Escuela Superior Politécnica del Litoral
Instituto de Ciencias Matemáticas

Tercera Evaluación de ÁLGEBRA LINEAL

13 de Septiembre de 2012

Nombre: ______________________________ **Paralelo:** _____ **Firma:** ____________________

1. (10 pts) Defina Espacio Vectorial sobre el campo K.

2. (10 puntos) Sea $V = C[0,1]$ y $H = \{f \in V \mid f^2(0) = f^2(1)\}$. Determine si H es un subespacio de V.

3. (10 puntos)Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la trasformación lineal definida por:

$$T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 2y + z \\ y + z \\ x - y + 3z \end{pmatrix}$$

Detemine si T y T^2 son isomorfismos.

4. (10 puntos) Construya de ser posible, una Transformación Lineal de $\mathbb{R}^2$ en $\mathbb{R}^2$ que transforme todo vector de $\mathbb{R}^2$ en un vector que pertenezca a la recta $y = 2x$.

5. (10 puntos) Sea $V = C[0,1]$ y $f, g \in V$. Demuestre que si el conjunto $\{f, g\}$ es linealmente dependiente entonces:

$$W = \begin{vmatrix} f(x) & g(x) \\ f'(x) & g'(x) \end{vmatrix} = 0$$

6. (10 puntos) Sean A y B matrices cuadradas. Demuestre que si A es semejante a B, entonces B es semejante a A.

7. (10 puntos) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 10 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ -1 & -8 & k \end{pmatrix}$, determine los valores de k para que la nulidad de A sea cero.

8. (10 puntos) Sean $u, v_1, v_2, \ldots, v_n$ vectores pertenecientes al espacio euclidiano V. Demuestre que si u es ortogonal a $v_1, v_2, \ldots, v_n$, entonces u es ortogonal a todo vector de $gen\{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$

9. (10 puntos) Sean $u = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $v = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ dos vectores del espacio euclidiano $\mathbb{R}^3$. Exprese al vector u como la suma de dos vectores p y q tal que p es paralelo a v y q es ortogonal a v.

10. (10 puntos) Grafique la curva descrita por la ecuación $x^2 + 2xy + y^2 - 4\sqrt{2}x - 2 = 0$