ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS
MÉTODOS NUMÉRICOS
PRIMERA EVALUACIÓN – 29 DE NOVIEMBRE DE 2011

NOMBRE_Luis Rodríguez Ojeda_CÉDULA____________FIRMA_________________PAR.__

1) (30%) Para que **f** sea una función de probabilidad se tiene que cumplir que su integral en el dominio de **f** debe tener un valor igual a **1**. Encuentre el valor de **b** para que la función **f(x)=2x² + x** sea una función de probabilidad en el dominio **[0, b]**.
Use la fórmula de Newton en la ecuación no lineal resultante. **E=0.0001**

$$f(x) = 2x^2 + x, \quad x \in [0,b]$$

$$\int_0^b f(x)dx = \int_0^b (2x^2 + x)dx = 1 \Rightarrow \frac{2}{3}b^3 + \frac{1}{2}b^2 = 1$$

Ecuación que debe resolver:

$$g(b) = \frac{2}{3}b^3 + \frac{1}{2}b^2 - 1 = 0$$

Fórmula de Newton

$$b_{i+1} = b_i - \frac{g(b_i)}{g'(b_i)} = b_i - \frac{\frac{2}{3}b_i^3 + \frac{1}{2}b_i^2 - 1}{2b_i^2 + b_i}; \quad i = 0,1,2,...$$

Valor inicial:

No puede ser **0**

Siendo **g** creciente en $\mathbf{R}^+$ puede converger con cualquier valor positivo.

Se elige como valor inicial $b_0 = 1$

$b_0 = 1;$

$b_1 = 0.9444$

$b_2 = 0.9417$

$b_3 = 0.9417$

2) (40%) Una empresa produce semanalmente 3 tipos de productos, los insumos que requiere cada unidad producida se indican en la siguiente tabla:

	Insumo 1	Insumo 2	Insumo 3
Producto A	**2**	**3**	**5**
Producto B	**5**	**2**	**7**
Producto C	**2**	**1**	**4**

La cantidad de insumos que debe utilizarse exactamente cada semana, es:

Insumo 1	Insumo 2	Insumo 3
200	**150**	**400**

Sean **x, y, z,** la cantidad de productos **A, B, C** respectivamente, producida semanalmente, (**x≥0,y≥0,z≥0**)

a) Plantee un sistema de ecuaciones.
b) Utilice el método de Eliminación de Gauss y encuentre la solución.
c) Incremente en **0.1** el primer coeficiente de la matriz. Resuelva nuevamente el sistema y comente acerca del cambio en la solución respecto al cambio en la matriz de coeficientes.

a) Sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} 2x + 5y + 2z &= 200 \\ 3x + 2y + z &= 150 \\ 5x + 7y + 4z &= 400 \end{aligned}$$

b) Eliminación de Gauss

$$A\,|\,B = \begin{bmatrix} 1 & 2.5 & 1 & 100 \\ 0 & 1 & 0.3636 & 27.2727 \\ 0 & 0 & 1 & 50 \end{bmatrix}$$

Solución

$$X = \begin{bmatrix} 27.2727 \\ 9.0909 \\ 50.0000 \end{bmatrix}$$

c) Matriz modificada

$$\begin{aligned} 2.1x + 5y + 2z &= 200 \\ 3x + 2y + z &= 150 \\ 5x + 7y + 4z &= 400 \end{aligned}$$

Eliminación de Gauss

$$A'\,|\,B = \begin{bmatrix} 1 & 2.3810 & 0.9524 & 95.2381 \\ 0 & 1 & 0.3611 & 26.3889 \\ 0 & 0 & 1 & 52.7523 \end{bmatrix}$$

Solución

$$X' = \begin{bmatrix} 27.5229 \\ 7.3394 \\ 52.7523 \end{bmatrix}$$

Cambio en la matriz de coeficientes

$$e_A = \frac{\| A' - A \|}{\| A \|} = \frac{0.1}{16} = 0.625\%$$

Cambio en el vector solución

$$e_x = \frac{\| X - X' \|}{\| X' \|} = \frac{2.7523}{52.7523} = 5.2174\%$$

Se concluye que la matriz es ligeramente mal condicionada

3) (30%) En el problema anterior, la empresa ha decidido fabricar un producto adicional **D** con la siguiente composición y con la misma cantidad de insumos disponibles semanales. Sea **t** la cantidad del producto **D** que se producirá semanalmente (**t≥0**)

	Insumo 1	Insumo 2	Insumo 3
Producto D	**3**	**2**	**2**

a) Encuentre el conjunto solución para **x, y, z** en términos de la variable independiente **t**.

b) Encuentre el rango de producción posible del producto **D,** y con este rango encuentre el rango de producción posible para los otros tres productos.

$$\begin{aligned} 2x + 5y + 2z + 3t &= 200 \\ 3x + 2y + \ \ z + 2t &= 150 \\ 5x + 7y + 4z + 2t &= 400 \end{aligned}$$

Método de Gauss-Jordan

$$A\,|\,B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.6364 & 27.2727 \\ 0 & 1 & 0 & 1.5455 & 9.0909 \\ 0 & 0 & 1 & -3.0000 & 50.0000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} x \qquad\quad + 0.6364t &= 27.2727 \\ y \quad + 1.5455t &= 9.0909 \\ z - 3.0000t &= 50.0000 \end{aligned}$$

La variable **t** queda como variable libre:

Sea **t≥0, t∈ℜ**

Conjunto solución: **[27.2727-0.6364 t, 9.0909-1.5455 t, 50 + 3 t, t]^T**

Rango para la variable libre:

$x = 27.2727 - 0.6364\,t \geq 0 \quad \Rightarrow \quad t \leq 42.8547$

$y = 9.0909 - 1.5455\,t \geq 0 \quad \Rightarrow \quad t \leq 5.8822$

$z = 50 + 3t \geq 0 \quad \Rightarrow \quad t \geq 0$

Se concluye que $0 \leq t \leq 5.8822$ (rango posible para D)

Rango para las variables (rango de producción posible para A, B, C)

$23.5293 \leq x \leq 27.2727$

$0 \leq y \leq 9.0909$

$50 \leq z \leq 67.6466$