

# ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

## Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación

"Identificación y diseño del controlador para un sistema regulador de Temperatura dentro de un horno industrial de resistencia"

## **TESINA DE SEMINARIO**

Previo a la obtención del Título de:

# INGENIERO EN ELECTRICIDAD ESPECIALIZACIÓN ELECTRÓNICA Y AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIAL

# INGENIERO EN ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES

Presentada por: Víctor Hugo Guarochico Moreira. Mery Stefanía Morán Alvarado.

GUAYAQUIL – ECUADOR AÑO: 2011

### AGRADECIMIENTO

A Dios por darnos esta oportunidad de superarnos, al Ing. Cesar Martin por compartir con nosotros sus conocimientos, a nuestros familiares que siempre nos apoyaron para nunca rendirnos.

A todas nuestras amistades que de una u otra forma nos dieron los ánimos de continuar por este arduo camino, a todos los profesores de la universidad que gracias a sus consejos y enseñanzas nos encontramos en este punto tan importante de nuestras vidas.

## DEDICATORIA

Dedico este trabajo a Dios. A mis padres Floresmilo y Alejandrina, mis hermanos Camilo y Jorge, a todos los profesores y amigos que de una u otra forma han aportado a lograr cumplir esta meta.

Víctor Hugo Guarochico Moreira.

Dedico este trabajo a Dios. A mis padres Mery y Marco, mis hermanas Thalía y Karoline, a mis profesores y amistades por su apoyo incondicional y por ayudar a que este sueño sea realidad.

Mery Stefanía Morán Alvarado.

## TRIBUNAL DE SUSTENTACIÓN

pton

M.Sc. César Martín

PROFESOR DEL SEMINARIO

Demonda M.Sc. Dennys Cortez

PROFESOR DELEGADO

DEL DECANO

## DECLARACIÓN EXPRESA

"La responsabilidad por los hechos, ideas y doctrinas expuestas en esta tesina nos corresponden exclusivamente; y, el patrimonio intelectual de la misma, a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL"

(Reglamento de Graduación de la ESPOL).

Victo

v

Víctor Hugo Guarochico Moreira.

Mery Stefanía Morán Alvarado.

#### RESUMEN

Construir modelos para plantas y procesos reales es uno de los puntos transcendentales de la Ingeniería de control. Es muy importante simular el comportamiento real de los modelos construidos.

El diseño de un controlador, demanda del modelo de la planta que se desea controlar. El modelo matemático le permite al Ingeniero en control realizar las simulaciones pertinentes para el ajuste de los parámetros del controlador, para tener como resultado las especificaciones que satisfagan los requerimientos de producción de la planta.

En este proyecto de graduación se analiza un método para obtener el modelo de un sistema como paso previo al diseño de un controlador. Dicho sistema es un horno industrial de resistencias eléctricas.

Es necesario en todo proyecto a realizar tener las bases teóricas acerca del tema que se está desarrollando, en este caso los conocimientos de las herramientas disponibles para el diseño de entradas, sin olvidar las limitaciones que presenta el modelo al momento de diseñar señales.

Así mismo poseer la capacidad para poder diferenciar entre un análisis u otro, también conocer si una identificación ha sido satisfactoria o cuando se deben reajustar los parámetros para obtener la identificación más adecuada para la planta.

Una vez obtenida la identificación idónea de la planta, se continua con el diseño de un controlador para mejorar su rendimiento, teniendo presente al momento de implementarlo las características y limitaciones reales del sistema.

En el primer capítulo se realiza un análisis del problema, con el cual se intenta tener una mejor noción de la situación actual del proceso, y todos los factores que intervienen, así como cualquier tipo de perturbación existente.

En el segundo capítulo se analizan todas las herramientas necesarias para tener la capacidad de proponer una solución válida que tenga bases teóricas, se hará referencia a los conocimientos obtenidos durante el proceso de aprendizaje y que de alguna manera ayuden a entender un poco mejor la problemática.

En el tercer capítulo se presenta una etapa más práctica en la cual se realiza un diseño de la solución del problema que se está analizando, esta solución como ya se lo había comentado debe tener bases teóricas para poder ser aplicado a la práctica y consistirá en construir un modelo matemático basado en leyes físicas del sistema a identificar y del diseño de la señal de entrada.

En el siguiente capítulo, el cuarto, se expone la implementación de la solución con las herramientas escogidas y las consideraciones necesarias para poder llevar a cabo una buena aproximación a la realidad del proceso elegido, es decir realizar la identificación paramétrica. Se realizarán las pruebas de comprobación de la solución diseñada, para corroborar que cumpla con las expectativas y además de tener una respuesta muy similar a la de una planta real.

Por último, en el quinto capítulo, se diseña un controlador basado en las características de la planta identificada, y se corrobora la validez de dicho controlador con pruebas realizadas a la planta identificada y al modelo matemático de la planta real.

# ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTO	
DEDICATORIA	
TRIBUNAL DE SUSTENTACIÓN	IV
DECLARACIÓN EXPRESA	v
RESUMEN	vi
ÍNDICE GENERAL	VIII
ABREVIATURAS	xvı
ÍNDICE DE FIGURAS	XVII
ÍNDICE DE TABLAS	XXIII
INTRODUCCIÓN	XXIV

1. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO A IDENTIFICAR	1
1.1 DESCRIPCIÓN, BOSQUEJO Y RAZONES DEL CONTROL DEL SISTEMA	2
1.2 ESTRUCTURA Y DIMENSIONES DE LA PLANTA	6
1.3 ELEMENTOS DE LA PLANTA	7
1.3.1 Carga	7
1.3.2 Ventilador	8
1.3.3 Resistencias	9
1.3.4 Sensores	9
1.3.5 Actuador	10
1.3.6 Controlador	11
1.4 MODELO DE LA PLANTA A CONSIDERAR PARA LA IDENTIFICACIÓN	11

1.5 CONTROL DE LA TEMPERATURA	13
1.5.1 Formas de control de temperatura	13
1.5.1.1 Control ON/ OFF	13
1.5.1.1.1 Ventajas del control ON/OFF	15
1.5.1.1.2 Desventajas del control ON/OFF	16
1.6 RESTRICCIONES DEL PROCESO REAL	16

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	18
2.1 TRANSFERENCIA DE CALOR	18
2.1.1 Tipos de Transferencia de calor	19
2.1.1.1 Conducción	19
2.1.1.2 Convección	19
2.1.1.3 Radiación	20
2.2 SISTEMAS	20
2.2.1 Modelo de un sistema	21
2.2.2 Tipos de modelos	22
2.2.2.1 Modelos mentales	22
2.2.2.2 Modelos no paramétricos	22
2.2.2.3 Modelos paramétricos o matemáticos	23
2.2.2.3.1 Determinísticos o estocásticos	23
2.2.2.3.2 Dinámicos o estáticos	23
2.2.2.3.3 Continuos o discretos	24
2.2.3 Métodos de obtención de modelos	24
2.2.3.1 Modelado teórico	24
2.2.3.2 Identificación de sistemas	25
2.2.3.2.1 Desventajas	25
2.3 ECUACIONES DIFERENCIALES	26

2.3.1 Ecuaciones diferenciales ordinarias	26
2.3.2 Ecuaciones en derivadas parciales	26
2.4 TRANSFORMADA DE LAPLACE	26
2.5 FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA	28
2.6 RESPUESTAS DEL SISTEMA EN EL TIEMPO	29
2.6.1 Respuesta transitoria	29
2.6.2 Respuesta en estado estable	29
2.6.3 Polos	29
2.6.4 Ceros	30
2.7 ESTABILIDAD	30
2.8 SISTEMAS DE PRIMER ORDEN	31
2.8.1 Constante de tiempo	32
2.8.2 Tiempo de levantamiento (T <sub>r</sub> )	32
2.8.3 Tiempo de estabilización (T <sub>s</sub> )	33
2.9 SISTEMAS DE SEGUNDO ORDEN	33
2.9.1 Tiempo pico (T <sub>p</sub> )	36
2.9.2 Sobrenivel porcentual (%OS)	36
2.9.3 Tiempo de estabilización (Ts)	36
2.9.4 Tiempo de levantamiento (T <sub>r</sub> )	36
2.10 SISTEMAS DE CONTROL DISCRETO	37
2.10.1 Transformada Z	39
2.11 IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS	41
2.11.1 El proceso de identificación	41
2.11.2 Métodos de identificación	42
2.11.2.1 Métodos no paramétricos	42
2.11.2.2 Métodos paramétricos	43
2.12 TÉCNICAS DE IDENTIFICACIÓN NO PARAMÉTRICA	43
2.12.1 Identificación no paramétrica en el dominio del tiempo	43
2.12.2 Identificación no paramétrica en el dominio de la frecuencia	44
2.13 TÉCNICAS DE IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA	44

2.13.1 Tipos de modelos paramétricos	45
2.13.2 Métodos para ajustes de parámetros	48
2.13.2.1 Errores de predicción o residuos del modelo	49
2.13.2.2 Regresión Lineal	49
2.13.2.3 Método de mínimos cuadrados (LSE)	49
2.14 DISEÑO DE LA SEÑAL DE ENTRADA	50
2.14.1 Señal Pseudo aleatoria binaria	50
2.14.1.1 Autocovarianza de la función PRBS:	51
2.14.1.2 Variables de diseño PRBS	52
2.14.1.3 Guías para diseño PRBS	54
2.15 PROGRAMAS DE SIMULACIÓN	54
2.15.1 MATLAB	54
2.15.2 SIMULINK	55
2.15.3 ToolBox	56

3. DISEÑO DE LA SOLUCIÓN	57
3.1 MODELADO MATEMÁTICO DE LA PLANTA	
3.1.1 Potencia de entrada	58
3.1.2 Potencia de salida	59
3.1.3 Pérdidas	60
3.1.3.1 Transferencia de calor a través de las paredes	61
3.1.4 Potencia acumulada en el sistema	62
3.2 DATOS REALES	64
3.3 DISEÑO DEL MODELO MATEMÁTICO EN SIMULINK	65
3.4 VALIDACIÓN ENTRE EL PROCESO REAL Y EL MODELADO	67
3.5 OBTENCIÓN DE LA DINÁMICA GENERAL DEL SISTEMA	71
3.6 DISEÑO DE LA SEÑAL DE ENTRADA	75

3.6.1 Parámetros para el diseño de la señal PRBS	76
3.6.2 Obtención del tiempo de muestreo	77
3.6.3 Programa que construye la señal de entrada PRBS	79
3.7 PROCEDIMIENTO A UTILIZAR PARA EL DISEÑO Y VALIDACIÓN DE VARIAS	
SEÑALES PRBS	81
3.7.1 Diseño y validación de la señal PRBS con $n_r = 8$	87
3.7.2 Diseño y validación de la señal PRBS con $n_r = 7$	92
3.7.3 Diseño y validación de la señal PRBS con $n_r = 6$	97
3.7.4 Diseño y validación de la señal PRBS con $n_r = 5$	102
3.8 COMPARACIÓN DE LAS DIFERENTES SEÑALES PRBS	107
3.8.1 Análisis de correlación con CRA (respuesta al impulso)	107
3.8.2 Análisis de correlación con ident (respuesta al escalón)	107
3.8.3 Análisis espectral con ident (respuesta de frecuencia)	108
3.8.4 Análisis de la señal PRBS escogida	109

4. IDENTIFICACIÓN Y VALIDACIÓN DE LOS MODELOS	112
4 1 RESPUESTA DEL SISTEMA	112
4.2 OBTENCIÓN Y TRATAMIENTO DE LOS DATOS	
4.2.1 Perturbaciones de alta frecuencia	114
4.2.2 Datos erróneos (Bursts y/o outliers ocasionales)	115
4.2.3 Drift, offset y perturbaciones de baja frecuencia	116
4.3 HERRAMIENTA PARA LA IDENTIFICACIÓN	117
4.4 PROCESO DE LA IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS	119
4.6 ANÁLISIS CON DIFERENTES MODELOS DE IDENTIFICACIÓN	120
4.6.1 Análisis con el Modelo ARX	125
4.6.1.1 Características del modelo ARX342	
4.6.1.1.1 Kespuesta a una entrada paso	129

4.6.1.1.2 Respuesta de frecuencia	130
4.6.1.1.3 Análisis de residuos	130
4.6.1.1.4 Simulación con el modelo ARX342	131
4.6.2 Análisis con el Modelo ARMAX	132
4.6.2.1 Características del modelo AMX3232	135
4.6.2.1.1 Respuesta a una entrada paso	135
4.6.2.1.2 Respuesta de frecuencia	136
4.6.2.1.3 Análisis de residuos	137
4.6.2.1.4 Simulación con el modelo AMX3232	138
4.6.3 Análisis con el Modelo OE	138
4.6.3.1 Características del modelo OE122	141
4.6.3.1.1 Respuesta a una entrada paso	142
4.6.3.1.2 Respuesta de frecuencia	142
4.6.3.1.3 Análisis de residuos	143
4.6.3.1.4 Simulación con el modelo OE122	144
4.6.4 Análisis con el Modelo BJ	145
4.6.4.1 Características del modelo BJ12222	148
4.6.4.1.1 Respuesta a una entrada paso	148
4.6.4.1.2 Respuesta de frecuencia	149
4.6.4.1.3 Análisis de residuos	150
4.6.4.1.4 Simulación con el modelo OE122	151
4.7 ANÁLISIS A LOS DIFERENTES MODELOS DE IDENTIFICACIÓN	152
4.8 COMPARACIÓN ENTRE LOS MODELOS ESTIMADOS ELEGIDOS	153
4.8.1 ARX VS ARMAX	153
4.8.1.1 Selección del orden de los coeficientes	153
4.8.1.2 Análisis residual	153
4.8.1.3 Simulación	153
4.8.1.4 Respuesta a una entrada paso	153
4.8.1.5 Respuesta de frecuencia	154
4.8.1.6 Comentarios generales	154

4.8.2 OE VS BJ	154
4.8.2.1 Selección del orden de los coeficientes	154
4.8.2.2 Análisis residual	154
4.8.2.3 Simulación	154
4.8.2.4 Respuesta a una entrada paso	154
4.8.2.5 Respuesta de frecuencia	155
4.8.2.6 Comentarios generales	155
4.9 ELECCIÓN Y ANÁLISIS DEL MODELO DE LA PLANTA	

5. DIS	EÑO DEL CONTROLADOR Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	159
5.1 [	DISEÑO DEL ACTUADOR	159
5.	1.1 Controladores de corriente alterna	160
	5.1.1.1 Principio de control todo o nada	162
	5.1.1.2 Principio de control de ángulo de fase	163
5.	1.2 Elección y simulación del actuador	165
5.2 [	DISEÑO DEL CONTROLADOR	169
5.	2.1 Respuesta del modelo estimado a una entrada paso en lazo	
ab	pierto	171
5.	2.2 Respuesta de frecuencia (diagrama de bode) del modelo estim	ado
er	n lazo abierto	172
5.	2.3 Diagrama de Nyquist	174
5.	2.4 Análisis del modelo estimado en lazo cerrado	175
5.	2.5 Tipos de controladores y parámetros a utilizar	176
	5.2.5.1 Control proporcional (P)	176
	5.2.5.2 Control proporcional integral (PI)	177
	5.2.5.3 Control proporcional integral derivativo (PID)	177
5.	2.6 Diseño del controlador PI	178

5.2.7 Simulación modelo estimado con controlador PI (sin ruido)	187
5.2.8 Simulación modelo estimado con controlador PI (con ruido)	188
5.2.9 Pruebas al controlador PI	189
5.2.9.1 Respuesta ante una perturbación	190
5.2.9.2 Variación del Set Point (Robustez del Controlador)	193
5.3 VALIDACIÓN DEL CONTROLADOR EN EL MODELO MATEMÁTICO DE LA PLANTA .	194
5.4 FUNCIONES DE TRANSFERENCIA DE TODO EL SISTEMA IDENTIFICADO	195
5.5 EQUIPOS NECESARIOS PARA IMPLEMENTACIÓN	200
5.6 BENEFICIOS DE IDENTIFICAR EN LAZO ABIERTO	201

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### APÉNDICE

### BIBLIOGRAFÍA

# ABREVIATURAS

ARIMA	Auto-Regressive Integrated Moving Average
ARMAX	Auto-Regressive Moving Average with eXogenous inputs
ARX	Auto-Regressive with eXogenous inputs
BJ	Box Jekins
OE	Output error
°C	Grados Centígrados
SP	Set point
PI	Controlador Integral
Р	Controlador proporcional
PD	Controlador Derivativo
PID	Controlador Proporcional Integral Derivativo
PRBS	Secuencia Pseudo Aleatoria Binaria
Tsw	Tiempo de conmutación

# ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1.1 HORNO INDUSTRIAL DE RESISTENCIA ELÉCTRICA	2
FIGURA 1.2 BOSQUEJO GENERAL DE LA PLANTA	4
FIGURA 1.3 CONJUNTO NÚCLEO-BOBINA	8
FIGURA 1. 4 CONFIGURACIÓN DE LAS RESISTENCIAS CALEFACTORAS	9
FIGURA 1.5 TERMOPAR TIPO J	.10
FIGURA 1.6 CONTROLADOR PRELECTRONICS 5714	.11
FIGURA 1.7 SIMPLIFICACIÓN DE LA PLANTA REAL PARA EL MODELADO	12
FIGURA 1. 8 CONTROLADOR ON/OFF CON BANDA DIFERENCIAL	14
FIGURA 1. 9 CONTROL ON/OFF EN UN SISTEMA DE LAZO CERRADO	.15
FIGURA 2. 1 TIPOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR	.18
FIGURA 2. 2 SISTEMA DINÁMICO CON ENTRADA U(T), PERTURBACIÓN E(T) Y SALIDA	
Y(T)	.21
FIGURA 2.3 BLOQUE FUNCIONAL QUE DESCRIBE LA TRANSICIÓN DE R(T) Y C(T)	.28
FIGURA 2.4 POLOS Y CEROS DE UNA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA	30
FIGURA 2.5 BLOQUE FUNCIONAL DE UN SISTEMA DE PRIMER ORDEN	31
FIGURA 2.6 PARÁMETROS DE LA RESPUESTA ESCALÓN DE UN SISTEMA DE PRIMER	
ORDEN	.33
FIGURA 2.7 TIPOS DE RESPUESTA DE UN SISTEMA DE SEGUNDO ORDEN	.35
FIGURA 2.8 BLOQUE FUNCIONAL DE UN SISTEMA DE SEGUNDO ORDEN	35
FIGURA 2.9 PARÁMETROS DE LA RESPUESTA ESCALÓN DE UN SISTEMA DE SEGUNDO	)
ORDEN	.37
FIGURA 2.10 REPRESENTACIÓN DE UNA SEÑAL DISCRETA EN EL TIEMPO	37
FIGURA 2.11 REPRESENTACIÓN DE UNA SEÑAL DISCRETA PRODUCTO DEL MUESTRE	0
DE UNA SEÑAL CONTINUA	.38
FIGURA 2.12 DIAGRAMA DE BLOQUES DE UN SISTEMA DE CONTROL DISCRETO	.38
FIGURA 2.13 DIAGRAMA DE BLOQUES DE LA TABLA 2.2	48

FIGURA 2.14 SEÑAL PSEUDO ALEATORIA BINARIA PRBS PARA TMUESTREO = 1,
TSW= 3 Y MAGNITUD = $\pm 1$ . UN CICLO DEMORA 45 MINUTOS
FIGURA 2.15 AUTOCOVARIANZA DE LA FUNCIÓN PRBS
FIGURA 2.16 EL ESPECTRO DE POTENCIA DE UNA SEÑAL PRBS52
FIGURA 3.1 COMPORTAMIENTO DE LA TEMPERATURA DEL HORNO A LO LARGO DEL
TIEMPO
FIGURA 3.2 SIMULACIÓN DE LA PLANTA - SIMULINK
FIGURA 3.3 BLOQUE PLANTA - SIMULINK
FIGURA 3.4 SIMULACIÓN DE LA PLANTA – SIMULINK PARA VALIDAR EL MODELO
MATEMÁTICO
FIGURA 3.5 GRÁFICA TEMPERATURA VS TIEMPO DEL PROCESO MODELADO Y REAL
(МатLав)70
FIGURA 3.6 GRÁFICA TEMPERATURA VS TIEMPO DEL PROCESO MODELADO Y REAL
(EXCEL)
FIGURA 3.7 RESPUESTA A ENTRADA PASO EN LAZO ABIERTO – PLANTA SIMULADA72
FIGURA 3.8 VENTANA DE BIENVENIDA AL PROGRAMA INPUT DESIGNGUI80
FIGURA 3.9 GRAFICA USADA PARA EL DISEÑO DE SEÑALES80
FIGURA 3.10 SIMULACIÓN DE LA PLANTA CON LA SEÑAL DE ENTRADA PRBS
FIGURA 3.11 INTERFAZ DE LA HERRAMIENTA SYSTEM IDENTIFICATION
FIGURA 3.12 IMPORTAR DATOS
FIGURA 3.13 DATOS ENTRADA-SALIDA CON SEÑAL PRBS (NR = 8)
FIGURA 3.14 FUNCIÓN CRA DE DATOS ENTRADA-SALIDA CON SEÑAL PRBS (NR = 8).89
FIGURA 3.15 PARÁMETROS DEL ANÁLISIS DE CORRELACIÓN CON SEÑAL PRBS (NR =
8)
FIGURA 3.16 RESPUESTA DEL ANÁLISIS DE CORRELACIÓN CON SEÑAL PRBS (NR =
8)
FIGURA 3.17 PARÁMETROS DEL ANÁLISIS ESPECTRAL CON SEÑAL PRBS (NR = 8)91
FIGURA 3.18 RESPUESTA DEL ANÁLISIS ESPECTRAL CON SEÑAL PRBS (NR = 8) 91
FIGURA 3 19 DATOS ENTRADA-SALIDA CON SEÑIAL PRES (NR $-7$ ) 93

FIGURA 3.20 FUNCIÓN CRA DE DATOS ENTRADA-SALIDA CON SEÑAL PRBS (NR = 7).9
FIGURA 3.21 PARÁMETROS DEL ANÁLISIS DE CORRELACIÓN CON SEÑAL PRBS (NR =
7)9
FIGURA 3.22 RESPUESTA DEL ANÁLISIS DE CORRELACIÓN CON SEÑAL PRBS (NR =
7)9
FIGURA 3.23 PARÁMETROS DEL ANÁLISIS ESPECTRAL CON SEÑAL PRBS (NR = 7)9
FIGURA 3.24 RESPUESTA DEL ANÁLISIS ESPECTRAL CON SEÑAL PRBS (NR = 7)9
FIGURA 3.25 DATOS ENTRADA-SALIDA CON SEÑAL PRBS (NR = 6)9
FIGURA 3.26 FUNCIÓN CRA DE DATOS ENTRADA-SALIDA CON SEÑAL PRBS (NR = 6).9
FIGURA 3.27 PARÁMETROS DEL ANÁLISIS DE CORRELACIÓN CON SEÑAL PRBS (N <sub>R</sub> =
6)10
FIGURA 3.28 RESPUESTA DEL ANÁLISIS DE CORRELACIÓN CON SEÑAL PRBS (NR =
6)10
FIGURA 3.29 PARÁMETROS DEL ANÁLISIS ESPECTRAL CON SEÑAL PRBS (NR = 6)10
FIGURA 3.30 RESPUESTA DEL ANÁLISIS ESPECTRAL CON SEÑAL PRBS (NR = 6)10
FIGURA 3.31 DATOS ENTRADA-SALIDA CON SEÑAL PRBS (NR = 5)10
FIGURA 3.32 FUNCIÓN CRA DE DATOS ENTRADA-SALIDA CON SEÑAL PRBS (NR = 5)10
FIGURA 3.33 PARÁMETROS DEL ANÁLISIS DE CORRELACIÓN CON SEÑAL PRBS (NR =
5)10
FIGURA 3.34 RESPUESTA DEL ANÁLISIS DE CORRELACIÓN CON SEÑAL PRBS (NR =
5)10
FIGURA 3.35 PARÁMETROS DEL ANÁLISIS ESPECTRAL CON SEÑAL PRBS (NR = 5)10
FIGURA 3.36 RESPUESTA DEL ANÁLISIS ESPECTRAL CON SEÑAL PRBS (NR = 5)10
FIGURA 3. 37 SEÑAL PRBS ESCOGIDA10
FIGURA 3.38 PARÁMETROS DE LA SEÑAL PRBS DISEÑADA10
FIGURA 3.39 FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN DE LA SEÑAL PRBS ESCOGIDA11
FIGURA 3.40 ESPECTRO DE POTENCIA DE LA SEÑAL PRBS ESCOGIDA11
FIGURA 4.1 RESPUESTA DEL SISTEMA A LA SEÑAL DE ENTRADA PRBS 11

FIGURA 4.1 RESPUESTA DEL SISTEMA A LA SEÑAL DE ENTRADA PRBS	113
FIGURA 4.2 DATOS DE ENTRADA-SALIDA PRETRATADOS	118

FIGURA 4.3 DATOS DE ENTRADA-SALIDA DESTINADOS A LA IDENTIFICACIÓN Y
VALIDACIÓN119
FIGURA 4.4 PROCESO DE IDENTIFICACIÓN PARA LA OBTENCIÓN DE UN MODELO
MATEMÁTICO120
FIGURA 4.5 FLUJOGRAMA DE IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA121
FIGURA 4.6 PARÁMETROS DE LA ESTRUCTURA ARX126
FIGURA 4.7 SALIDA DEL MODELO ARX342 (VALIDACIÓN)128
FIGURA 4.8 ARX ORDER SELECTION
FIGURA 4.9 RESPUESTA A UNA ENTRADA PASO ARX342129
FIGURA 4.10 RESPUESTA DE FRECUENCIA ARX342130
FIGURA 4.11 ANÁLISIS DE RESIDUOS ARX342131
FIGURA 4.12 SIMULACIÓN Y RESPUESTA A UNA ENTRADA ESCALÓN DEL MODELO
ARX342132
FIGURA 4.13 PARÁMETROS DE LA ESTRUCTURA ARMAX133
FIGURA 4.14 SALIDA DEL MODELO AMX3232 (VALIDACIÓN)135
FIGURA 4.15 RESPUESTA A UNA ENTRADA PASO AMX3232136
FIGURA 4.16 RESPUESTA DE FRECUENCIA AMX3232136
FIGURA 4.17 ANÁLISIS DE RESIDUOS ARX342137
FIGURA 4.18 SIMULACIÓN Y RESPUESTA A UNA ENTRADA ESCALÓN (MODELO
AMX3232)138
FIGURA 4.19 PARÁMETROS DE LA ESTRUCTURA OE140
FIGURA 4.20 SALIDA DEL MODELO OE122 (VALIDACIÓN)141
FIGURA 4.21 RESPUESTA A UNA ENTRADA PASO OE122142
FIGURA 4.22 RESPUESTA DE FRECUENCIA OE122143
FIGURA 4.23 ANÁLISIS DE RESIDUOS OE122144
FIGURA 4.24 SIMULACIÓN Y RESPUESTA A UNA ENTRADA PASO DEL MODELO OE122145
FIGURA 4.25 PARÁMETROS DE LA ESTRUCTURA BJ146
FIGURA 4.26 SALIDA DEL MODELO BJ12222 (VALIDACIÓN)148
FIGURA 4.27 RESPUESTA A UNA ENTRADA PASO BJ12222149
FIGURA 4.28 RESPUESTA DE FRECUENCIA BJ12222149

XX

FIGURA 4.30 SIMULACIÓN Y RESPUESTA A UNA ENTRADA PASO DEL MODELO
BJ12222151
FIGURA 5.1 CLASIFICACIÓN DE LOS CONTROLADORES DE CORRIENTE ALTERNA161
FIGURA 5.2 PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DEL CONTROL TODO O NADA162
FIGURA 5.3 PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DEL CONTROL DE ÁNGULO DE FASE164
FIGURA 5.4 CONTROLADOR DE CORRIENTE ALTERNA TRIFÁSICO BIDIRECCIONAL CON
CARGA RESISTIVA EN DELTA165
FIGURA 5.5 CONTROLADOR DE CORRIENTE ALTERNA TRIFÁSICO BIDIRECCIONAL CON
CARGA RESISTIVA EN DELTA. TERMINALES EN LA CARGA ACCESIBLES166
FIGURA 5.6 SEÑAL INTERNA DEL CIRCUITO DE CONTROL TODO O NADA167
FIGURA 5.7 DIENTE DE SIERRA Y SEÑAL DEL CONTROLADOR
FIGURA 5.8 SIMULACIÓN DEL ACTUADOR169
FIGURA 5.9 BLOQUE DE GANANCIA PARA LA REFERENCIA170
FIGURA 5.10 BLOQUE SENSOR DE TEMPERATURA171
FIGURA 5.11 SIMULACIÓN DEL MODELO ESTIMADO EN LAZO ABIERTO171
FIGURA 5.12 RESPUESTA A UNA ENTRADA PASO EN LAZO ABIERTO172
FIGURA 5.13 RESPUESTA DE FRECUENCIA EN LAZO ABIERTO173
FIGURA 5.14 DIAGRAMA DE NYQUIST EN LAZO ABIERTO
FIGURA 5.15 MODELO ESTIMADO EN LAZO CERRADO
FIGURA 5.16 RESPUESTA A UNA ENTRADA PASO EN LAZO CERRADO175
FIGURA 5.17 INTERFAZ SISOTOOL
FIGURA 5.18 LUGAR DE LAS RAÍCES EN LAZO ABIERTO180
FIGURA 5.19 DIAGRAMA DE BODE EN LAZO ABIERTO181
FIGURA 5.20 ELECCIÓN DE LA ESTRUCTURA DEL LAZO182
FIGURA 5.21 INGRESO DE VALORES DEL LAZO
FIGURA 5.22 RESPUESTA A UNA ENTRADA PASO EN LAZO CERRADO
FIGURA 5.23 COMPENSATOR EDITOR, PARÁMETROS DEL CONTROLADOR PI184
FIGURA 5.24 TRAYECTORIA DE LAS RAÍCES CON EL CONTROLADOR PI185

FIGURA 4.29 ANÁLISIS DE RESIDUOS BJ12222.....150

FIGURA 5.25 DIAGRAMA DE BODE CON EL CONTROLADOR PI
FIGURA 5.26 RESPUESTA A UNA ENTRADA PASO CON EL CONTROLADOR PI186
FIGURA 5.27 SIMULACIÓN MODELO ESTIMADO CONTINUO CON CONTROL PI187
FIGURA 5.28 RESPUESTA DEL MODELO ESTIMADO CONTINUO CON CONTROL PI188
FIGURA 5.29 SIMULACIÓN MODELO ESTIMADO CONTINUO (CON RUIDO) CON
CONTROL PI188
FIGURA 5.30 RESPUESTA DEL MODELO ESTIMADO CONTINUO (CON RUIDO) CON
CONTROL PI189
FIGURA 5.31 SIMULACIÓN DE LA RESPUESTA A UNA PERTURBACIÓN190
FIGURA 5.32 RESPUESTA DEL MODELO A UNA PERTURBACIÓN (CONTROL PI)191
FIGURA 5.33 SIMULACIÓN DE LA RESPUESTA A UNA PERTURBACIÓN192
FIGURA 5.34 RESPUESTA DEL MODELO A UNA PERTURBACIÓN (CONTROL PI)192
FIGURA 5.35 VARIACIÓN DEL SET POINT
FIGURA 5.36 RESPUESTA ANTE VARIACIÓN DEL SET POINT
FIGURA 5.37 IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR PI EN EL MODELO MATEMÁTICO
DE LA PLANTA194
FIGURA 5.38 RESPUESTA DEL MODELO MATEMÁTICO CON CONTROLADOR PI195
FIGURA 5. 39 MODELO ESTIMADO CONTROLADO EN TIEMPO CONTINUO195
FIGURA 5.40 MODELO ESTIMADO CONTROLADO EN TIEMPO DISCRETO197
FIGURA 5. 41 RESPUESTA DEL MODELO ESTIMADO CONTROLADO EN TIEMPO
DISCRETO

# ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 2. 1 TRANSFORMADA DE LAPLACE DE FUNCIONES COMUNES	27
TABLA 2.2 DIFERENTES ESTRUCTURAS DE MODELOS PARAMÉTRICOS	47

TABLA 3.1 CUADRO COMPARATIVO DE LAS DIFERENTES SEÑALES PRBS DISEÑADAS108

TABLA 4.1 SIGNIFICADO DE VARIABLES – IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA    12	22
TABLA 4.2 APROXIMACIONES DE RESPUESTAS OBTENIDAS CON MODELOS ARX12	27
TABLA 4.3 MODELO ARX ESCOGIDO 12	27
TABLA 4.4 APROXIMACIONES DE RESPUESTAS OBTENIDAS CON MODELOS ARMAX.13	34
TABLA 4.5 MODELO ARMAX ESCOGIDO13	34
TABLA 4.6 APROXIMACIONES DE RESPUESTAS OBTENIDAS CON MODELOS OE14	10
TABLA 4.7 MODELO OE ESCOGIDO14	11
TABLA 4.8 APROXIMACIONES DE RESPUESTAS OBTENIDAS CON MODELOS BJ14	17
TABLA 4.9 MODELO BJ ESCOGIDO14	17
TABLA 4.10 ANÁLISIS ENTRE MODELOS ESTIMADOS ELEGIDOS	52

# INTRODUCCIÓN

El objetivo de todo proceso industrial es la obtención de un producto final que cumpla con las especificaciones y niveles de calidad exigidos por el mercado. Esta constancia en las propiedades del producto puede ser posible gracias a un control de las condiciones de operación, debido a que tanto la alimentación al proceso como las condiciones del entorno son variables en el tiempo.

A medida que ha transcurrido el tiempo el control se ha convertido en una base fundamental para la industria, en estos últimos diez años ha alcanzado un nivel muy significativo de aceptabilidad en aplicaciones prácticas industriales. La misión del sistema de control de proceso es corregir las desviaciones surgidas en las variables del proceso respecto de unos valores determinados, que se consideran óptimos para conseguir las propiedades requeridas en el producto producido.

El sistema de control permite realizar el proceso de una manera más sencilla y fiable, al encargarse de obtener unas condiciones de operación estables, y corregir toda desviación que se pudiera producir en ellas respecto a los valores de ajuste. Las principales características que se deben lograr en un sistema de control son mantener el sistema estable, independiente de perturbaciones, y conseguir las condiciones de operación del proceso.

En un proceso se pueden tener varias entradas y varias salidas o también una sola entrada y una sola salida como es nuestro caso, además de perturbaciones, que deben ser consideradas al modelar un proceso industrial, para poder representar una estimación de la planta más cercana a la realidad. Al momento de diseñar un sistema de control es indispensable conocer y entender la dinámica de la planta. Una de las etapas transcendentales en el diseño de la planta es la identificación de la misma, porque con ésta el modelo tendrá el comportamiento exacto del proceso. Para modelar un sistema de control se debe describir por medio de ecuaciones matemáticas la relación de la variable de salida, variable que se desea controlar, con la entrada del sistema.

La identificación de sistemas consiste en tratar al sistema como una caja negra y excitarlo con varias señales de entrada y observar el comportamiento del mismo, es decir, las salidas producidas por las múltiples entradas de prueba.

El trabajo que se presenta es la identificación de sistema del proceso para regular la temperatura del horno industrial de resistencias, en el que se calientan transformadores eléctricos para recuperar las propiedades que perdieron al momento de su elaboración. Se usará el modelamiento matemático virtual porque no se dispone de la planta para hacer las pruebas necesarias para obtener la identificación de la misma y es importante mencionar que el enfoque de este trabajo está en la identificación de la planta más no en el modelado de la misma.

Los objetivos del presente trabajo se pueden listar de la siguiente manera:

- Aplicar conocimientos académicos adquiridos a los largo de la carrera y del seminario.
- Demostrar la validez, utilidad y conveniencia de la técnica de identificación de sistemas (caja negra), aplicada a un proceso real.

- Aplicar técnicas para modelamiento y simulación de un sistema dinámico, mediante MATLAB. Dicha simulación deberá ser lo más semejante posible a la planta real.
- Diseñar un controlador para el modelo identificado, y aplicarlo al modelo matemático, tal como si fuera la planta real.

Es importante acotar que el modelo "perfecto" reproduce la distribución de probabilidad de salidas de la planta ante cualquier entrada. Para cualquier aplicación, dicho modelo no existe: el objetivo del modelado es que las imperfecciones estén en zonas irrelevantes para la aplicación concreta, a un COSTE RAZONABLE. Este estudio previo es útil a la hora de crear una nueva planta, o hacer mejoras a una ya existente.

#### 1. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO A IDENTIFICAR

La fabricación de transformadores eléctricos tiene varias etapas, una de ellas es el secado preliminar. Este proceso consiste en introducir al conjunto activo núcleo-bobinas, a un horno eléctrico de resistencias (figura 1.1) para la deshidratación de componentes como los aislamientos: madera, papel y cartón, con el objetivo de mejorar el aislamiento del transformador eléctrico.

El proceso que se va a identificar es el que se lleva a cabo dentro del horno de resistencia para que el transformador conserve sus propiedades, en otras palabras la planta es en sí el horno y lo que se busca es la relación que existe entre la potencia ingresada al horno y la temperatura en su interior.

Para mantener una temperatura de 100°C dentro del horno se usa un controlador ON/OFF (con una banda diferencial de 80°C a 120°C), el cual trabaja con un actuador de lógica cableada, de tal manera que provee al horno de valores discretos de potencia. Uno de los objetivos como se mencionó anteriormente es diseñar un controlador continuo de tal manera de lograr con precisión una temperatura de 100°C durante el proceso de secado.



Figura 1.1 Horno industrial de resistencia eléctrica

Es my importante conocer el proceso que se va a identificar y controlar, para ello se ha dividido el análisis del mismo en los siguientes pasos:

- · Descripción, bosquejo de la planta y razones para controlar el sistema
- · Estructura y dimensiones de la planta
- · Elementos de la planta

#### 1.1 Descripción, bosquejo y razones del control del sistema

Como ya se mencionó, el proceso a identificar es un horno de resistencia que la fábrica utiliza constantemente; se necesita conocer sus variables de entrada y de salida además cuales son el actuador, el sensor y el controlador usado, para esto se realizó un levantamiento de información.

Un horno es un equipo utilizado en la industria, en los que se calientan elementos en su interior por encima de la temperatura ambiente. La manera de calentar los elementos en su interior clasifica a los hornos en diferentes tipos, nuestro proceso utiliza resistencias de tal manera que la potencia eléctrica suministrada a dichas resistencias calienta el interior del horno por el efecto Joule.

Debido a lo mencionado en el párrafo de arriba a los hornos industriales de resistencia se los nombra generalmente con la potencia que consumen, en nuestro caso el horno es de 40 kW (valor de placa), pero se midió en el proceso real que la potencia consumida por las resistencias es de aproximadamente 36 kW.

La figura 1.2 muestra un bosquejo del horno, el cual consta de paredes aisladas térmicamente, con el objeto de minimizar las pérdidas de calor a través de ellas y además de mantener en las paredes externas una temperatura en el rango de 30 a 40 °C para así evitar el riesgo de algún daño a personas que tengan contacto con el exterior horno durante el proceso de secado.

Consta también de resistencias de 4 kW, dispuestas en 3 niveles (cada nivel consta de 3 resistencias conectadas en delta), un ventilador junto a un túnel de recirculación hacen que el aire circule a través del horno de tal manera de conseguir una uniformidad de la temperatura dentro del horno y por último el panel de control donde se encuentra las conexiones de las resistencias, el ventilador y la línea, en este panel se encuentra el controlador ON/OFF y toda la lógica cableada que se necesita.



Figura 1.2 Bosquejo general de la planta

Inicialmente el horno fue diseñado para trabajar con dos niveles de resistencias y un controlador de temperatura ON/OFF PRelectronics 5714, luego se decidió adicionar un tercer nivel y con ello un nuevo controlador de temperatura ON/OFF (con un nuevo sensor) que se ocupará de este nuevo nivel.

Por lo tanto se tienen dos sensores, uno colocado en una de las paredes laterales del horno al mismo nivel de la carga (conjuntos núcleos-bobinas), y el otro colocado en el techo junto a la salida del aire para la recirculación.

Durante la toma de datos se encontró que la diferencia entre las lecturas de los sensores no pasaba de los 5°C al inicio del encendido del horno y que esta diferencia disminuía a menos de 1°C cuando la temperatura se acercaba a la región de trabajo, esto es 80°C a 120°C. Lo cual indica que se puede considerar uniforme la temperatura dentro del horno gracias a la acción del ventilador.

Ya que el objetivo es encontrar una relación entre la potencia eléctrica del horno y la temperatura dentro del horno, en lugar de analizar la lógica cableada que mantiene funcionando al horno se procedió a analizar su comportamiento, llegando a observar lo siguiente:

Se ingresa la carga al horno, esta consta de 72 conjuntos núcleosbobinas, dispuestas en una carreta de madera de dos niveles (36 en cada nivel), empieza el proceso de secado conectando los tres niveles de resistencia, esto es, se ingresa 36 kW de potencia eléctrica al horno, paralelamente se enciende el ventilador y los controladores PRelectronics.

La temperatura empieza a elevarse por encima de la temperatura ambiente, y al aumentar empieza a disminuir la diferencia entre los sensores. Cuando la temperatura llega a 60°C se desactiva un nivel de las resistencias, y cuando llega a los 80°C se desactiva otro nivel, en este punto la evolución de la temperatura es muy lenta, debido a que solo se cuenta con un nivel, se puede suponer que esto se lo realiza para que la temperatura se encuentre dentro del rango de 80°C a 120° durante el mayor tiempo posible consumiendo la menor cantidad de potencia. La etapa ON/OFF se realiza alternando los niveles pero siempre encendiendo sólo uno.

Debido a las restricciones de parte de la empresa, no se pudo realizar un mejor análisis al funcionamiento del horno, pero se logró obtener datos suficientes para realizar la identificación y el diseño de un controlador continuo que permita mantener la temperatura de 100°C durante el proceso del secado. Para esto último se tendrá que diseñar un actuador diferente al actual (lógica cableada) como por ejemplo un regulador de corriente alterna.

El tiempo que deba permanecer la carga dentro del horno dependerá de la capacidad de dicho horno de mantener la temperatura a 100°C, debido al actual control la empresa mantiene el horno encendido durante un periodo de 1 a 2 días, pero si se asegura que la temperatura del horno es de 100°C durante todo el proceso este tiempo disminuiría, mejorando la producción, por lo que es importante utilizar un sistema de control que garantice dicha temperatura.

Otra de las razones para controlar la temperatura dentro del horno, es que como la carga consta de papel y cartón, si la temperatura se eleva por encima de la temperatura de ignición (230°C) existirá perdida de materia prima.

Todo sistema esta propenso a sufrir alguna falla, por ello es importante un sistema automático que desactive a la resistencia en dicho caso, además es necesario recordar que el horno está diseñado para trabajar en ciertas condiciones, si se altera alguna de ellas se deberá analizar los efectos por ejemplo si se instala más resistencias (aumento en la potencia de entrada), se deberá asegurar que el aislamiento de las paredes todavía siga produciendo una temperatura adecuada al exterior del horno.

#### **1.2 Estructura y dimensiones de la planta**

El horno tiene las siguientes dimensiones, una base de 2.74 x 1.90 m y una altura de 3.10 m aproximadamente, el piso del horno se

encuentra aislado de la tierra mediante ladrillo aislante, las paredes tienen un espesor de 3.6 cm aproximadamente y su aislamiento esta principalmente constituido de ladrillo aislante.

En el techo se encuentra un orificio, con un diámetro de 46 cm aproximadamente, donde se conecta el túnel de recirculación el cual termina en la parte inferior de una de las paredes del horno, anteriormente se utilizaba unas resistencias dentro del túnel para calentar el aire, pero dichas resistencias fueron retiradas. Se aproxima la longitud del túnel a 1.80 m.

La carga se ingresa mediante una carreta de madera, por lo que no se la considerará en el análisis de transferencia de calor, de igual manera se considerará solamente el conjunto núcleo-bobina conformado de hierro y cobre.

#### 1.3 Elementos de la planta

De lo mencionado hasta ahora y de la figura 1.2, la planta consta de los siguientes elementos: carga, ventilador, resistencias, sensores, actuador, controlador.

#### 1.3.1 Carga

El nombre de carga se le asigna a los elementos a los cuales se desea exponer a una temperatura mayor a la temperatura ambiente, en nuestro caso esta carga consistirá en los 72 conjuntos núcleo-bobinas (figura 1.3), los cuales se considerarán en su mayoría constituidos de hierro y cobre. Existe también en la carga, la carreta de madera que las transporta, el cartón y el papel que son parte del transformador, pero se los despreciará para mayor facilidad en el momento de realizar el modelado matemático.



Figura 1.3 Conjunto núcleo-bobina

#### 1.3.2 Ventilador

El ventilador es el encargado de impulsar el aire en el tubo de recirculación con el objetivo de mantener aproximadamente uniforme la temperatura dentro del horno, esto es corroborado por la similitud entre las lecturas de los dos sensores.

El motor que acciona el ventilador es un motor de inducción trifásico de 1 hp, 60 Hz, 3320 rpm, 220YY/440Y V, 3.6/01.75 A, entre otras especificaciones que se pueden hallar en la placa.

Por simplicidad no se considerará al ventilador en el modelo, sino más bien se utilizará el hecho de la uniformidad de la temperatura gracias a la acción de éste. Se trata del elemento que provee de calor al interior del horno. Son resistencias calefactoras de 4 kW cada una dispuesta en una conexión en delta; a las resistencias conectadas en delta se les da el nombre de nivel, el horno cuenta con tres niveles.

Los niveles se conectan a la línea mediante el uso de contactores, la figura 1.4 muestra un bosquejo de dicha conexión.



Figura 1. 4 Configuración de las resistencias calefactoras

#### 1.3.4 Sensores

Para medir la temperatura dentro del horno se utilizan dos termopares tipo J cuyo rango de temperaturas es de – 100°C a + 1200°C.

Los termopares (figura 1.5) se forman cuando se unen dos metales distintos que, al calentarse, generan una fuerza electromotriz. La tensión generada es proporcional a la temperatura de unión. Se trata de una tensión pequeña; un microvoltio puede representar varios grados. La base de la medición de temperatura utilizando termopares consiste en medir la tensión de un termopar, compensar las uniones adicionales y linealizar posteriormente el resultado.

Su instalación es un poco complicada, ya que requiere una compensación fría, en nuestro caso el controlador provee dicha compensación con un sensor interno.



Figura 1.5 Termopar tipo J

#### 1.3.5 Actuador

El actuador del horno es un conjunto de contactores (temporizadores y contadores) que se encargan de la conexión y desconexión de las resistencias calefactoras así como del encendido del ventilador.

Debido a las restricciones de la empresa no se pudo realizar un diagrama de las conexiones de la lógica cableada a cargo del funcionamiento del horno, en todo caso no es indispensable para los objetivos de esta tesina.
# 1.3.6 Controlador

El controlador utilizado es el PRelectronics 5714 (figura 1.6), el cual cuenta con:

- · Indicador LED de 4 dígitos 14 segmentos
- · Entrada para mA, V, RTD, TC y potenciómetro
- · 2 relés y salida analógica
- · Alimentación de tensión universal
- · Programable mediante teclado frontal

Mayor información acerca de este controlador y de sus aplicaciones se encuentra en su hoja de especificaciones (ver apéndice).



Figura 1.6 Controlador PRelectronics 5714

# 1.4 Modelo de la planta a considerar para la identificación

Para realizar el modelo matemático de la planta, al cual se le aplicará el proceso de identificación, se utilizará una simplificación de la planta real la cual se muestra en la figura 1.7.



Figura 1.7 Simplificación de la planta real para el modelado

De modo que se considera que la entrada del sistema es la potencia eléctrica (*P*<sub>i</sub>) consumida por la resistencias, esta potencia se convierte en potencia calorífica en el aire dentro del horno ( $\mathcal{G}_{aire}$ ), en la carga ( $\mathcal{G}_{carga}$ ) y a través de las paredes ( $\mathcal{G}_{paredes}$ ), los cuales dependerán del calor especifico del aire ( $c_{aire}$ ), calor especifico de la carga ( $c_{carga}$ ) y de la conductividad térmica de la pared ( $k_{pared}$ ) respectivamente.

Como se ha mencionado anteriormente, la temperatura dentro del horno se considerará uniforme, y la temperatura del exterior constante e igual a la temperatura ambiente.

La obtención del modelo matemático de la planta se verá en el capítulo 3 donde se retomará lo dicho en esta sección y se aportará con mayor información.

#### 1.5 Control de la temperatura

Una de las razones principales para controlar la temperatura de un sistema es, la necesidad de obtener una temperatura constante en el proceso de calentamiento del transformador eléctrico, todo proceso industrial debe ser controlado para poder tener un producto final en excelente estado.

#### 1.5.1 Formas de control de temperatura

El camino más común para controlar la temperatura es mediante un controlador Todo o Nada, este tipo de controlador son los que más se usan en los procesos industriales pero aún así no es la mejor opción porque con otros tipos de controladores se podría tener una mejor eficiencia de todo el proceso.

El control de temperatura actual en el horno de resistencias, es realizado por medio de un controlador ON/OFF, es decir, estableciendo un nivel deseado de temperatura, controla el funcionamiento de las resistencias colocadas en delta, permitiendo el paso de la corriente o evitando el mismo.

# 1.5.1.1 Control ON/ OFF

El controlador Encendido/Apagado, también conocido como Todo/Nada es comúnmente utilizado en la industria de cualquier proceso. Es el tipo de controlador más sencillo de implementar en una realimentación con alta ganancia, y es el más simple para controlar un proceso. En este tipo de controlador, la salida varía entre dos posiciones extremas (todo o nada), de acuerdo si la variable del proceso es mayor o menor al set point (SP). Este controlador tiene usualmente una banda diferencial o zona neutra dentro de la cual la salida se mantiene en su valor actual. La banda diferencial permite minimizar la frecuencia de oscilación de la salida pero aumenta la amplitud de la misma. Tanto el SP como la banda diferencial son parámetros ajustables en el controlador ON/OFF.

Ejemplos de controladores todo o nada son los muy difundidos termostatos, empleados para controlar temperatura en sistemas de aire acondicionado, termos, calentadores de ambiente, etc. En la figura 1.8 se muestra un ejemplo de la acción de un controlador todo o nada con banda diferencial



Figura 1.8 Controlador ON/OFF con banda diferencial

Cuando se tiene un sistema de lazo abierto, el controlador todo o nada va a ser muy sensible a las perturbaciones del sistema. Si se tiene ya un sistema de lazo cerrado, más real, como lo muestra la figura 1.9, la respuesta se estabiliza al valor deseado en menor tiempo en comparación a un sistema de lazo abierto y así mismo las perturbaciones no afectan de una manera tan transcendental a la salida del sistema.



Figura 1.9 Control ON/OFF en un sistema de lazo cerrado

Otro ejemplo sencillo de control todo o nada se lo puede realizar con un amplificador operacional, el cual será muy sensible debido a la alta ganancia del amplificador. Con una pequeña diferencia de señales en la entrada se obtiene una salida en voltios ligeramente inferior a la tensión de alimentación.

## 1.5.1.1.1 Ventajas del control ON/OFF

El control ON/OFF es la forma más simple de controlar un proceso industrial. No es necesario conocer la dinámica del sistema. Son preferibles en controladores de realimentación a controladores a lazo abierto. Los controladores ON/OFF son una solución básica al problema del control.

## 1.5.1.1.2 Desventajas del control ON/OFF

Como es un controlador muy simple para los procesos industriales, significa que va a tener rangos limitados de comportamiento y respuestas de compromisos.

Presentan limitaciones inherentes al comportamiento del sistema y existen compromisos entre el comportamiento de la salida y el natural esfuerzo del control.

## 1.6 Restricciones del proceso real

Como la identificación de sistemas es un método experimental que tiene como objetivo llegar a un modelo en base a datos reales de cualquier proceso sobre el cual se realiza la identificación, uno de los problemas que se presenta al pretender aplicar la identificación de sistemas al control de temperatura del horno industrial de resistencias, es al momento de aplicar señales de entrada y registrar los datos de las salidas para así realizar todas las pruebas de identificación respectivas.

Por lo tanto al obtener un modelo del proceso basado en las leyes físicas que rigen la dinámica de dicho proceso, se obtendrá un modelo matemático similar al de la planta real, es decir, se obtendrá un equivalente de lo que sería trabajar con la planta real, con lo que se espera poder obtener resultados similares aproximados a la realidad. El objetivo de realizar las pruebas pertinentes al modelo matemático es predecir el comportamiento del sistema y realizar los cambios oportunos al modelo sin tener que experimentar todos esos cambios sobre la planta real, esto es muy rentable en el control de procesos, sea para la creación de la planta de un proceso o realizar mejoras a una planta ya existente.

Ahora en estos días los ingenieros en control al momento de diseñar una planta o un controlador deben asegurar que los métodos analíticos que está empleando proporcionan los resultados esperados y positivos para la finalidad del diseño y el propósito que se estableció a un inicio. Una de las técnicas para poder demostrar que la propuesta del ingeniero en control es confiable es mediante la ayuda de programas de simulación, los mismos que nos facilitan y nos acercan a la realidad.

Para llegar a tener resultados exactos o aproximados a la realidad, en este proyecto se tomarán en cuenta todos los factores importantes que contribuyen al proceso para hacer el modelado matemático más confiable, es decir, así como se usarán las leyes físicas para encontrar ecuaciones que describan la dinámica del sistema, se emplearán datos tomados de la planta real para el modelado matemático.

El objetivo es disminuir las imprecisiones en el modelo obtenido y a la vez darle una proximidad a la realidad para darle fiabilidad al modelo resultante, debido a que de un buen modelo matemático depende el éxito posterior del proceso de identificación.

# **CAPÍTULO 2**

# 2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

# 2.1 Transferencia de calor

Es un proceso por el que se intercambia energía en forma de calor entre distintos cuerpos, o entre diferentes partes de un mismo cuerpo que se encuentran a distintas temperaturas.



Figura 2. 1 Tipos de transferencia de calor

El calor se transfiere mediante convección, radiación o conducción. Aunque estos tres procesos pueden tener lugar simultáneamente, puede ocurrir que uno de los mecanismos predomine sobre los otros dos.

# 2.1.1.1 Conducción

La conducción de calor es un mecanismo de transferencia de energía térmica entre dos sistemas basado en el contacto directo de sus partículas, y que tiende a igualar la temperatura dentro de un cuerpo y entre diferentes cuerpos en contacto.

El principal parámetro dependiente del material que regula la conducción de calor en los materiales es la conductividad térmica, una propiedad física que mide la capacidad de conducción de calor o capacidad de una substancia de transferir el movimiento cinético de sus moléculas a sus propias moléculas adyacentes o a otras substancias con las que está en contacto.

# 2.1.1.2 Convección

La convección es una de las tres formas de transferencia de calor y se caracteriza porque se produce por intermedio de un fluido (aire, agua) que transporta el calor entre zonas con diferentes temperaturas. La convección se produce únicamente por medio de materiales fluidos. Estos, al calentarse, aumentan de volumen y, por lo tanto, su densidad disminuye y ascienden desplazando el fluido que se encuentra en la parte superior y que está a menor temperatura.

Lo que se llama convección en sí, es el transporte de calor por medio de las corrientes ascendente y descendente del fluido.

# 2.1.1.3 Radiación

Se denomina radiación térmica a la emitida por un cuerpo debido a su temperatura.

En lo que respecta a la transferencia de calor la radiación relevante es la comprendida en el rango de longitudes de onda de 0,1  $\mu$ m a 100  $\mu$ m, abarcando por tanto parte de la región ultravioleta, la visible y la infrarroja del espectro electromagnético.

La materia en un estado condensado (sólido o líquido) emite un espectro de radiación continuo. La frecuencia de onda emitida por radiación térmica es una densidad de probabilidad que depende solo de la temperatura.

# 2.2 Sistemas

Es toda realidad en la que interactúan variables de diferentes tipos para producir señales de salida. Las señales de salida son de interés para el observador, las señales que pueden ser manipuladas libremente por dicho observador son las entradas del mismo.

El resto de señales que influyen en la evolución de las salidas pero no pueden ser manipuladas por el observador se denominan perturbaciones.



Figura 2. 2 Sistema dinámico con entrada u(t), perturbación e(t) y salida y(t).

# 2.2.1 Modelo de un sistema

Cuando es necesario conocer el comportamiento de un sistema en unas determinadas condiciones y ante unas determinadas entradas, se puede recurrir a la experimentación sobre dicho sistema y a la observación de sus salidas. Sin embargo, en muchos casos la experimentación puede resultar compleja o incluso imposible de llevar a cabo, lo que hace necesario trabajar con algún tipo de representación que se aproxime a la realidad, y a la que se conoce como modelo. Básicamente, un modelo es una herramienta que permite predecir el comportamiento de un sistema sin necesidad de experimentar sobre él.

# 2.2.2 Tipos de modelos

Los modelos de sistemas físicos pueden ser de muy diversos tipos.

Una clasificación, en función del grado de formalismo matemático que poseen, es la que se presenta a continuación.

# 2.2.2.1 Modelos mentales

Estos modelos carecen de formalismo matemático. Para conducir un auto, por ejemplo, se requiere un modelo mental o intuitivo sobre el efecto que produce el movimiento del volante, pero no es necesario caracterizar dicho efecto mediante ecuaciones matemáticas exactas.

## 2.2.2.2 Modelos no paramétricos

Muchos sistemas quedan perfectamente caracterizados mediante un gráfico o tabla que describa sus propiedades dinámicas mediante un número no finito de parámetros.

Por ejemplo, un sistema lineal queda definido mediante su respuesta al impulso o al escalón, o bien mediante su respuesta en frecuencia.

Para aplicaciones más avanzadas, puede ser necesario utilizar modelos que describan las relaciones entre las variables del sistema mediante expresiones matemáticas como pueden ser ecuaciones diferenciales (para sistemas continuos) o en diferencias (para sistemas discretos).

En función del tipo de sistema y de la representación matemática utilizada, los sistemas pueden clasificarse en:

# 2.2.2.3.1 Determinísticos o estocásticos

Se dice que un modelo es determinístico cuando expresa la relación entre entradas y salidas mediante una ecuación exacta. Por contra, un modelo es estocástico si posee un cierto grado de incertidumbre. Estos últimos se definen mediante conceptos probabilísticos o estadísticos.

## 2.2.2.3.2 Dinámicos o estáticos

Un sistema es estático cuando la salida depende únicamente de la entrada en ese mismo instante (un resistor, por ejemplo, es un sistema estático). En estos sistemas existe una relación directa entre entrada y salida, independiente del tiempo. Un sistema dinámico es aquél en el que las salidas evolucionan con el tiempo tras la aplicación de una determinada entrada (por ejemplo, una red RC). En esta clase de sistemas, para conocer el valor actual de la salida es necesario conocer el tiempo transcurrido desde la aplicación de la entrada. Los sistemas continuos trabajan con señales continuas, y se caracterizan mediante ecuaciones diferenciales. Los sistemas discretos trabajan con señales muestreadas, y quedan descritos mediante ecuaciones en diferencias.

Todo modelo matemático o paramétrico, por tanto, consta de una o varias ecuaciones que relaciona/n la/s entrada/s y salida/s (en los modelos dinámicos la variable t -tiempo- juega también un papel primordial). De ahí que a los modelos matemáticos se les conozca más comúnmente como modelos paramétricos, ya que pueden definirse mediante una estructura y un número finito de parámetros.

# 2.2.3 Métodos de obtención de modelos

Existen algunos métodos para obtener el modelo de un sistema, pero en este caso se va a enfatizar sobre dos de ellos.

# 2.2.3.1 Modelado teórico

Se trata de un método analítico, en el que se recurre a leyes básicas de la física para describir el comportamiento dinámico de un fenómeno o proceso. Se trata de un método experimental que permite obtener el modelo de un sistema a partir de datos reales recogidos de la planta bajo estudio.

El modelado teórico tiene un campo de aplicación restringido a procesos muy sencillos de modelar, o a aplicaciones en que no se requiera gran exactitud en el modelo obtenido. En muchos casos, además, la estructura del modelo obtenido a partir del conocimiento físico de la planta posee un conjunto de parámetros desconocidos y que sólo se pueden determinar experimentando sobre el sistema real. De ahí la necesidad de recurrir a los métodos de identificación de sistemas.

## 2.2.3.2.1 Desventajas

Los modelos obtenidos mediante técnicas de identificación tienen, sin embargo, las siguientes desventajas:

- Su rango de validez suele ser limitado (sólo son aplicables a un determinado punto de trabajo, un determinado tipo de entrada o un proceso concreto).
- En muchos casos es difícil dar significado físico al modelo obtenido, puesto que los parámetros identificados no tienen relación directa con ninguna magnitud física. Estos parámetros se utilizan sólo para dar una descripción aceptable del comportamiento conjunto del sistema.

# 2.3 Ecuaciones diferenciales

Las ecuaciones diferenciales son aquellas en la que intervienen las derivadas de una o más funciones desconocidas.

Dependiendo del número de variables independientes respecto de las que se deriva, las ecuaciones diferenciales se dividen en:

- · Ordinarias
- · Derivadas Parciales

# 2.3.1 Ecuaciones diferenciales ordinarias

Son aquellas que contienen derivadas respecto a una sola variable independiente.

## 2.3.2 Ecuaciones en derivadas parciales

Son aquellas ecuaciones diferenciales que contienen derivadas respecto a dos o más variables.

## 2.4 Transformada de Laplace

El método de la transformada de Laplace introduce ecuaciones algebraicas que pueden resolverse en forma relativamente más sencilla que las ecuaciones diferenciales más complicadas.

Su representación matemática es la siguiente:

$$F(s) = L\{f(t)\} = \int_{\sigma-j\omega}^{\sigma+j\omega} e^{-st} f(t) dt.$$

la transformada de Laplace existe para aquellas ecuaciones diferenciales lineales en las que converge la integral de transformación.

La transformada inversa es la que se presenta en la parte inferior, donde  $s = \sigma + j\omega$ :

$$L^{-1}[F(s)] = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\omega}^{\sigma+j\omega} F(s) e^{st} ds = f(t) \cdot \mu(t)$$

ltem no.	f(t)	F(s)
1.	$\delta\left(t ight)$	1
2.	$\mu(t)$	$\frac{1}{s}$
3.	$t \mu(t)$	$\frac{1}{s^2}$
4.	$t^n \mu(t)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
5.	$e^{-at}\mu(t)$	$\frac{1}{s+a}$
6.	$\sin \omega t \mu(t)$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
7.	$\cos \omega t \mu(t)$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$

Tabla 2. 1 Transformada de Laplace de funciones comunes

En la tabla 2.1 se muestran las principales y las más comunes transformadas de Laplace.

# 2.5 Función de Transferencia

Una función de transferencia es un modelo matemático, que por medio de un cociente relaciona la respuesta de un sistema a una señal de entrada o excitación.

$$\frac{R(s)}{(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0)} \xrightarrow{C(s)}$$

Figura 2.3 Bloque funcional que describe la transición de r(t) y c(t)

Uno de los primeros matemáticos en describir estos modelos fue Laplace, a través de su transformación matemática.

Por definición una función de transferencia se puede determinar según la expresión:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$$

donde G(s) es la función de transferencia, C(s) es la transformada de Laplace de la respuesta c(t) y R(s) es la transformada de Laplace de la señal de entrada r(t).

## 2.6 Respuestas del sistema en el tiempo

Luego de obtener el modelo matemático de un sistema, el análisis de la respuesta en el tiempo de dicho sistema de control se divide en dos:

- · Respuesta transitoria
- · Respuesta en estado estable

Una de las técnicas más fundamentales para analizar las respuestas del sistema en el tiempo es mediante los ceros y polos de una función de transferencia.

## 2.6.1 Respuesta transitoria

Es la respuesta que representa un sistema de control desde su estado inicial hasta su estado final.

# 2.6.2 Respuesta en estado estable

Es la forma en que se comporta la variable controlada cuando el tiempo tiende a infinito.

# 2.6.3 Polos

Los polos de una función de transferencia son el conjunto de valores de "s" que hacen que la función de transferencia se vuelva infinita.

Los ceros de una función de transferencia son los elementos del conjunto de los valores de "s" que hacen que la función de transferencia sea igual a cero.

Los ceros de la respuesta afectan a la amplitud pero no a la naturaleza exponencial o sinusoidal de la respuesta. Cuanto más cercano está el cero a los polos dominantes, mayor es su efecto en la respuesta transitoria.



Figura 2.4 Polos y ceros de una función de transferencia

# 2.7 Estabilidad

Al diseñar un sistema de control, el ingeniero en control debe ser capaz de predecir el comportamiento dinámico del proceso a partir del conocimiento de los componentes. La característica más importante del comportamiento dinámico de un sistema de control es la estabilidad absoluta, es decir, si el sistema es estable o inestable.

Un sistema de control está en equilibrio si, en ausencia de cualquier perturbación o entrada, la salida permanece en el mismo estado.

Un sistema de control lineal e invariante en el tiempo es estable si la salida termina por regresar a su estado de equilibrio cuando el sistema está sujeto a una condición inicial. Un sistema de control lineal e invariante en el tiempo es críticamente estable si las oscilaciones de la salida continúan para siempre. Es inestable si la salida diverge sin límite a partir de su estado de equilibrio cuando el sistema está sujeto a una condición inicial.

En realidad, la salida de un sistema físico puede aumentar hasta un cierto grado, pero puede estar limitada por "detenciones" mecánicas o el sistema puede colapsarse o volverse no lineal después de que la salida excede cierta magnitud, por lo cual ya no se aplican las ecuaciones diferenciales lineales.

## 2.8 Sistemas de primer orden

Un sistema de primer orden se puede modelar por la siguiente ecuación diferencial ordinaria.

$$y'(t) + a_0 y(t) = b_0 \mu(t)$$



Figura 2.5 Bloque funcional de un sistema de primer orden

También puede ser representado, según la figura 2.5 por medio de la siguiente función de transferencia:

$$G(s) = \frac{a}{s+a} = \frac{C(s)}{R(s)}$$

si la señal de entrada es un escalón unitario R(s) = 1/s, la salida de este sistema está dada por:

$$C(s) = \frac{a}{s(s+a)}$$

## 2.8.1 Constante de tiempo

La constante de tiempo, es el tiempo que se toma la respuesta escalón en alcanzar el 63% de su valor final. El termino 1/a es la contante de tiempo de la respuesta del sistema.

Otra manera de poder evaluar la constante de tiempo es por medio del valor del polo en la gráfica, que en este caso sería – a. Por lo tanto se dice que la contante de tiempo es el recíproco del polo. Además se puede decir que mientras más alejado este el polo del eje imaginario la respuesta transitoria del sistema va a ser más rápida.

## 2.8.2 Tiempo de levantamiento (T<sub>r</sub>)

Es el tiempo necesario que toma la respuesta para llegar del 10% al 90% de su valor final.

$$T_r = \frac{2.2}{a}$$

2.8.3 Tiempo de estabilización (T<sub>s</sub>)

El tiempo de estabilización es el tiempo necesario que le toma a la respuesta del sistema en llegar al 2% alrededor de su valor final.



$$T_s = \frac{4}{a}$$

Figura 2.6 Parámetros de la respuesta escalón de un sistema de primer orden

# 2.9 Sistemas de segundo orden

Un sistema de segundo orden no es tan sencillo como uno de primer orden. Tiene como función de transferencia a la siguiente ecuación:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n^2 s + \omega_n^2}$$

donde  $\omega_n$  es la frecuencia natural de oscilación y  $\xi$  es el coeficiente de amortiguamiento.

Este sistema presenta cuatro tipos de respuestas:

•

• <u>respuestas</u> sobreamortiguadas, tiene dos polos complejos,  $\sigma_1 y \sigma_2$ , con una señal de salida de la siguiente forma:

$$c(t) = k_1 e^{-\sigma_1 t} + k_2 e^{-\sigma_2 t}$$

**respuestas subamortiguadas**, este tipo de respuestas poseen dos polos complejos en  $-\sigma_d \pm j\omega_d$ , teniendo una señal de salida de la siguiente forma:

$$c(t) = Ae^{-\sigma_d t} Cos(\omega_d t - \varphi)$$

• <u>respuestas no amortiguadas</u>, con dos polos imaginarios,  $\pm j\omega_1$ , obteniendo una respuesta:

$$c(t) = ACos(\omega_d t - \varphi)$$

• <u>respuestas críticamente amortiguadas</u>, estas respuestas tiene dos polos reales en  $-\sigma_1$ , teniendo una señal de salida de la siguiente forma:

$$c(t) = k_1 e^{-\sigma_1 t} + k_2 t e^{-\sigma_1 t}$$



Figura 2.7 Tipos de respuesta de un sistema de segundo orden

Del mismo modo que en el sistema con dominancia de primer orden, la constante de tiempo se la ajusta en función del par de polos complejos conjugados dominantes; esto es, de acuerdo a su parte real:

$$T = \frac{1}{\omega_n \xi}$$

La figura 2.8 muestra el bloque funcional de un sistema de segundo orden.

Figura 2.8 Bloque funcional de un sistema de segundo orden

Comparando con la forma del polinomio general:

$$G(s) = \frac{b}{s^2 + as + b} \qquad \qquad G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n^2 s + \omega_n^2}$$

se tiene que:

$$b = \omega_n^2$$
$$a = 2\xi \omega_n^2$$

# 2.9.1 Tiempo pico (T<sub>p</sub>)

Es el tiempo necesario para alcanzar el primer pico o máximo.

# 2.9.2 Sobrenivel porcentual (%OS)

Cantidad que la forma de onda sobrepasa el valor en estado estable o final, en el tiempo pico, expresada como porcentaje del valor en estado estable.

## 2.9.3 Tiempo de estabilización (Ts)

Tiempo necesario para que las oscilaciones amortiguadas de la respuesta transitoria alcancen y permanezcan a no más de  $\pm 2\%$  del valor en estado estable.

# 2.9.4 Tiempo de levantamiento (T<sub>r</sub>)

Tiempo necesario para que la onda pase del 10% al 90% del valor final.



Figura 2.9 Parámetros de la respuesta escalón de un sistema de segundo orden

# 2.10 Sistemas de control discreto

Un sistema en tiempo discreto viene caracterizado por magnitudes que varían solo en instantes específicos de tiempo. Estas magnitudes o señales en tiempo discreto r(k), toman valores  $r(t_1), r(t_2), \dots, r(t_n)$ .



Figura 2.10 Representación de una señal discreta en el tiempo

Además de los sistemas inherentemente discretos, se incluyen también en esta categoría los sistemas continuos muestreados con r(k) formado por r(T), r(2T), ..., r(nT).



Figura 2.11 Representación de una señal discreta producto del muestreo de una señal continua

Un sistema de control discreto es aquel que incluye un computador digital en el bucle de control para realizar un procesamiento de señal.



Figura 2.12 Diagrama de bloques de un sistema de control discreto

La salida de la planta es continua y es realimentada a través de un transductor que convierte la señal de salida en señal eléctrica. La señal de error continuo es convertida a señal digital a través del circuito de muestreo (periodo T) y reconstrucción S&H (Sample and Hold) y del convertidor A/D, proceso llamado codificación.

El computador digital procesa la secuencia de valores de entrada digital a través de un algoritmo y produce una salida digital, según establezca la ley de control. Esta señal de control habrá de ser transformada de nuevo a señal continua como entrada a la planta. El convertidor D/A y el circuito de reconstrucción (Hold) convierten la secuencia de valores en una señal continua, proceso llamado decodificación.

## 2.10.1 Transformada Z

En un sistema de control en tiempo discreto, una ecuación en diferencias lineal caracteriza la dinámica del sistema. Para determinar la respuesta del sistema a una entrada dada, se debe resolver dicha ecuación en diferencias.

Con el método de la transformada Z, las soluciones a las ecuaciones en diferencias se convierten en un problema de naturaleza algebraica. De la misma forma en que la transformada de Laplace transforma las ecuaciones diferenciales lineales invariantes en el tiempo en ecuaciones algebraicas en s, la transformada Z transforma las ecuaciones en diferencias lineales e invariantes en el tiempo en ecuaciones en diferencias lineales e invariantes en el tiempo en ecuaciones en diferencias lineales e invariantes en el tiempo en ecuaciones en diferencias lineales e invariantes en el tiempo en ecuaciones algebraicas en z.

Las señales en tiempo discreto surgen si el sistema involucra la operación de muestreo de señales en tiempo continuo. La señal muestreada toma los valores de x(0), x(T), x(2T),..., donde T es el período de muestreo.

La secuencia de números normalmente se escribe como x(k), donde el argumento k indica el orden en el que se presentan los números en la secuencia, por ejemplo x(0), x(1), x(2),....

$$X(z) = Z[x(t)] = Z[x(kT)] = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)z^{-k}$$

Para una secuencia de números x(k), la transformada Z se define como:

$$X(z) = Z[x(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} x(k) z^{-k}$$

la transformada Z definida mediante las ecuaciones anteriores se conoce como transformada Z unilateral.

El símbolo Z denota la "transformada Z de". En la transformada Z unilateral se supone que x(t) = 0 para t < 0, o x(k) = 0 para k < 0. En el que z es una variable compleja.

# 2.11 Identificación de sistemas

Se trata de un método experimental que permite obtener el modelo de un sistema a partir de datos reales recogidos de la planta bajo estudio.

Identificación es la determinación, en base a la entrada y la salida, de un sistema, dentro de una clase de sistemas especificada, al cual el sistema probado es equivalente.

# 2.11.1 El proceso de identificación

En términos generales, el proceso de identificación comprende los siguientes pasos:

# 1. Obtención de datos de entrada - salida

Para ello se debe excitar el sistema mediante la aplicación de una señal de entrada y registrar la evolución de sus entradas y salidas durante un intervalo de tiempo.

## 2. Tratamiento previo de los datos registrados

Los datos registrados están generalmente acompañados de ruidos indeseados u otro tipo de imperfecciones que puede ser necesario corregir antes de iniciar la identificación del modelo. Se trata, por tanto, de 'preparar' los datos para facilitar y mejorar el proceso de identificación.

# 3. Elección de la estructura del modelo

Si el modelo que se desea obtener es un modelo paramétrico, el primer paso es determinar la estructura deseada para dicho modelo. Este punto se facilita en gran medida si se tiene un cierto conocimiento sobre las leyes físicas que rigen el proceso.

## 4. Obtención de los parámetros del modelo

A continuación se procede a la estimación de los parámetros de la estructura que mejor ajustan la respuesta del modelo a los datos de entrada-salida obtenidos experimentalmente.

# 5. Validación del modelo

El último paso consiste en determinar si el modelo obtenido satisface el grado de exactitud requerido para la aplicación en cuestión.

# 2.11.2 Métodos de identificación

Existen diversos métodos de identificación, que pueden clasificarse según distintos criterios del modelo matemático obtenido.

## 2.11.2.1 Métodos no paramétricos

Permiten obtener modelos no paramétricos del sistema bajo estudio. Algunos de estos métodos son: análisis de la

respuesta transitoria, análisis de la respuesta en frecuencia, análisis de la correlación, análisis espectral, análisis de Fourier, entre otros.

## 2.11.2.2 Métodos paramétricos

Permiten obtener modelos paramétricos. Estos métodos requieren la elección de una posible estructura del modelo, de un criterio de ajuste de parámetros, y por último de la estimación de los parámetros que mejor ajustan el modelo a los datos experimentales.

## 2.12 Técnicas de identificación no paramétrica

Los métodos de identificación no paramétricos permiten obtener modelos o representaciones no paramétricas de la planta bajo estudio.

## 2.12.1 Identificación no paramétrica en el dominio del tiempo

Mediante esta técnica de identificación se pretende obtener la respuesta al impulso del sistema, o bien la respuesta al escalón del mismo (pudiendo obtenerse esta última mediante una integración de la primera). Para ello, debe registrarse la evolución temporal de la salida del sistema tras la aplicación de una señal impulso o escalón. Obviamente, la imposibilidad de conseguir este tipo de señales en la práctica lleva a utilizar un método indirecto para obtener la respuesta impulsiva, conocido como análisis de la correlación.

# 2.12.2 Identificación no paramétrica en el dominio de la frecuencia

En este caso, el modelo resultante es una representación de la respuesta en frecuencia del sistema, obtenida mediante la aplicación de señales de entrada sinusoidales de distintas frecuencias. Cuando no sea posible aplicar este tipo de entradas, puede recurrirse a la aplicación de un ruido blanco, que permite obtener la respuesta en frecuencia mediante el conocido análisis espectral. Este análisis se basa en la realización de la transformada de Fourier de las funciones de covarianza de la entrada y la salida y la correlación entre la entrada y la salida.

Las principales ventajas de este método son el no requerir un procesamiento complejo de los datos, ni ningún tipo de conocimiento previo sobre la planta, a excepción de que ésta sea lineal. Además, permite concentrar los datos obtenidos en torno al margen de frecuencias de interés. El principal inconveniente es que el modelo resultante no puede usarse directamente para simulación.

## 2.13 Técnicas de identificación paramétrica

Los modelos paramétricos, a diferencia de los anteriores, quedan descritos mediante una estructura y un número finito de parámetros que relacionan las señales de interés del sistema (entradas, salida y perturbaciones). En muchas ocasiones es necesario realizar la identificación de un sistema del cual no se tiene ningún tipo de conocimiento previo. En estos casos, se suele

recurrir a modelos estándar, cuya validez para un amplio rango de sistemas dinámicos ha sido comprobada experimentalmente. Generalmente estos modelos permiten describir el comportamiento de cualquier sistema lineal. La dificultad radica en la elección del tipo de modelo (orden del mismo, número de parámetros, etc.) que se ajuste satisfactoriamente a los datos de entrada - salida obtenidos experimentalmente.

#### 2.13.1 Tipos de modelos paramétricos

Generalmente los modelos paramétricos se describen en el dominio discreto, puesto que los datos que sirven de base para la identificación se obtienen por muestreo. En el caso de que se requiera un modelo continuo, siempre es posible realizar una transformación del dominio discreto al continuo.

La expresión más general de un modelo discreto es del tipo:

$$s(t) = \eta(t) + \omega(t)$$

donde  $\omega(t)$  es el término que modela la salida debida a las perturbaciones,  $\eta(t)$  la salida debida a la entrada, y s(t) la salida medible del sistema. Cada uno de estos términos puede desarrollarse de la siguiente forma:

$$\eta(t) = G(q^{-1}, \theta)\mu(t)$$
$$\omega(t) = H(q^{-1}, \theta)e(t)$$
$$s(t) = A(q^{-1}, \theta)y(t)$$

donde  $q^{-1}$  es el operador retardo,  $\theta$  representa un vector de parámetros,  $\mu(t)$  y e(t) son la entrada al sistema y el ruido de entrada al mismo respectivamente e y(t) es la salida de interés del sistema (que puede no coincidir con la salida medible). Tanto  $G(q^{-1}, \theta)$  como  $H(q^{-1}, \theta)$  son cocientes de polinomios del tipo:

$$G(q^{-1}, \theta) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}$$
$$= \frac{b_1 \cdot q^{-nk} + b_2 \cdot q^{-nk-1} + \dots + b_{nb} \cdot q^{-nk-nb+1}}{1 + f_1 \cdot q^{-1} + \dots + f_{nf} \cdot q^{-nf}}$$

$$H(q^{-1},\theta) = \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} = \frac{1+c_1 \cdot q^{-1} + \dots + c_{nc} \cdot q^{-nc}}{1+d_1 \cdot q^{-1} + \dots + d_{nd} \cdot q^{-nd}}$$

y  $A(q^{-1}, \theta)$  un polinomio del tipo:

$$A(q^{-1}, \theta) = 1 + a_1 \cdot q^{-1} + \dots + a_{na} \cdot q^{-na}$$

el vector de parámetros  $\theta$  contiene los coeficientes  $a_i, b_i, c_i, d_i y f_i$  de las funciones de transferencia anteriores. La estructura genérica de estos modelos es por tanto:

$$A(q^{-1})y(t) = G(q^{-1},\theta)\mu(t) + H(q^{-1},\theta)e(t)$$
$$= \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}\mu(t) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(t)$$

para elegir la estructura de este tipo de modelos hay que determinar el orden de cada uno de los polinomios anteriores, es decir  $na_n nb_n nc_n cd_n nf$  y el retardo entre la entrada y la
salida nk. Una vez elegidos estos valores, sólo queda determinar el vector  $\theta$  de coeficientes  $(a_i, b_i, c_i, d_i y f_i)$  que hacen que el modelo se ajuste a los datos de entrada - salida del sistema real.

En muchos casos, alguno de los polinomios anteriores no se incluye en la descripción del modelo, dando lugar a los siguientes casos particulares, entre otros:

Tipo de Modelo	Condición	Estructura Resultante
ARX	$F(q^{-1}) = D(q^{-1}) = C(q^{-1}) = 1$	$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})\mu(t) + e(t)$
Output error (OE)	$C(q^{-1}) = D(q^{-1}) = A(q^{-1}) = 1$	$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})} + e(t)$
ARMAX	$F(q^{-1}) = D(q^{-1}) = 1$	$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})\mu(t)$ + $C(q^{-1})e(t)$
Box Jekins (BJ)	$A(q^{-1}) = 1$	$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}\mu(t) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(t)$

Tabla 2.2 Diferentes estructuras	de modelos	paramétricos
----------------------------------	------------	--------------



Figura 2.13 Diagrama de bloques de la Tabla 2.2

## 2.13.2 Métodos para ajustes de parámetros

Una vez elegida la estructura del modelo (tanto el tipo - ARX, ARMAX, BJ, OE...- como los órdenes de cada polinomio), es necesario determinar el valor de los parámetros del mismo que ajustan la respuesta del modelo a los datos de entrada - salida experimentales. Es importante destacar, sin embargo, que esta etapa del proceso de identificación se ve facilitada por la existencia de herramientas software que proporcionan diferentes algoritmos para el ajuste de parámetros. Una de estas herramientas es el Toolbox de Identificación de Matlab.

Existen varios métodos o criterios para realizar este ajuste de parámetros, entre los que cabe destacar el método de mínimos cuadrados y el de variables instrumentales.

#### 2.13.2.1 Errores de predicción o residuos del modelo

Todo modelo matemático es capaz de predecir el valor de la salida del sistema en función de las entradas y salidas en instantes anteriores. Se llama error de predicción  $\varepsilon(t, \theta)$  a la diferencia entre la salida estimada por el modelo y la salida real del sistema en un determinado instante de tiempo:

$$\varepsilon(t,\theta) = y(t) - y_e(t,\theta)$$

donde  $y_e(t, \theta)$  es la salida estimada por el modelo en el instante t.

## 2.13.2.2 Regresión Lineal

Se dice que una estructura posee regresión lineal cuando la salida estimada puede expresarse como:

$$y_e(t,\theta) = \varphi^T(t) \cdot \theta$$

donde  $\varphi^{T}(t)$  es un vector columna formado por las salidas y entradas anteriores (conocido como vector de regresión), y  $\theta$ es el vector de parámetros del modelo.

### 2.13.2.3 Método de mínimos cuadrados (LSE).

El principio de los Mínimos Cuadrados indica que los parámetros de un modelo se deben elegir de tal forma que:

"La suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores de las salidas observadas (reales) y los estimados, multiplicada por factores que midan el grado de precisión sea un mínimo".

### 2.14 Diseño de la señal de entrada

Una señal de entrada debe ser amigable con la planta. Esto es originado de la comunidad de control de procesos, motivado por el deseo de experimentos de identificación informativa que cumplan con lo requerido en la práctica industrial.

Una prueba amigable busca datos orientados a un modelo adecuado dentro de un aceptable periodo de tiempo, manteniendo las variaciones de la entrada y la salida dentro de restricciones definidas por el usuario.

## 2.14.1 Señal Pseudo aleatoria binaria

Es una entrada determinística periódica que puede ser generada usando registros de desplazamiento y algebra booleana.

Las variables principales de diseño son el tiempo de conmutación ( $T_{SW}$ ), número de registros a desplazar ( $n_r$ ), y la amplitud de la señal.

Sus propiedades de auto-correlación y correlación cruzada, se asemejan a las del ruido blanco.

Se puede diseñar para concentrar su "potencia" en la banda de frecuencias de interés.

Se puede realizar a más bajas relaciones señal a ruido, comparada con respuestas al escalón o impulso.



Figura 2.14 Señal Pseudo aleatoria binaria PRBS para Tmuestreo = 1, Tsw= 3 y magnitud = ±1. Un ciclo demora 45 minutos

## 2.14.1.1 Autocovarianza de la función PRBS:

La función de auto covarianza para una PRBS es periódica y se asemeja a la del ruido blanco.



Figura 2.15 Autocovarianza de la función PRBS

# 2.14.1.2 Variables de diseño PRBS



Figura 2.16 El espectro de potencia de una señal PRBS

El espectro de potencia de una señal PRBS está dado por:

$$\phi_u(\omega) = \frac{a^2(N+1)T_{sw}}{N} \left[\frac{\sin\left(\frac{\omega T_{sw}}{2}\right)}{\frac{\omega T_{sw}}{2}}\right]^2$$

donde a es la amplitud de la señal PRBS, Tsw es el tiempo de conmutación y  $N = 2^{n_r} - 1$ .

El rango de frecuencias útil para excitación de la PRBS es:

$$\omega_+ = \frac{2\pi}{NT_{SW}} \le \omega \le \frac{2.8}{T_{SW}} = \omega^+$$

para propósitos de control y si se tiene conocimiento a priori de las constantes de tiempo dominantes en lazo abierto, se puede usar:

$$\omega_{+} \leq \frac{1}{\beta_{s}\tau_{dom}^{H}} \leq \omega \leq \frac{\alpha_{s}}{\tau_{dom}^{L}} \leq \omega^{+}$$

 $\tau^L_{dom} \equiv$  Constante de tiempo dominante estimada en baja frecuencia.

 $\tau_{dom}^{H} \equiv$  Constante de tiempo dominante estimada en alta frecuencia.

 $\beta_s \equiv$  Factor que representa el tiempo de estabilización del proceso.

 $\propto_s \equiv$  Factor que representa la velocidad de respuesta en lazo cerrado como múltiplo de la velocidad en lazo abierto.

$$T_{sw} \leq \frac{2.8\tau_{dom}^L}{\alpha_s} \quad N_s = 2^{n_r} - 1 \geq \frac{2\pi\beta_s\tau_{dom}^H}{T_{sw}}$$

 $N_s$  y  $n_r$  deben ser enteros

 $T_{sw}$  debe ser un entero múltiplo del tiempo de muestreo (T)

 $\alpha_s$ , factor que representa la velocidad de lazo cerrado como un múltiplo del tiempo respuesta a lazo abierto se especifica para asegurar que haya suficiente contenido de alta frecuencia disponible en la señal. Por ejemplo si  $\alpha_s$ =2, la constante de tiempo en lazo cerrado es la mitad de la de lazo abierto (dos veces más rápido).

Por otro lado  $\beta_s$ , factor que representa el tiempo de establecimiento del proceso, especifica cuanta información de baja frecuencia estará presente en la señal. Al escoger valores grandes de  $\beta_s$  se obtendrán información de frecuencias más bajas.

 $\beta_s$  = 3 dará información de una frecuencia que aproximadamente corresponda al 95% del tiempo de estabilización, con el 4 el 98% y con 5 el 99%.

#### 2.15 Programas de simulación

#### 2.15.1 MATLAB

MATLAB es un programa de cálculo numérico orientado a matrices. Por tanto, será más eficiente si se diseñan los algoritmos en términos de matrices y vectores.

Es un software matemático que ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio (lenguaje M).

Entre sus prestaciones básicas se hallan: la manipulación de matrices, la representación de datos y funciones, la implementación de algoritmos, la creación de interfaces de usuario (GUI) y la comunicación con programas en otros lenguajes y con otros dispositivos hardware.

El paquete MATLAB dispone de dos herramientas adicionales que expanden sus prestaciones, a saber, Simulink (plataforma de simulación multidominio) y GUIDE (editor de interfaces de usuario - GUI).

Además, se pueden ampliar las capacidades de MATLAB con las cajas de herramientas (toolboxes); y las de Simulink con los paquetes de bloques (blocksets).

## 2.15.2 SIMULINK

Simulink es un entorno de programación visual, que funciona sobre el entorno de programación Matlab.). Es una herramienta de simulación de modelos o sistemas, con cierto grado de abstracción de los fenómenos físicos involucrados en los mismos. Se hace hincapié en el análisis de sucesos, a través de la concepción de sistemas (cajas negras que realizan alguna operación).

Se emplea arduamente en Ingeniería Electrónica en temas relacionados con el procesamiento digital de señales (DSP), involucrando temas específicos de ingeniería biomédica, telecomunicaciones, entre otros. También es muy utilizado en Ingeniería de Control y Robótica.

## 2.15.3 ToolBox

Librerías de funciones MATLAB asociadas a las diferentes aplicaciones (Stateflow y Sisotool, interfaz gráfico, control neuronal y borroso)

# **CAPÍTULO 3**

## 3. DISEÑO DE LA SOLUCIÓN

En muchas ocasiones la identificación de un proceso no se puede realizar experimentalmente, debido a factores tales como el tiempo de la prueba que significará pérdida en la producción, o la puesta en marcha utilizando una señal de entrada aleatoria, entre otros. Debido a esto, en tales casos se opta por realizar una simulación matemática, la cual encierre la dinámica del sistema a identificar.

La simulación matemática o modelo matemático equivale a una ecuación matemática o un conjunto de ellas en base a las cuales es posible conocer el comportamiento del sistema. Y es a éste modelo al que se le va a realizar las pruebas de identificación.

## 3.1 Modelado matemático de la planta

Para describir procesos físicos, se recurre a la conservación de la energía. La condición de equilibrio de los sistemas térmicos establece que el calor administrado a un sistema es igual al calor

almacenado por el sistema más el calor liberado por el sistema y mas las pérdidas del sistema.

Considerando ésta expresión para un intervalo de tiempo se tiene que:

algunas de las consideraciones a tenerse en cuenta para efectuar dicho expresión en este proceso son las que se presentan a continuación:

## 3.1.1 Potencia de entrada

Es la potencia que se le suministra a las resistencias. El horno tiene como dato de placa una potencia de 40 kW, pero solamente una parte de ésta van a las resistencias, como se mencionó en el capítulo uno.

Las resistencias son de 4 kW cada uno, y ya que el horno contiene 9 resistencias, en total consumirán 36 kW y éste valor es el que se considera como la entrada al modelo matemático.

Es la potencia que se le suministra a la carga dentro del horno, para nuestro caso esta carga consiste en 72 conjuntos nucleobobinas, los cuales en su mayoría constan de hierro y cobre, y debido a que presentan diferentes calores específicos, es necesario obtener el valor de la masa de cada uno.

Cada conjunto tiene una masa de 35 kg, y por su estructura se puede aproximar la relación de los volúmenes del cobre y del hierro a:

$$\frac{V_{COBRE}}{V_{HIERRO}} \gg \frac{4}{5} \gg 0.8$$

por lo tanto para hallar la masa del cobre y del hierro se utilizará lo siguiente:

$$m_{COBRE} + m_{HIERRO} \gg m_{TOTAL}$$

$$\Gamma_{COBRE} V_{COBRE} + \Gamma_{HIERRO} V_{HIERRO} \gg m_{TOTAL}$$

$$\Gamma_{COBRE} V_{COBRE} + \Gamma_{HIERRO} (0.8V_{COBRE}) \gg m_{TOTAL}$$

$$V_{COBRE} \gg \frac{m_{TOTAL}}{\Gamma_{COBRE} + 0.8 \Gamma_{HIERRO}}$$

$$V_{COBRE} \gg \frac{35}{7874 + 0.8(8960)} \approx 2.33 \times 10^{-3} \text{ m}^{-3}$$

$$m_{COBRE} = \Gamma_{COBRE} V_{COBRE}$$

$$m_{COBRE} \gg (7874) (2.33 \times 10^{-3}) \gg 18.35 \text{ kg}$$

$$m_{HIERRO} \gg m_{TOTAL} - m_{COBRE} \gg 16.65 \text{ kg}$$

de modo que el calor transferido a la carga será:

$$Q = N \left( m_{COBRE} c_{COBRE} + m_{HIERRO} c_{HIERRO} \right) DT \quad [J]$$

donde:

*Q*: Cantidad de calor absorbido por la carga en Joules (J).

N: Número de transformadores.

 $m_{COBRE}$ : Masa del cobre del conjunto en kilogramos (kg).

 $c_{COBRE}$ : Calor específico del cobre (J/kg°C).

 $m_{HIERRO}$ : Masa del hierro del conjunto en kilogramos (kg).

 $c_{HIERRO}$ : Calor específico del hierro (J/kg°C).

DT : Cambio en la temperatura de la carga.

por lo que la potencia de salida estará dada por:

$$\mathbf{\mathcal{G}}_{SAL} = N \left( m_{COBRE} c_{COBRE} + m_{HIERRO} c_{COBRE} \right) \frac{dT}{dt} \quad [W]$$

## 3.1.3 Pérdidas

Las pérdidas del sistema son:

- · Pérdidas de calor por conducción a través de las paredes
- Pérdidas de calor por aberturas
- · Pérdidas de calor por almacenamiento en el revestimiento
- Pérdidas de calor incontrolables o que resultan imposibles de medir.

Debido a que la finalidad de este trabajo no es adentrarnos en el modelado matemático de procesos sino a la aplicación de la identificación de sistemas, se considerarán sólo las pérdidas de calor por conducción a través de las paredes, las demás se asumirán despreciables.

## 3.1.3.1 Transferencia de calor a través de las paredes

Es una medición del calor que fluye a través de las paredes del horno del interior hacia el exterior. Ya que no se dispone de ningún aislamiento perfecto, habrá una cantidad de calor que está pasando del interior al exterior, debido a la diferencia de temperaturas.

Se tienen en cuenta la pérdida de calor a través de todas las paredes y el techo, no se incluye el conducto de recirculación ni el piso (se desprecia la pérdida de calor a través de ellos):

$$\mathbf{\mathbf{\mathscr{G}}}_{PERD} = \left[ \mathbf{\mathcal{Q}}_{PAREDES} + \mathbf{\mathcal{Q}}_{TECHO} \right]$$
$$\mathbf{\mathbf{\mathscr{G}}}_{PERD} = k \frac{A}{L} \left( T - T_{EXT} \right) \quad [W]$$

donde:

A : Área de la superficie por la cual se efectúa la transferencia de calor ( $m^2$ ).

- k: Conductividad térmica en (W/m°C).
- *L*: Espesor de la superficie (m).
- T: Temperatura del horno en °C.

 $T_{EXT}$ : Temperatura exterior en °C (se asume constante).  $\dot{\mathcal{Q}}_{PERD}$ : Potencia transferida desde el interior del horno al exterior.

Para simplificar el modelo matemático, se asume que las paredes del horno están constituidas de una sola capa de ladrillo aislante cuya constante térmica depende de la temperatura según la siguiente expresión:

k = 0.13173 + 0.00013 T [W/m °C]; 0 °C < T < 1000 °C

por lo que la potencia pérdida será:

$$\mathcal{B}_{PERD} = \frac{A}{L} (0.13173 + 0.00013T) (T - T_{EXT})$$
 [W]

## 3.1.4 Potencia acumulada en el sistema

Es la potencia necesaria para calentar el aire, de tal manera que éste pueda transferir calor a la carga. Al calentarse el aire, su densidad disminuye de tal manera que éste asciende e ingresa al ducto de recirculación.

Conectado a éste ducto existe un ventilador centrífugo que conduce al aire caliente de nuevo al horno, introduciéndola en la parte de abajo, para obtener una uniformidad en la temperatura del horno.

El calor transferido al aire esta dado por:

$$Q = m_{AIRE} c_{AIRE} DT$$
$$Q = r_{AIRE} V_{HORNO} c_{AIRE} DT [J]$$

donde:

Q: Cantidad de calor absorbido por el aire en Joules (J).

 $r_{AIRE}$ : Densidad del aire (kg/m<sup>3</sup>).

 $c_{AIRE}$ : Calor específico del aire (J/kg°C).

 $V_{HORNO}$ : Volumen del horno incluido el ductor de recirculación (m<sup>3</sup>).

DT: Cambio en la temperatura de la carga.

De modo que la potencia almacenada en el sistema será:

$$\mathbf{\mathcal{G}}_{ALM} = \mathbf{r}_{AIRE} \, V_{HORNO} \, c_{AIRE} \, \frac{dT}{dt} \quad [W]$$

aplicando el principio de conservación de la energía se tiene:

~

•

~

$$P_{ENT} - \mathbf{O}_{SAL} - \mathbf{O}_{PERD} = \mathbf{O}_{ACM}$$

$$P_{ENT} - N \left( m_{COBRE} c_{COBRE} + m_{HIERRO} c_{COBRE} \right) \frac{dT}{dt} - k \frac{A}{L} \left( \mathbf{T} - T_{EXT} \right) = \mathbf{\Gamma}_{AIRE} V_{HORNO} c_{AIRE} \frac{dT}{dt}$$

$$\mathbf{\Gamma}_{AIRE} V_{HORNO} c_{AIRE} \frac{dT}{dt} + N \left( m_{COBRE} c_{COBRE} + m_{HIERRO} c_{COBRE} \right) \frac{dT}{dt} = P_{ENT} - k \frac{A}{L} \left( \mathbf{T} - T_{EXT} \right)$$

$$\left[ \mathbf{\Gamma}_{AIRE} V_{HORNO} c_{AIRE} + N \left( m_{COBRE} c_{COBRE} + m_{HIERRO} c_{COBRE} \right) \right] \frac{dT}{dt} = P_{ENT} - k \frac{A}{L} \left( \mathbf{T} - T_{EXT} \right)$$

$$dT = \frac{P_{ENT} - k \frac{A}{L} (T - T_{EXT})}{\left[r_{AIRE} V_{HORNO} c_{AIRE} + N (m_{COBRE} c_{COBRE} + m_{HIERRO} c_{COBRE})\right]} dt$$
$$T = \grave{O} \frac{P_{ENT} - \frac{A}{L} (0.13173 + 0.00013T) (T - T_{EXT})}{\left[r_{AIRE} V_{HORNO} c_{AIRE} + N (m_{COBRE} c_{COBRE} + m_{HIERRO} c_{COBRE})\right]} dt + T_0$$

Donde:

- T: Temperatura del horno (variable a controlar) [°C]
- $T_0$ : Temperatura inicial del horno.

Esta ecuación servirá para la simulación del proceso de calentamiento del conjunto núcleo-bobina dentro del horno de resistencias. El modelo que se lograría con las ecuaciones anteriores sería un modelo teórico, por lo tanto se deben agregar ciertos elementos que hagan al modelo parecido al proceso real, para nuestro caso dichos elementos serán un bloque de ruido y un bloque de saturación.

#### 3.2 Datos reales

Una vez obtenidas las ecuaciones matemáticas que rigen al proceso de transferencia de calor, se procederá a realizar la simulación de la planta, la cual deberá tener una gran aproximación a la respuesta de la planta real.

Para poder usar el modelo obtenido, se debe tener una similitud de al menos el 89% en el tipo de respuesta de la planta. Para esto, se midió la variable deseada en el horno real cada 30 segundos, durante el proceso de calentamiento. Y estos datos servirán únicamente para la validación de la simulación de la planta.

Obteniendo los siguientes resultados:



Figura 3.1 Comportamiento de la temperatura del horno a lo largo del tiempo

## 3.3 Diseño del modelo matemático en Simulink

Luego de obtener nuestro modelo matemático del proceso se hace uso de la herramienta Simulink de MATLAB para simular el proceso y hacer las pruebas correspondientes.

Simulink es una plataforma para simulación y diseño basado en modelos de sistemas dinámicos y embebidos. Proporciona un entorno gráfico interactivo y un conjunto de librerías de bloques personalizables que permiten diseñar, simular, implementar y probar una gran variedad de sistemas con variación temporal, entre los que se incluyen sistemas de comunicaciones, control, procesado de señales, video e imagen.

De acuerdo a la ecuación obtenida del modelo matemático se puede desarrollar la siguiente simulación:



Figura 3.2 Simulación de la planta - Simulink

el bloque Planta es un bloque embebido que contiene la ecuación que describe la dinámica del proceso representada en la figura 3.3



Figura 3.3 Bloque Planta - Simulink

Como ya se había mencionado, para asemejar el modelo a la realidad se introducirá dos bloques adicionales, el de saturación y el de ruido.

El bloque saturación se justifica del hecho que el proceso no puede superar ciertos límites, estos límites son impuestos por las características propias del sistema, en nuestro caso se ajusta el límite inferior como la temperatura ambiental estándar y el límite superior en función de la carga (conjunto núcleo-bobina) que contiene papel y cartón los cuales tienen un punto de ignición de 230°C, y es más a la temperatura de 200°C estos emiten vapores que pueden, con un chispa provocar la ignición.

El bloque de ruido se justifica ya que todo aparato electrónico es susceptible a ruidos, y como para controlar y mostrar la temperatura se utiliza un controlador electrónico, debe de considerarse en la simulación una señal de pequeña amplitud y alta frecuencia.

#### 3.4 Validación entre el proceso real y el modelado

En la identificación de sistemas se debe realizar varias pruebas con el objetivo de recolectar datos de la dinámica del sistema, esto conlleva a parar el proceso de producción, o en algunos casos a utilizar materia primera que no se convertirá en producto final, además en muchas ocasiones el proceso a identificar es un proceso controlado (en lazo cerrado) y ya que es conveniente realizar las pruebas en lazo abierto (más adelante se mencionará la razón) se tendría que eliminar el control y dejar al proceso en lazo abierto. Por lo mencionado se dificulta la identificación de sistemas, y en estos casos (como es el nuestro) en el que no se cuenta con la posibilidad de realizar las pruebas al proceso real, una alternativa es realizar el modelo teórico visto en la sección 3.1 y 3.3.

Como se ha dicho anteriormente, para poder usar el modelo matemático propuesto se debe comprobar que la respuesta del mismo sea al menos el 89% aproximado a la planta real.

El modelo matemático fue simulado bajo las mismas condiciones del horno, esto es, al inicio se utilizan los tres niveles de resistencia (cada nivel consta de tres resistencias en delta consumiendo 12 kW), cuando la temperatura alcanza los 60°C se desactiva un nivel, quedando dos niveles operando, y cuando se alcanza los 80°C se desactiva otro nivel, quedando un solo nivel operando, cuando la temperatura llega a los 120°C se desactiva éste ultimo nivel, y se inicia la regulación ON/OFF para mantener la temperatura en el rango de 80°C a 120°C, activando y desactivando un solo nivel (alternadamente).

Para lograr esto se utilizó la siguiente simulación:



Figura 3.4 Simulación de la planta – Simulink para validar el modelo matemático

donde el bloque real, importa los datos reales desde el espacio de trabajo de Matlab. El siguiente código en Matlab se utilizó para asignar el valor de las constantes necesarias para la simulación:

P_3niveles = 36000	%Potencia consumida por 3 niveles de	
	%resistencias (W)	
P_2niveles = 24000	%Potencia consumida por 2 niveles de	
	%resistencias (W)	
P_1nivel = 12000	%Potencia consumida por 1 nivel de	
	%resistencia (W)	
N = 72	%Numero de transformadores	
m_cobre = 18.35	%masa del cobre (kg)	
c_cobre = 450	%calor especifico del cobre (W/kg°C)	
m_hierro = 16.65	%masa del hierro (kg)	
c_hierro = 385	%calor especifico del hierro (W/kg°C)	
D_aire = 1.2	%Densidad del aire (kg/m^3)	
V_horno = 17.11	%Volumen del horno y conducto de	
	%recirculación (m^3)	
c_aire = 1012	%calor especifico del aire (W/kg°C)	

T_inicial = 33.7	%Temperatura inicial del horno y carga (°C)	
T_ambiente = 33.7	%Temperatura al exterior del horno (°C)	
A = 33.93	%Área superficial del horno (paredes y	
	%techo) (m^2)	
L = 0.036	%espesor del horno (m)	
T_muestreo = 30	%tiempo de muestreo (s)	

Para validar el proceso modelado, se ha puesto en una sola grafica las dos curvas tanto la real como la modelada en la figura 3.5 y 3.6. En la tabla de datos reales y modelados (apéndice), se encuentran los datos con los que se le ha calculado el error entre ellas y el porcentaje de precisión, esto nos muestra que tan preciso es el modelo matemático con respecto a la real.



Figura 3.5 Gráfica Temperatura vs tiempo del proceso modelado y real (MatLab)



Figura 3.6 Gráfica Temperatura vs tiempo del proceso modelado y real (Excel)

De los datos obtenidos en la simulación y de los datos reales (ver apéndice) se calcula el error y la precisión:

### 3.5 Obtención de la dinámica general del sistema

La identificación de sistemas consiste en el análisis de datos de entrada y salida de un proceso, pero para que la identificación sea efectiva, dichos datos deben contener la dinámica del sistema, y para ello la señal de entrada (datos de entrada) debe ser diseñada para lograr dicho objetivo. Para este diseño es necesario obtener información acerca de la dinámica del sistema, y esto se logra produciendo un cambio escalón en la entrada del proceso, de tal manera de registrar y analizar su respuesta.

En nuestro caso este cambio escalón en la entrada se realizará en el modelo en Simulink de la planta, ya que se debe prescindir del control, esto es, se debe realizar la prueba en lazo abierto (como se muestra en la figura 3.2).

Como se menciono en el capítulo 1 el horno se diseñó para que funcionara con dos niveles de resistencia, pero se insertó un nivel adicional. Con este nivel adicional el horno alcanzará fácilmente los 240°C que es la temperatura de ignición del papel y el cartón, por lo que para realizar la prueba se hará uso de solo dos niveles. La respuesta del sistema se muestra en la figura 3.7, de cual se obtienen datos importantes acerca de la dinámica del mismo.



Figura 3.7 Respuesta a entrada paso en lazo abierto - Planta Simulada

En ocasiones es difícil saber el valor exacto del orden del sistema, por otro lado a veces es posible realizar un análisis físico de tal manera de tener una idea de cuál es el orden del sistema.

En cualquiera de los dos casos, es de mucha utilidad aproximar la respuesta del sistema a la respuesta de un sistema de primer orden con retardo de tiempo, de tal manera de obtener la constante de tiempo dominante del sistema.

$$G(s) = \frac{K e^{-qs}}{ts+1}$$
$$t_{DOM} @ t + \frac{q}{2}$$

Para determinar los parámetros de la función de transferencia de un sistema de primer orden con retardo de tiempo, se pueden utilizar dos métodos:

- Trazado de la tangente de máxima pendiente (Método de Ziegler y Nichols)
- Basado en dos puntos de la curva de reacción (Método de Smith)

Algunos inconvenientes del primer método son el trazar la tangente de máxima pendiente (especialmente si la curva tiene ruido) y el comportamiento extremo (pendientes muy grandes o muy pequeñas). Es por estos que se utilizará el segundo método el cual se explica a continuación.

- Se determina el tiempo (t<sub>28</sub>) en el que la respuesta del proceso alcanza el 28% del valor estacionario (valor del paso)
- · Se determina el tiempo ( $t_{63}$ ) en el que la respuesta del proceso alcanza el 63% del valor estacionario (valor del paso)
- Se calcula el tiempo muerto y la constante de tiempo mediante las expresiones:

$$\hat{\frac{1}{1}} t = \frac{3}{2} (t_{63} - t_{28})$$
$$\hat{\frac{1}{1}} q = t_{63} - t$$

aplicando el método de Smith se tiene:

Temperatura inicial =  $33.7^{\circ}$ C Temperatura final =  $195^{\circ}$ C Valor del paso =  $161.3^{\circ}$ C (28%)\*(Valor del paso) =  $45.16^{\circ}$ C (28%)\*(Valor del paso) + Temperatura inicial =  $45.16^{\circ}$ C +  $33.7^{\circ}$ C =  $78.86^{\circ}$ C t<sub>28</sub> = 2370 s (63%)\*(Valor del paso) =  $101.62^{\circ}$ C (63%)\*(Valor del paso) + Temperatura inicial =  $101.62^{\circ}$ C +  $33.7^{\circ}$ C =  $135.32^{\circ}$ C

 $t_{63} = 6870 \text{ s}$  $t = \frac{3}{2} (t_{63} - t_{28}) = (1.5)(6870 - 2370) = 6750 \text{ s}$  $q = t_{63} - t = 6870 - 6750 = 120 \text{ s}$ 

entonces la constante de tiempo dominante es:

$$t_{DOM} @ t + \frac{q}{2} = 6750 + 60 = 6810 \text{ s}$$

### 3.6 Diseño de la señal de entrada

Después de obtener información sobre la respuesta de nuestra planta a una entrada paso, se realizará el diseño de la señal de entrada. Para obtener una señal de entrada que sea amigable con la planta, la señal necesita cumplir con los siguientes requerimientos:

- · Ser tan corta como sea posible
- No llevar a los actuadores a los límites o exceder las restricciones de movimiento.
- Causar la mínima interrupción a las variables controladas (baja varianza, pequeñas desviaciones del set point).

Algunos requerimientos teóricos pueden entrar en conflicto fuertemente con la operación amigable.

Las señales de entrada a utilizar en la identificación son:

- · Escalón simple.
- · Pulso simple y doble.
- · Ruido blanco Gaussiano y señal aleatoria Binaria (RBS).
- Señal Pseudo aleatoria Binaria (PRBS) y señales pseudo aleatorias multinivel.
- · Entradas multisinusoidales.

· Extensiones multivariable.

Para nuestro caso, como señal de entrada se escogió una señal PRBS, ya que el horno como se ha dicho anteriormente trabaja mediante un sistema de control de lógica cableada (ON/OFF).

### 3.6.1 Parámetros para el diseño de la señal PRBS

Los parámetros para el diseño de una señal pseudo aleatoria binaria (PRBS) son:

- Tiempo de muestreo (T)
- Tiempo de conmutación (T<sub>SW</sub>)
- · Duración del ciclo (Ns)
- Número de registros a desplazar (n<sub>r</sub>)
- · Amplitud de la señal

Para propósitos de control y si se tiene conocimiento a priori de las constantes de tiempo dominantes en lazo abierto, se puede usar:

$$T_{SW} \in \frac{2.8 t_{DOM}^L}{a_s}$$

$$N_{s} = 2^{n_{r}} - 1^{3} \frac{2pb_{s}t_{DOM}^{H}}{T_{sW}}$$

donde:

 $t_{DOM}^{L}$ : Constante de tiempo dominante estimada en baja frecuencia

 $t_{DOM}^{H}$ : Constante de tiempo dominante estimada en alta frecuencia

*b<sub>s</sub>*: Factor que representa el tiempo de estabilización del proceso

 $a_s$ : Factor que representa la velocidad de respuesta en lazo cerrado como múltiplo de la velocidad en lazo abierto.

 $N_s$  y  $n_r$  deben ser enteros

 $T_{sw}$  debe ser un entero múltiplo del tiempo de muestreo (T)

### 3.6.2 Obtención del tiempo de muestreo

Para seleccionar un período de muestreo, se deben considerar varios aspectos. Muchas veces se piensa que lo ideal es un muestreo rápido, sin embargo el muestreo rápido de un gran número de puntos de medida podría innecesariamente recargar al procesador y restringir su habilidad para desarrollar otras tareas.

Por el otro lado, un muestreo muy lento reducirá la efectividad de los sistemas de control y en especial su capacidad para reaccionar ante perturbaciones.

Seleccionar el período de muestreo se ha convertido más en un arte que una ciencia. Algunos criterios que se utilizan se basan en tipo de variable física a controlar ó en la respuesta en lazo abierto a una entrada escalón, en nuestro caso se utilizará este último.

Teniendo conocimiento que el proceso se puede modelar como un sistema de primer orden con retardo de tiempo, se puede utilizar el siguiente criterio:

$$0.2 < \frac{T}{q} < 1$$

donde:

T es el tiempo de muestreo y  $\theta$  es el tiempo muerto.

Para nuestro caso el tiempo muerto es aproximadamente 120 s por lo que:

$$0.2q < T < q$$
  
 $0.2(120) < T < 120$   
 $24 < T < 120$ 

elegimos entonces nuestro tiempo de muestro como  $T = 100 \,\mathrm{s}$ .

Según el teorema de muestreo de Nyquist-Shannon, define que para una señal de ancho de banda limitado, la frecuencia de muestreo (f<sub>m</sub>), debe ser mayor que dos veces su ancho de banda [BW], medida en Hertz [Hz], de tal manera de evitar el "aliasing":

$$f_m > 2 \,\mathrm{BW}$$
  
 $f_m > 2[f_{\max} - f_{\min}]$ 

para señales con  $f_{min} = 0$ , y expresando la relación anterior en radianes/segundos se tiene que:

$$W_m > 2W_{\text{max}}$$

el ancho de banda del sistema se determina del gráfico de Bode y se relaciona con  $t_{\text{DOM}}$ :

$$W_{\rm max} = \frac{1}{t_{\rm DOM}}$$

de tal manera que se puede encontrar el límite para el tiempo de muestreo:

$$W_m > 2W_{max}$$

$$\frac{2p}{T} > 2 \underbrace{\bigotimes_{t_{DOM}}^{\mathfrak{E}} \frac{1}{\xi}}_{T_{DOM}} \underbrace{\bigotimes_{\phi}^{\mathfrak{I}}}_{T 
$$T < (3.1416)(6810)$$

$$T < 21394.24 \text{ s}$$$$

de modo que nuestra elección de tiempo de muestreo cumple el teorema de Nyquist-Shannon evitando así el "aliasing".

## 3.6.3 Programa que construye la señal de entrada PRBS

La señal de entrada será obtenida mediante el programa Input DesignGui, aplicación realizada en MatLab por Daniel E. Rivera y Martin W. Braun que se muestran en la figura 3.8



Figura 3.8 Ventana de bienvenida al programa Input DesignGui

La plataforma con la que interacciona el usuario se muestra en la figura 3.9

🛃 Input Design GUI				
Plot/Analyze         2         Save Plots         2         Close Plots         2         Load Signal         2         Loaded Signal Flename:         Save Signal         2         ?           General Signal Specs:         2         Initial Deadline:         0         Amplitude (+4):         1         Periodic Rotation:         ?         ?         ?           Sampling Time:         1         Final Deadline:         0         Signal Bias:         0         None         Max Move         0         0				
Double Pulse       ?         Number of Cycles       1         First Pulse Duration       Imverse Repeat Sequence         Second Pulse Duration       Imverse Repeat Sequence         First Pulse Amplitude       Imverse Repeat Sequence         Pandom Binary Sequence       Imverse Repeat Sequence         Signal Duration       Imverse Repeat Sequence         Switching Time       Guideline Specification         Switching Time       Imverse         Plote:       2         I cycle only       Periodic         Inscription       Imverse         No. Bins       Conf.         No. Bins       Conf.         Include ZOH       Imverse         Wernings:       Wernings:	Multi-level Pseudo       2         Random Sequence       1         Number of Cycles       1         No. of Galdis Elements       Sequence Length         No. of Sinusoids       0         Number of Registers       0         No. of Cuideline Tables:       Tau_dom         Alpha       2       Lo         Beta       3       H         Beta       H       Cortrol Relevant         Guideline Tables:       2       Cortrol Relevant         Guideline Tables:       2       O         Yar.       1e.6       Minimum Creat Factor         Mar.       Schroeder-phased       Minimum Creat Factor         Mar.       1e.6       ter.       20         Markine Herel       20       Schroeder-phased       Markines         Markine Herel       600       1       Markines         Markine Herel       1e.6       ter.       20         Markine Herel       1e.6       ter.       20         <			

Figura 3.9 Grafica usada para el diseño de señales

En la ventana se debe introducir los parámetros (especificación directa) que deberá tener la señal de entrada PRBS:

- · Sampling Time
- · Initial Deadtime
- · Final Deadtime
- · Amplitude
- Switching Time
- · Number of Registers

Para poder generar una señal amigable con el sistema se debe tomar en consideración el tiempo de duración de la señal, es decir por cuánto tiempo la planta deberá estar parada para poder llevar a cabo la identificación.

Toda parada de la planta real significará pérdida en la producción y por ende pérdida de dinero. Se debe tener muy en cuenta esto al momento de definir que señal será la que debe aplicarse.

# 3.7 Procedimiento a utilizar para el diseño y validación de varias señales PRBS

Una vez elegido el tipo de señal y el tiempo de muestreo se procede a diseñar y validar varias señales de entrada, esto se debe a que es necesario conocer si los datos de salida que se obtengan a partir de la excitación de la planta con la señal de entrada, son válidos para la identificación.

El procedimiento para el diseño que se propone en este trabajo es el siguiente:

 Determinar la duración de la señal de entrada como lo sugiere el mayor proveedor de software para el control de procesos, con la siguiente expresión:

Duración de la prueba (valor sugerido) =  $(6...8)^*$ (Tiempo de estabilización estimada)\*(Número de las variables independientes)

En nuestro caso se tiene que:

Duración de la señal =  $(7)^{*}(4^{*}\tau_{DOM})^{*}(1) = (7)^{*}(4)^{*}(6810)^{*}(1)$ = 190680 s = 52.97 horas = 2.2 días

 Considerando fijo el número de registro n<sub>r</sub> y con base en esto se calcula el Tiempo de conmutación T<sub>SW</sub> mediante:

Duración de la señal PRBS =  $(\# \text{ de ciclos})^*(N_S)^*(T_{SW})$ 

- · Verificar que T<sub>SW</sub> sea múltiplo del tiempo de muestreo
- · Verificar que se cumplan los siguientes límites:

$$T_{SW} \in \frac{2.8 t_{DOM}^{L}}{a_{s}}$$
$$N_{s} = 2^{n_{r}} - 1^{3} \frac{2pb_{s} t_{DOM}^{H}}{T_{SW}}$$
considerando  $t_{DOM}^{L} = t_{DOM}^{H} = 6810 \text{ s}$ ,  $a_{s} = 2$  (la constante de tiempo en lazo cerrado es la mitad de la de lazo abierto) y  $b_{s} = 3$  (dará información de una frecuencia que aproximadamente corresponda al 95% del tiempo de estabilización).

 Verificar que la banda de frecuencia de interés quede cubierta con la selección de T<sub>SW</sub>, mediante:

$$\frac{2p}{N_s T_{sw}} \pm w \pm \frac{2.8}{T_{sw}}$$

Para nuestro caso la frecuencia dominante del sistema es:

$$W_{DOM} = \frac{1}{t_{DOM}} = \frac{1}{6810} = 1.50 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$$

- Por el tipo de planta a simular la señal tendrá una amplitud de 0.5 y con un desfasamiento de 0.5, con lo que se logra que la señal este entre 1 y 0, esto porque el control es ON/OFF y por esta razón estos son los valores que debe tener la señal PRBS
- Si uno de los parámetros no cumple con una de las verificaciones, se cambia n<sub>r</sub> y se repite el procedimiento.

Luego de diseñar la señal de entrada siguiendo el procedimiento arriba mencionado, se procede a realizar la validación de dicha señal, la cual consiste en general, en excitar a la planta con dicha señal y analizar los datos de entrada y salida. Para esta validación se seguirá el siguiente procedimiento:

 Una vez diseñada la señal de entrada, se excita a la planta con dicha señal. Para ello, la señal PRBS es guardada por el Input DesignGui, abierta después por el Workspace de Matlab y seguidamente es cargada en Simulink mediante un bloque "from workspace". La figura 3.10 muestra la simulación en la que se ingresa la señal PRBS





 Se Obtienen y tratan de los datos (esta parte se analizará con mayor profundidad en el capítulo 4). Para realizar esta parte se utilizará la herramienta implementada en Matlab mediante la ayuda del módulo System Identification, accediendo a ella por medio del comando ident en Matlab, abriéndose la interfaz mostrada en la figura 3.11.



Figura 3.11 Interfaz de la herramienta System Identification

Desplegando en Import data se elige la opción Time domain data para cargar los datos de entrada-salida en la herramienta de identificación. La figura 3.12 muestra la interfaz que se requiere llenar para poder cargar los datos.

Data Fo	rmat for Signals
Time-Domain	Signals 🔻
Works	space Variable
Input:	u
Output:	у
Pata	Information
Data Data name:	Information Horno
Data Data name: Starting time	Information Horno 0
Data Data name: Starting time Sampling interva	Information Horno 0 al: 100
Data Data name: Starting time Sampling interva	Information Horno 0 100 More
Data Data name: Starting time Sampling interva	Information Horno 0 100 More Reset

Figura 3.12 Importar Datos

Para cargar los datos, Ident pide especificar el nombre de las variables en el espacio de trabajo de Matlab que contienen las

señales de entrada y salida, el nombre que se le asignará a dichos datos (es elegido por el usuario, por defecto es mydata), el tiempo inicial (por defecto es uno, ya que Ident asume como entrada una señal escalón) y el tiempo de muestreo.

Adicionalmente existe la opción More que desplegara casilleros adicionales en el que el usuario puede escoger algunas propiedades como el retenedor para la reconstrucción de la señal (por defecto es el retenedor de orden cero ZOH), colocar el nombre de los canales de entrada y salida (como por ejemplo: potencia y temperatura), las unidades de las variables físicas (para el ejemplo anterior: [W] y [°C]) y algún comentario adicional sobre los datos.

Una vez llenado los casilleros e importado los datos, aparecerán en la interfaz de la figura 3.11, para proceder al tratamiento el cual consiste, por ahora, en remover las tendencia, la media, offset

- A los datos ya tratados se los exporta al espacio de trabajo de Matlab, arrastrándolo hacia el casillero *To Workspace* (ver figura 3.11).
- Se ejecuta la función *cra* a los datos entada-salida en Matlab, esta función muestra la autocorrelación de la entrada y de la salida, la correlación cruzada entre entrada-salida, y la estimación de la respuesta al impulso, estas dos últimas son idénticas debido a que la entrada tiene características de ruido blanco.

Una señal de entrada es aceptable, existe relación entre la entrada y salida, esto es, la gráfica de la respuesta al impulso debe sobrepasar los límites de error.

- Por último se realiza el análisis de correlación y espectral con la ayuda de la herramienta System Identification, de tal manera de corroborar los parámetros obtenidos en la sección 3.5
- Si la señal no cumple con los dos puntos mencionados arriba se debe diseñar una nueva señal y realizar la respectiva validación.

Como ya se ha mencionado uno de los principales inconvenientes en esta metodología de identificación es el tiempo de las pruebas, lo que significa pérdida de producción, es por esto que se debe tener mucho cuidado de no realizar muchas iteraciones en el diseño de la entrada, ya cada validación significará realizar una prueba a la planta y por ende pérdida de producción.

# 3.7.1 Diseño y validación de la señal PRBS con n<sub>r</sub> = 8

Considerando  $n_r = 8$  y recordando que el Tiempo de conmutación es un entero múltiplo del tiempo de muestreo ( $T_{SW} = k^*T$ ) se tiene:

Duración PRBS = (# de ciclos)\*(NS)\*(TSW)  
Duración PRBS = (# de ciclos)\*(
$$2^{n_r} - 1$$
)\*(k\*T)  
190680 s = (1)\*(255)\*(k\*100)  
k = 7

de modo que  $T_{SW}$  = 700 s. Tanto  $T_{SW}$  como  $N_S$  cumplen con los siguientes límites:

$$T_{SW} \notin \bigotimes_{c}^{\text{a}2.8} \frac{t_{DOM}^{L}}{a_{s}} = \frac{2.8(6810)}{2} = 9534 \text{s} \frac{\ddot{\Theta}}{\dot{\Theta}}$$
$$N_{s} = 2^{n_{r}} - 1^{3} \bigotimes_{c}^{\text{a}2} \frac{2pb_{s} t_{DOM}^{H}}{T_{SW}} = \frac{2p(3)(6810)}{700} = 183.37 \frac{\ddot{\Theta}}{\dot{\Theta}}$$

La potencia de la señal se encuentra concentrada en la siguiente banda de frecuencia:

$$\frac{2p}{N_s T_{sw}} \notin w \notin \frac{2.8}{T_{sw}}$$
  
3.52x10<sup>-5</sup> f w f 4.00x10<sup>-3</sup>

dentro de la cual se encuentra  $W_{DOM} = 1.50 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$ .



Figura 3.13 Datos entrada-salida con señal PRBS (nr = 8)

La figura 3.13 muestra los datos de entrada y salida al ingresar la señal PRBS con  $n_r = 8$  en la simulación de la figura 3.11. Se trata los datos como se explicó anteriormente, se exporta al espacio de trabajo de Matlab y se ejecuta la función cra con preblanqueado y lags por defecto:





Figura 3.14 Función cra de datos entrada-salida con señal PRBS (nr = 8)

Como se puede observar en la figura 3.14, la entrada tiene propiedades de autocorrelación parecidas a las del ruido blanco, y la respuesta al impulso muestra relación entra la entrada y la salida, ya que sobrepasa los límites de confianza. Siguiendo el proceso de validación las figuras 3.16 y 3.18 muestran el análisis de correlación y espectral obtenido a partir de la herramienta System Identification desplegando el menú Estimate (figura 3.11), mientras que las figuras 3.15 y 3.17 muestran los parámetros de dichos análisis.

Time span (s):	[-500 4.5e+004]	
Order of whitening filter:	0	
Model Name:	Imp	





Figura 3.16 Respuesta del análisis de correlación con señal PRBS (nr = 8)

La figura 3.16 muestra una buena aproximación a la respuesta escalón de la planta, de ella se puede obtener parámetros como tiempo muerto (100 s), el valor del paso (158.3) y la constante de tiempo dominante (6550 s).

Method:	SPA (Blackman-Tukey)
Frequency Spacing:	Linear
Frequencies:	100
Frequency Resolution:	200
Model Name:	sp100

Figura 3.17 Parámetros del análisis espectral con señal PRBS

(nr = 8)



Figura 3.18 Respuesta del análisis espectral con señal PRBS (nr = 8)

En esta parte se presta mayor importancia a la ventana de retardo que realiza el suavizado, con el parámetro de truncado

M (Frequency Resolution en la figura 3.17), para el cual se escogió como 200.

La figura 3.18 muestra la respuesta de frecuencia (Diagrama de Bode) para el análisis espectral, del cual se puede obtener parámetros como la frecuencia de corte (1.4x10<sup>-4</sup> rad/s) de tal manera que la constante de tiempo dominante es 7143 s. Además se puede observar que existe la presencia de tiempo muerto, debido a que cuando la fase alcanza un valor de -90°, al aumentar la frecuencia la fase se vuelve más negativa.

# 3.7.2 Diseño y validación de la señal PRBS con $n_r = 7$

Considerando  $n_r = 7$  y recordando que el Tiempo de conmutación es un entero múltiplo del tiempo de muestreo ( $T_{SW} = k^*T$ ) se tiene:

Duración PRBS = (# de ciclos)\*(N<sub>S</sub>)\*(T<sub>SW</sub>)  
Duración PRBS = (# de ciclos)\*(
$$2^{n_r} - 1$$
)\*(k\*T)  
190680 s = (1)\*(127)\*(k\*100)  
k = 15

de modo que  $T_{SW}$  = 1500 s. Tanto  $T_{SW}$  como N<sub>S</sub> cumplen con los siguientes límites:

$$T_{SW} \stackrel{e}{=} \underbrace{\frac{\&2.8 t_{DOM}^{L}}{a_{s}}}_{S} = \frac{2.8(6810)}{2} = 9534s \frac{\ddot{o}}{\frac{1}{2}}$$
$$N_{s} = 2^{n_{r}} - 1^{3} \underbrace{\frac{\&2pb_{s} t_{DOM}^{H}}{T_{SW}}}_{S} = \frac{2p(3)(6810)}{1500} = 85.58 \frac{\ddot{o}}{\frac{1}{2}}$$

La potencia de la señal se encuentra concentrada en la siguiente banda de frecuencia:

$$\frac{2p}{N_s T_{sw}} \pounds w \pounds \frac{2.8}{T_{sw}}$$
  
3.30x10<sup>-5</sup> £w £1.87x10<sup>-3</sup>

dentro de la cual se encuentra  $W_{DOM} = 1.50 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$ .

La figura 3.19 muestra los datos de entrada y salida al ingresar la señal PRBS con  $n_r = 7$  en la simulación de la figura 3.11.



Figura 3.19 Datos entrada-salida con señal PRBS (nr = 7)

Se trata los datos como se explicó anteriormente, se exporta al espacio de trabajo de Matlab y se ejecuta la función *cra* con preblanqueado y lags por defecto:

### >> cra(nr7dd,M,NA,2)



Figura 3.20 Función cra de datos entrada-salida con señal PRBS (nr = 7)

Como se puede observar en la figura 3.14, la entrada tiene propiedades de autocorrelación parecidas a las del ruido blanco, y la respuesta al impulso muestra relación entra la entrada y la salida, ya que sobrepasa los límites de confianza.

Siguiendo el proceso de validación las figuras 3.22 y 3.24 muestran el análisis de correlación y espectral obtenido a partir de la herramienta System Identification desplegando el menú *Estimate* (figura 3.11), mientras que las figuras 3.21 y 3.23 muestran los parámetros de dichos análisis.

Time span (s):	[-500 <mark>4.5</mark> e+004]	
Order of whitening filter:	0	
Model Name:	Imp	

Figura 3.21 Parámetros del análisis de correlación con señal PRBS (nr = 7)



Figura 3.22 Respuesta del análisis de correlación con señal PRBS (nr = 7)

La figura 3.22 muestra una mala aproximación a la respuesta escalón de la planta, de ella se puede obtener parámetros como tiempo muerto (100 s), el valor del paso (135) y la constante de tiempo dominante (5250 s).

Method:	SPA (Blackman-Tukey)	•
Frequency Spacing:	Linear	•
Frequencies:	100	
Frequency Resolution:	200	
Model Name:	sp100	

Figura 3.23 Parámetros del análisis espectral con señal PRBS (nr = 7)



Figura 3.24 Respuesta del análisis espectral con señal PRBS (nr = 7)

En esta parte se presta mayor importancia a la ventana de retardo que realiza el suavizado, con el parámetro de truncado M (Frequency Resolution en la figura 3.23), para el cual se escogió como 200. La figura 3.24 muestra la respuesta de frecuencia (Diagrama de Bode) para el análisis espectral, del cual se puede obtener parámetros como la frecuencia de corte (1.3x10<sup>-4</sup> rad/s) de tal manera que la constante de tiempo dominante es 7692 s. Además se puede observar que existe la presencia de tiempo muerto, debido a que cuando la fase alcanza un valor de -90°, al aumentar la frecuencia la fase se vuelve más negativa.

### 3.7.3 Diseño y validación de la señal PRBS con n<sub>r</sub> = 6

Considerando  $n_r = 6$  y recordando que el Tiempo de conmutación es un entero múltiplo del tiempo de muestreo ( $T_{SW} = k^*T$ ) se tiene:

Duración PRBS = (# de ciclos)\*(N<sub>S</sub>)\*(T<sub>SW</sub>)  
Duración PRBS = (# de ciclos)\*(
$$2^{n_r} - 1$$
)\*(k\*T)  
190680 s = (1)\*(63)\*(k\*100)  
k = 30

de modo que  $T_{SW}$  = 3000 s. Tanto  $T_{SW}$  como N<sub>S</sub> cumplen con los siguientes límites:

$$T_{SW} \notin \underbrace{\underbrace{\mathcal{E}}_{Q}^{\mathfrak{W}2.8} t_{DOM}^{L}}_{\mathcal{S}} = \frac{2.8(6810)}{2} = 9534s \frac{\ddot{\Theta}}{\dot{\Theta}}$$
$$N_{S} = 2^{n_{r}} - 1^{3} \underbrace{\underbrace{\mathcal{E}}_{Q}^{\mathfrak{W}2} p_{S} t_{DOM}^{H}}_{\mathcal{S}W} = \frac{2p(3)(6810)}{3000} = 42.79 \frac{\ddot{\Theta}}{\dot{\Theta}}$$

La potencia de la señal se encuentra concentrada en la siguiente banda de frecuencia:

$$\frac{2p}{N_s T_{sw}} \le w \le \frac{2.8}{T_{sw}}$$
4.89x10<sup>-5</sup> \equiv w \equiv 9.33x10<sup>-4</sup>

dentro de la cual se encuentra  $W_{DOM} = 1.50 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$ .

La figura 3.25 muestra los datos de entrada y salida al ingresar la señal PRBS con  $n_r = 6$  en la simulación de la figura 3.11.



Figura 3.25 Datos entrada-salida con señal PRBS (nr = 6)

Se trata los datos como se explicó anteriormente, se exporta al espacio de trabajo de Matlab y se ejecuta la función *cra* con preblanqueado y lags por defecto:

>> cra(nr6dd,M,NA,2)



-igura 3.26 Función cra de datos entrada-salida con señal PRBS (nr = 6)

Como se puede observar en la figura 3.26, la entrada tiene propiedades de autocorrelación parecidas a las del ruido blanco, y la respuesta al impulso muestra relación entra la entrada y la salida, ya que sobrepasa los límites de confianza.

Siguiendo el proceso de validación las figuras 3.28 y 3.30 muestran el análisis de correlación y espectral obtenido a partir de la herramienta System Identification desplegando el menú *Estimate* (figura 3.11), mientras que las figuras 3.27 y 3.29 muestran los parámetros de dichos análisis.

Time span (s):	[-500 <mark>4.5</mark> e+004]	
Order of whitening filter:	D	
Model Name:	Imp	

Figura 3.27 Parámetros del análisis de correlación con señal PRBS (n<sub>r</sub> = 6)



Figura 3.28 Respuesta del análisis de correlación con señal PRBS (nr = 6)

La figura 3.28 muestra una buena aproximación a la respuesta escalón de la planta, de ella se puede obtener parámetros como tiempo muerto (100 s), el valor del paso (150) y la constante de tiempo dominante (6250 s).

Method:	SPA (Blackman-Tukey)
Frequency Spacing:	Linear
Frequencies:	100
Frequency Resolution:	200
Model Name:	sp100

Figura 3.29 Parámetros del análisis espectral con señal PRBS





Figura 3.30 Respuesta del análisis espectral con señal PRBS (nr = 6)

En esta parte se presta mayor importancia a la ventana de retardo que realiza el suavizado, con el parámetro de truncado M (Frequency Resolution en la figura 3.29), para el cual se escogió como 200.

La figura 3.30 muestra la respuesta de frecuencia (Diagrama de Bode) para el análisis espectral, del cual se puede obtener parámetros como la frecuencia de corte (1.3x10<sup>-4</sup> rad/s) de tal manera que la constante de tiempo dominante es 7692 s. Además se puede observar que existe la presencia de tiempo muerto, debido a que cuando la fase alcanza un valor de -90°, al aumentar la frecuencia la fase se vuelve más negativa.

### 3.7.4 Diseño y validación de la señal PRBS con n<sub>r</sub> = 5

Considerando  $n_r = 5$  y recordando que el Tiempo de conmutación es un entero múltiplo del tiempo de muestreo ( $T_{SW} = k^*T$ ) se tiene:

de modo que  $T_{SW}$  = 6200 s. Tanto  $T_{SW}$  como N<sub>S</sub> cumplen con los siguientes límites:

$$T_{SW} \notin \bigotimes_{c}^{\underline{a}2.8} t_{DOM}^{L} = \frac{2.8(6810)}{2} = 9534s \frac{\ddot{\Theta}}{\dot{\Theta}}$$
$$N_{S} = 2^{n_{r}} - 1^{3} \bigotimes_{c}^{\underline{a}2pb_{S}} t_{DOM}^{H} = \frac{2p(3)(6810)}{6200} = 20.70 \frac{\ddot{\Theta}}{\dot{\Theta}}$$

La potencia de la señal se encuentra concentrada en la siguiente banda de frecuencia:

$$\frac{2p}{N_s T_{sw}} \notin w \notin \frac{2.8}{T_{sw}}$$
  
3.26x10<sup>-5</sup> f w f 4.5x10<sup>-4</sup>

dentro de la cual se encuentra  $W_{DOM} = 1.50 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$ .

La figura 3.31 muestra los datos de entrada y salida al ingresar la señal PRBS con  $n_r = 5$  en la simulación de la figura 3.11.



Figura 3.31 Datos entrada-salida con señal PRBS (nr = 5)

Se trata los datos como se explicó anteriormente, se exporta al espacio de trabajo de Matlab y se ejecuta la función *cra* con preblanqueado y lags por defecto:

>> cra(nr5dd,M,NA,2)



PRBS (nr = 5)

Como se puede observar en la figura 3.32, la entrada tiene propiedades de autocorrelación parecidas a las del ruido blanco, y la respuesta al impulso muestra relación entra la entrada y la salida, ya que sobrepasa los límites de confianza.

Siguiendo el proceso de validación las figuras 3.34 y 3.36 muestran el análisis de correlación y espectral obtenido a partir de la herramienta System Identification desplegando el menú *Estimate* (figura 3.11), mientras que las figuras 3.33 y 3.35 muestran los parámetros de dichos análisis.

Time span (s):	[-500 4.5e+004]
Order of whitening filter:	D
Model Name:	Imp

Figura 3.33 Parámetros del análisis de correlación con señal PRBS (nr = 5)



Figura 3.34 Respuesta del análisis de correlación con señal PRBS (nr = 5)

La figura 3.34 muestra una buena aproximación a la respuesta escalón de la planta, de ella se puede obtener parámetros como el tiempo muerto (100 s), el valor del paso (174) y la constante de tiempo dominante (7750).

Method:	SPA (Blackman-Tukey)
Frequency Spacing:	Linear
Frequencies:	100
Frequency Resolution:	200
Model Name:	sp100

Figura 3.35 Parámetros del análisis espectral con señal PRBS





Figura 3.36 Respuesta del análisis espectral con señal PRBS (nr = 5)

En esta parte se presta mayor importancia a la ventana de retardo que realiza el suavizado, con el parámetro de truncado M (Frequency Resolution en la figura 3.35), para el cual se escogió como 200.

La figura 3.36 muestra la respuesta de frecuencia (Diagrama de Bode) para el análisis espectral, del cual se puede obtener

parámetros como la frecuencia de corte (1.3x10<sup>-4</sup> rad/s) de tal manera que la constante de tiempo dominante es 7692 s. Además se puede observar que existe la presencia de tiempo muerto, debido a que cuando la fase alcanza un valor de -90°, al aumentar la frecuencia la fase se vuelve más negativa.

Con n<sub>r</sub> = 4 el Tiempo de conmutación T<sub>SW</sub> es 7200 s, y no cumple con el límite de  $T_{SW}$  f  $\overset{\text{algebra}}{\underset{e}{\xi}} = \frac{2.8(6810)}{2} = 9534 \text{s} \frac{\ddot{\text{b}}}{\dot{\underline{s}}}.$ 

### 3.8 Comparación de las diferentes señales PRBS

Es necesario realizar una comparación de los resultados obtenidos con las diferentes señales PRBS para elegir una de ellas.

### 3.8.1 Análisis de correlación con CRA (respuesta al impulso)

Todas las señales PRBS lograron excitar a la planta de tal manera de obtener datos entrada-salida relacionados entre sí, encerrando así la dinámica de la planta.

### 3.8.2 Análisis de correlación con ident (respuesta al escalón)

Todas las señales PRBS obtuvieron en su respuesta escalón aproximaciones de la constante de tiempo dominante cercanas a la hallada a en la sección 3.5 (6810 s), aunque las señales con  $n_r$  igual a 8 y 7 no logran estabilizarse mientras que las de  $n_r$  igual a 6 y 5 logran estabilizarse pero presentan un error de estado estacionario de aproximadamente 12.

# 3.8.3 Análisis espectral con ident (respuesta de frecuencia)

Todas las señales PRBS presentan igual respuesta de frecuencia esto posiblemente por el valor del truncado M = 200. Lo más importante es fijarnos si la frecuencia de corte coincide con la constante de tiempo dominante de la respuesta escalón, lo cual se aprecia en mayor medida con la señal de  $n_r = 5$ .

Con lo dicho arriba se puede realizar un cuadro comparativo y elegir una señal para la identificación.

Número de registros	Número de ciclos	Tiempo de conmutación (s)	Tiempo de duración (s)	Comentarios
8	1	700	178500	Buena aproximación de parámetros. No se estabiliza.
7	1	1500	190500	Mala aproximación de parámetros. No se estabiliza. Poca ganacia.
6	1	3000	189000	Buena aproximación de parámetros. Aparente estabilización. Poca ganancia.
5	1	6200	192200	Buena aproximación. Poco de exceso en la ganancia. Aparente estabilización.

Tabla 3.1 Cuadro comparativo de las diferentes señales PRBS diseñadas

Para la identificación se elige la señal PRBS con  $n_r = 5$ , ya que presentó mejores resultados en cuanto a la respuesta escalón y la respuesta de frecuencia. Se justifica el hecho de la ganancia, ya que se realizo el análisis de correlación con todos los datos, como se verá más adelante solo se utiliza una cierta cantidad de los datos para la identificación.

La señal PRBS y sus parámetros se muestran en las figura 3.37 y 3.38



Figura 3. 37 Señal PRBS escogida

PRBS Des	sign & Ai	ialysis Ta	able	
General Signal S	Specs			
Sampling Time	100.000000			
Initial Deadtime	0 000000			
Final Deadtime	0.000000			
Signal Amplitude	0.500000			
Signal Bias	0.500000			
Signal Design	·,			
Sampling Time 100.000000				
Switching Time		6200.000000		
Number of Shift R	egisters	5.000000		
Number of Cycles	;	1.000000		
Low Frequency A	ttained [rad/time]	0.000033		
High Frequency A	Attained [rad/time	] 0.000448		
Length of 1 Cycle		192200.000000		
Length of Signal		192200.000000		
Signal Analysis				
Max value of sign	al		1.000000	
Min value of signa	ıl		0.00000	
Max change in va	lue of signal		1.000000	
Mean of signal			0.516129	
Standard deviation	n of signal		0.499870	
Variance of signa	l		0.249870	
Entire signal leng	th (with deadtime	s)	192200.000000	
Crest factor			1.391941	
Performance Inde	x For Perturbatio	n Signals (PIPS)	99.947957	

Figura 3.38 Parámetros de la señal PRBS diseñada

La señal PRBS es una señal determinística periódica cuyas propiedades de autocorrelación se asemejan a la del ruido blanco, como se muestra en la figura 3.39



Figura 3.39 Función de autocorrelación de la señal PRBS escogida

Se puede observar que la función de autocorrelación es periódica con período  $N_S^*T_{SW} = 31^*6200 = 192200$  s, y en cada período tiene un valor de 1.

El espectro de potencia de la señal PRBS escogida se muestra en la figura 3.40, la cual se encuentra concentrada en la siguiente banda de frecuencia  $3.26x10^{-5}$  £*w*£4.5*x*10<sup>-4</sup>, y dentro de esta banda se encuentra la frecuencia dominante del sistema:



Figura 3.40 Espectro de potencia de la señal PRBS escogida

# **CAPÍTULO 4**

# 4. IDENTIFICACIÓN Y VALIDACIÓN DE LOS MODELOS

# 4.1 Respuesta del sistema

Siguiendo el proceso de identificación, una vez diseñada la señal de entrada, se excita a la planta con dicha señal. En el capítulo anterior (figura 3.10)se mostró la simulación en la que se ingresa la señal PRBS a la planta.

La figura 4.1 muestra los datos de entrada y los datos de salida (Temperatura) del sistema. Como se había mencionado en el capítulo anterior, las pruebas las realizamos con dos niveles de resistencia, para no llevar al sistema a un punto crítico ya que el sistema fue diseñado para dos niveles.

Hay que recordar que las pruebas se realizan en lazo abierto, de tal manera que no existe control sobre la temperatura del horno, siendo esto una de las principales razones por la que se ha decido trabajar con dos niveles.

### 4.2 Obtención y tratamiento de los datos

Si se contara con la posibilidad de identificar el proceso real, se debería obtener los datos mediante una tarjeta de adquisición, en nuestro caso los datos para la identificación se los obtiene de la simulación en Simulink (figura 4.1) mediante el bloque "To workspace".



Figura 4.1 Respuesta del sistema a la señal de entrada PRBS

Una vez obtenido los datos es necesario realizar un tratamiento, lo que se denomina "pre-procesamiento de los datos", esto se debe a que existe la probabilidad que dichos datos no estén en condiciones de ser usados por algoritmos de identificación.

Las principales posibles deficiencias en los datos que se deben considerar son:

- Perturbaciones de alta frecuencia en la adquisición de los datos, por encima de las frecuencias de interés del sistema dinámico.
- · Datos erróneos (Bursts y/o outliers ocasionales)
- Drift, offset y perturbaciones de baja frecuencia, posiblemente de carácter periódico.

A continuación se explicará cada una de ellas.

# 4.2.1 Perturbaciones de alta frecuencia

Este tipo de perturbaciones indican que la elección del intervalo de muestreo y de los filtros de pre-muestreo, no fueron correctamente escogidos. Para nuestro caso la elección de un periodo de muestreo de 100 s, nos dice que el efecto aliasing se da para señales que superen la frecuencia de:

$$f_{\text{max}} = \frac{f_{\text{muestreo}}}{2}$$

$$f_{\text{max}} = \frac{1}{2(T_{\text{muestreo}})}$$

$$f_{\text{max}} = \frac{1}{2(100)} = 5x10^{-3} \text{ [Hz]}$$

$$W_{\text{max}} = 3.14x10^{-2} \text{ [rad/s]}$$

Esta frecuencia está muy por encima de la frecuencia de interés del sistema.

Si luego de hacer el experimento, resulta ser que el periodo de muestreo fue tomado innecesariamente pequeño, uno siempre podrá re-muestrear los datos tomando de a cada n muestras del registro original (proceso de diezmado). Sin embargo, sigue siendo necesario aplicar un filtro anti-aliasing antes de realizar el re-muestreo de los datos.

La decisión de filtrar los datos está determinado por la forma en la que se desee manejar el ruido, en nuestro caso no se filtrarán los datos ya que el propio modelo se encarguará de determinar el ruido en el sistema.

### 4.2.2 Datos erróneos (Bursts y/o outliers ocasionales)

En la práctica, el equipo para la adquisición de datos no es perfecto. Puede ser que existan valores individuales o porciones de datos de entrada-salida perdidos, debido al mal funcionamiento en los sensores o en los enlaces de comunicación.

Para manejar los datos perdidos se recomienda, una vez identificados mediante la gráfica de los mismos o mediante un software como Matlab, reemplazarlos mediante el uso de métodos de interpolación.

El mal funcionamiento puede producir errores en los valores de medición, llamada outliers (valores atípicos), causados posiblemente por los picos de señal o por mal funcionamiento del equipo de medición. Los outliers pueden tener una influencia negativa considerable en la estimación de los modelos. Cabe resaltar que los datos erróneos son muy fáciles de detectar en un gráfico residual.

Para identificar la presencia de outliers se puede realizar una de las siguientes tareas:

- Antes de realizar la estimación, graficar los datos e identificar valores que no parecen seguir la distribución característica del resto de los datos.
- Después de realizar la estimación, realizar el análisis residual e identificar valores inusualmente grandes.

Para eliminar o reducir el efecto de los outliers se recomienda realizar una de las siguientes tareas:

- Extraer las porciones de datos que no presenten outliers y agruparlos en un solo conjunto de datos.
- Reemplazar los outliers mediante el uso de métodos de interpolación.
- Eliminar los outliers filtrando el contenido de altas frecuencias en los datos, debido a que los outliers suelen ser consecuencias de cambios bruscos.

En nuestro caso, debido a que el experimento es simulado en Simulink, los datos no presentarán valores perdidos ni outliers.

### 4.2.3 Drift, offset y perturbaciones de baja frecuencia

Perturbaciones de baja frecuencia, offsets, trends, drift, y variaciones periódicas no son comunes en los conjuntos de datos. Estos fenómenos provienen típicamente de fuentes externas que se podría o no incluir en nuestro modelo. Existen dos aproximaciones diferentes para lidiar con estos problemas:

- Remover las perturbaciones a través de un pretratamiento explícito de los datos.
- Dejar que el modelo del ruido se ocupe de las perturbaciones.

La primera aproximación involucra el hecho de remover trends (tendencias), medias y offsets por sustracción directa, mientras que la segunda confía en los modelos de ruido con polos sobre o cerca del círculo unitario, como la estructura ARIMA.

El pretratamiento de los datos ayuda a estimar en forma más exacta modelos lineales, ya que los modelos lineales no pueden captar las diferencias arbitrarias entre los niveles de la señal de entrada o de salida, esto es los modelos lineales que se estiman de datos pretratados describen la relación entre un cambio en la señal de entrada con un cambio en la señal de salida.

En nuestro caso el pretartamiento de los datos consistirá en eliminar las tendencias lineales (remover trends) y la eliminación de media (remover media).

# 4.3 Herramienta para la identificación

Para realizar el tratamiento de los datos y luego el resto del proceso de identificación se utilizará la herramienta descrita en la sección 3.7, ident mostrada en la figura 3.11. Una vez importado los datos (figura 3.12) se procede al tratamiento previo a la identificación (con el menú desplegable de Preprocess) el cual consiste en remover las tendencia, la media, offset, y dividir los datos (50% para la identificación y 50% para la validación).



Figura 4.2 Datos de entrada-salida pretratados.


Figura 4.3 Datos de entrada-salida destinados a la identificación y validación

La figura 4.2 muestra los datos de entrada y salida del sistema con tendencia, media y offset removidos, mientras que la figura 4.3 muestra la selección de datos para la identificación y la validación.

## 4.4 Proceso de la Identificación de sistemas

En la identificación de sistemas existen cuatro conceptos fundamentales que son: El sistema o descripción matemática del proceso, la estructura del modelo, el método de identificación y la condición experimental que es la descripción general de cómo el experimento de identificación es llevado a cabo.

En la figura 4.4 se muestra un diagrama de bloques representativos del proceso de identificación, mediante la realización de mediciones y captura de datos en el sistema.



Figura 4.4 Proceso de identificación para la obtención de un modelo matemático.

En la figura 4.5 se muestra un diagrama de flujo del proceso de identificación.

## 4.6 Análisis con diferentes modelos de identificación

Se aplicará ahora el método de identificación paramétrica, que como su nombre lo indica, en este método es necesario especificar el valor de ciertos parámetros dependiendo del modelo que se escoja.



Figura 4.5 Flujograma de identificación paramétrica

Para una mejor apreciación de los diferentes modelos y aproximaciones de la identificación se realiza una TABLA comparativa (tabla 4.1).

Para cada modelo se elegirá diferentes valores de las variables de la tabla 4.1, de modo que se debe utilizar un criterio de validación para determinar cual conjunto de valores da un modelo aceptable.

Nombre	Significado
	Numero de Polos
na	Comunes
nb	Numero de Zeros + 1
пс	Entrada de Ruido Zeros
nd	Entrada de Ruido Polo
nf	Numero de Polos
nk	Retardo

Tabla 4.1 Significado de variables – identificación paramétrica

Para aplicar dicha validación se puede utilizar los siguientes métodos:

- Comparando la simulación o predicción de salida del modelo (model output) con la salida medida del sistema usada para la validación.
- Analizando la autocorrelación y correlación cruzada de los resudios con la entrada (model resids).
- Analizando la respuesta del modelo (model response): analizar la respuesta a una entrada paso y la respuesta de frecuencia, adicionalmente se puede analizar la respuesta al impulso y el espectro de ruido.
- · Graficando los polos y ceros del modelo lineal paramétrico.
- Comparando la respuesta de la identificación no paramétrica (respuesta a una entrada paso, la respuesta al impulso, la respuesta de frecuencia) con la respuesta del modelo paramétrico. Este método se puede utilizar siempre y cuando no haya retroalimentación en el sistema, ya que si existe los resultados de la identificación no paramétrica son poco fiables.

 Comparando los modelos usando los criterios de Akaike: Error final de predicción (FEP) y criterio de información (AIC).

En este trabajo se utilizará los tres primeros métodos, los cuales se explican a continuación:

## Model Output

Este método consiste en comparar la simulación o predicción de la salida del modelo con los datos de salida del sistema (obtenidos del experimento y utilizados para la validación).

Es importante enfatizar la diferencia entre simulación y predicción. En el cálculo de la salida del modelo la predicción utiliza como valores pasados los valores medidos de la salida del sistema, mientras que la simulación utiliza valores calculados a partir de los valores de entrada y condiciones iniciales. La simulación provee una mejor prueba de validación en comparación con la predicción.

Para determinar la validez del modelo, el software de identificación calcula el porcentaje de ajuste (%fit) con la siguiente expresión:

donde, y es la salida medida del sistema,  $\hat{y}$  es la salida del modelo (simulada o predecida) y  $\overline{y}$  es la media de y.

#### Model Resids

Los residuos son las diferencia entre la salida del modelo (utilizando la predicción de un paso hacia adelante) y las salida medida del sistema (datos para la validación). Por lo tanto, los residuos representan la parte de los datos de validación que no son obtenidos por el modelo.

El análisis residual consiste de dos pruebas: blancura e independencia.

De acuerdo a la prueba de brancura, un buen modelo tiene la función de autocorrelación de los residuos dentro del intervalo de confianza de la correspondiente estimación, lo que indica que los residuos no están correlacionados.

De acuerdo a la prueba de independencia, un buen modelo tiene residuos que no están correlacionados con entradas pasadas. Evidencia de correlación indica que el modelo no describe como parte de la salida se relaciona con la correspondiente entrada. Por ejemplo, un pico fuera del intervalo de confianza para el retraso (lag) k significa que la salida y(t) originada de la entrada u(t – k) no está bien descrita por el modelo.

El modelo debe pasar ambas pruebas, excepto en los siguientes casos:

 Para el modelo output-error (OE), solo es necesario que el modelo demuestre la independencia de e y u, y se debe prestar menos atención a los resultados de la blancura de e. En este caso, el modelo se enfoca en la dinámica de G, y no en las propiedades de la perturbación H.

 La correlación entre los residuos y la entrada para retrasos (lags) negativos, no es necesariamente una indicación de un modelo inexacto.

### Model Response

Este método consiste en graficar la respuesta a una entrada paso y la respuesta de frecuencia del modelo y obtener los parámetros característicos como son el tiempo muerto, la ganancia y la constante de tiempo dominante, para compararlas con las obtenidas de la dinámica general del sistema (sección 3.5).

Existe además el criterio de parsimonia que se basa en hallar una representación sencilla del modelo que tenga una buena aproximación al comportamiento de la planta real. Se utilizará este criterio solo para los modelos que hayan pasado los tres métodos citados arriba.

#### 4.6.1 Análisis con el Modelo ARX

El problema de estimación se convierte en un problema de regresión lineal. Las estimaciones ARX de alto orden (na y nb grandes) arrojan resultados consistentes pero pueden tener problemas de varianza en presencia de ruido significativo.

Estimaciones ARX de bajo orden son problemáticas en la presencia de ruido significativo y cuando se selecciona una

estructura de modelo incorrecta. La estructura del modelo ARX es:

$$A(q^{-1}) y(t) = B(q^{-1}) u(t) + e(t)$$

Donde A y B son polinomios de orden na y nb respectivamente. De modo que para esta estructura es necesario escoger el valor de na y nb y adicionalmente el valor de nk (tiempo muerto), el cual será 2, de tal manera que el tiempo muerto sea un tiempo de muestreo (100 s), mientras que a na y nb se los escoge lo más bajo posibles.

Para realizar la estimación paramétrica se elige en el menú desplegable Estimate de la interfaz de identificación (figura 3.11), la opción Linear parametric models de tal manera que nos aparezca la ventana que se muestra en la figura 4.6, en la que se especificará la estructura del modelo y sus parámetros.

Structure:	ARX: [r	ia nb nk]		-
Orders:	3 4 2	3 4 2 Ay=Bu+e		
Equation:	Ay=Bu+			
Method:	ARX			
Name:	arx342			
Focus:	Prediction -	Initial state:	Auto	-
Dist.model:	Estimate	Covariance:	Estimate	•
Iteration	Fit	in	provement	
	🗌 Display	St	op Iterations	Ì
Order	Selection	Orc	ler Editor	5

Figura 4.6 Parámetros de la estructura ARX

Una vez elegido los parámetros de la estructura se estima el modelo y se procede a la correspondiente validación.

La tabla 4.2 muestra las diferentes respuestas de aproximación obtenidas con el modelo paramétrico ARX.

El modelo escogido para la identificación se muestra en la tabla 4.3 y la figura 4.7 muestra la validación de la salida de dicho modelo. Es importante acotar que otra manera de obtener los parámetros del modelo con el mayor ajuste es utilizando la opción Order Selection (figura 4.6), el cual se encarga de encontrar los parámetros del modelo que presente el mayor ajuste, entre otros criterios de validación.

ARX[na nb nk]	Aproximación
arx112	93.73%
arx212	93.70%
arx312	93.63%
arx322	93.67%
arx332	93.86%
arx342	94.87%
arx432	93.75%
arx532	93.66%
arx542	93.78%

Tabla 4.2 Aproximaciones de respuestas obtenidas con

modelos ARX

ARX[na nb nk]	Aproximación
arx342	94.87%

Tabla 4.3 Modelo ARX escogido



Figura 4.7 Salida del modelo ARX342 (validación)

Realizando esta opción se obtiene la ventana que se muestra en la figura 4.8, que indica los parámetros del modelo con mayor ajuste, el cual para nuestro caso es arx10102, con un porcentaje de aproximación de 95.08%. Aplicando el criterio de parsimonia se ha descartado dicho modelo.



Figura 4.8 ARX Order Selection

Para la estructura seleccionada se presenta la respuesta al escalón del modelo, una gráfica de respuesta de frecuencia, una gráfica del análisis residual, una simulación libre de ruido.

#### Step Response 180 160 140 120 100 80 60 40 20 0-0.5 0 0.5 1.5 2 2.5 3.5 4 4.5 1 3 Time x 10<sup>4</sup>

## 4.6.1.1.1 Respuesta a una entrada paso

Figura 4.9 Respuesta a una entrada paso ARX342

De la figura 4.9 se obtiene como tiempo muerto 100 s, ganancia 162 °C y constante de tiempo dominante 6700 s.



Figura 4.10 Respuesta de frecuencia ARX342

De la figura 4.10 se obtiene como ganancia 162 °C, constante de tiempo dominante 6963 s y la presencia de tiempo muerto.

## 4.6.1.1.3 Análisis de residuos

La figura 4.11 muestra la autocorrelación de los residuos y la correlación cruzada entre la entrada y los residuos.

El modelo es aceptable ya que ambas funciones se encuentran entre los intervalos de confianza, solo en el caso de la autocorrelación para tres retardos (lags) 3, 2 y 1 sobrepasa el intervalo de confianza pero se lo puede despreciar, sin embargo se puede obtener con otro modelo un mejor resultado.



Figura 4.11 Análisis de residuos ARX342

# 4.6.1.1.4 Simulación con el modelo ARX342





Figura 4.12 Simulación y respuesta a una entrada escalón del modelo ARX342

## 4.6.2 Análisis con el Modelo ARMAX

El problema de estimación es un problema de regresión no lineal. Usualmente el orden del modelo (na, nb, nc) se escoge bajo.

La presencia del polinomio autorregresivo puede traer problemas de desvíos en la presencia de ruido significativo y/o errores en la estructura del modelo; sin embargo el polinomio de media movil contrarrestará algunas veces los efectos negativos.

Se utiliza en muchas aplicaciones de control adaptivo. La estructura del modelo ARMAX es:

$$A(q^{-1}) y(t) = B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t)$$

Donde A, B y C son polinomios de orden na, nb y nc respectivamente. De modo que para esta estructura es necesario escoger el valor de na, nb, nc y adicionalmente el valor de nk (tiempo muerto), el cual será 2, de tal manera que el tiempo muerto sea un tiempo de muestreo (100 s), mientras que a na, nb y nc se los escoge lo más bajo posibles.

Para realizar la estimación paramétrica se elige en el menú desplegable Estimate de la interfaz de identificación (figura 3.11), la opción Linear parametric models de tal manera que nos aparezca la ventana que se muestra en la figura 4.13, en la que se especificará la estructura del modelo y sus parámetros.

Structure:	ARMAX	[na nb nc nk]		-
Orders:	2 2 2 2 Ay=Bu+Ce		2222	
Equation:				
Method:	Predictio	Prediction error method		
Name:	amx222	amx2222		
Focus:	rediction 🔻	Initial state:	Auto	•
Dist.model: E	stimate	Covariance:	Estimate	•
Iteration	Fit:	lm	provement	
[	Display	Sto	p Iterations	
Iteration ()	ptions	Ord	er Editor	

Figura 4.13 Parámetros de la estructura ARMAX

Una vez elegido los parámetros de la estructura se estima el modelo y se procede a la correspondiente validación.

La tabla 4.4 muestra las diferentes respuestas de aproximación obtenidas con el modelo paramétrico ARMAX.

ARMAX[na nb nc nk]	Aproximación
amx2222	93.64%
amx3222	94.82%
amx3232	94.93%
amx3332	95.03%
amx4232	95.01%
amx4242	95.02%

Tabla 4.4 Aproximaciones de respuestas obtenidas con modelos ARMAX

El modelo escogido para la identificación se muestra en la tabla 4.5 y la figura 4.14 muestra la validación de la salida de dicho modelo.

ARMAX[na nb nc nk]	Aproximación
amx3232	94.93%

Tabla 4.5 Modelo ARMAX escogido



Figura 4.14 Salida del modelo AMX3232 (validación)

### 4.6.2.1 Características del modelo AMX3232

Para la estructura seleccionada se presenta la respuesta al escalón del modelo, una gráfica de respuesta de frecuencia, una gráfica del análisis residual, una simulación libre de ruido.

#### 4.6.2.1.1 Respuesta a una entrada paso

De la figura 4.15 se obtiene como tiempo muerto 100 s, ganancia 158 °C y constante de tiempo dominante 6500 s. Se aprecia que la señal no alcanza el valor de 161°C (valor del paso del sistema). Modelos con nb = 1 como amx2122 alcanzaban dicho valor pero se los descarto con la prueba de blancura del análisis residual.



Figura 4.15 Respuesta a una entrada paso AMX3232

# 4.6.2.1.2 Respuesta de frecuencia



Figura 4.16 Respuesta de frecuencia AMX3232

De la figura 4.16 se obtiene como ganancia 157 °C, constante de tiempo dominante 6643 s y la presencia de tiempo muerto.





Figura 4.17 Análisis de residuos ARX342

La figura 4.17 muestra la autocorrelación de los residuos y la correlación cruzada entre la entrada y los residuos.

El modelo es aceptable ya que ambas funciones se encuentran entre los intervalos de confianza. La función de autocorrelación aparenta un pico en el retraso cero (lag = 0) como lo hace el ruido blanco y la función de correlación cruzada muestra que no existe relación entre la entrada y los residuos.



## 4.6.2.1.4 Simulación con el modelo AMX3232

Figura 4.18 Simulación y respuesta a una entrada escalón (modelo AMX3232)

## 4.6.3 Análisis con el Modelo OE

Es un problema de regresión no lineal. Usualmente el orden del modelo (nb y nf) se escogen bajos.

Parametriza independientemente la entrada y el ruido, sin embargo no se obtiene un modelo de ruido autocorrelacionado. Trabaja muy bien en conjunto con un prefiltrado relevante al control. Se utiliza en muchas aplicaciones de control adaptivo. La estructura del modelo OE es:

$$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}u(t) + e(t)$$

Donde B y F son polinomios de orden nb y nf respectivamente. De modo que para esta estructura es necesario escoger el valor de nb, nf y adicionalmente el valor de nk (tiempo muerto), el cual será 2, de tal manera que el tiempo muerto sea un tiempo de muestreo (100 s), mientras que a nb y nf se los escoge lo más bajo posibles.

Para realizar la estimación paramétrica se elige en el menú desplegable Estimate de la interfaz de identificación (figura 3.11), la opción Linear parametric models de tal manera que nos aparezca la ventana que se muestra en la figura 4.19, en la que se especificará la estructura del modelo y sus parámetros.

Structure:	OE: [nb nf nk]					
Orders:	132	132		132		
Equation:	y=[B/F]	u+e				
Method:	Predicti	on error method				
Name:	pe132	pe132				
Focus: S	imulation 🔻	, Initial state:	Auto	•		
Dist.model: No	one	Covariance:	Estimate	•		
Iteration	Fit:	lm	provement			
[	Display	Sto	op Iterations	_		
Iteration O	ptions	Ord	er Editor			

Figura 4.19 Parámetros de la estructura OE

Una vez elegido los parámetros de la estructura se estima el modelo y se procede a la correspondiente validación.

La tabla 4.6 muestra las diferentes respuestas de aproximación obtenidas con el modelo paramétrico OE.

OE[nb nf nk]	Aproximación
oe122	94.74%
oe132	94.73%
oe142	94.75%
oe222	95.92%
oe322	96.01%
oe422	93.65%
oe432	93.62%

Tabla 4.6 Aproximaciones de respuestas obtenidas con modelos OE

El modelo escogido para la identificación se muestra en la tabla 4.7 y la figura 4.20 muestra la validación de la salida de dicho modelo.

OE[nb nf nk]	Aproximación	
oe122	94.74%	
Tabla 4.7 Modelo OE escogido		



Figura 4.20 Salida del modelo OE122 (validación)

Es importante acotar que para la elección de este modelo se analizo la mejor respuesta a una entrada paso.

## 4.6.3.1 Características del modelo OE122

Para la estructura seleccionada se presenta la respuesta al escalón del modelo, una gráfica de respuesta de frecuencia,

una gráfica del análisis residual, una simulación libre de ruido.

### 4.6.3.1.1 Respuesta a una entrada paso



Figura 4.21 Respuesta a una entrada paso OE122

De la figura 4.21 se obtiene como tiempo muerto 100 s, ganancia 161 °C y como constante de tiempo dominante 6400 s.

### 4.6.3.1.2 Respuesta de frecuencia

De la figura 4.22 se obtiene como ganancia 161 °C, constante de tiempo dominante 6643 s y la presencia de tiempo muerto.



Figura 4.22 Respuesta de frecuencia OE122

### 4.6.3.1.3 Análisis de residuos

La figura 4.23 muestra la autocorrelación de los residuos y la correlación cruzada entre la entrada y los residuos.

El modelo es aceptable ya la función de correlación cruzada se encuentran dentro de los intervalos de confianza. No se presta atención a la función de autocorrelación debido a que el modelo se enfoca a la dinámica del sistema y ningún modelo es estimado para el ruido.



Figura 4.23 Análisis de residuos OE122

# 4.6.3.1.4 Simulación con el modelo OE122





Figura 4.24 Simulación y respuesta a una entrada paso del modelo OE122

## 4.6.4 Análisis con el Modelo BJ

Es un problema de regresión no lineal. Usualmente el orden del modelo (nb, nc, nd y nf) se escogen bajos.

Parametriza independientemente los modelos de la funcion de transferencia y el ruido; la desventaja es que habrá montones de decisiones y muchas iteraciones que tendrá que hacer el usuario.

La estructura del modelo BJ (Box-Jenkins) es:

$$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}u(t) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(t)$$

Donde B, C, D y F son polinomios de orden nb, nc, nd y nf respectivamente. De modo que para esta estructura es necesario escoger el valor de nb, nc, nd, nf y adicionalmente el valor de nk (tiempo muerto), el cual será 2, de tal manera que el tiempo muerto sea un tiempo de muestreo (100 s), mientras que a los demás se los escoge lo más bajo posibles.

Para realizar la estimación paramétrica se elige en el menú desplegable Estimate de la interfaz de identificación (figura 3.11), la opción Linear parametric models de tal manera que nos aparezca la ventana que se muestra en la figura 4.25, en la que se especificará la estructura del modelo y sus parámetros.

Structure:	BJ: [nb r	nc nd nf nk]		•
Orders:	13222			
Equation:	y=[B/F]u	[C/D]e		
Method:	Predictio	n error method		
Name:	bj13222			
Focus:	Deadiation	Initial state:	Auto	
	Prediction		Auto	
Dist.model:	Estimate	Covariance:	Estimate	•
Iteration	Fit:	lm	provement	
	Display	Ste	op Iterations	-
Iteration	Options	Ord	er Editor	

Figura 4.25 Parámetros de la estructura BJ

Una vez elegido los parámetros de la estructura se estima el modelo y se procede a la correspondiente validación.

La tabla 4.8 muestra las diferentes respuestas de aproximación obtenidas con el modelo paramétrico BJ.

BJ[nb nc nd nf nk]	Aproximación
bj12212	94.34%
bj12222	94.57%
bj13222	94.58%
bj21112	94.58%
bj22112	94.58%
bj22222	94.59%
bj23222	94.59%

Tabla 4.8 Aproximaciones de respuestas obtenidas con modelos BJ

El modelo escogido para la identificación se muestra en la tabla 4.9 y la figura 4.26 muestra la validación de la salida de dicho modelo.

BJ[nb nc nd nf nk]	Aproximación
bj12222	94.57%

Tabla 4.9 Modelo BJ escogido



Figura 4.26 Salida del modelo BJ12222 (validación)

Es importante acotar que para la elección de este modelo se analizo la mejor respuesta en el análisis residual.

## 4.6.4.1 Características del modelo BJ12222

Para la estructura seleccionada se presenta la respuesta al escalón del modelo, una gráfica de respuesta de frecuencia, una gráfica del análisis residual, una simulación libre de ruido.

### 4.6.4.1.1 Respuesta a una entrada paso

De la figura 4.27 se obtiene como tiempo muerto 100 s, ganancia 160 °C y como constante de tiempo dominante 6600 s.



Figura 4.27 Respuesta a una entrada paso BJ12222

# 4.6.4.1.2 Respuesta de frecuencia



Figura 4.28 Respuesta de frecuencia BJ12222

De la figura 4.28 se obtiene como ganancia 161 °C, constante de tiempo dominante 6900 s y la presencia de tiempo muerto.

### 4.6.4.1.3 Análisis de residuos



Figura 4.29 Análisis de residuos BJ12222

La figura 4.29 muestra la autocorrelación de los residuos y la correlación cruzada entre la entrada y los residuos.

El modelo es aceptable ya que ambas funciones se encuentran entre los intervalos de confianza. La función de autocorrelación aparenta un pico en el retraso cero (lag = 0) como lo hace el ruido blanco y la función de correlación cruzada muestra que no existe relación entre la entrada y los residuos.

## 4.6.4.1.4 Simulación con el modelo OE122



BJ12222

## 4.7 Análisis a los diferentes modelos de identificación

La tabla 4.19 presenta a los diferentes modelos seleccionados de las diferentes estructuras vistas, así como comentarios con respecto a su asemejo con el sistema real.

Estructura	Estructura	Aproximación	Comontarios
Paramétrica	Escogida		Comentarios
arx[na nb nk]	arx342	94.87%	Muy buena aproximación
			con el sistema real. La
			autocorrelación de los
			residuos excede los
			intervalos de confianza
armax[na nb nc nk]	amx3232	94.93%	Muy buena aproximación
			con el sistema real. La
			respuesta a una entrada
			paso presenta una
			diferencia de 3°C con
			respecto al sistema real.
oe[nb nf nk]	oe122	94.74%	Muy buena aproximación
			con el sistema real. El
			modelo no procura
			proporciona una estimación
			al ruido, esto puede tener
			un efecto negativo al
			momento de la simulación.
bj[nb nc nd nf nk]	nb nc nd nf nk] bj12222 94.57%	94.57%	Muy buena aproximación al
			modelo real.

Tabla 4.10 Análisis entre modelos estimados elegidos.

### 4.8 Comparación entre los modelos estimados elegidos

### 4.8.1 ARX VS ARMAX

### 4.8.1.1 Selección del orden de los coeficientes

Para la estructura ARX se tiene que 3 polos y 3 ceros, mientras que para la estructura ARMAX se tiene 2 polos y 1 cero.

Cuando se procede a realizar la aproximación de Padé para el tiempo muerto, el sistema de primer orden con retardo de tiempo queda como un sistema con 1 cero y 2 polos, de tal manera que la estructura armax se aproxima mucho más que la estructura ARX.

### 4.8.1.2 Análisis residual

La estructura ARX no cumple con la prueba de blancura del análisis residual, mientras que la estructura ARMAX cumple con las dos pruebas: Blancura e independencia.

#### 4.8.1.3 Simulación

La estructura ARMAX presenta mayor porcentaje de ajuste, esto se debe por la orden de los coeficientes.

#### 4.8.1.4 Respuesta a una entrada paso

La estructura ARX presenta un mejor ajuste con respecto a la respuesta del sistema real, mientras que la estructura ARMAX presenta una diferencia de 3 °C en el valor de estabilización.

#### 4.8.1.5 Respuesta de frecuencia

Ambas estructuras presentan similar respuesta que se asemeja a la encontrada con el análisis espectral.

#### 4.8.1.6 Comentarios generales

Las estructuras ARMAX y ARX dieron una estimación buena para el sistema. El orden de estimación apropiado en ARX es fácil de seleccionar, mientras que para el ARMAX se puede complicar un poco ya que se trata de una regresión no lineal.

## 4.8.2 OE VS BJ

### 4.8.2.1 Selección del orden de los coeficientes

Para ambas estructuras se eligieron coeficientes bajos. Tanto la estructura OE como BJ presentan 1 polo y 1 cero.

### 4.8.2.2 Análisis residual

Los dos se mantuvieron en las especificaciones con los residuos similares. OE no presenta la función de autocorrelación para el ruido.

#### 4.8.2.3 Simulación

La estructura OE presenta mayor porcentaje de ajuste.

### 4.8.2.4 Respuesta a una entrada paso

Ambas estructuras presentan una muy buena respuesta a una entrada paso, con respecto a la respuesta del sistema real.
#### 4.8.2.5 Respuesta de frecuencia

Ambas estructuras presentan similar respuesta que se asemeja a la encontrada con el análisis espectral.

#### 4.8.2.6 Comentarios generales

La estructura BJ parece la mejor opción en este caso. El único problema es que BJ es un método no lineal, pero no toma mucho tiempo en converger.

#### 4.9 Elección y análisis del modelo de la planta

De lo mencionado en la sección anterior se tiene los modelos amx3232 y bj12222 como los mejores candidatos, aplicando el criterio de parsimonia se elige como modelo de la planta a la estructura Box-Jenkins BJ12222.

El modelo bj12222 se exporta de ident hacia el espacio de trabajo de Matlab y ejecutando lo siguiente se obtiene los parámetros del modelo:

>> bj12222

Discrete-time IDPOLY model: y(t) = [B(q)/F(q)]u(t) + [C(q)/D(q)]e(t)

 $B(q) = 2.486 q^{-2}$ 

C(q) = 1 - 1.764 q^-1 + 0.8043 q^-2

 $D(q) = 1 - 1.987 q^{-1} + 0.9873 q^{-2}$ 

Estimated using PEM using SearchMethod = Auto from data set z

Loss function 0.00644244 and FPE 0.00648944

Sampling interval: 100

Como era de esperarse el modelo se presenta en tiempo discreto y a partir de la información de arriba se puede expresar a la salida como:

$$y(t) = \frac{2.486q^{-2}}{1 - 0.8773q^{-1} + 0.1073q^{-2}}u(t) + \frac{1 - 1.764q^{-1} + 0.8043q^{-2}}{1 - 1.987q^{-1} + 0.9873q^{-2}}e(t)$$

Se puede pasar el modelo del tiempo discreto al tiempo continuo con la función *d2c* de Matlab, el método de conversión que se utiliza por defecto es el retenedor de orden cero (ZOH).

>> mod\_c = d2c(bj12222)

Continuous-time IDPOLY model: y(t) = [B(s)/F(s)]u(t)+[C(s)/D(s)]e(t)

B(s) = 0.02749 s + 0.0005006

 $C(s) = s^2 + 0.002169 s + 4.011e-006$ 

$$D(s) = s^2 + 0.0001277 s + 2.174e-009$$

 $F(s) = s^2 + 0.02232 s + 3.101e-006$ 

Input delays (listed by channel): 100

Originally estimated using PEM using SearchMethod = Auto (later modified).

De modo que la salida se la puede expresar en tiempo continuo como:

$$y(t) = \frac{0.02749s + 0.000506}{s^2 + 0.02232s + 3.101x10^{-6}}u(t) + \frac{s^2 + 0.002169s + 4.011x10^{-6}}{s^2 + 0.0001277s + 2.174x10^{-9}}e(t)$$

Expresando la función de transferencia entre la entrada y la salida en función de polos y ceros se tiene:

>> zp\_GP\_s = zpk(mod\_c)

Zero/pole/gain from input "u1" to output "y1":

0.027486 (s + 0.01821) exp(-1e+002\*s) \* ------(s + 0.02218) (s + 0.0001398)

Como resultado se tiene que el modelo es un sistema de segundo orden con retardo de tiempo cuya función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{0.027486(s+0.01821)}{(s+0.02218)(s+0.0001398)}e^{-100s}$$

Se debe tener presente que una de las desventajas del método paramétrico es que en muchos casos es difícil dar significado físico al modelo obtenido, puesto que los parámetros identificados no tienen relación directa con ninguna magnitud física. Estos parámetros se utilizan sólo para dar una descripción aceptable del comportamiento conjunto del sistema.

En nuestro caso se puede eliminar a los polos y ceros que se encuentren cercanos como por ejemplo el cero en -0.01821 y el polo en -0.02218 de tal manera que el sistema quede como un sistema de primer orden con retardo de tiempo:

$$G(s) = \frac{0.027486}{(s+0.0001398)}e^{-100s} = \frac{197}{7153s+1}e^{-100s}$$

# **CAPÍTULO 5**

# 5. DISEÑO DEL CONTROLADOR Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Una vez estimado el modelo del sistema dinámico mediante la técnica de identificación paramétrica, se procede a diseñar un controlador lo más eficiente y eficaz, que cumpla con los requisitos del proceso real.

Se va a implementar un controlador simulado al modelo estimado (seleccionado del capítulo 4), luego de esto se probará dicho controlador en el modelo matemático (realizado en el capítulo 3), de manera de demostrar que dicho controlador simulado puede ser usado como guía para implementar un controlador real al proceso real que tenga las mismas condiciones.

### 5.1 Diseño del Actuador

Hasta ahora se han realizado las pruebas al modelo matemático, tal y como se harían con el proceso real, esto es, desconectando el controlador (realizado mediante dos reguladores de temperatura PRelectrnics 5714) y utilizando el actuador ON/OFF (lógica cableada) para ingresar la señal PRBS, de tal manera de encontrar la relación entre la potencia ingresada al horno y la temperatura que se obtiene en su interior.

Como se dijo al inicio del capítulo, se pretende realizar un controlador el cual será continuo, y para ello es necesario un actuador continuo.

Una de las formas de controlar la temperatura dentro de un horno es variando la potencia entregada a las resistencias calefactoras. El elemento que se encarga de realizar esto se denomina actuador, y consistirá en un controlador de corriente alterna.

#### 5.1.1 Controladores de corriente alterna

Si un tiristor conmutador se conecta entre la alimentación de ca y la carga, es posible controlar el flujo de potencia variando el valor rms del voltaje de ca aplicado a la carga; esto tipo de circuito de potencia se conoce como un *controlador de voltaje de ca*. Las aplicaciones más comunes son: hornos industriales, control de iluminación, arranque suave de motores de inducción, control de velocidad de motores de inducción e interruptores estáticos.

Para la transferencia de potencia, normalmente se utilizan dos tipos de control: *control todo o nada* y *control de ángulo de fase*.

En el control todo o nada, los tiristores conectan la carga a la fuente de ca durante unos cuantos ciclos de voltaje de entrada y a continuación la desconectan por unos cuantos ciclos más.

En el control de ángulo de fase, los tiristores conectan la carga a la fuente de ca durante una porción de cada uno de los ciclos de voltaje de entrada.

Los controladores de voltaje de ca se pueden clasificar en dos tipos: controladores monofásicos y controladores trifásicos. Cada uno de estos tipos se puede subdividir en: unidireccionales o control de media onda y bidireccionales o control de onda completa. Existen varias configuraciones de controladores trifásicos, dependiendo de las conexiones de los tiristores. La figura 5.1 muestra un diagrama de la clasificación de los controladores de ca.



Figura 5.1 Clasificación de los controladores de corriente alterna

#### 5.1.1.1 Principio de control todo o nada

El principio de control todo o nada se puede explicar en un controlador de onda completa monofásico, tal y como se muestra en la figura 5.2a. El tiristor conecta la alimentación de ca a la carga durante un  $t_n$ ; un pulso inhibidor de compuerta abre el interruptor durante un tiempo  $t_0$ . El tiempo activo,  $t_n$ , está formado, por lo común, de un número de ciclos. Los tiristores se activan en los cruces por cero del voltaje de entrada de ca. Los pulsos de compuerta para los tiristores  $T_1$  y  $T_2$  y las formas de onda de los voltajes de entrada y de salida aparecen en la figura 5.2b.



Figura 5.2 Principio de funcionamiento del control todo o nada

Este tipo de control se usa en aplicaciones que tienen una alta inercia mecánica y una alta constante de tiempo térmica (por ejemplo hornos industrial y en el control de velocidad de motores). Debido a la conmutación en voltaje y en corriente cero de los tiristores, los armónicos generados por las acciones de conmutación son reducidas.

Para un voltaje senoidal de entrada  $v_s = V_m sen Wt = \sqrt{2} V_s sen Wt$ . Si el voltaje de entrada está conectado a la carga durante *n* ciclos, y desconectado durante *m* ciclos, el voltaje rms de salida (o de la carga) se puede determinar a partir de:

$$V_{o} = \underbrace{\stackrel{\acute{\text{e}}}{\stackrel{\circ}{\text{e}}} n}_{\stackrel{\circ}{\text{e}}^{2} \mathcal{P}(n+m)} \underbrace{\stackrel{^{2}\rho}{\stackrel{\circ}{\text{o}}} \sqrt{2} V_{s} \operatorname{sen} wt}_{0} t d(wt) \underbrace{\stackrel{^{1}}{\stackrel{^{2}\mu}{\text{u}}}_{\stackrel{^{2}\mu}{\text{u}}} t^{1/2}}_{\stackrel{^{2}\mu}{\text{u}}} V_{o} = V_{s} \sqrt{\frac{n}{n+m}} = V_{s} \sqrt{k}$$

donde k = n/(n + m) se conoce como el *ciclo de trabajo*, y V<sub>S</sub> es el voltaje rms de fase. Las configuraciones de los circuitos para el control todo o nada son similares a los del control de fase y los análisis de rendimiento son también similares.

#### 5.1.1.2 Principio de control de ángulo de fase

El principio de control de fase se puede explicar haciendo referencia a la figura 5.3a. El flujo de potencia hacia la carga queda controlado retrasando el ángulo de disparo del tiristor  $T_1$  para el semiciclo positivo y retrasando el ángulo de disparo del tiristor  $T_2$  para el semiciclo negativo. La figura 5.3b ilustra los pulsos de compuerta de  $T_1$  y  $T_2$  y las formas de onda de los voltajes de entrada y de salida.



Figura 5.3 Principio de funcionamiento del control de ángulo de fase

Si  $v_s = \sqrt{2} V_s \operatorname{sen} wt$  es el voltaje de entrada, y los ángulos de retraso de los tiristores  $T_1$  y  $T_2$  son iguales ( $a_1 = a = a$ ), el voltaje rms de salida se puede determinar a partir de:

$$V_{o} = \stackrel{\acute{e}}{\underset{\acute{e}}{\otimes} 2} p \stackrel{2p}{\underset{o}{\otimes}} \sqrt{2} V_{s} sen wt \stackrel{e}{} d(wt) \stackrel{u^{1/2}}{\underset{\acute{e}}{\otimes}} V_{o} = V_{s} \stackrel{\acute{e}1}{\underset{\acute{e}p}{\otimes} e} p - a + \frac{sen 2a}{2} \stackrel{\ddot{o}u^{1/2}}{\underset{\acute{e}u}{\otimes}} V_{o}$$

variando a desde 0 hasta p, se puede variar  $V_{\text{o}}$  desde  $V_{\text{S}}$  hasta 0.

Debido a que nuestra planta es un horno industrial con una alta constante de tiempo térmica, se elige un controlador de corriente alterna cuyo control sea todo o nada, de tal manera que lo se denominará de ahora en adelante *interruptor electrónico*.

La carga en este caso son las resistencias calefactores, las cuales están conectadas en delta, de tal manera que se tiene dos posibilidades de configuración del interruptor electrónico, las cuales se muestran en la figura 5.4 y figura 5.5.



Figura 5.4 Controlador de corriente alterna trifásico bidireccional con carga resistiva en delta



Figura 5.5 Controlador de corriente alterna trifásico bidireccional con carga resistiva en delta. Terminales en la carga accesibles

Siempre que los terminales de la carga sean accesibles (como en nuestro caso), se utilizará el esquema eléctrico mostrado en la figura 5.5, ya que de este modo la corriente que circula por los tiristores es  $1/\sqrt{3}$  veces la que circulará según el esquema eléctrico mostrado en la figura 5.4, además las corrientes de línea no presentarán armónicos ya que estos estarán presentes en el delta cerrado.

Por lo tanto el actuador será un interruptor electrónico trifásico cuya configuración se muestra en la figura 5.5.

Para la simulación del interruptor electrónico elegido, se debe hallar una expresión de la potencia de salida en función de la potencia de entrada y de la señal de entrada al circuito de control de los tiristores (señal de control), para ello se hace uso de la expresión del voltaje de salida encontrado en la sección 5.1.1.1:

$$V_o = V_S \sqrt{k}$$

la potencia de salida será:

$$P_o = \frac{V_o^2}{R} = \frac{V_s^2}{R}k$$

la expresión  $V_s^2 / R$ , es la potencia de que tendría la carga si no existiría el interruptor electrónico es decir la potencia de la fuente (P<sub>s</sub>), mientras que *k* es el ciclo de trabajo.

$$P_o = P_S k$$

Analizando una fase como en la sección 5.1.1.1, se tiene que el circuito de de control enviará señales de encendido a los tiristores en cada inicio de un semiciclo (un tiristor para el semiciclo positivo y el otro para el negativo), pero estas señales de encendido se deben multiplicar con una señal periódica ( $T_1$ ) y de ancho de pulso variable (figura 5.6).



Figura 5.6 Señal interna del circuito de control todo o nada

De la figura 5.6 se tiene que el ciclo de trabajo será  $k = t/T_1$ donde el periodo de  $T_1$  se elige dependiendo de la planta y del periodo de la fuente.

Según el modelo estimado elegido para el diseño del controlador (BJ12222), el tiempo muerto es de 100 s y la constante de tiempo dominante es 6600 s por lo que se utilizará como base de tiempo ( $T_1$ ) para el control todo o nada un valor de 500 s.

Se puede diseñar un circuito que produzca un diente de sierra de un periodo  $T_1$ , la cual se comparará con la señal de control (que es enviada por el controlador) de tal manera de crear la señal de la figura 5.6.

La señal diente de sierra tendrá un valor de 0 – 10 V, igual que la señal del controlador, más adelante se verá a que rango de temperatura corresponderá dicho rango de voltaje. La figura 5.7 muestra como relacionar el voltaje de control con el ciclo de trabajo.



Figura 5.7 Diente de sierra y señal del controlador

De la figura 5.7 se tiene que:

$$\frac{V_{control}}{t} = \frac{10}{T_1}$$
$$k = \frac{t}{T_1} = \frac{V_{control}}{10}$$

por lo tanto la relación entre el voltaje de control y la potencia de salida del interruptor electrónico es:

$$P_o = P_S \frac{V_{control}}{10}$$

Ya que el modelo estimado recibe como entrada el factor (entre 0 y 1) que se multiplica por la potencia del horno, la simulación del actuador en simulink será la que se muestra en la figura 5.8.



Figura 5.8 Simulación del actuador

Se ha colocado un tiempo de retardo de 50 ms como un promedio para el circuito del actuador.

### 5.2 Diseño del controlador

Antes de proceder a diseñar el controlador se deberá analizar la estabilidad del modelo estimado en lazo abierto.

Se construye para tal propósito un bloque, el cual tendrá como señal de entrada el valor de la temperatura de referencia (temperatura deseada) y como salida el voltaje correspondiente utilizando la siguiente relación:

la figura 5.9 muestra la estructura de dicho bloque en simulink



Figura 5.9 Bloque de ganancia para la referencia

De igual manera es necesario simular el sensor que medirá la señal física (temperatura) y devolverá un valor equivalente en voltaje. En nuestro caso el regulador PID a recomendar, tendrá la respectiva entrada para el sensor (Termopar tipo J) y el usuario podrá elegir el rango de temperatura y voltaje.

Usando la relación vista anteriormente:

la figura 5.10 muestra la estructura del bloque del sensor en simulink



Figura 5.10 Bloque sensor de temperatura

Se ha colocado 10 ms como un retardo promedio para el sensor

# 5.2.1 Respuesta del modelo estimado a una entrada paso en lazo abierto

Las figuras 5.11 y 5.12 muestran la simulación del modelo estimado en lazo abierto y la respuesta a una entrada paso en el tiempo respectivamente.



Figura 5.11 Simulación del modelo estimado en lazo abierto

Como se puede observar la respuesta del modelo estimado no se estabiliza en el valor del paso, por lo que necesita utilizar un compensador de tal manera que la respuesta logre estabilizarse.



Figura 5.12 Respuesta a una entrada paso en lazo abierto

# 5.2.2 Respuesta de frecuencia (diagrama de bode) del modelo estimado en lazo abierto

La figura 5.13 muestra el diagrama de bode del modelo estimado en lazo abierto (incluido el actuador) con el objetivo de hallar los márgenes de ganancia y fase, y poder emitir un criterio sobre la estabilidad del modelo estimado.



Figura 5.13 Respuesta de frecuencia en lazo abierto

Los márgenes de ganancia y fase se indican a continuación:

Margen de ganancia = 16.7 dB a 0.0168 rad/seg Margen de fase = 81.5 deg a 0.00228 rad/seg

La Interpretación que se puede dar a estos márgenes, es que se puede añadir una ganancia de 16.7 dB (sin añadir fase), antes de que el sistema se convierta en inestable, o que se puede añadir una fase de 81.5 deg (sin añadir ganancia), antes de que el sistema se vuelva inestable.

#### 5.2.3 Diagrama de Nyquist

El diagrama de Nyquist mostrado en la figura 5.14 nos sirve para tener una indicación del grado de estabilidad relativa, de tal forma que mientras más lejos este la traza de Nyquist de encerrar o pasar por el punto (-1,0), mayor será el grado de estabilidad relativa. En este caso se puede asumir que nuestro sistema es estable.



Figura 5.14 Diagrama de Nyquist en lazo abierto

La figura 5.15 muestra la simulación del modelo estimado en lazo cerrado y la figura 5.16 muestra la respuesta a una entrada paso.







Figura 5.16 Respuesta a una entrada paso en lazo cerrado

De la figura 5.16 se puede notar que la respuesta del sistema es más rápida en lazo cerrado que en lazo abierto (por lo menos el doble), de tal manera que se puede conservar la dinámica y lo que sería necesario es disminuir el error de estado estacionario con la inclusión del controlador.

#### 5.2.5 Tipos de controladores y parámetros a utilizar

Existen varios tipos de controladores como: On-off, P, PI, PID, etc.

### 5.2.5.1 Control proporcional (P)

Si la ganancia  $k_p$  es demasiado grande; la sensibilidad al ruido aumenta, es decir habrá transiente indeseados en el sistema.

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + k_p k} = W_{ss}$$

La ecuación que describe al control proporcional es:

$$u(t) = k_p e(t)$$
$$\frac{U(s)}{E(s)} = k_p$$

donde  $k_p$  recibe el nombre de la ganancia proporcional, y se define a la banda proporcional como:

$$p_B = \frac{100\%}{k_p}$$

### 5.2.5.2 Control proporcional integral (PI)

La ventaja de este tipo de control es que el error de estado estacionario se hace cero ( $e_{ss} = 0$ ), la desventaja es que puede traer consigo desestabilización.

La ecuación que describe al control proporcional integral es:

$$u(t) = k_{p} \stackrel{\acute{e}}{\underset{\ddot{e}}{\otimes}}(t) + \frac{1}{T_{i}} \stackrel{'}{\underset{0}{\otimes}}(t) dt \stackrel{\acute{u}}{\underset{\dot{u}}{u}}$$
$$\frac{U(s)}{E(s)} = k_{p} \stackrel{\acute{e}}{\underset{\ddot{e}}{\otimes}} + \frac{1}{T_{i}} \stackrel{\acute{u}}{\underset{\dot{u}}{u}}$$
$$U(s) = \stackrel{\acute{e}}{\underset{\ddot{e}}{\otimes}} k_{p} + \frac{k_{p}}{T_{i}} \stackrel{\acute{u}}{\underset{\dot{u}}{u}} E(s) = \stackrel{\acute{e}}{\underset{\ddot{e}}{\otimes}} k_{p} + \frac{k_{i}}{s} \stackrel{\acute{u}}{\underset{\dot{u}}{u}} E(s)$$

## 5.2.5.3 Control proporcional integral derivativo (PID)

La ventaja de este tipo de control es que provee de estabilidad al sistema, la desventaja es que existe una gran sensibilidad al ruido.

La ecuación que describe al control proporcional integral derivativo es:

$$\begin{split} u(t) &= k_p \stackrel{\acute{\mathrm{e}}}{\underset{\mathrm{e}}{\otimes}} (t) + \frac{1}{T_i} \stackrel{'}{\underset{0}{\otimes}} (t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \stackrel{\check{\mathrm{u}}}{\underset{\mathrm{u}}{\overset{\mathrm{u}}}} \\ \frac{U(s)}{E(s)} &= k_p \stackrel{\acute{\mathrm{e}}}{\underset{\mathrm{e}}{\otimes}} + \frac{1}{T_i} + T_d \stackrel{\check{\mathrm{u}}}{\underset{\mathrm{u}}{\overset{\mathrm{u}}}} \\ U(s) &= \stackrel{\acute{\mathrm{e}}}{\underset{\mathrm{e}}{\otimes}} k_p + \frac{k_p}{T_i} + k_p \stackrel{'}{T_d} \stackrel{\check{\mathrm{u}}}{\underset{\mathrm{u}}{\overset{\mathrm{u}}{\overset{\mathrm{u}}}} E(s) = \stackrel{\acute{\mathrm{e}}}{\underset{\mathrm{e}}{\otimes}} k_p + \frac{k_i}{s} + k_d \stackrel{'}{s} \stackrel{\check{\mathrm{u}}}{\underset{\mathrm{u}}{\overset{\mathrm{u}}{\overset{\mathrm{u}}{\overset{\mathrm{u}}}}} E(s) \end{split}$$

Según lo obtenido por el diagrama de Bode y la respuesta a una entrada paso ya sea en lazo abierto o cerrado, se puede decir que el controlador óptimo que se desea diseñar es un PI, para que no haya sensibilidad al ruido.

#### 5.2.6 Diseño del controlador PI

Se debe obtener la función de transferencia del modelo bj12222, luego llamar a Sisotool, que es un software que brinda Matlab para que el usuario realice controladores, filtros e interaccione y coloque los requisitos que demanda un modelo simulado.

Para obtener la función de transferencia retomando lo hecho en la sección 4.9. A continuación se escribe la programación que se hizo en el Command Window.

0.027486 (s + 0.01821) exp(-1e+002\*s) \* ------(s + 0.02218) (s + 0.0001398) %Utilizando la aproximación de padé de primer orden para %el tiempo muerto

>> zp\_GP\_sp = pade(zp\_GP\_s,1)

Zero/pole/gain from input "u1" to output "y1":

-0.027486 (s + 0.01821) (s - 0.02) (s + 0.02218) (s + 0.02) (s + 0.0001398)

%Ahora lo que se hace es separar en numerador y
%denominador para transformar en una función de
%transferencia y por ultimo llamar al sisotool con la función de
%transferencia del conjunto planta-actuador.

>> n = [-0.027486 4.92e-005 1.00e-005]; >> d = [1 0.04232 4.495e-004 6.202e-008]; >> G = tf(n,d)

Transfer function:

-0.02749 s^2 + 4.92e-005 s + 1e-005

-----

s^3 + 0.04232 s^2 + 0.0004495 s + 6.202e-008

>> sisotool(0.1\*G)

La figura 5.17 muestra la interfaz de sisotool, en la cual se elegirán los parámetros del controlador.

le Edit Help	
9 0 1	
Workspace ● SISO Design Task ● ① Design History	Architecture       Compensator Editor       Graphical Tuning       Automated Tuning         Current Architecture: <ul> <li>F+++++</li> <li>Control Architecture</li> <li>Modify architecture, labels and feedback signs.</li> <li>Loop Configuration</li> <li>Configure additional loop openings for multi-loop design.</li> <li>System Data</li> <li>Import data for compensators and fixed systems.</li> <li>Sample Time Conversion</li> <li>Change the sample time of the design.</li> </ul>
	Show Architecture Store Design Help

Figura 5.17 Interfaz Sisotool



Figura 5.18 Lugar de las raíces en lazo abierto

La figura 5.18 muestra trayectorias de las raíces, el polo dominante y todos los polos se encuentran en el semiplano izquierdo donde se lo considera como un sistema estable. Se debe recordar que se utilizó la aproximación de Padé de primer orden por lo que el polo en -0.02 y el cero en 0.02 corresponden al retardo de tiempo de 100 s.



Figura 5.19 Diagrama de Bode en lazo abierto

En la figura 5.19 se muestran los diagramas de magnitud y fase, se comprueba los valores de los márgenes de magnitud y fase vistos anteriormente. El diagrama de fase difiere del visto en la figura 5.11 ya que comienza desde 360°, esto se debe a la aproximación de Padé que introduce un signo negativo a la ganancia.

181

De la figura 5.17 se debe escoger nuestra estructura de lazo, con retroalimentación negativa, esto se hace en la opción *Control Architecture,* la figura 5.20 muestra las diferentes opciones y la elegida para nuestro caso (retroalimentación negativa).



Figura 5.20 Elección de la estructura del lazo

De igual manera se debe indicar el valor de cada bloque, el bloque G es el bloque del modelo estimado junto con el actuador, el bloque C es el controlador a diseñar, el bloque F es el bloque de la referencia con un valor de ganancia de 0.1 y el bloque H es el sensor con una ganancia de 0.1. La figura 5.21 muestra la interfaz en la que se colocan los valores de los bloques.

Import Model	
System	Data
G	< current value >
H	0.1
С	1
F	0.1
	Browse

Figura 5.21 Ingreso de valores del lazo



Figura 5.22 Respuesta a una entrada paso en lazo cerrado

Se observa en la figura 5.22 la respuesta a una entrada paso del modelo estimado en lazo cerrado, de la cual se puede obtener los siguientes datos:

$$\%$$
OS = 0  
T<sub>S</sub> = 10600 s  
e<sub>SS</sub> = 0.383

De la interfaz de Sisotool se utiliza la opción *Compensator Editor* para adicionar el integrador y un cero. Se obtienen los parámetros del controlador PI a partir de interactuar con el lugar de las raíces y mover el cero hacia el polo dominante del sistema, de tal manera que por medio del método prueba y error se obtiene los resultados mostrados en la figura 5.23.

Es importante recalcar que en esta parte se diseñará el controlador para que su valor máximo sea 15 de tal manera que el actuador tenga como salida máxima 1.5 y provea al modelo estimado de una potencia de 36 kW (tres niveles) como está diseñado el horno real. Así mismo nuestro enfoque será que la señal se estabilice en 100°C, mientras que el tiempo de estabilización se reducirá al tener los tres niveles.

ile Edit Help				
Workspace Workspace Workspace Workspace The Design History Design History The Design History	Architecture Compensator Editor Graphical Tuning Analysis Plots Automated Tuning			
	Compensator C = 0.00019872 x $\frac{(1 + 7.2e+003s)}{s}$			
	Pole/Zero         Parameter           Dynamics         Edit Selected Dynamics           Type         Location         Damping           Frequency         Frequency			
	Integrator         0         -1         0           Real Zero         -0.00014         1         0.00014			
	Select a single row to edit values			
	Right-click to add or delete poles/zeros			
	Show Architecture Store Design Help			

Figura 5.23 Compensator Editor, parámetros del controlador PI

La figura 5.24 y 5.25 muestran el lugar de las raíces y el diagrama de bode con el integrador y el cero del controlador incluido.



Figura 5.24 Trayectoria de las raíces con el controlador PI



Figura 5.25 Diagrama de Bode con el controlador PI

Se puede observar en la figura 5.25 que el sistema es estable al presentar margen de magnitud y de fase positivos.



Figura 5.26 Respuesta a una entrada paso con el controlador PI

En la figura 5.26 se presenta la respuesta del modelo estimado con el controlador PI a una entrada paso. De ésta figura se puede observar que el tiempo de estabilización se ha reducido a 11900 s = 3.3 horas, y que el sistema alcanza el valor del paso.

Se realiza una exportación de datos en Sisotool llevando el controlador al workspace de Matlab y se lo guarda para hacer las respectivas pruebas con la función de transferencia simulada.

Por tanto la función de transferencia es:

$$G_C(s) = \frac{0.00019872 \left(1 + 7.2x10^3 s\right)}{s} = 1.43 + \frac{0.00019872}{s}$$

Donde se puede obtener fácil los parámetros  $K_p$  y  $T_i$ :

$$k_p = 1.43$$
  
 $T_i = 7.2x10^3$ 

# 5.2.7 Simulación modelo estimado con controlador PI (sin ruido)

Ahora se procede a simular el modelo estimado con el controlador PI, para ello se utilizará la función de transferencia hallada al pasar el modelo de discreto a continuo (sección 5.2.6) y los parámetros del PI.



Figura 5.27 Simulación modelo estimado continuo con control PI

La figura 5.27 muestra la simulación mientras que la figura 5.28 muestra la respuesta a una entrada paso. Se puede observar que la respuesta alcanza el valor del paso ( $100^{\circ}$ C) en un tiempo de aproximadamente 12000 s = 3.33 horas.



# 5.2.8 Simulación modelo estimado con controlador PI (con ruido)

Ahora se procede a simular adicionalmente el ruido con la función de transferencia hallada en la sección 5.2.6.



Figura 5.29 Simulación modelo estimado continuo (con ruido) con

control PI



La respuesta del sistema en estas condiciones se muestra en la figura 5.30

Figura 5.30 Respuesta del modelo estimado continuo (con ruido) con control PI

# 5.2.9 Pruebas al controlador PI

A continuación se realizaran dos pruebas en las cuales se evaluará al controlador elegido. Estas pruebas consisten en analizar la respuesta del sistema ante una perturbación y a una variación del set point.

Estas pruebas se la realizarán en la simulación del modelo estimado continuo sin ruido, ya que lo que nos interesa es evaluar al controlador.

#### 5.2.9.1 Respuesta ante una perturbación

Se realizará una perturbación al sistema, de tal manera de ver la respuesta del sistema a dicha perturbación.

Se realizarán dos perturbaciones, la primera perturbación será la adición de -50°C una vez que el sistema se haya estabilizado, esto se simula mediante la suma a la salida del modelo estimado una entrada paso. La figura 5.31 muestra la simulación de la perturbación, cabe resaltar que se adiciona un bloque saturador en la salida del actuador ya que su valor máximo será 1.5.



Figura 5.31 Simulación de la respuesta a una perturbación

Se puede observar en la figura 5.32 como el sistema es perturbado, e inmediatamente el control ejecuta la acción de alcanzar nuevamente el valor del set point.


Figura 5.32 Respuesta del modelo a una perturbación (control PI)

La segunda perturbación será una desconexión del actuador, esto se simulara mediante la multiplicación de la salida del actuador con una función del bloque *Repeating Sequence Stair* cuya función será 1 mientras se estabiliza el sistema, luego será cero por un intervalo de tiempo (desconectando el actuador) y finalmente volverá al valor de uno (conectando al actuador).

La figura 5.33 muestra la simulación de la segunda perturbación, cabe resaltar que de igual manera se coloca el bloque saturador en la salida del actuador.



Figura 5.33 Simulación de la respuesta a una perturbación



Figura 5.34 Respuesta del modelo a una perturbación (control PI)

Como se puede observar, al desconectar el actuador, la temperatura empieza a disminuir ya que al modelo no se le provee energía, pero una vez que se conecta el actuador el controlador lleva al sistema a alcanzar el valor del set point.

#### 5.2.9.2 Variación del Set Point (Robustez del Controlador)

En la figura 5.35 se muestra el modelo estimado controlado ante una variación en su entrada. La entrada al sistema va a variar, para lo cual se quita la entrada escalón y se coloca el bloque *Repeating Sequence Stair* en su lugar.





Figura 5.35 Variación del set point

Figura 5.36 Respuesta ante variación del set point

Se puede observar en la figura 5.36 como el controlador logra llevar al sistema al set point elegido siempre y cuando se encuentre en el rango que cumpla con los requisitos del sistema.

# 5.3 Validación del controlador en el modelo matemático de la planta

Ahora se procede a implementar el controlador PI en el modelo matemático de la planta realizado en capitulo 3, esto se lo hace ya que no se cuenta con la planta real.

La figura 5.37 muestra la simulación del modelo matemático de la planta con el controlador PI diseñado para el modelo estimado (BJ12222). Cabe resaltar que la potencia de entrada se especifica como 36 kW, esto es de los tres niveles y que la salida máxima del controlador como del actuador se mantienen en 10 y 1 respectivamente.



Figura 5.37 Implementación del controlador PI en el modelo matemático de la planta

En la figura 5.38 se puede observar la respuesta del modelo matemático, la cual sería una aproximación de la respuesta que tendría el horno real al implementarse un actuador continuo y un controlador continuo PI. El tiempo de estabilización es aproximadamente 8000 s = 2.22 horas, un tiempo aceptable en comparación con las horas de trabajo del horno (de 24 a 48 horas).



Figura 5.38 Respuesta del modelo matemático con controlador PI

### 5.4 Funciones de Transferencia de Todo el Sistema Identificado

La figura 5.39 muestra el sistema del modelo estimado controlado en tiempo continuo, con cada bloque en que se especifica su función de transferencia.



Figura 5. 39 Modelo estimado controlado en tiempo continuo

1.- Función de transferencia del controlador

$$G_C(s) = \frac{0.00019872(1+7.2x10^3 s)}{s}$$

2.- Función de transferencia del actuador

$$G_a(s) = 0.1$$

3.- Función de transferencia de la ganancia para la referencia

$$F(s) = 0.1$$

4.- Función de transferencia del sensor

$$H(s) = 0.1$$

5.- Función de transferencia del modelo estimado de la planta (aproximación de Padé de primer orden)

$$G(s) = \frac{-0.027486s^2 + 4.92x10^{-5}s + 1.00x10^{-5}}{s^3 + 0.04232s^2 + 4.495x10^{-4}s + 6.202x10^{-8}}$$

6.- Función de transferencia del modelo estimado del ruido

$$G(s) = \frac{s^2 + 0.002169s + 4.011x10^{-6}}{s^2 + 0.0001277s + 2.174x10^{-9}}$$

La figura 5.40 muestra el sistema del modelo estimado controlado en tiempo discreto, con cada bloque en que se especifica su función de transferencia en transformada z.



Figura 5.40 Modelo estimado controlado en tiempo discreto

De acuerdo a los resultados obtenidos se puede concluir lo siguiente:

1.- Función de transferencia del controlador

$$G_C(z) = \frac{1.4306 \left(z - 0.9861\right)}{z - 1}$$

Para hallar dicho resultado se utilizó el comando continue-todiscrete (c2d) de la librería de Matlab, para discretizar la función de transferencia continua del controlador. Los parámetros KP, KI y KD del controlador PID discreto están relacionados con los parámetros Kp, Ki y Kd del controlador PID continuo, de la siguiente forma:

$$KP = K_p - \underbrace{\bigotimes_{p}^{\infty} K_p K_i T}_{KD} \underbrace{\bigotimes_{p}^{\infty} K_i T}_{KD}$$
$$KI = K_p K_i T$$
$$KD = \frac{K_p K_d}{T}$$

2.- Función de transferencia del actuador

$$G_a(z) = \frac{0.1}{z}$$

3.- Función de transferencia de la ganancia para la referencia

$$F(z) = \frac{0.1}{z}$$

4.- Función de transferencia del sensor

$$H(z) = \frac{0.1}{z}$$

5.- Función de transferencia del modelo estimado de la planta (aproximación de Padé de primer orden)

$$G(z) = \frac{0.3849z^2 + 1.609z - 0.2694}{z^3 - 1.23z^2 + 0.2555z + 0.01452}$$

6.- Función de transferencia del modelo estimado del ruido

$$G(z) = \frac{z^2 + 1.764z + 0.8044}{z^2 + 1.987z + 0.9873}$$

La figura 5.41 presenta la respuesta a la entrada paso al proceso total simulado en forma discreta, se observa el efecto del muestreo o discretización, es un poco desestabilizante con respecto al continuo, haciendo que su tiempo de estabilización sea más largo. Es importante mencionar que el aumento en la taza de muestreo disminuiría este efecto y la reducción de esta aumentaría la inestabilidad del sistema. Sin embargo se debe de tomar en cuenta que la tasa de muestreo no es una variable de libre elección, y depende de factores tales como la velocidad de procesamiento, la cantidad de lazos de control utilizados o la velocidad del proceso a controlar. Una regla práctica indica que se debe tomar una frecuencia de muestreo con un valor de 10 veces el ancho de banda del sistema de control en lazo cerrado, lo cual es solo una aproximación para llegar a un modelo preciso más no exacto.



Figura 5. 41 Respuesta del modelo estimado controlado en tiempo discreto

#### 5.5 Equipos necesarios para implementación

Para la implementación de un controlador PI es necesario colocar un interruptor electrónico que permita regular la potencia hacia la carga.

El interruptor electrónico es el nombre que se le ha dado en esta tesina, al regulador de potencia cuyo control es el de todo o nada. Para la implementación de este actuador se proponen las siguientes alternativas:

 Realizar el diseño e implementación de un regulador de corriente alterna trifásico con tiristores con el respectivo circuito de control utilizando elementos continuos (amplificadores operacionales, integrados entre otros). Cabe destacar que las características de los elementos dependerán de la configuración y ubicación que se le quiere dar al regulador (ver sección 5.1.2).

 Adquirir un regulador de potencia que cumpla con los requerimientos del sistema como por ejemplo los reguladores de potencia de tiristor de LIBRATHERM INSTRUMENTS PVT. LTD., regulador de potencia electrónico (SSPC) de WATLOW, regulador C.A. trifásico W3C 400V / 0 - 400V - 30A, entre otros.

EL control PI puede ser diseñado como un circuito analógico o puede ser adquirido como un regulador de temperatura PID como por ejemplo regulador de temperatura ZELIO Control REG 48/96. El sensor utilizado puede ser un Pt100 o un termopar tipo J (esto debido al rango de trabajo del horno).

#### 5.6 Beneficios de Identificar en Lazo Abierto

Se asume que la entrada y la perturbación son secuencias independientes sin correlación cruzada.

Los requerimientos sobre estructura del modelo se pueden ajustar debido a que algunas estructuras no interpretan la función del error, esto aclara que se puede obtener una función consistente del proceso más no del modelo del ruido (error). Se garantiza que si hay un buen ajuste a los datos, se implica un buen modelo. Un "ajuste perfecto" a datos correlacionados en lazo cerrado, puede resultar un modelo erróneo.

La calidad de los datos (y la correspondiente calidad de la estimación del modelo) es menos crítico que en la operación en lazo cerrado.

# CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### Conclusiones.

- Se ha propuesto una metodología en la identificación de sistemas (caja negra), de la cual se han obtenido resultados satisfactorios en cuanto al modelado del sistema y al posterior diseño del controlador.
- Por las restricciones a la planta, se diseñó un modelo matemático en base a las leyes físicas que dominan el proceso, lo cual es muy utilizado en la ingeniería de control. Dicho modelo logró una buena aproximación al proceso real.
- 3. En base a los porcentajes obtenidos y a la función de transferencia del modelo estimado, se concluye que la identificación de sistemas es un método valido y útil para lograr el conocimiento de la dinámica de un sistema o proceso industrial a cualquier entrada. Esto último es debido a que se excita a la planta con una señal aleatoria.
- Para el diseño del control de sistemas es muy importante conocer el proceso a controlar, de aquí la necesidad de obtener un modelo del sistema en el que se puedan realizar las pruebas correspondientes, de modo que la

metodología presentada en este trabajo es de utilidad como paso previo al diseño de controladores.

- 5. Los resultados satisfactorios, no justifican el hecho de que la metodología propuesta en esta tesina sea la mejor elección para el diseño de un modelo, esto depende mucho del sistema y de los requerimientos del mismo, para este caso es muy probable que una metodología más sencilla pueda lograr buenos resultados.
- 6. La metodología propuesta incluye programas implementados en Matlab que contienen las funciones necesarias y recomendadas para realizar el proceso de identificación y el diseño del controlador de forma ágil, lo cual simplifica el manejo matemático.
- 7. La aplicación realizada en MatLab por Daniel E. Rivera y Martin W, Input DesignGui, fue de gran utilidad al momento del diseño de la señal de entrada para la identificación de sistemas, aunque Matlab cuenta con comandos para diseñar dichas entradas, la aplicación propone una manera más amigable y la posibilidad del análisis de características y uso posterior de las señales de entrada.
- 8. En base a los conocimientos adquiridos en la realización de este trabajo, se puede decir que los pasos críticos para realizar una buena identificación son la elección del tiempo de muestreo y el diseño de la señal de entrada.
- 9. La metodología de identificación realizada en esta tesina se orienta a los sistemas lineales invariantes en el tiempo, por lo que se debe tener mucho

cuidado al momento de analizar el sistema. Existen métodos de identificación para sistemas no lineales pero están fuera de los objetivos de esta tesina.

- 10. El proceso de validación es muy importante al momento de la elección del modelo y del controlador. En cuanto a la validación de los modelos se trataba de llegar a un balance entre los diferentes métodos (análisis de residuos, análisis de las entradas-salidas, salidas-perturbaciones, entre otras), y además se utilizó el criterio de parsimonia.
- 11. Al momento de realizar la identificación se optó por trabajar con una potencia de entrada de 24 kW (dos niveles), esto no presentó ningún inconveniente más adelante, ya que el objetivo era encontrar la relación entra la potencia y la temperatura del horno, quedando el modelo como un sistema al que se le ingresa un factor que corresponde a la potencia de la siguiente manera:

factor	Potencia (kW)
0	0
0.5	12 kW
1	24 kW
1.5	36 kW

esto indica que con la adición o substracción de niveles solo varía el factor.

12. Se debe tener presente que todos los resultados se ha obtenido a partir de simulaciones, al aplicarlo al proceso real se deberán realizar de todas maneras ajustes experimentales.

- 13. Para implementar el controlador PI al proceso se tendrá que realizar el cambio del actuador actual por un actuador continuo, esto aumentaría el costo de la implementación, al final la decisión puede ser tomada con un análisis de los beneficios y los costos finales.
- 14. En este trabajo se presenta una introducción a la identificación de sistemas aplicado a un proceso real. La utilización de estos conocimientos para uso industrial debe ser realizado por diseñadores con experiencia, ya que se debe tener mucha paciencia y cuidado a la hora de realizar las pruebas y adquisición de datos, y de igual manera al calcular los valores y hacer los ajustes adecuados que el sistema requiera para el diseño del controlador
- 15. Se realizó todo el proceso de identificación al modelo matemático como si fuera el proceso real de tal manera de percibir cuales serian los procedimientos a efectuar si se hubiese tenido la posibilidad de experimentar con la planta real.

#### Recomendaciones.

- 1. Se recomienda analizar detalladamente el sistema con el fin de poder obtener un modelo matemático similar al real.
- Generalmente en textos y artículos académicos se encuentran sugerencias sobre la elección del tiempo de muestreo según el proceso que se quiere identificar, es recomendable tener noción de estas sugerencia que pueden ser de mucha utilidad al momento del proceso de identificación.

- En este trabajo se utilizó una señal PRBS como señal de entrada, la razón radica en que el horno presenta un accionamiento on/off, se recomienda si se tiene la posibilidad utilizar como señal de entrada una señal multiseno.
- 4. Si se tiene la posibilidad de trabajar con el proceso real en lazo abierto es recomendable dejar que el sistema llegue a su punto de equilibrio, y desde este punto aplicar una señal de entrada que produzca un pequeño cambio (en porcentaje) a partir de dicho punto.
- 5. Para el diseño de la señal de entrada PRBS, otro método diferente al utilizado en este trabajo, es:
  - · Determinar el tiempo de estabilización del sistema T<sub>s</sub>.
  - Con base en la información a priori del sistema, estime la banda de frecuencias de interés.
  - · Considerar fijo n<sub>r</sub> y con base en esto se calcula T<sub>SW</sub> mediante:

$$T_{SW} = \frac{1.1T_s}{n_r}$$

 Verificar que la banda de frecuencia de interés quede cubierta con la selección de T<sub>sw</sub>, mediante:

$$\frac{2p}{N_s T_{sw}} \pounds w \pounds \frac{2.8}{T_{sw}}$$

- · Verificar que el tiempo de muestreo sea múltiplo de  $T_{SW}$  (Se recomienda  $T = T_{SW}/4$ ).
- $\cdot$  Verificar todos que se cumplan todos los criterios (sección 3.6.3), cambiar n<sub>r</sub> y/o T\_{SW} y repetir.

- 6. Si se llegará a implementar la solución del actuador y controlador continuo en el horno se recomienda realizar un análisis acerca del factor de potencia por la inclusión de los tiristores. Además seria también recomendable dejar uno de los sensores para el control del ventilador de tal manera de asegurarse de tener una temperatura uniforme.
- 7. Se debe tener un poco de conocimiento sobre el programa Matlab; ya que este cuenta con muchas herramientas de desarrollo, con las que el usuario puede relacionarse y así mostrar los resultados de una manera más técnica.

# **APÉNDICE**

# Tabla de transformadas z y s

	X(s)	x(t)	x(kT) ó x(k)	X(z)
1			Delta Kronecker	1
			$\delta_{\alpha}(k) = \begin{cases} 1, k = 0 \\ 0, k = 0 \end{cases}$	
			0,k ≠ 0	*
2			$\delta_0(n-k) = \begin{cases} 1, n = k \end{cases}$	Z*
			$0,n \neq k$	
3	$\frac{1}{s}$	1(t)	1(k)	$\frac{1}{1-z^{-1}}$
4	1	e <sup>-at</sup>	e <sup>-akT</sup>	1
	s + a			$\overline{1-e^{-aT}z^{-1}}$
5	1	t	kT	Tz <sup>-1</sup>
	s <sup>2</sup>			$(1-z^{-1})^2$
6	2	t <sup>2</sup>	(kT) <sup>2</sup>	$T^2z^{-1}(1+z^{-1})$
	s <sup>3</sup>			$(1-z^{-1})^3$
7	6	tš	(kT)3	$T^{3}z^{-1}(1+4z^{-1}+z^{-2})$
	s <sup>4</sup>			$\frac{(1-z^{-1})^4}{(1-z^{-1})^4}$
8	a	1 - e <sup>-at</sup>	1-e <sup>-akT</sup>	$(1 - e^{-aT})z^{-1}$
	$\overline{s(s+a)}$			$\frac{(1-z^{-1})(1-e^{-aT}z^{-1})}{(1-z^{-1})(1-e^{-aT}z^{-1})}$
9	b – a	e <sup>-at</sup> - e <sup>-bt</sup>	e <sup>-3k1</sup> - e <sup>-5k1</sup>	$(e^{-aT} - e^{-bT})z^{-1}$
	(s+a)(s+b)			$\frac{(e^{-aT}z^{-1})(1-e^{-bT}z^{-1})}{(1-e^{-bT}z^{-1})}$
10	1	te <sup>-at</sup>	kTe <sup>-sk1</sup>	Te <sup>-aT</sup> z <sup>-1</sup>
	$(s+a)^{2}$			$\frac{1}{(1-e^{-aT}z^{-1})^2}$
11	s	(1-at)e <sup>-at</sup>	(1-akT)e <sup>-ak1</sup>	$1 - (1 + aT)e^{-aT}z^{-1}$
	$\overline{(s+a)^2}$			$\frac{(1-e^{-aT}z^{-1})^2}{(1-e^{-aT}z^{-1})^2}$
12	2	t <sup>2</sup> e <sup>-at</sup>	(kT) <sup>2</sup> e <sup>-akT</sup>	$1 - (1 + aT)e^{-aT}z^{-1}$
	$(s+a)^3$			$(1-e^{-aT}z^{-1})^2$
13	a <sup>2</sup>	at-1+e <sup>-at</sup>	akT - 1 + e <sup>-ak1</sup>	$[(aT-1+e^{-aT})+(1-e^{-aT}-aTe^{-aT})z^{-1}]z^{-1}$
	s <sup>2</sup> (s+a)			$\bigl(1\!-\!z^{-1}\bigr)^2\bigl(1\!-\!e^{-aT}z^{-1}\bigr)$
14	w	sin wt	sin wkT	z-loinwT
	$\overline{s^2 + w^2}$			$\frac{1-2z^{-1}\cos T}{1-2z^{-1}\cos T+z^{-2}}$

	X(s)	x(t)	$x(kT) \circ x(k)$	X(z)
15	$\frac{s}{s^2 + w^2}$	cos wt	cos wkT	$\frac{1-z^{-1}\cos wT}{1-2z^{-1}\cos wT+z^{-2}}$
16	$\frac{w}{(s+a)^2 + w^2}$	e <sup>-at</sup> sin wt	e <sup>-akT</sup> sin wkT	$\frac{e^{-aT}z^{-1}sinwT}{1-2e^{-aT}z^{-1}coswT+e^{-2aT}z^{-2}}$
17	$\frac{s+a}{(s+a)^2+w^2}$	e <sup>-at</sup> cos wt	e <sup>-skT</sup> cos wkT	$\frac{1 - e^{-aT}z^{-1}\cos wT}{1 - 2e^{-aT}z^{-1}\cos wT + e^{-2aT}z^{-2}}$
18			a <sup>x</sup>	$\frac{1}{1-az^{-1}}$
19			a <sup>k-1</sup> k=1,2,3	$\frac{z^{-1}}{1-az^{-1}}$
20			ka <sup>k-1</sup>	$\frac{z^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$
21			k'a <sup>k-1</sup>	$\frac{z^{-1}(1+az^{-1})}{(1-az^{-1})^3}$
22			k³a <sup>k-1</sup>	$\frac{z^{-1}(1+4az^{-1}+a^2z^{-2})}{(1-az^{-1})^4}$
23			k <sup>4</sup> a <sup>k-1</sup>	$\frac{z^{-1}(1+11az^{-1}+11a^2z^{-2}+a^3z^{-3})}{(1-az^{-1})^5}$
24			a <sup>k</sup> cos kπ	$\frac{1}{1+az^{-1}}$
25			$\frac{k(k-1)}{2!}$	$\frac{z^{-2}}{(1-z^{-1})^3}$
26		$\frac{k(k-1)}{k(k-1)}$	$\frac{1)(k-m+2)}{(m-1)!}$	$\frac{z^{-m+1}}{(1-z^{-1})^m}$
27			$\frac{k(k-1)}{2!}a^{k-2}$	$\frac{z^{-2}}{(1-az^{-1})^3}$
28		$\frac{k(k-1)}{(m-1)}$	$\frac{(k-m+2)}{(k-1)!} a^{k-m+2}$	$\frac{z^{-m+1}}{(1-az^{-1})^m}$

	x(t) ó x(k)	X(z)
1	a x(t)	a X(z)
2	$a x_1(t) + b x_2(t)$	$a X_1(z) + b X_2(z)$
3	$x(t+T) \circ x(k+1)$	zX(z) - zx(0)
4	x(t+2T)	$z^2 X(z) - z^2 x(0) - z x(T)$
5	x(k+2)	$z^2 X(z) - z^2 x(0) - z x(1)$
6	x(t+kT)	$z^{k}X(z) - z^{k}x(0) - z^{k-1}x(T) - \dots - zx(kT-T)$
7	x(t-kT)	$z^{*}X(z)$
8	x(n+k)	$z^{k}X(z) - z^{k}x(0) - z^{k-1}x(1) - \dots - zx(k-1)$
9	x(n-k)	$z^{*}X(z)$
10	tx(t)	$-Tz\frac{d}{dz}X(z)$
11	kx(k)	$-z\frac{d}{dz}X(z)$
12	$e^{-at}x(t)$	X(ze <sup>aT</sup> )
13	e <sup>-ak</sup> x(k)	X(ze*)
14	$a^{k}x(k)$	$X\left(\frac{z}{a}\right)$
15	$ka^{k}x(k)$	$-z\frac{d}{dz}X\left(\frac{z}{a}\right)$
16	x(0)	$\lim_{(z\to\infty)} X(z)$ si el límite existe
17	x(∞)	$\lim_{(z \to 1)} [(1-z^{-1})X(z)]$ si $(1-z^{-1})X(z)$ es analítica dentro y fuera del círculo unidad
18	$\nabla y(k) = y(k) - y(k-1)$	$(1-z^{-1})X(z)$
19	$A_{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{x}(k+1)_{-\mathbf{x}}(k)$	(z-1)X(z) - zx(0)
20	$\sum_{k=0}^{n} x(k)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}X(z)$
21	$\frac{\partial}{\partial a} \mathbf{x}(t, a)$	$\frac{\partial}{\partial a} X(z,a)$
22	$k^m x(k)$	$\left(-z\frac{d}{dz}\right)^{m}X(z)$
23	$\sum_{k=0}^{n} x(kT)y(nT-kT)$	X(z) Y(z)
24	$\sum_{k=0}^{\infty} x(k)$	X(1)

# Teoremas y propiedades de la transformada z

# Tabla de datos reales y modelados de Temperatura [°C] con su respectivo error relativo.

Tiempo	Real	Modelado	Error	Tiempo	Real	Modelado	Error
14:20:00	33,7	33,7460	0,1366	14:32:30	62,4	55,3109	11,3607
14:20:30	33,7	34,0081	0,9143	14:33:00	63,2	56,0615	11,2952
14:21:00	33,7	33,5893	0,3285	14:33:30	63,9	57,1471	10,5679
14:21:30	34,1	33,8659	0,6864	14:34:00	64,2	58,0079	9,6450
14:22:00	35,5	34,7282	2,1739	14:34:30	64,9	58,8750	9,2836
14:22:30	36,6	35,6558	2,5799	14:35:00	65,6	59,6755	9,0312
14:23:00	38,0	36,5900	3,7105	14:35:30	66,1	60,6080	8,3086
14:23:30	39,6	37,7277	4,7281	14:36:00	66,8	61,5497	7,8598
14:24:00	41,5	38,7819	6,5496	14:36:30	67,4	62,3266	7,5273
14:24:30	43,2	39,7339	8,0234	14:37:00	67,9	63,4121	6,6096
14:25:00	45,1	40,7577	9,6282	14:37:30	68,4	63,8306	6,6804
14:25:30	46,9	41,7425	10,9967	14:38:00	68,9	64,1801	6,8503
14:26:00	48,5	42,6437	12,0749	14:38:30	69,3	64,7031	6,6333
14:26:30	50,2	43,8029	12,7432	14:39:00	69,7	65,3691	6,2136
14:27:00	51,6	44,5504	13,6621	14:39:30	70,1	66,0433	5,7870
14:27:30	53,0	45,3155	14,4991	14:40:00	70,6	66,4663	5,8552
14:28:00	54,1	46,3587	14,3093	14:40:30	71,2	66,8878	6,0564
14:28:30	55,3	47,7576	13,6391	14:41:00	71,7	67,4871	5,8757
14:29:00	56,4	48,4299	14,1314	14:41:30	72,2	68,1501	5,6093
14:29:30	57,6	49,3196	14,3757	14:42:00	72,6	68,8505	5,1646
14:30:00	58,6	50,2899	14,1811	14:42:30	73,0	69,2386	5,1527
14:30:30	59,3	51,2529	13,5702	14:43:00	73,4	69,9065	4,7596
14:31:00	60,1	52,2345	13,0874	14:43:30	73,8	70,2603	4,7963
14:31:30	60,8	53,1774	12,5371	14:44:00	74,3	70,8627	4,6263
14:32:00	61,8	54,1538	12,3725	14:44:30	74,6	71,4203	4,2623

Tiempo	Real	Modelado	Error	Tiempo	Real	Modelado	Error
14:45:00	75,0	71,7249	4,3668	14:58:30	81,4	82,5999	1,4741
14:45:30	75,5	72,1754	4,4034	14:59:00	81,4	82,9825	1,9441
14:46:00	75,9	73,0502	3,7546	14:59:30	81,5	83,0896	1,9505
14:46:30	76,3	73,5069	3,6607	15:00:00	81,6	83,2399	2,0097
14:47:00	76,6	74,2032	3,1289	15:00:30	81,8	83,3030	1,8374
14:47:30	77,0	74,5682	3,1582	15:01:00	82,0	83,2680	1,5463
14:48:00	77,4	75,0472	3,0398	15:01:30	82,0	83,6799	2,0486
14:48:30	77,8	75,5492	2,8931	15:02:00	82,1	83,7713	2,0356
14:49:00	78,1	76,2202	2,4069	15:02:30	82,3	83,7083	1,7112
14:49:30	78,5	76,7166	2,2718	15:03:00	82,3	84,4012	2,5531
14:50:00	78,7	77,2767	1,8085	15:03:30	82,4	84,3895	2,4144
14:50:30	79,1	77,9302	1,4789	15:04:00	82,6	84,3389	2,1052
14:51:00	79,5	78,2660	1,5522	15:04:30	82,7	84,3323	1,9737
14:51:30	79,7	78,4742	1,5381	15:05:00	82,8	84,5455	2,1080
14:52:00	79,8	79,2182	0,7291	15:05:30	82,9	84,7309	2,2086
14:52:30	79,9	79,8985	0,0019	15:06:00	83,1	84,9136	2,1825
14:53:00	80,0	80,0780	0,0975	15:06:30	83,2	84,9480	2,1009
14:53:30	80,2	80,7035	0,6278	15:07:00	83,4	85,0872	2,0230
14:54:00	80,3	81,0111	0,8856	15:07:30	83,5	85,2789	2,1304
14:54:30	80,4	81,4890	1,3545	15:08:00	83,6	85,3707	2,1180
14:55:00	80,5	81,5381	1,2895	15:08:30	83,7	85,7784	2,4832
14:55:30	80,6	81,5571	1,1875	15:09:00	83,9	85,6517	2,0878
14:56:00	80,7	81,9867	1,5945	15:09:30	84,0	85,9904	2,3696
14:56:30	80,8	82,3450	1,9121	15:10:00	84,1	86,3276	2,6487
14:57:00	81,0	82,3082	1,6150	15:10:30	84,2	86,0663	2,2165
14:57:30	81,1	82,3568	1,5497	15:11:00	84,4	86,3922	2,3604
14:58:00	81,2	82,9323	2,1334	15:11:30	84,4	86,3858	2,3529

Tiempo	Real	Modelado	Error	Tiempo	Real	Modelado	Error
15:12:00	84,6	86,5718	2,3308	15:25:30	87,5	90,1001	2,9715
15:12:30	84,7	86,5627	2,1992	15:26:00	87,6	90,2878	3,0682
15:13:00	84,8	87,1034	2,7162	15:26:30	87,6	90,1827	2,9483
15:13:30	84,9	87,0248	2,5027	15:27:00	87,8	90,4299	2,9953
15:14:00	85,0	87,1313	2,5074	15:27:30	87,9	90,4267	2,8745
15:14:30	85,2	87,2839	2,4459	15:28:00	87,9	90,8259	3,3287
15:15:00	85,2	87,3978	2,5796	15:28:30	88,0	91,0023	3,4117
15:15:30	85,4	87,4149	2,3594	15:29:00	88,2	90,9427	3,1097
15:16:00	85,5	87,6691	2,5369	15:29:30	88,3	91,1356	3,2114
15:16:30	85,7	87,9533	2,6292	15:30:00	88,4	91,2960	3,2760
15:17:00	85,8	88,2248	2,8261	15:30:30	88,6	91,3874	3,1461
15:17:30	85,9	88,0900	2,5495	15:31:00	88,7	91,5192	3,1784
15:18:00	85,9	87,9000	2,3282	15:31:30	88,8	91,5344	3,0793
15:18:30	86,0	88,5272	2,9386	15:32:00	88,9	91,7322	3,1859
15:19:00	86,2	88,4566	2,6179	15:32:30	88,9	91,6304	3,0713
15:19:30	86,1	88,7776	3,1098	15:33:00	89,0	91,9752	3,3429
15:20:00	86,2	88,8556	3,0807	15:33:30	89,2	92,1851	3,3465
15:20:30	86,2	88,8429	3,0660	15:34:00	89,2	92,1187	3,2721
15:21:00	86,4	88,8818	2,8724	15:34:30	89,4	92,2578	3,1966
15:21:30	86,6	89,2944	3,1113	15:35:00	89,5	92,6225	3,4888
15:22:00	86,6	89,1380	2,9307	15:35:30	89,6	92,4593	3,1912
15:22:30	86,7	89,2877	2,9846	15:36:00	89,7	92,6217	3,2572
15:23:00	86,9	89,6239	3,1345	15:36:30	89,8	92,8092	3,3510
15:23:30	86,9	89,6708	3,1885	15:37:00	89,8	92,7117	3,2425
15:24:00	87,0	89,5413	2,9210	15:37:30	90,0	92,9729	3,3032
15:24:30	87,3	89,8469	2,9174	15:38:00	90,0	93,1966	3,5518
15:25:00	87,3	89,9762	3,0655	15:38:30	90,1	93,2145	3,4567

Tiempo	Real	Modelado	Error	Tiempo	Real	Modelado	Error
15:39:00	90,3	93,2973	3,3193	15:52:30	92,3	96,1100	4,1279
15:39:30	90,3	93,1722	3,1807	15:53:00	92,4	95,9969	3,8928
15:40:00	90,5	93,3455	3,1442	15:53:30	92,5	96,2624	4,0675
15:40:30	90,5	93,3360	3,1337	15:54:00	92,6	96,5710	4,2883
15:41:00	90,4	93,5805	3,5182	15:54:30	92,6	96,3323	4,0305
15:41:30	90,5	93,8599	3,7126	15:55:00	92,7	96,5415	4,1440
15:42:00	90,7	93,9175	3,5474	15:55:30	92,8	96,5594	4,0510
15:42:30	90,8	93,9085	3,4235	15:56:00	92,9	96,6368	4,0224
15:43:00	90,9	94,4534	3,9091	15:56:30	92,9	97,0641	4,4823
15:43:30	90,9	94,1720	3,5996	15:57:00	93,0	96,8902	4,1830
15:44:00	91,0	94,3637	3,6963	15:57:30	93,1	96,9127	4,0952
15:44:30	91,0	94,4610	3,8033	15:58:00	93,2	97,0168	4,0953
15:45:00	91,2	94,5890	3,7160	15:58:30	93,2	97,1622	4,2512
15:45:30	91,3	94,7840	3,8160	15:59:00	93,3	97,3802	4,3732
15:46:00	91,4	94,4829	3,3730	15:59:30	93,4	97,3374	4,2156
15:46:30	91,4	94,6819	3,5907	16:00:00	93,5	97,6870	4,4781
15:47:00	91,4	94,7660	3,6827	16:00:30	93,5	97,6024	4,3876
15:47:30	91,5	95,1379	3,9759	16:01:00	93,5	97,7672	4,5639
15:48:00	91,7	95,1892	3,8050	16:01:30	93,6	97,6620	4,3398
15:48:30	91,7	95,2914	3,9164	16:02:00	93,7	97,8466	4,4254
15:49:00	91,7	95,4042	4,0395	16:02:30	93,8	98,0458	4,5264
15:49:30	91,8	95,6429	4,1862	16:03:00	93,9	97,9876	4,3531
15:50:00	91,9	95,5506	3,9724	16:03:30	94,0	98,0844	4,3451
15:50:30	92,0	95,4891	3,7925	16:04:00	94,1	98,2635	4,4246
15:51:00	92,1	95,6647	3,8705	16:04:30	94,1	98,3607	4,5278
15:51:30	92,2	95,7527	3,8533	16:05:00	94,2	98,2880	4,3397
15:52:00	92,4	95,8273	3,7092	16:05:30	94,2	98,5718	4,6409

Tiempo	Real	Modelado	Error	Tiempo	Real	Modelado	Error
16:06:00	94,3	98,8041	4,7764	16:19:30	96,0	100,7231	4,9199
16:06:30	94,4	98,9429	4,8124	16:20:00	96,0	100,9374	5,1431
16:07:00	94,4	98,5993	4,4485	16:20:30	96,1	100,8831	4,9772
16:07:30	94,6	99,1031	4,7601	16:21:00	96,2	101,3101	5,3120
16:08:00	94,8	99,2013	4,6427	16:21:30	96,2	101,1980	5,1954
16:08:30	94,8	99,1296	4,5671	16:22:00	96,4	101,2189	4,9988
16:09:00	94,9	99,0539	4,3771	16:22:30	96,4	101,1029	4,8785
16:09:30	95,0	99,3334	4,5615	16:23:00	96,5	101,2909	4,9646
16:10:00	95,0	99,3567	4,5860	16:23:30	96,6	101,4660	5,0372
16:10:30	95,1	99,2680	4,3827	16:24:00	96,6	101,8146	5,3982
16:11:00	95,1	99,4580	4,5826	16:24:30	96,7	101,6743	5,1441
16:11:30	95,2	99,5408	4,5596	16:25:00	96,8	101,7246	5,0874
16:12:00	95,2	99,7698	4,8002	16:25:30	96,7	101,8708	5,3472
16:12:30	95,3	99,7776	4,6984	16:26:00	96,8	101,8991	5,2676
16:13:00	95,3	99,7278	4,6462	16:26:30	96,9	102,0117	5,2753
16:13:30	95,4	100,0806	4,9063	16:27:00	96,9	102,1554	5,4236
16:14:00	95,4	100,1672	4,9971	16:27:30	97,0	102,1523	5,3116
16:14:30	95,5	100,1100	4,8272	16:28:00	97,1	102,3036	5,3590
16:15:00	95,5	100,2545	4,9785	16:28:30	97,2	102,2740	5,2201
16:15:30	95,6	100,3076	4,9243	16:29:00	97,3	102,2910	5,1295
16:16:00	95,7	100,3578	4,8671	16:29:30	97,4	102,5797	5,3179
16:16:30	95,7	100,2030	4,7054	16:30:00	97,4	102,5562	5,2938
16:17:00	95,8	100,6594	5,0725	16:30:30	97,5	102,4801	5,1078
16:17:30	95,8	100,4575	4,8617	16:31:00	97,5	102,5465	5,1759
16:18:00	95,9	100,6339	4,9363	16:31:30	97,6	102,9772	5,5094
16:18:30	95,9	100,8413	5,1526	16:32:00	97,7	102,8475	5,2687
16:19:00	95,9	100,9892	5,3068	16:32:30	97,8	102,5590	4,8661

Tiempo	Real	Modelado	Error	Tiempo	Real	Modelado	Error
16:33:00	97,8	102,9085	5,2234	16:46:30	99,6	104,8508	5,2719
16:33:30	97,8	103,1528	5,4732	16:47:00	99,7	104,8228	5,1382
16:34:00	97,9	103,1372	5,3495	16:47:30	99,9	104,8520	4,9570
16:34:30	98,0	103,0767	5,1803	16:48:00	99,8	104,8862	5,0964
16:35:00	98,1	103,2592	5,2592	16:48:30	99,9	105,0258	5,1309
16:35:30	98,1	103,0195	5,0147	16:49:00	100,0	104,9830	4,9830
16:36:00	98,2	103,4621	5,3585	16:49:30	100,0	105,1556	5,1556
16:36:30	98,3	103,5669	5,3580	16:50:00	100,0	105,1365	5,1365
16:37:00	98,3	103,4230	5,2116	16:50:30	100,2	105,1416	4,9318
16:37:30	98,3	103,6093	5,4012	16:51:00	100,2	105,3811	5,1708
16:38:00	98,5	103,8622	5,4439	16:51:30	100,3	105,5047	5,1892
16:38:30	98,5	103,6545	5,2330	16:52:00	100,3	105,7584	5,4421
16:39:00	98,5	103,8761	5,4580	16:52:30	100,4	105,6682	5,2472
16:39:30	98,6	103,8601	5,3348	16:53:00	100,4	105,4135	4,9935
16:40:00	98,7	103,9438	5,3129	16:53:30	100,5	105,7287	5,2027
16:40:30	98,7	104,3266	5,7007	16:54:00	100,6	105,4496	4,8207
16:41:00	98,8	104,2399	5,5059	16:54:30	100,7	105,7314	4,9964
16:41:30	98,9	104,0112	5,1681	16:55:00	100,8	105,8055	4,9658
16:42:00	98,9	104,0504	5,2077	16:55:30	100,8	105,9059	5,0654
16:42:30	99,0	104,0722	5,1235	16:56:00	100,8	106,0183	5,1769
16:43:00	99,1	104,3780	5,3260	16:56:30	100,9	106,0760	5,1298
16:43:30	99,3	104,5951	5,3325	16:57:00	100,9	106,0181	5,0725
16:44:00	99,3	104,3643	5,1000	16:57:30	101,0	106,2049	5,1534
16:44:30	99,4	104,4601	5,0906	16:58:00	101,1	106,1607	5,0056
16:45:00	99,4	104,6882	5,3202	16:58:30	101,1	106,1574	5,0024
16:45:30	99,5	104,7316	5,2578	16:59:00	101,1	106,2646	5,1084
16:46:00	99,6	104,8265	5,2475	16:59:30	101,3	106,1026	4,7410

Tiempo	Real	Modelado	Error
17:00:00	101,6	106,5076	4,8303
17:00:30	101,4	106,4663	4,9964
17:01:00	101,5	106,6807	5,1041
17:01:30	101,5	106,5601	4,9853
17:02:00	101,6	106,3071	4,6330
17:02:30	101,6	106,8039	5,1219
17:03:00	101,7	106,7388	4,9545
17:03:30	101,7	106,9799	5,1916
17:04:00	101,8	106,9073	5,0170
17:04:30	102,0	106,7580	4,6647
17:05:00	102,0	106,8289	4,7342
17:05:30	102,0	107,0721	4,9727
17:06:00	102,1	107,1861	4,9815
17:06:30	102,0	107,1111	5,0108
17:07:00	102,1	107,1636	4,9594
17:07:30	102,0	107,2097	5,1076
17:08:00	102,2	107,1774	4,8703

#### **PReview**

# INDICADOR LED PROGRAMABLE



- Indicador LED de 4 dígitos 14 segmentos
- Entrada para mA, V, RTD, TC y potenciómetro
- 2 relés y salida analógica
- Alimentación de tensión universal
- Programable mediante teclado frontal

#### Aplicación:

- Display para lecturas digitales de señales de corriente, tensión, temperatura o potenciométricas 3 hilos.
- Control de proceso con dos relés libres de potencial y / o salida analógica.
- Para lecturas locales en atmósferas extremadamente húmedas con un diseño especial de cubierta impermeable.

#### Características técnicas:

- Indicador LED de 4 dígitos de 14 segmentos de 13,8 mm. Máx. lectura del display -1999...9999 con punto decimal programable, indicación de relé ON / OFF.
- Con las teclas frontales todos los parámetros operacionales pueden ser ajustados para cualquier aplicación.
- Pueden seleccionarse textos de ayuda en ocho idiomas mediante el menú de configuración.
- El PR5714 está disponible totalmente configurado en lo relativo a las especificaciones del proceso de control y a la visualización.
- En las versiones con salidas de relés el usuario puede minimizar el tiempo de chequeo de la instalación al poder activar / desactivar cada relé independiente de la señal de entrada.

#### Montaje:

 Para ser montado en la placa del panel frontal. Se incluye un embalaje de caucho, que puede ser montado entre el agujero de corte del panel y el frontal del display para obtener el grado de protección IP65 (NEMA 4X). Como accesorio del PReview 5714, puede suministrarse una cubierta impermeable con un diseño especial para obtener una hermeticidad óptima.



Aplicaciones





5714

			Pedido: 5714	T			
	T			NB	Por favor, p	edir la	
	Tipo Versión cubierta impermeable						
	571	14 Est 2 re Sal Sal	ándar	:A Per Per :C s:D	dido No 8335	5.	
specificacione ango de especi	s eléctricas: ficaciones	-2	0°C a +60°C	Entrada TC:	Valor	Valor	T
specificacione limentación uni	s comunes: /ersal	21	,6253 VCA, 5060 Hz	Tipo	mín. 0°C	máx. +1820°C	Estándar IEC 60584-1
onsumo:		0	19,2300 VCC	E	-100°C	+1000°C	IEC 60584-1
Tipo Cor	nsumo	Consumo	7	ĸ	-180°C	+1200 C +1372°C	IEC 60584-1
int	erno	máximo		LN	-200°C -180°C	+900°C +1300°C	DIN 43710 IEC 60584-1
5/14A 2	2 W	2,5 W		R	-50°C	+1760°C	IEC 60584-1
5/14B 2	7 W	3,0 W		T	-200°C	+1760°C	IEC 60584-1
5/14C 2	7 W	3,0 W		U W3	-200°C	+600°C +2300°C	DIN 43710 ASTM E988-90
5/14U 3	2 W	3,5 W		W5	0°C	+2300°C	ASTM E988-90
Entrada de co emperatura de o recisión, la may	orriente / tens calibración or de los valo Valores	sioón 0, 20 pres genera s generales	460 s 28°C Iles y básicos:	∆t = temperatur Detección de e todos tipos Corriente de en Cuanda det	ra interna - te rror en el ser de termopar ror en el sen ecta	emperatur isor sor:	a ambiente Sí Nom. 2 μΑ
Tipo de entrada	Precisión	1	Coeficiente de temperatura	Cuanda no	detecta		0 μΑ
Todos 3	±0,1% d. val.	actual ≤ ±	0,01% d. val. actual/°C	Entrada de co Rango de medi	rriente: da		020 mA
	Valore	e básicos		Rango de medi	da programa	ble	020 y 420 mA
Tipo de	Preci	isión	Coeficiente de	Detección de e	rror en senso	or:	Nom. 20 $\Omega$ + PTC 25 $\Omega$
entrada	bás	sica	temperatura	Interrupción	de bucle 4.	20 mA	Sí
mA	≤ ±4	1 μA	≤ ±0,4 μA / °C	Entrada de ter	nsión:		0 12 VCC
Volt	≤ ±2	0 μV	$\leq \pm 2 \mu V / °C$	Rango de medi	da programa	ble	01/0,21/
Potenciometro	≤ ±0	,1Ω	≤ ±0,01 Ω / °C	Entrada de resi	stencia		010 / 210 VCC Nom. 10 MO
Ni100	≤ ±0	3°C	≤±0,02°C / °C	Salidas:	otorioidiniinii		
Tipo TC:	210	,0 0	10,00 0 / 0	Display:	alay		1000 0000 (1 digitas)
E, J, K, L, N, T, U Tipo TC: R, S, W3 W5 LB	J ≤±' <+	1°C	≤ ±0,05°C / °C	Punto decimal Altura del dígito	)		Programable 13,8 mm
Tipo TC: B	< +4	.5°C	< +0.45°C / °C	La entrada fuer	a de rango s	e	Z,Z / S
Tipo TC: B				Salida de corr	iente:		
4001820°C	≤ ±2	2°C	≤ ±0,2°C / °C	Rango de la se	ñal (intervalo	) able	020 mA
nfluencia sobre l limentación aux Alimentación amaño máx. del amaño máx. del umedad relativi imensiones (Hy	a inmunidad E illiar: de lazo cable, pin 41 cable, otros a	EMC	< ±0,5% d. val. actual 25 VCC / 020 mA 1,5 mm² cable trenzado 2,5 mm² cable trenzado 35% HR (no cond.) 2 96 x 120 mm	Carga (máx.) Estabilidad de Detección de e NAMUR NE 43 NAMUR NE 43 Límite de salida	carga rror en el ser Upscale Downscale	nsor	200 / 204 mA 20 mA / 800 Ω / 16 VCC ≤ 0,01% del rango / 100 9 0 / 3,5 / 23 mA / No 23 mA 3,5 mA
imensiones de rado de protece laca de panel fi eso	agujero del co ción rontal)	orte 44	5 x 91,5 mm 55/NEMA tipo 4X, UL50E 0 g	señales de señales de Corriente límite Salida relé: Eurojón do relé	420 y 204 020 y 206	4 mA 0 mA	3,820,5 mA 020,5 mA ≤ 28 mA
ntrada RTD y p	otenciómet	ro:		Histéresis, en %	/unidades d	e contaje	0,125% / 12999
Tipo de entrada	Valor mín.	Valor máx.	Estándar	Retraso ON / O Detección error	sensor		03600 s Abrir / Cerrar / Mantene
Pt100	-200°C	+850°C	IEC60751	Tensión máx			250 VRMS
Ni100 Potenciómetro	-60°C	+250°C	DIN 43760	Corriente máx.			500 VA
ntrada para tipo Pt10, Pt20, P Pt300, Pt400, Ni50, Ni100,	os RTD: t50, Pt100, Pt Pt500, Pt100 Ni120, Ni1000	t200, Pt25	о,	Corriente máx. Certificación r Det Norske Veri Aprobación G VNIIM. Cert. No	(24 VCC) narina: tas, Ships & OST R:	Offshore.	1 A Stand. for Certific. No. 2. Ver www.prelectronics.e
esist. d. cable r	nax. por mio,	RID 50	\$2				
esist. d. cable r orriente del sen fecto de la resis	sor, RTD		om. 0,2 mA	Requerimiento	os observad	os:	Estándar: EN 61326-1

5714AY102-ES (1021)

# **BIBLIOGRAFÍA**

- [1] Moisés F. Hurtado Ortiz y Mtro. Isidro M. A. Cristóbal Vásquez. "Aplicación del Modelo para Períodos Fijos de Tiempo con Existencias de Reserva en Materias Primas Críticas de Transformadores de Distribución en la Empresa Voltran S.A. de C.V.". Tesis de Maestría. Instituto Politécnico Nacional México, DF. Junio del 2010.
- [2] Vulka. Galeria de fotos de hornos industriales <u>http://galeria.vulka.es/foto/hornos-de-secado-motores-y-trafos\_13441.html</u> fecha de consulta: Noviembre del 2011.
- [3] Pedro Avelino Pérez. *"Transformadores de distribución. Teoría, cálculo, construcción y pruebas".* 2da edición 2001. México editorial Reverté, S.A.
- [4] Monografía. Nelson Diaz Tapia. "Transferencia de calor". <u>http://www.monografias.com/trabajos15/transf-calor/transf-calor.shtml</u> fecha de consulta: Noviembre del 2011.
- [5] Katsuhiko Ogata. "Ingeniería de Control Moderna". Prentice Hall, 2003.
- [6] Nise, Norman S. "Sistemas de Control para Ingeniería". 3ra edición. CECSA, 2002

- [7] Katsuhiko Ogata. "Sistemas de control en tiempo discreto". Pearson Educación, 1996.
- [8] L. A. Zadeh. "From circuit theory to system theory". In Proc. IRE 50, pages 856–865, 1962.
- [9] Rivera, D.E. and M.W. Braun. *"System Identification for Process Applications"*. Arizona State University. 2005.
- [10] Julio Astigarraga y José Luis Aguirre. *"Hornos industriales de resistencia eléctrica"*. 6ta edición 1999. España: Mc Graw Hill.
- [11] National Research Council Canada, Institute for research in construction. "Thermal Properties & Building Materials at Elevated Temperatures" Internal report No. 643, March 1993
- [12] Lennart Ljung. "System Identification: Theory for the User". Prentice-Hall, 1987.
- [13] Lennart Ljung, Torkel Glad. *"Modeling of Dynamic Systems"*. Prentice-Hall, 1994.
- [14] Héctor Botero y José Ramírez. "IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS DE EXCITACIÓN: ANÁLISIS DETALLADO DE METODOLOGÍA Y

*RESULTADOS"*. Artículo académico, Dyna, Año 75, Nro. 156, pp. 65-77. Medellín, Noviembre de 2008. ISSN 0012-7353

- [15] L. Ljung, "Matlbab User's Guide: System Identification Toolbox". Prentice Hall,1988
- [16] R. C. Dorf, R. H. Bishop. *"Sistemas de control moderno"*, 10ma edición, Pearson-Prentice Hall, 2005
- [17] Muhammad H. Rashid. *"Electrónica de Potencia. Circuitos, dispositivos y aplicaciones ".* 2da edición 1995. México: Prentice Hall Hispanoamerica, S.A.
- [18] J. M. Benavent, A. Abellán, E. Figueres. *"Electrónica de Potencia. Teoría y Aplicaciones"*.