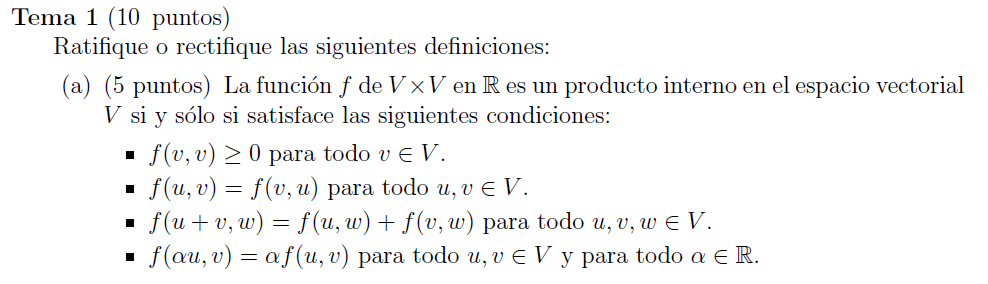
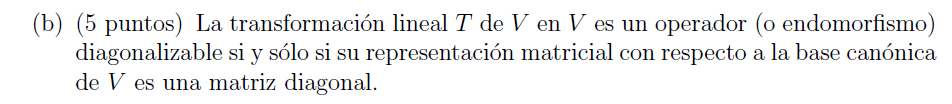
RUBRICA EXAMEN FINAL ALGEBRA LINEAL FEBRERO 2012



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| Califica incorrectamente o deja el espacio vacío. | Identifica que la definición es incorrecta pero se equivoca al identificar el error | La corrección mejora la definición pero no es completa | Indica la corrección de manera correcta. |
| **0** | **1 - 4** | **5 - 8** | **9-10** |

****

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| Califica incorrectamente o deja el espacio vacío | Resuelve la definición para matriz diagonalizable | Falta precisión al corregir. | Indica las correcciones de manera correcta. |
| **0** | **1 - 4** | **5 - 8** | **9-10** |

Tema 2 (10 puntos)

Sean y dos espacios vectoriales de dimensión finita tal que es una base de . Sea una transformación lineal. Demuestre que, Si es una base del , entonces es una base de la .

Pero se conoce que por ser elementos del , entonces:

Dado que entonces

Por lo que:

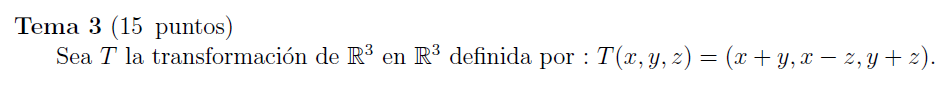
Al pertenecer al , entonces se podrá expresar como combinación lineal de la base del subespacio.

Dado que es una base de , entonces la combinación lineal de estos vectores igualados al neutro tiene solución única, es decir,

Por lo que el conjunto es linealmente independiente en .

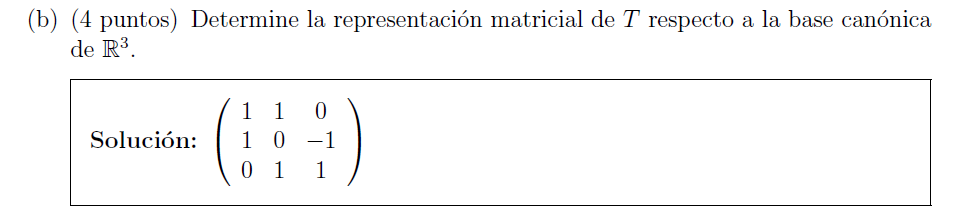
Por lo tanto es una base de .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes o deja el espacio vacío. | Identifica que debe probar la independencia lineal y la capacidad de generar la imagen | Prueba correctamente una de las propiedades pero falla en la otra | Realiza el ejercicio de manera correcta. |
| **0** | **1 - 4** | **5 - 8** | **9-10** |

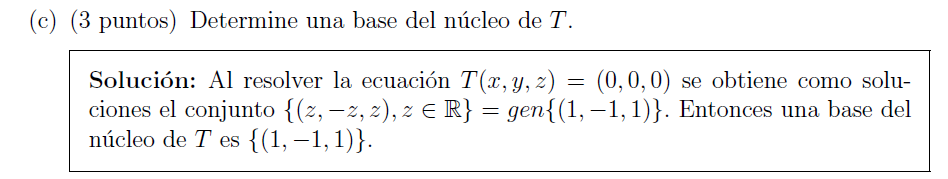




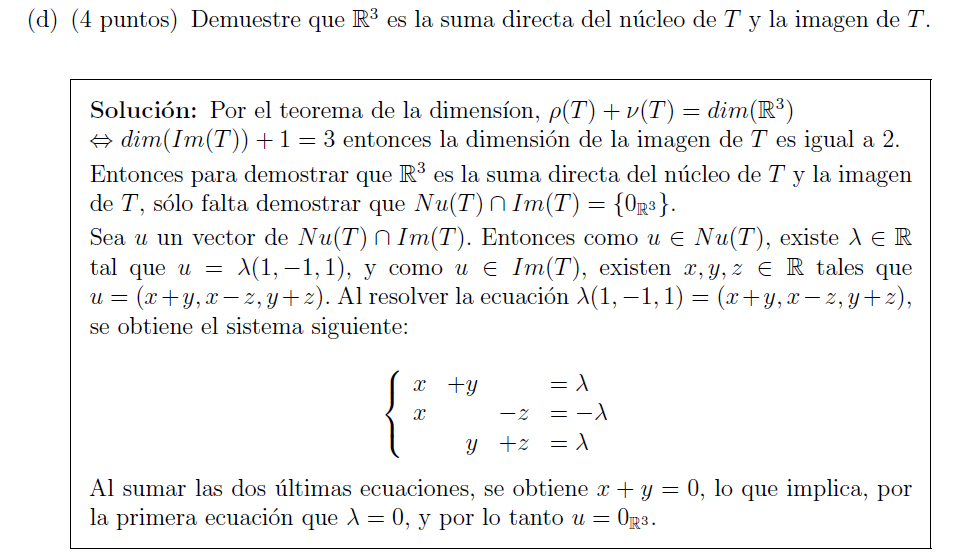
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes o deja el espacio vacío. | Particulariza los vectores para verificar la linealidad | Aplica la definición de transformación lineal correctamente, pero con error de cálculos o no concluye. | Realiza el ejercicio de manera correcta. |
| **0** | **1 - 4** | **5 - 8** | **9-10** |



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes o deja el espacio vacío. | Aplica T a la base canónica | La matriz asociada tiene algún error de cálculo | Realiza el ejercicio de manera correcta. |
| **0** | **1 - 4** | **5 - 8** | **9-10** |

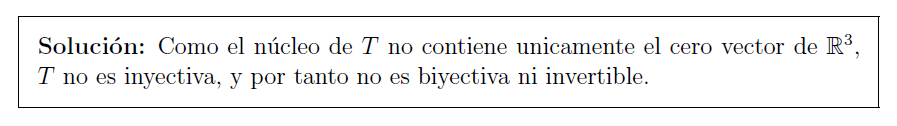


|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes o deja el espacio vacío. | Aplica correctamente la definición de nucleo de T | Aplica el concepto de núcleo, pero al resolver comete errores. | Realiza el ejercicio de manera correcta. |
| **0** | **1 - 4** | **5 - 8** | **9-10** |



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes o deja el espacio vacío. | Determina el rango de T o una base para la imagen de T. | Demuestra conocer la definición de suma directa o el teorema equivalente pero tiene errores de calculo | Realiza el ejercicio de manera correcta. |
| **0** | **1 - 4** | **5 - 8** | **9-10** |





|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes o deja el espacio vacío. | Asocia la nulidad de T con la existencia de la inversa | Respuesta correcta pero alguna afirmación errónea. | Realiza el ejercicio de manera correcta. |
| **0** | **1 - 4** | **5 - 8** | **9-10** |

Tema 4 (10 puntos)

1. Considere la ecuación de una forma cuadrática dada por:

Consideremos la forma cuadrática:

La matriz asociada a la forma cuadrática con respecto a la base canónica está dada por:

Determinemos los valores propios de :

Entonces los valores propios de son

Los espacios propios asociados a cada valor propio, así como sus respectivas bases ortonormales están dados por:

;

;

Por lo tanto, la matriz que diagonaliza ortogonalmente a está dada por:

Por lo que la forma cuadrática se puede expresar de la forma:

Adicionalmente se conoce que:

Por lo que:

Remplazando en la expresión dada se tiene:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes o deja el espacio vacío. | Determine la forma cuadrática correspondiente y los valores y vectores propios de la matriz de la forma cuadrática | Reconoce la sustitución apropiada pero tiene errores de cuentas | Realiza el ejercicio de manera correcta. |
| **0** | **1 - 4** | **5 - 8** | **9-10** |



Simplificando:

Lo cual representa gráficamente una elipse con centro en el punto , eje mayor paralelo al eje con una longitud del semieje mayor de y longitud del semieje menor de .

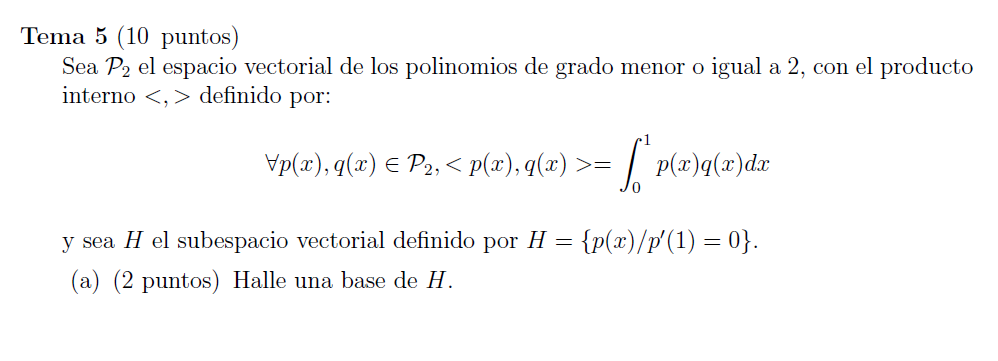
Para determinar la medida del ángulo de rotación de los ejes originales, se conoce que:

Por lo tanto,

Con base en lo anterior, la gráfica de la forma cuadrática se muestra a continuación:



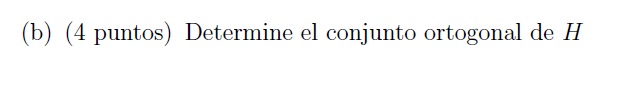
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes o deja el espacio vacío. | Halla la matriz Q, reconoce el ángulo de rotación | Además escribe de manera correcta la ecuación de la cónica pero no realiza el bosquejo correcto. | Realiza el ejercicio de manera correcta. |
| **0** | **1 - 4** | **5 - 8** | **9-10** |

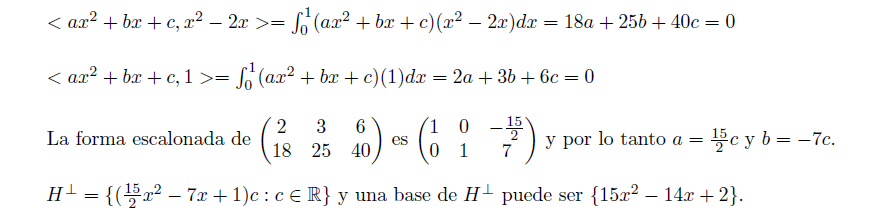
****

Derivando y evaluando en 1, queda: 2a + b = 0; de donde b=-2a. Por lo tanto una base de H es:

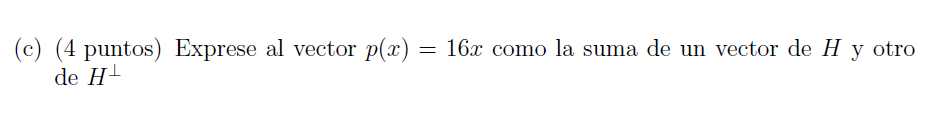
Base de H = { x2 – 2x, 1}

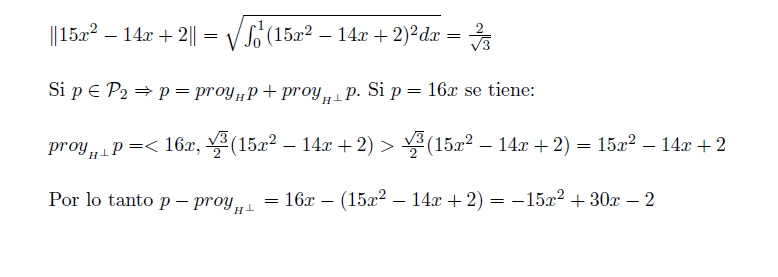
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes o deja el espacio vacío. | Deriva erróneamente y por ello la base es incorrecta. | Deriva correctamente, pero expresa la base de manera errónea. | Realiza el ejercicio de manera correcta. |
| **0** | **1 - 4** | **5 - 8** | **9-10** |

****

****

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes o deja el espacio vacío. | Realiza erróneamente el producto interno. | Obtiene el sistema homogéneo de manera correcta, pero presenta errores en la respuesta. | Realiza el ejercicio de manera correcta. |
| **0** | **1 - 4** | **5 - 8** | **9-10** |

****

****

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes o deja el espacio vacío. | Trata de calcular la proyección del vector dado pero lo realiza con errores. | Calcula una de las proyecciones del vector correctamente, pero no comete algún error al calcular la segunda proyección. | Realiza el ejercicio de manera correcta. |
| **0** | **1 - 4** | **5 - 8** | **9-10** |

**TEMA 6**

Dada la matriz , .

1. Demostrar que los valores propios de son independientes del valor del parámetro.
2. Demostrar que si y solo si la matriz es diagonalizable.
3. Determinar la matriz tal que .

**SOLUCION**

1. Para hallar los valores propios de , utilizamos la ecuación característica

Es decir que los valores propios de la matriz son independientes del parámetro.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes o deja el espacio vacío. | Plantea la ecuación característica para determinar los valores propios | Al resolver la ecuación no logra eliminar el parámetro | Realiza el ejercicio de manera correcta. |
| **0** | **1 - 4** | **5 - 8** | **9-10** |

1. Para que sea diagonalizable, se debe cumplir que:

Para no hay problema puesto que y además , de ahí que .

Para , tenemos:

Resolviendo el sistema de ecuaciones homogéneo por el método de Gauss, tenemos:

De ahí que:

Por lo tanto, es diagonalizable si y solo si ; puesto que .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes o deja el espacio vacío. | Determina la multiplicidad algebraica de los valores propios | Asocia correctamente la multiplicidad geométrica con la posibilidad de diagonalización | Realiza el ejercicio de manera correcta. |
| **0** | **1 - 4** | **5 - 8** | **9-10** |

1. Para hallar la matriz diagonalizante, solo falta determinar el vector propio de asociado a .

Por lo tanto es la matriz que diagonaliza a la matriz con forma diagonal .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes o deja el espacio vacío. | Calcula los vectores propios | Intenta determinar la matriz pedida con los vectores calculados | Realiza el ejercicio de manera correcta. |
| **0** | **1 - 4** | **5 - 8** | **9-10** |