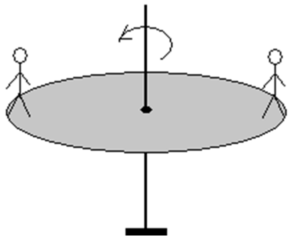
ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
INSTITUTO DE CIENCIAS FÍSICAS
II TÉRMINO 2011-2012
SEGUNDA EVALUACIÓN
DE FÍSICA A

SOLUCIÓN

EJERCICIO 1 (5 puntos)

Dos niños de 25 kg de masa cada uno están situados en el borde de un disco de 2.6 m de diámetro y 10 kg de masa. El disco gira a razón de 5 rpm respecto del eje perpendicular al disco y que pasa por su centro. ¿Cuál será la velocidad angular del conjunto si cada niño se desplaza 60 cm hacia el centro del disco?



Aplicando el principio de de conservación del momento angular:

$$\boldsymbol{\tau}_{ext} = d\mathbf{L}/dt = 0 \Rightarrow \mathbf{L} = cte$$

Situación inicial:

$$I_1 = \frac{1}{2}(10)(1.3)^2 + 2(25)(1.3)^2 = 92.95\ kg \cdot m^2$$

$$\omega_1 = 5\ rpm = \frac{(5)(2\pi)}{60} = \frac{\pi}{6}\ rad/s$$

Situación final:

$$I_2 = \frac{1}{2}(10)(1.3)^2 + 2(25)(0.7)^2 = 32.95\ kg \cdot m^2$$

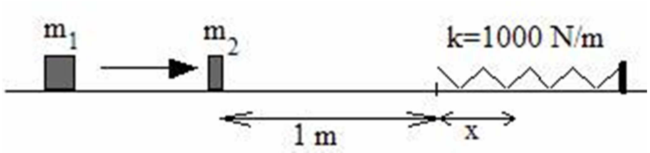
$$\omega_2 = ?$$

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

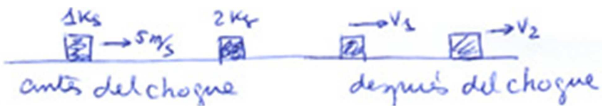
$$\boxed{\omega_2 = 1.48\ rad/s}$$

EJERCICIO 2 (15 puntos)

Un bloque de masa m_1 = 1 kg choca contra otro bloque que se encuentra en reposo de masa m_2 = 2 kg, situado en la posición indicada en la figura. La velocidad del primer bloque inmediatamente antes del choque es v_1 = 5 m/s.



a) Sabiendo que el choque es elástico y que podemos considerar las masas como puntuales, calcular la velocidad de las dos masas inmediatamente después del choque. (5 puntos)



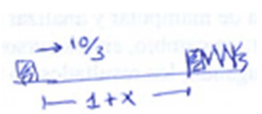
Conservación del momento lineal (sistema aislado): $(1)(5) = (1)(v_1) + (2)(v_2)$

Conservación de la energía cinética (choque elástico): $\frac{1}{2}(1)(5)^2 = \frac{1}{2}(1)(v_1)^2 + \frac{1}{2}(2)(v_2)^2$

$$\boxed{v_1 = -5/3 \text{ m/s}} \qquad \boxed{v_2 = 10/3 \text{ m/s}}$$

Teniendo en cuenta que el coeficiente de rozamiento entre el plano y los cuerpos es $\mu = 0.1$, calcular:

b) La máxima compresión del resorte (de constante k = 1000 N/m) producida por m_2 (5 puntos)



$$W_{nc} = E_f - E_i$$

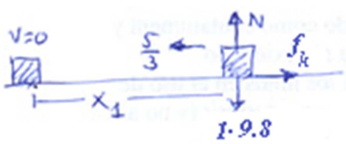
$$-f_k(1+x) = U_f - K_i$$

$$-(0.1)(2)(9.8)(1+x) = \frac{1}{2}(1000)x^2 - \frac{1}{2}(2)(10/3)^2$$

$$500x^2 + 1.96x - 9.13 = 0$$

$$\boxed{x = 0.133 \text{ m}}$$

c) La distancia recorrida por m_1 hasta detenerse (5 puntos)



$$W_{nc} = E_f - E_i$$

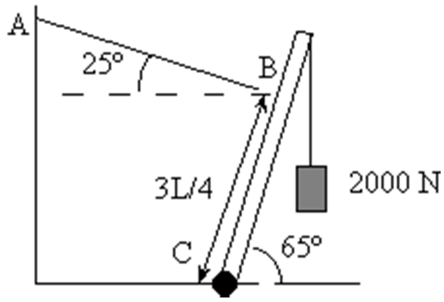
$$-(f_k)(x) = K_f - K_i$$

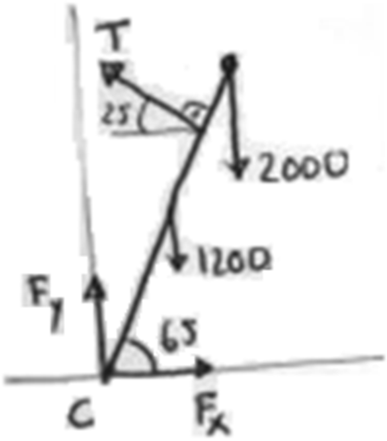
$$-(0.1)(1)(9.8)(x) = 0 - \frac{1}{2}(1)(5/3)^2$$

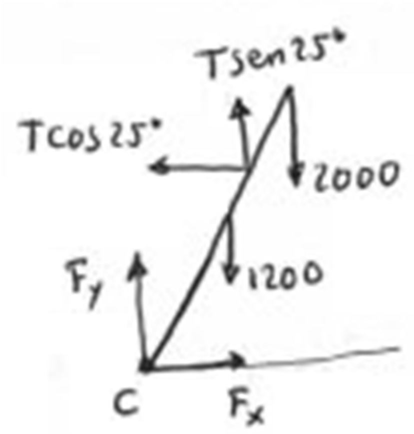
$$\boxed{x = 1.42 \text{ m}}$$

EJERCICIO 3 (10 puntos)

Un brazo de grúa de 1200 N de peso se sostiene por el cable AB de la figura. Este brazo está sujeto al suelo mediante la articulación C, y en la parte superior se cuelga un cuerpo de 2000 N de peso. Realizar los diagramas de cuerpo libre pertinentes (3 puntos) y encontrar la tensión del cable AB (3 puntos) y las componentes de reacción en la articulación C (4 puntos).







Torques respecto al punto C:

$$(2000)(L)\cos65^{\circ} + (1200)(L/2)\cos65^{\circ} - (T)(\tfrac{3}{4}L) + F_x(0) + F_y(0) = 0$$

$$\boxed{T = 1465\ \text{N}}$$

Sumatorias de fuerza:

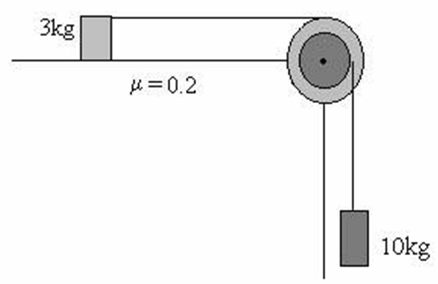
$$T\text{sen}25^{\circ} + F_y - 2000 - 1200 = 0$$

$$\boxed{F_y = 2581\ \text{N}}$$

$$F_x - T\cos25^{\circ} = 0$$

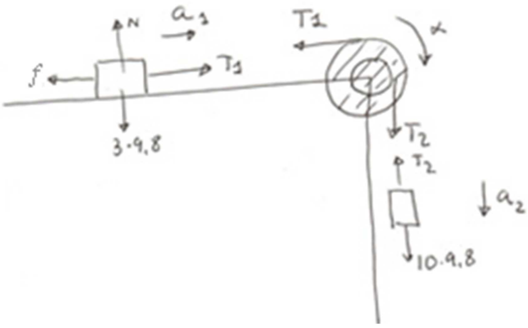
$$\boxed{F_x = 1328\ \text{N}}$$

EJERCICIO 4 (18 puntos)



Sobre un plano horizontal rugoso con coeficiente μ = 0.2, desliza un bloque de 3 kg de masa unido a una cuerda que se enrolla en la periferia de una polea escalonada de 0.225 kg·m^2 de momento de inercia de radio exterior 0.3 m y 0.2 m de radio interior, tal como se ve en la figura. De la cuerda enrollada en el radio interior pende un bloque de 10 kg de peso.

a) Dibujar el diagrama de cuerpo libre de cada objeto (bloques y polea) (3 puntos)



Determinar:

b) Las tensiones de las cuerdas (5 puntos)

c) La aceleración de cada cuerpo (5 puntos)

bloque 1:

$$T_1 - f = m_1 a_1 \Rightarrow T_1 - \mu m_1 g = m_1(\alpha)(0.3) \Rightarrow T_1 - (0.2)(3)(9.8) = 3(\alpha)(0.3)$$

$$T_1 - 5.88 = 0.9\alpha \ \mathbf{(1)}$$

bloque 2:

$$m_2 g - T_2 = m_2 a_2 \Rightarrow (10)(9.8) - T_2 = 10(\alpha)(0.2)$$

$$98 - T_2 = 2\alpha \ \mathbf{(2)}$$

polea:

$$T_2(0.2) - T_1(0.3) = I\alpha \Rightarrow 0.2T_2 - 0.3T_1 = 0.225\alpha \ \mathbf{(3)}$$

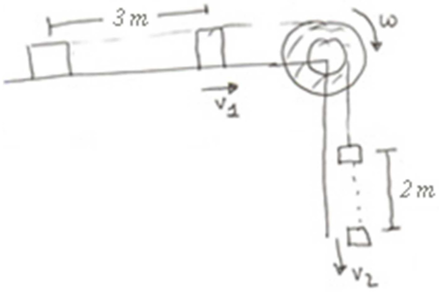
Combinando: $0.3\mathbf{(1)} + 0.2\mathbf{(2)} + \mathbf{(3)}$

$$19.6 - 1.764 = 0.27\alpha + 0.4\alpha + 0.225\alpha$$

$\boxed{\alpha = 19.9 \text{ rad/s}^2}$ $\boxed{a_1 = 5.97 \text{ m/s}^2}$ $\boxed{a_2 = 3.98 \text{ m/s}^2}$

$\boxed{T_1 = 23.8 \text{ N}}$ $\boxed{T_2 = 58.2 \text{ N}}$

d) La velocidad de cada cuerpo, si el bloque de 10 kg desciende 2 m partiendo del reposo (5 puntos)



$$\theta = \frac{2}{0.2} = \frac{x}{0.3} \Rightarrow x = 3\ m$$

Balance energético:

$$W_{nc} = E_f - E_i$$

$$-(f_k)(x) = K_f\ - U_i$$

$$-(0.2)(3)(9.8)(3) = ½(3)(v_1)^2 + ½(10)(v_2)^2 + ½(0.225)(\omega)^2 - (10)(9.8)(2)$$

$$-(0.2)(3)(9.8)(3) = ½(3)(0.3\omega)^2 + ½(10)(0.2\omega)^2 + ½(0.225)(\omega)^2 - (10)(9.8)(2)$$

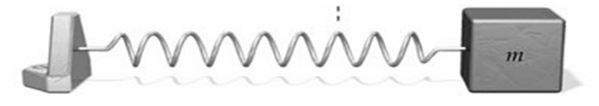
$$\boxed{\omega = 20.0\ \text{rad/s}}$$

$$\boxed{v_1 = 6.00\ \text{m/s}}$$

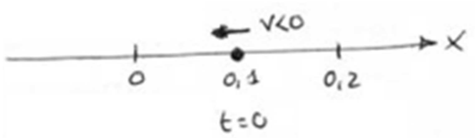
$$\boxed{v_2 = 4.00\ \text{m/s}}$$

EJERCICIO 5 (12 puntos)

Una partícula de 300 g de masa está unida a un resorte de constante k = 43.2 N/m y describe un movimiento armónico simple de 20 cm de amplitud. Sabiendo que en el instante t = 0 se encuentra a 10 cm del origen moviéndose hacia la izquierda y que la función de posición viene dada por $x = A\cos(\omega t + \phi)$, determinar:



a) Las ecuaciones de la posición, velocidad y aceleración en función del tiempo (6 puntos)



$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{43.2}{0.3}} = 12\ rad/s$$

$$x = A\cos(\omega t + \phi) \Longrightarrow x = 0.20\cos(12t + \phi)$$

En el instante t = 0 $\Rightarrow$ x = 0.10 $\Rightarrow$ 0.10 = 0.20cos(ϕ) $\Rightarrow$ $\phi = \pi/3$ ó $\phi = -\pi/3$

Como v < 0, la fase inicial debe ser $\phi = \pi/3$

$$\boxed{x = 0.20\cos(12t + \pi/3)}$$

$$\boxed{v = \frac{dx}{dt} = -2.4sen(12t + \pi/3)}$$

$$\boxed{a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 x = -28.8\cos(12t + \pi/3)}$$

b) La energía cinética en el instante inicial (3 puntos)

En t = 0:

$$v_0 = -2.4sen\left(\frac{\pi}{3}\right) = -2.08\ m/s$$

$$K = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}(0.3)(-2.08)^2$$

$$\boxed{K = 0.649 \text{ J}}$$

c) El instante en que la partícula pasa por el origen por primera vez (3 puntos)

$$x = 0.20\cos\left(12t + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$12t + \frac{\pi}{3} = n\frac{\pi}{2} \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

Para n = 1 (primera vez): $\boxed{t = 43.6 \text{ ms}}$