

Conteste todas las preguntas en el espacio asignado para las mismas. Si le falta espacio use la parte de atrás de la hoja.

Nombre completo: \_\_\_\_\_

1. (a) (10 puntos) Escriba el número -10 en binario como un entero de punto fijo de 32 bits usando complemento de dos.

- (b) (10 puntos) Si la secuencia de 32 bits del literal anterior se leyera como punto flotante, ¿qué número resultaría?

2. Suponga el modelo de regresión lineal  $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ .

(a) (10 puntos) Escriba la matriz de diseño  $\mathbf{X}$  y encuentre  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$

(b) (10 puntos) Encuentre la descomposición de Cholesky de  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$

(c) (10 puntos) Encuentre las matrices de Householder  $\mathbf{U}_1$  y  $\mathbf{U}_2$  para reducir  $\mathbf{X}$  a triangular superior

(d) (10 puntos) Calcule  $\mathbf{U}_2\mathbf{U}_1\mathbf{X}$  y pruebe que la matriz triangular superior que queda coincide con el factor de Cholesky

3. En regresión logística se utiliza el modelo  $Y_i \sim \text{Binomial}(n_i, p_i)$ , donde  $n_i$  es fijo y  $p_i$  es una función de del valor fijo  $x_i$ , tal que

$$p_i = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}}$$

- (a) (10 puntos) Escriba la verosimilitud  $L(\beta_0, \beta_1)$  y su logaritmo  $l(\beta_0, \beta_1)$  de una muestra  $Y_1, \dots, Y_n$  de este modelo.

- (b) (10 puntos) Encuentre  $\frac{\partial l}{\partial \beta_0}$  y  $\frac{\partial l}{\partial \beta_1}$

- (c) (20 puntos) Se tomó una muestra con  $n_i = 10$ ,  $i = 1, \dots, 10$  y  $\{x_i\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , obteniéndose la muestra  $\{Y_i\} = \{3, 2, 8, 9, 10\}$ . Utilice el algoritmo BFGS para obtener los estimadores de máxima verosimilitud de  $\beta_0$  y  $\beta_1$ . Utilice como valores iniciales  $\beta_0 = -2$  y  $\beta_1 = 1$ . Realice un máximo de 10 iteraciones.