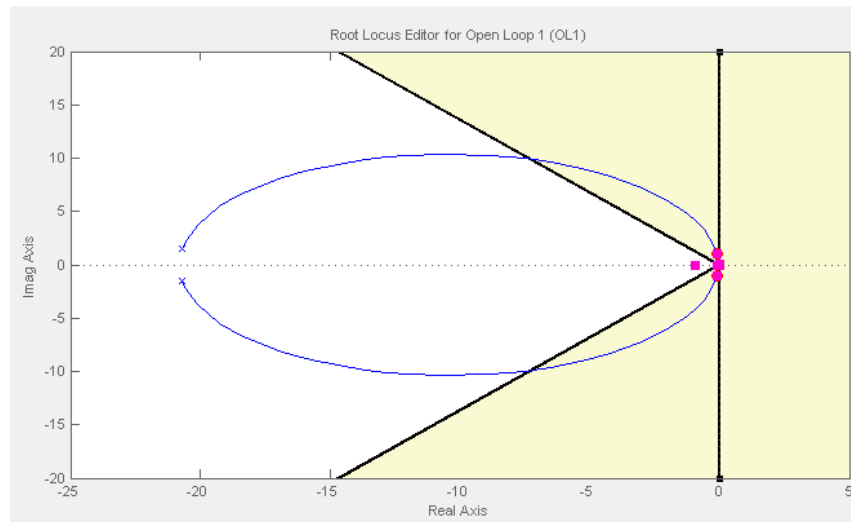
abierto y lazo cerrado, técnicas de Nichols y Nyquist incluso hallarlo automáticamente.

Para hacerlo escribimos `sisotool(d2c(bj55331))`, `d2c` se utiliza para pasar nuestro modelo de discreto a continuo, luego se procede a diseñar el controlador. Por defecto aparece el gráfico de la trayectoria de las raíces y el diagrama de bode de lazo abierto, como se muestra en la figura 5.2.



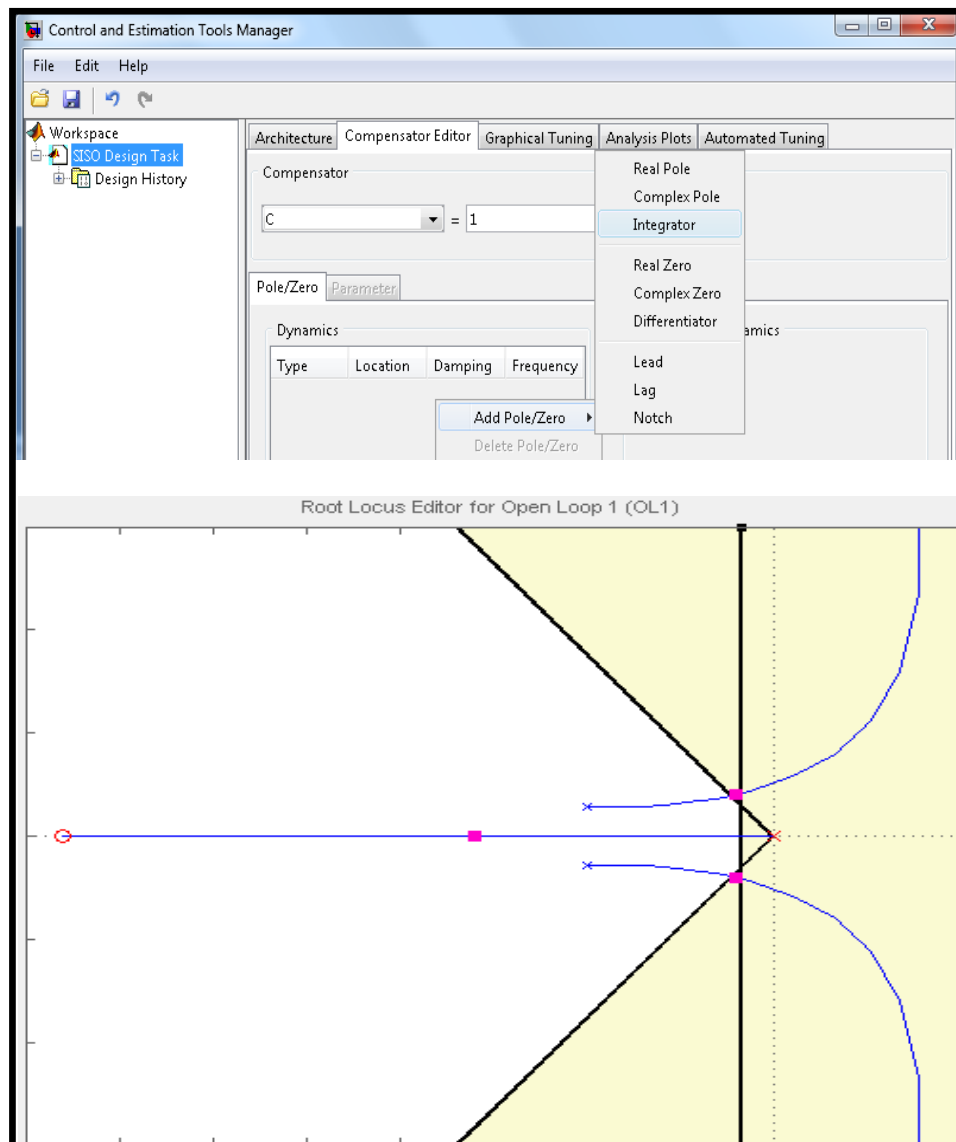
**Figura 5.2** Ambiente gráfico de la herramienta sisotool.

Insertamos los requerimientos para mejorar el desempeño de nuestro proceso en estudio como son un tiempo de estabilización de 1000 segundos y un sobrevuel porcentual inferior al 10%. Como muestra la figura 5.3.



**Figura 5.3** Trayectoria de las raíces con los requerimientos.

En la pestaña *compensator editor* damos click derecho e insertamos un integrador, luego variamos la ganancia hasta buscar que las raíces dominantes coincidan con los la intersección de los requerimientos, como se muestra en la figura 5.4.

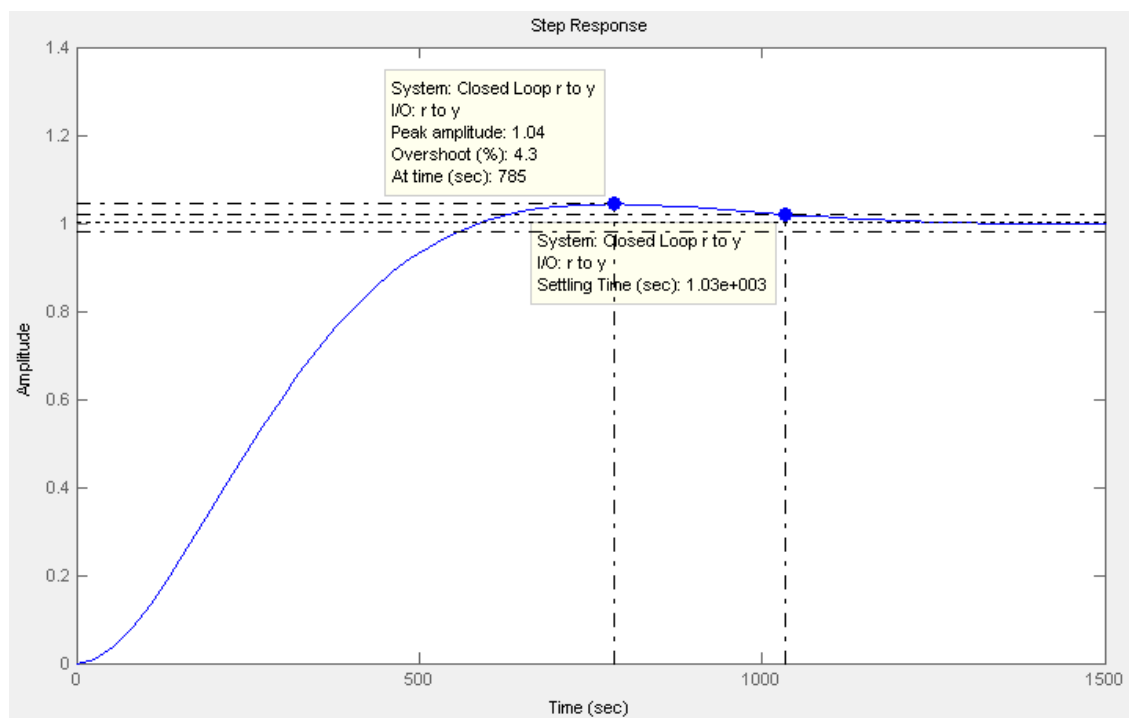


**Figura 5.4** Diseño interactivo del controlador.

Al insertar el integrador la trayectoria de la raíces cambió y no coincide con los requerimientos por lo que se agregó un cero, ambos se muestran dibujados en color rojo en la figura 5.4, y se lo desplaza sobre el eje de las abscisas hasta que la trayectoria de las raíces coincida con los

requerimientos, luego variamos la ganancia moviendo las raíces (rectángulos color rosado) hasta que éstas se encuentren en la intersección.

El resultado lo podemos observar en la pestaña *compensator* y verificar al ver su respuesta al escalón con la herramienta *Response toStepCommand* como se muestra en la figura 5.5

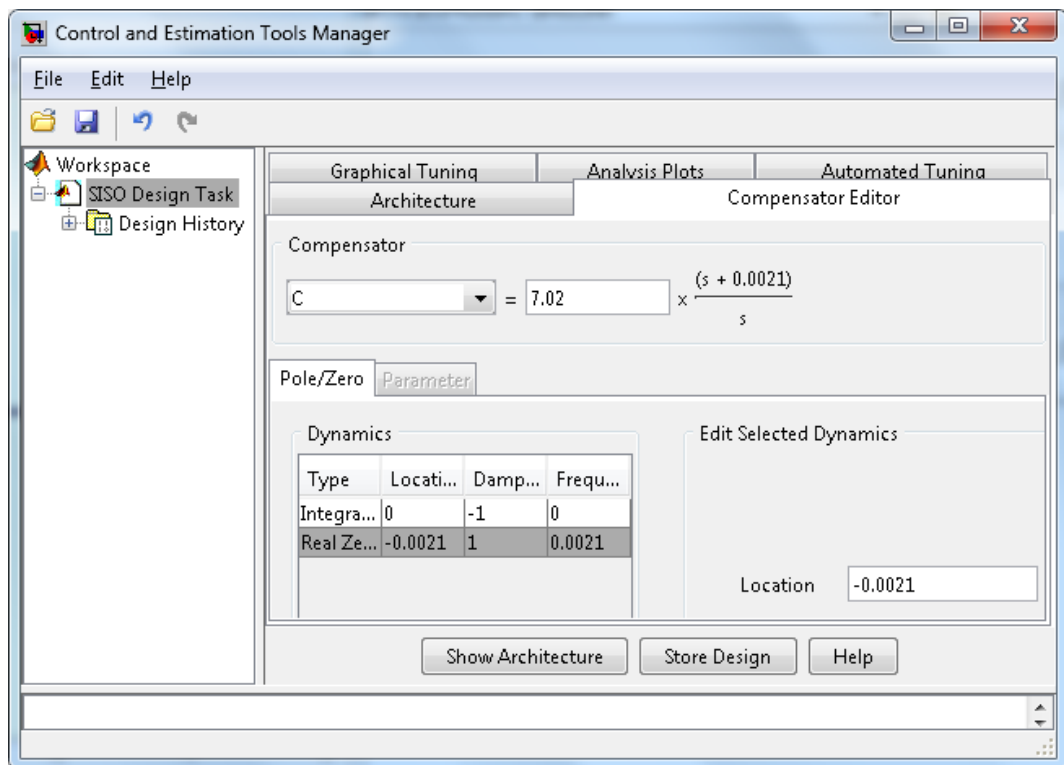


**Figura 5.5** Respuesta al escalón unitario con el controlador.

El controlador obtenido es:

$$C = 7.02 \times \frac{(s + 0.0021)}{s}$$

Como se muestra en la figura 5.6.

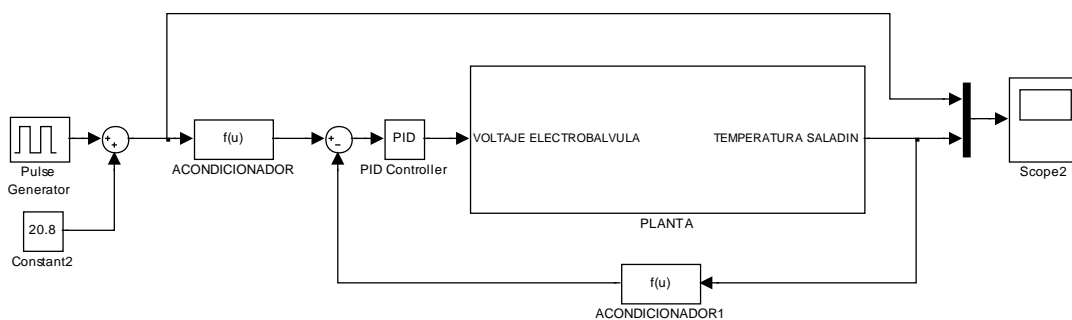


**Figura 5.6** Controlador.

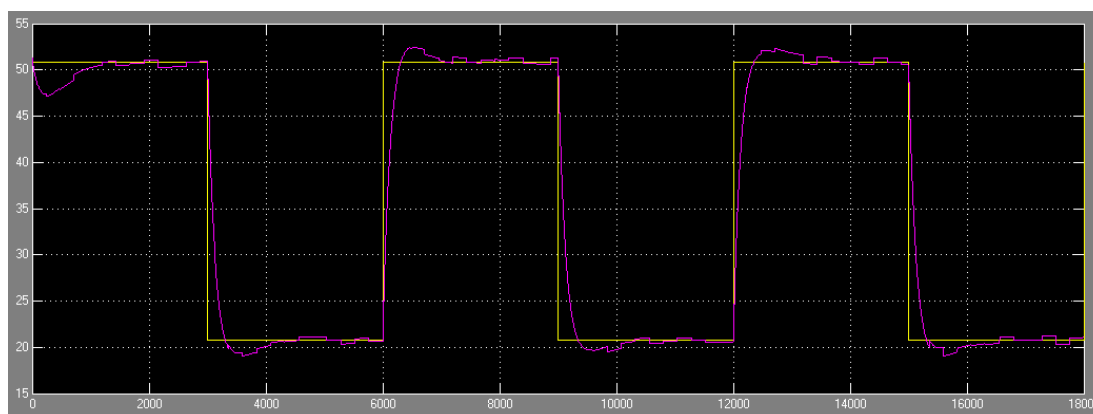
Dando como resultado un controlador proporcional integral PI con  $K_p$  igual a 7.02 y  $K_i$  igual a 0.015.

### 5.3 Pruebas con la planta.

Para el efecto utilizaremos un diagrama de bloques donde en la entrada es un escalón que varía de 0 a 30 grados centígrados y constantemente se le suma 20.8°C. Se utiliza el acondicionador de señal para la realimentación y entrada junto con su respuesta en el tiempo como se muestra en la figura 5.7.



(a)



(b)

**Figura 5.7(a)** Diagrama de bloques de la planta real con el controlador **(b)** Respuesta de la planta real con el controlador.

# CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

## Conclusiones

1. El modelado es un proceso mediante el cual se elabora una representación matemática que simboliza de manera simplificada un sistema real, y de esta manera, poder analizar su comportamiento, el mismo que es fundamental a la hora de tomar decisiones, tanto para su perfeccionamiento como para el control de alguna función específica.
2. En muchas ocasiones, cuando se posee escasa información sobre un sistema o cuando el modelado mediante ecuaciones físicas es muy complejo debido a las limitaciones reales, es necesario recurrir a técnicas experimentales de identificación.
3. Se demostró que el método de identificación de sistemas analizado en el presente trabajo, es una herramienta muy eficiente y de gran ayuda cuando se precisa determinar un modelo matemático de un sistema dinámico real.
4. Para que la identificación de sistemas sea exitosa y obtengamos resultados consistentes se debe de cumplir la secuencia específica del Proceso de la Identificación. El mismo va desde el diseño del experimento, la adquisición y tratamiento de la información, la



elección de la estructura del modelo, la selección de los parámetros y la validación.

5. Un aspecto fundamental del proceso de identificación es la validación del modelo, se hace con base en pruebas de blancura de ruido, es decir, si una señal posee total independencia estadística de sus valores en diferentes periodo de tiempo, se dice que el modelo se ajusta perfectamente a los datos, por tanto, se considera válido.
6. Luego de realizar varias pruebas con diferentes estructuras de modelos, se puede concluir que el modelo que mejor se ajusta a nuestro sistema esBOX-JENKINS.
7. Para la validación del modelo matemático determinado se usaron datos de pruebas con la planta simulada, los que demostraron que proceso de identificación fue realizado con éxito.
8. El diseño para el controlador de un sistema industrial real, es de fundamental importancia, ya que de él depende un correcto y eficiente funcionamiento del sistema.
9. El controlador PI determinado con la ayuda de la herramienta SISOTOOL de MATLAB, para el modelo matemático que representa al sistema regulador de temperatura en un cuarto térmico, demuestra ser eficaz al mejorar la respuesta de nuestra planta.

## Recomendaciones

1. Se recomienda tomar mediciones dentro del rango de funcionamiento de la planta para tener una mejor perspectiva de su funcionamiento.
2. Realizar varias pruebas con varias señales de entrada para seleccionar la señal que nos favorece a encontrar un modelo óptimo.
3. Para seleccionar o descartar un modelo no solo hay que basarse en el porcentaje de aproximación, sino también realizar el análisis residual y la respuesta al escalón porque dichos análisis nos muestran si existe o no auto correlación, correlación cruzada y ver si la respuesta en el tiempo es lo más cercano al proceso en estudio.
4. Antes de comenzar a trabajar identificar cuáles son las variables de interés en el proceso a controlar. Identificando la entrada y salida del sistema junto con sus unidades físicas.
5. Al momento de diseñar el controlador, las especificaciones de sobrenivel porcentual, tiempo de estabilización y error de estado estacionario deben ser elegidas tomando en cuenta las limitaciones físicas del proceso en estudio.

# ANEXOS

## DATOS POPORCIONADOS POR LA PLANTA CERVECERA LOCAL

TIEMPO	TEMPERATURA DEL AGUA QUE ENTRA AL RADIADOR	TEMPERATURA DEL AIRE BAJO EL SALADIN	TEMPERATURA DEL SALADIN	TEMPERATURA DEL AGUA QUE SALE DE LA CALDERA
2:53:52	84.81689	19.95521	20.8	139.5
2:56:17	77.413	19.99232	20.8	139.95
2:58:42	71.50403	20.03291	20.9	139.3
3:01:07	50.26951	20.08317	20.9	139.05
3:03:33	38.17019	20.0528	20.9	139.6
3:05:58	33.51548	20.05153	21	138.6
3:08:23	31.46121	19.98065	21.1	138.45
3:10:48	29.94271	19.93495	21	138.7
3:13:14	32.50279	19.83761	21.1	138.2
3:15:39	36.13363	19.68527	21.1	138.05
3:18:04	39.74164	18.76775	21.3	138.85
3:20:29	42.8344	26.01147	21.5	138.45
3:22:55	45.9047	35.82248	21.6	137.4
3:25:20	47.42959	40.09884	21.8	137.5
3:27:45	60.21814	50.68277	21.8	138.75
3:30:10	61.88436	57.5795	21.6	141.5
3:32:36	57.70418	55.32136	21.6	147.15
3:35:01	53.59855	52.16421	22.1	152.9
3:37:26	54.10762	52.51542	23.1	152.3
3:39:51	55.11656	53.49589	24	152.5
3:42:17	58.19303	55.49661	24.8	151.95
3:44:42	61.77304	58.96843	26.6	151.05
3:47:07	61.77304	58.97945	28.6	150.75
3:49:32	60.25	57.63345	30	148.55
3:51:58	59.74195	57.32421	30.6	146
3:54:23	59.74195	57.56095	31.1	144.45
3:56:48	59.74195	57.68893	31.5	142.3
3:59:13	59.74195	57.65517	32	141.4

4:01:39	59.74195	57.72756	32.1	140.25
4:04:04	59.74195	57.77219	32.3	140.7
4:06:29	59.74195	57.82828	32.5	140.95
4:08:54	59.74195	57.94064	32.5	141.2
4:11:20	59.74195	57.95436	32.5	141.25
4:13:45	59.74195	57.96008	32.6	141.5
4:16:10	59.74195	57.80822	32.5	141.15
4:18:35	59.74195	57.9257	32.6	141.05
4:21:01	59.74195	57.88914	32.6	140.75
4:23:26	59.74195	57.78476	32.6	138.55
4:25:51	59.74195	57.65121	32.7	136.95
4:28:16	59.74195	57.78695	32.7	139.75
4:30:42	59.74195	58.07227	32.7	140.8
4:33:07	60.24387	58.09577	32.6	141.85
4:35:32	60.24387	58.07396	32.7	142.85
4:37:57	60.24387	57.89211	32.7	141.2
4:40:23	60.24387	57.73701	32.7	141.25
4:42:48	60.24387	57.64467	32.8	141.3
4:45:13	60.24387	57.89455	32.8	141.45
4:47:38	60.24387	57.8507	32.8	139
4:50:04	60.24387	57.88494	32.8	136.75
4:52:29	59.74326	57.75189	32.8	138.7
4:54:54	59.74326	57.87988	32.9	140.2
4:57:19	59.74326	58.19694	32.9	141.45
4:59:45	60.24389	58.2859	32.9	142
5:02:10	60.24389	58.09951	32.8	142.4
5:04:35	60.24389	57.83633	32.9	142.25
5:07:00	60.24389	57.88807	32.9	142.05
5:09:26	60.24389	57.88248	32.9	141.45
5:11:51	60.24389	57.86774	32.9	140.15
5:14:16	60.24389	57.8674	32.9	138.15
5:16:41	60.24389	57.77718	33	136.4
5:19:07	59.74278	57.57203	32.9	138.05
5:21:32	59.74278	58.00502	32.8	140.55
5:23:57	60.24485	58.18154	33.2	141.5
5:26:22	60.24485	58.05419	34.3	142.65
5:28:48	60.24485	57.9762	34.6	142.55
5:31:13	60.24485	57.92155	35.1	142.1
5:33:38	60.24485	57.95747	33.9	142.6

5:36:03	60.24485	57.93849	33.1	141.95
5:38:29	60.24485	57.80606	32.6	139.8
5:40:54	60.24485	57.60757	32.4	137.4
5:43:19	59.74422	57.42793	32.4	137.15
5:45:44	59.74422	57.53334	32.5	139.45
5:48:10	59.74422	58.10718	32.6	141.75
5:50:35	60.24834	58.47335	32.6	141.2
5:53:00	60.24834	58.35084	32.6	142.9
5:55:25	60.24834	58.17402	32.7	141.95
5:57:51	60.24834	58.13004	32.7	141.2
6:00:16	60.24834	58.1492	32.9	141.7
6:02:41	60.24834	57.90875	32.9	140.25
6:05:06	60.24834	57.86504	32.9	138.85
6:07:32	59.74729	57.78025	32.9	135.2
6:09:57	59.74729	57.72988	32.9	138.8
6:12:22	59.74729	58.16291	33	140.65
6:14:47	60.24973	58.37007	33.1	141.15
6:17:13	60.24973	58.39701	33	142.8
6:19:38	60.24973	58.18472	33	142.35
6:22:03	60.24973	58.11845	33	142.25
6:24:29	60.24973	58.15985	33	141.85
6:26:54	60.24973	58.1502	33.1	141.05
6:29:19	60.24973	58.13457	33	140.7
6:31:44	60.24973	58.02569	33	137.7
6:34:10	60.24973	57.84378	33.1	136.7
6:36:35	60.24973	58.34126	33	139.1
6:39:00	60.24973	58.70081	33.1	141.3
6:41:25	60.24973	58.4311	33	142.4
6:43:51	60.24973	58.18777	33.1	143.3
6:46:16	60.24973	58.05513	33.1	143.75
6:48:41	60.24973	57.89001	33	142.95
6:51:06	60.24973	57.86702	33.1	142
6:53:32	60.24973	57.93209	33.1	141.25
6:55:57	60.24973	58.01712	33.1	140.45
6:58:22	60.24973	57.7151	33.1	137.75
7:00:47	59.74931	57.69665	33.1	138
7:03:13	59.74931	57.87341	33.1	139.8
7:05:38	59.74931	58.18014	33.1	141.2
7:08:03	60.25151	58.2698	33.1	141.5

7:10:28	60.25151	58.22198	33	141.2
7:12:54	60.25151	58.13932	33.1	141.35
7:15:19	60.25151	58.00709	33	141.15
7:17:44	60.25151	58.01537	33	141.4
7:20:09	60.25151	57.93756	33	140.7
7:22:35	60.25151	57.93992	33.1	138.6
7:25:00	60.25151	57.85595	33	136
7:27:25	59.75039	57.85316	33	138.1
7:29:50	59.75039	58.10731	33	140.8
7:32:16	60.25106	58.49626	33	142.4
7:34:41	60.25106	58.33142	33	142
7:37:06	60.25106	58.1503	33	142.5
7:39:31	60.25106	58.0068	33	141.5
7:41:57	60.25106	57.96086	33	141.95
7:44:22	60.25106	57.49948	33.1	141.55
7:46:47	60.25106	57.23019	33	139.2
7:49:12	60.25106	57.58933	33	136.15
7:51:38	59.7505	57.70661	33	137.35
7:54:03	59.7505	55.98411	33	140.1
7:56:28	60.75637	58.89987	33	141.1
7:58:53	60.25013	58.05305	33	142.7
8:01:19	58.20772	56.17477	33	143.1
8:03:44	67.9243	65.41909	33	142.85
8:06:09	71.0382	67.64315	33	140.95
8:08:34	69.0129	66.48031	33.1	134.2
8:11:00	65.93681	63.45691	33.2	136.7
8:13:25	64.41205	62.42675	33.5	139.05
8:15:50	64.41205	62.5412	33.6	141.8
8:18:15	64.91519	62.95117	33.8	142.65
8:20:41	64.91519	63.07573	33.9	142.05
8:23:06	64.91519	62.69973	33.9	142.8
8:25:31	64.91519	62.8689	33.9	142.45
8:27:56	64.91519	62.92723	33.9	141.65
8:30:22	64.91519	62.67481	33.9	139.7
8:32:47	64.91519	62.63253	33.9	136.8
8:35:12	64.415	62.48492	33.9	137.85
8:37:37	64.415	62.86057	33.9	139.25
8:40:03	64.91913	63.31147	33.9	141.8
8:42:28	65.41964	63.54537	33.8	141.3

8:44:53	65.41964	63.51577	33.8	142.8
8:47:18	65.41964	63.27258	33.8	142.25
8:49:44	65.41964	63.12598	33.8	142.3
8:52:09	65.41964	63.13438	33.8	141.35
8:54:34	64.91947	63.06112	33.8	140.15
8:56:59	64.91947	62.92286	33.8	138.7
8:59:25	64.91947	62.70835	33.9	135.55
9:01:50	64.41869	62.6068	33.8	137.35
9:04:15	64.92072	63.11169	33.8	139.2
9:06:40	65.42213	63.3939	33.9	141.15
9:09:06	65.42213	63.60675	33.9	142.65
9:11:31	65.42213	63.28422	33.8	142.8
9:13:56	65.42213	63.2354	33.9	142.25
9:16:21	65.42213	63.06276	33.8	142.8
9:18:47	65.42213	63.14949	33.9	141.75
9:21:12	64.92141	63.05345	33.9	139.45
9:23:37	64.92141	62.8768	33.9	136.5
9:26:02	64.92141	62.62271	34	136.4
9:28:28	64.4197	62.83738	33.9	139.85
9:30:53	64.92	63.30789	34	140.8
9:33:18	65.42429	63.66075	34	141.3
9:35:43	65.42429	63.65194	33.9	142.75
9:38:09	65.42429	63.32032	34	142.4
9:40:34	65.42429	63.15425	33.9	141.1
9:42:59	64.92414	63.07784	34	141.2
9:45:25	64.92414	62.92296	34.1	140.95
9:47:50	64.92414	62.95438	34.1	138.85
9:50:15	64.92414	62.81035	34.1	135.45
9:52:40	64.92414	62.70335	34.1	138.55
9:55:06	64.92414	63.25467	34	140.6
9:57:31	64.92414	63.39546	34.1	141.9
9:59:56	65.42696	63.33354	34	142.75
10:02:21	65.42696	63.18073	34	142.75
10:04:47	65.42696	63.18764	34	142
10:07:12	64.92474	63.08017	34.1	141.45
10:09:37	64.92474	63.12735	34.1	140.25
10:12:02	64.92474	63.12335	34.1	138.9
10:14:28	64.92474	62.97117	34.1	135.2
10:16:53	64.42406	62.76396	34.1	137.7



10:19:18	64.42406	63.0646	34.1	139.05
10:21:43	64.92679	63.56617	34.1	140.1
10:24:09	65.42719	63.79103	34.1	141.1
10:26:34	65.42719	63.67065	34.1	142.8
10:28:59	65.42719	63.47178	34.1	142.9
10:31:24	65.42719	63.33326	34	141.45
10:33:50	64.92687	63.26317	34.1	141.25
10:36:15	64.92687	63.1977	34.1	139.35
10:38:40	64.92687	63.10622	34.1	136.8
10:41:05	64.92687	62.8863	34.1	135.75
10:43:31	64.92687	62.92826	34.1	138.6
10:45:56	64.92687	63.34334	34.1	140.55
10:48:21	65.42691	63.72963	34.1	141.7
10:50:46	65.42691	63.73528	34.1	142.55
10:53:12	65.42691	63.59164	34.1	142.45
10:55:37	65.42691	63.30259	34.1	142.1
10:58:02	64.92603	63.14656	34.1	141.1
11:00:27	64.92603	63.13237	34.1	141.9
11:02:53	64.92603	63.0084	34	139.75
11:05:18	64.92603	62.90439	34.1	135.6
11:07:43	64.42397	62.59233	34.1	136
11:10:08	64.42397	62.96514	34.3	139.8
11:12:34	64.92808	63.51774	34.9	140
11:14:59	65.43024	63.8292	36.9	141.85
11:17:24	65.43024	63.75296	41	142.25
11:19:49	65.43024	63.5949	43.7	142.15
11:22:15	65.43024	63.43572	43.7	142.5
11:24:40	64.92998	63.36216	43	141.05
11:27:05	64.92998	63.32067	42.2	140.25
11:29:30	64.92998	63.22172	41.2	138.7
11:31:56	64.92998	62.93093	40.5	135
11:34:21	64.42845	62.84872	40	136.65
11:36:46	64.42845	63.2308	39.6	139.5
11:39:11	65.4304	63.85678	39.2	141.9
11:41:37	65.4304	64.01929	38.8	142.95
11:44:02	65.4304	63.71381	38.5	142.75
11:46:27	65.4304	62.89592	38.1	142.35
11:48:52	65.4304	63.37294	37.9	142.3
11:51:18	64.92984	63.20295	37.7	141.15

11:53:43	64.92984	63.16039	37.6	139.55
11:56:08	64.92984	63.17241	37.5	136.25
11:58:33	64.42957	62.98416	37.2	135.35
12:00:59	64.42957	63.0606	37.2	138.4
12:03:24	64.92967	63.59569	36.9	139.65
12:05:49	65.43122	63.88691	36.8	141.7
12:08:14	65.43122	63.97527	36.7	142.85
12:10:40	65.43122	63.72527	36.6	142.35
12:13:05	65.43122	63.1648	36.6	141.95
12:15:30	65.43122	62.68798	36.6	141.75
12:17:55	64.9302	63.25454	36.5	141.25
12:20:21	64.9302	63.15306	36.6	139.2
12:22:46	64.9302	62.73916	36.4	135.15
12:25:11	64.9302	62.86513	36.4	137.05
12:27:36	64.9302	63.13812	36.4	139.5
12:30:02	64.9302	63.68982	36.3	141.3
12:32:27	65.43336	63.93039	36.3	141
12:34:52	65.43336	63.72378	36.3	142.05
12:37:17	65.43336	63.6708	36.3	142.1
12:39:43	65.43336	63.53151	36.3	141.2
12:42:08	65.43336	63.50841	36.4	141.4
12:44:33	64.93232	63.39797	36.4	139
12:46:58	64.93232	63.22345	36.4	137.8
12:49:24	64.93232	63.006	36.4	135.85
12:51:49	64.43098	63.0881	36.4	138.35
12:54:14	64.93372	63.6661	36.5	140
12:56:39	65.43414	63.93146	36.5	141.75
12:59:05	65.43414	64.01704	36.6	142.4
13:01:30	65.43414	63.84735	36.6	142.8
13:03:55	65.43414	63.67307	36.6	142.45
13:06:21	65.43414	63.50788	36.7	142.5
13:08:46	64.93404	63.50928	36.8	141.3
13:11:11	64.93404	63.37725	36.9	139.7
13:13:36	64.93404	63.15194	37	136.25
13:16:02	64.93404	62.95403	37.1	135.45
13:18:27	64.93404	63.19487	37.2	138.05
13:20:52	64.93404	63.6085	38.1	140.2
13:23:17	65.43454	63.85868	40.3	141.15
13:25:43	65.43454	63.86646	43.6	142.5

13:28:08	65.43454	63.72313	45.6	142.75
13:30:33	65.43454	63.53968	45.6	142.55
13:32:58	65.43454	63.40143	44.2	141.05
13:35:24	65.43454	63.36922	43.1	141.35
13:37:49	64.93439	63.23133	42.4	138.5
13:40:14	64.93439	62.9912	41.6	135.35
13:42:39	64.43417	63.0001	41.1	137.3
13:45:05	64.43417	63.45055	40.8	139
13:47:30	64.93716	63.76725	40.4	141.65
13:49:55	65.43959	63.98073	40.2	141.35
13:52:20	65.43959	63.88238	39.9	142.65
13:54:46	65.43959	63.63493	39.6	142.55
13:57:11	65.43959	63.47728	39.6	142.4
13:59:36	64.93948	63.32301	39.3	141.15
14:02:01	64.93948	63.30026	39.2	139.45
14:04:27	64.93948	63.12645	39	136.35
14:06:52	64.43934	62.97455	38.9	135.45
14:09:17	64.43934	63.18739	38.8	138.65
14:11:42	64.9398	63.72111	38.7	140.95
14:14:08	65.44122	63.94957	38.7	141.8
14:16:33	65.44122	63.90023	38.7	142.65
14:18:58	65.44122	63.76296	38.7	141.5
14:21:23	65.44122	63.53873	38.5	141.85
14:23:49	64.94073	63.39117	38.7	141.35
14:26:14	64.94073	63.40654	38.6	140.3
14:28:39	61.81765	60.28492	38.7	139.9
14:31:04	57.72041	56.56099	38.7	137.35
14:33:30	67.11239	65.65492	38.8	136.75
14:35:55	71.81823	69.96992	38.9	133.4
14:38:20	71.81823	69.53402	39	135.75
14:40:45	70.80971	68.85438	39.2	138.45
14:43:11	70.80971	69.08355	39.2	141.5
14:45:36	70.80971	69.45155	39.5	142.2
14:48:01	71.31048	69.42023	39.6	143.9
14:50:26	71.31048	69.19489	39.9	144.25
14:52:52	70.80943	68.7597	40.1	143.8
14:55:17	70.30905	68.47058	40.3	143.15
14:57:42	70.30905	68.30939	40.4	141.55
15:00:07	69.80882	68.04075	40.7	138.7

15:02:33	69.30328	67.58506	40.9	135.3
15:04:58	69.30328	67.51489	41.1	137.8
15:07:23	69.30328	68.19745	41.4	139.3
15:09:48	70.31146	68.80562	41.7	140.3
15:12:14	70.31146	68.99922	42	141.9
15:14:39	70.31146	69.00984	42.3	142.2
15:17:04	70.31146	68.8416	42.6	142.55
15:19:29	70.31146	68.61339	42.9	142.9
15:21:55	70.31146	68.2254	43.2	141.15
15:24:20	70.31146	68.18025	43.6	139.25
15:26:45	69.81071	67.99215	44	137.05
15:29:10	69.81071	67.77932	44.4	136.85
15:31:36	69.81071	68.04319	44.7	138.8
15:34:01	69.81071	68.39838	45.2	139.3
15:36:26	70.31248	68.76224	45.5	140.85
15:38:51	70.31248	68.81106	45.9	141.7
15:41:17	70.31248	68.46252	46.3	141.4
15:43:42	70.31248	68.35304	46.8	141.75
15:46:07	70.31248	68.32612	47.3	140.3
15:48:32	69.81118	68.20972	47.8	138.55
15:50:58	69.81118	68.08915	48.3	137.8
15:53:23	69.81118	68.13545	48.7	138.05
15:55:48	69.81118	68.36416	49.2	139.45
15:58:13	69.81118	68.63035	49.8	140.95
16:00:39	70.31254	68.69813	50.2	140.05
16:03:04	70.31254	68.68569	50.7	140.45
16:05:29	70.31254	68.60107	51.1	140.8
16:07:54	70.31254	68.52958	51.7	140.75
16:10:20	70.31254	68.19997	52.2	139.6
16:12:45	70.31254	68.27232	52.6	138
16:15:10	69.81221	68.17303	53.1	138.65
16:17:35	69.81221	68.28444	53.6	139.75
16:20:01	69.81221	68.54356	54.1	140.15
16:22:26	69.81221	68.74026	54.5	140.5
16:24:51	69.81221	68.74868	55	140.9
16:27:17	69.81221	68.68525	55.6	140.65
16:29:42	69.81221	68.60709	56.1	140.9
16:32:07	69.81221	68.50224	56.5	140.9
16:34:32	69.81221	68.54558	56.8	139.85

16:36:58	69.81221	68.38194	57.2	139.95
16:39:23	69.81221	68.34489	57.6	139.8
16:41:48	69.81221	68.64571	58.1	140.7
16:44:13	71.33905	69.79958	58.6	139.6
16:46:39	71.84327	70.53077	58.9	139.55
16:49:04	72.34518	70.79562	59.3	139.85
16:51:29	72.34518	70.943	59.7	139.35
16:53:54	72.34518	70.98296	60.1	140.3
16:56:20	72.84855	71.23321	60.5	140.55
16:58:45	74.37424	73.07236	60.3	139.35
17:01:10	75.88745	74.36333	60.4	138.9
17:03:35	76.38902	74.90044	60.7	138.15
17:06:01	80.48026	78.97788	62.1	139.05
17:08:26	82.02172	80.47253	62.9	141.8
17:10:51	78.35936	76.39412	62.9	142.35
17:13:16	77.33376	75.17879	62.8	142.4
17:15:42	77.33376	75.62645	62.9	140.4
17:18:07	77.33376	75.40128	63.3	137.05
17:20:32	77.33376	75.53016	63.6	136.4
17:22:57	77.33376	75.72571	64.1	137.8
17:25:23	80.43543	79.36179	65.9	137.35
17:27:48	84.04633	83.22648	67.2	139.1
17:30:13	84.03901	82.54558	68.2	142.95
17:32:38	79.89224	77.74374	68	143.2
17:35:04	78.88253	77.48119	68.2	142.25
17:37:29	78.88253	77.27801	68.5	141.45
17:39:54	78.88253	77.22029	68.7	139.05
17:42:19	78.88253	77.16985	69	138.45
17:44:45	78.88253	77.20918	69.4	138.8
17:47:10	79.90257	78.168	69.8	138.15
17:49:35	80.4034	78.74493	70.1	139
17:52:00	82.44654	80.38877	70.9	140.25
17:54:26	88.23212	86.65861	72	140.6
17:56:51	91.33987	89.39163	72.6	138.4
17:59:16	92.35319	89.95731	72.7	139.15
18:01:41	90.79304	88.3988	72.7	143.25
18:04:07	85.00117	82.73048	72.3	144.05
18:06:32	82.95177	81.00001	72.2	143.25
18:08:57	82.95177	81.08113	72.1	142.25

18:11:22	82.95177	81.36307	72	139.35
18:13:48	82.95177	81.09052	72	136.95
18:16:13	82.95177	81.17828	72	138.75
18:18:38	83.45394	81.89763	72	139.2
18:21:03	84.46117	82.6529	72.1	140.2
18:23:29	84.96394	83.04684	72.4	141.55
18:25:54	85.4651	83.23804	72.8	141.4
18:28:19	85.4651	83.18263	73.2	140.9
18:30:44	85.4651	83.03094	73.8	140.35
18:33:10	84.96477	82.87353	74.4	139.95
18:35:35	84.96477	82.60424	74.9	139.1
18:38:00	84.96477	82.59404	75.3	139.8
18:40:25	84.96477	82.69586	75.4	139.05
18:42:51	84.96477	82.84489	75.6	140.4
18:45:16	84.96477	82.96948	75.6	140.4
18:47:41	84.96477	82.98344	75.6	140.15
18:50:06	84.96477	83.07034	75.6	140.65
18:52:32	85.97619	83.80421	75.5	140.75
18:54:57	85.97619	83.78006	75.5	140.65
18:57:22	85.97619	83.43417	75.5	140.1
18:59:47	85.97619	83.1382	75.6	140.05
19:02:13	85.47375	82.84907	75.8	140.2
19:04:38	85.47375	82.74674	75.9	139.15
19:07:03	84.97188	82.60378	76	139.3
19:09:28	84.97188	82.50049	76.1	139.4
19:11:54	84.97188	82.61186	76.3	139.4
19:14:19	84.97188	82.69855	76.3	140.6
19:16:44	84.97188	82.82176	76.5	140.45
19:19:09	84.97188	82.86055	76.6	140.75
19:21:35	84.97188	82.84212	76.7	140.05
19:24:00	84.97188	82.80337	76.9	139.25
19:26:25	84.97188	82.80289	76.9	140.35
19:28:50	84.97188	82.87588	77	140.35
19:31:16	84.97188	82.7513	77.3	140.2
19:33:41	84.97188	82.76728	77.4	140.15
19:36:06	84.97188	82.76283	77.4	140.8
19:38:31	84.97188	82.64744	77.4	139.35
19:40:57	84.97188	82.57381	77.7	139.9
19:43:22	84.97188	82.63897	77.8	139.15

19:45:47	84.97188	82.57294	77.8	139.5
19:48:13	84.97188	82.69856	78	140.55
19:50:38	84.97188	82.7298	77.9	140.05
19:53:03	84.97188	82.87262	78	139.3
19:55:28	84.97188	82.81322	78	139.7
19:57:54	84.97188	82.86678	78.1	140.6
20:00:19	84.97188	82.88712	78.2	140.1
20:02:44	84.97188	82.85329	78.3	139
20:05:09	84.97188	82.87747	78.5	139.1
20:07:35	84.97188	82.86427	78.5	140
20:10:00	84.97188	82.9021	78.5	139.2
20:12:25	84.97188	82.8904	78.5	140.75
20:14:50	84.97188	82.93057	78.5	140.1
20:17:16	84.97188	82.93716	78.7	139.7
20:19:41	84.97188	82.92696	78.7	140
20:22:06	84.97188	82.85704	78.8	140.55
20:24:31	84.97188	82.86486	78.9	140.1
20:26:57	84.97188	82.45088	78.9	140.4
20:29:22	84.97188	82.85465	79	140.45
20:31:47	84.97188	82.8655	79.1	140.65
20:34:12	84.97188	82.86561	79.1	139.75
20:36:38	84.97188	82.8222	79.1	140.75
20:39:03	84.97188	82.88376	79.2	140.95
20:41:28	84.97188	82.84865	79.2	139.25
20:43:53	84.97188	82.84747	79.3	140.9
20:46:19	84.97188	82.94987	79.4	140.75
20:48:44	84.97188	82.94444	79.6	140.75
20:51:09	84.97188	82.92278	79.6	139.45
20:53:34	84.97188	82.90046	79.6	139.15
20:56:00	79.11268	78.51931	79.4	139.15
20:58:25	73.77859	74.19164	77.8	139.7
21:00:50	58.01811	64.03175	77.6	139.25
21:03:15	42.95662	45.59238	78.8	139.35

# BIBLIOGRAFÍA

- [1] Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, "Física Universitaria", Vol. 1., Décimo primera edición, PEARSON EDUCATION, México, 2004.
- [2] Douglas C. Giancoli, "FÍSICA, Principios con Aplicaciones", Cuarta edición, Prentice-Hall, México, 1997.
- [3] L. Ljung, "Matlab User's Guide: System Identification Toolbox". Prentice Hall, 1988.
- [4] R. C. Dorf, "Modern Control Systems". 8va. Edición, Ed. Adisson-Weley 1988
- [5] 1. Katsuhiko Ogata, Ingeniería de Control Moderna, Prentice Hall, 2003.
- [6] Katsuhiko Ogata, Sistemas de control en tiempo discreto, Pearson Educación, 1996.
- [7] Carlos A. Smith, Armando B. Corripio, "Control Automático de Procesos, Teoría y Práctica", Primera edición, Noriega Limusa, Mexico, 1991.
- [8] Lennart Ljung & Torkled Glad, "Modeling of dynamic system", Prentice-Hall, 1994.
- [9] Ing. E.A. Ana Isabel Gutierrez Colmenares, "Sistemas de Identificación", Primera edición, Coruniversitaria, 1999.
- [10] Lennart Ljung, "System Identification: Theory for the User", Prentice-Hall, 1999.
- [11] T. Söderstrom and p. Stoica, "System Identification", Prentice Hall, 1989.
- [12] Carlos Salazar, "Identificación de Sistemas", ESPOL, 2008.
- [13] Santiago Garrido, "Identificación, Estimación y Control de Sistemas No-lineales mediante RGO", Universidad Carlos III, 1999.
- [14] Dr. Juan Carlos Gomes, "ISIS Identificación de Sistemas", <http://www.fceia.unr.edu.ar/isis/>, Fecha de consulta: 14-Feb-2011.