



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**

**Facultad de Ingeniería Marítima y Ciencias del Mar**

**“CARACTERIZACIÓN NUMÉRICO–EXPERIMENTAL DEL FLUJO  
BIDIMENSIONAL ALREDEDOR DE LA SECCIÓN  
TRANSVERSAL DE UNA TOBERA”.**

**TESIS DE GRADO:**

Previo la obtención del Título de:

**INGENIERO NAVAL**

Presentada por:

Nadia Rosenda Muñoz Agila

GUAYAQUIL – ECUADOR

AÑO: 2009

# AGRADECIMIENTO

Primero a Dios por haberme ayudado a culminar mi carrera universitaria, a mis papás, hermanas, demás familiares y amigos que siempre me apoyaron y ayudaron cuando los necesité.

A mis más queridos profesores tanto del Colegio como de la Universidad, por haber sido no solo parte importante de mi formación académica, sino de mi formación personal.

# DEDICATORIA

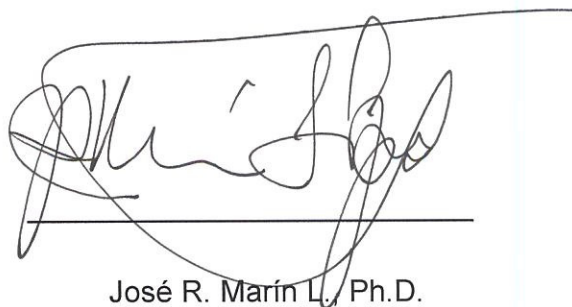
Este trabajo está dedicado a mis padres, Víctor Muñoz y Alicia Agila, quienes me infundaron principios de responsabilidad y honestidad y a quienes les debo lo que soy en la actualidad. A mis hermanas Alicia y Nathalie, que de muchas formas me han influenciado a mejorar. Y a mi familia y amigos del Colegio y Universidad, quienes siempre me han apoyado cuando los he necesitado.

TRIBUNAL DE GRADO



Jerry Landívar Zambrano, M.Sc.

Presidente del Tribunal



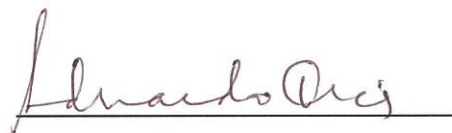
José R. Marín L., Ph.D.

Director de Tesis



Bolívar Vaca R., M.Sc.

Miembro Principal



Eduardo Orcés P., M.Sc.

Miembro Principal

# DECLARACIÓN EXPRESA

“La responsabilidad del contenido de esta Tesis de Grado, me corresponde exclusivamente; y el patrimonio intelectual de la misma a la ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL”.

(Reglamento de Graduación de la ESPOL).

---

NADIA ROSENDA MUÑOZ AGILA

## RESUMEN

Este estudio empieza describiendo el flujo viscoso alrededor de un cuerpo 2D sin influencia de la superficie libre y se revisaron las ecuaciones fundamentales de los fluidos. Luego usando la técnica experimental LDA, y, en forma numérica, mediante el programa COMSOL, se determinaron los campos de velocidad bidimensional alrededor de la sección transversal de una tobera a diferentes velocidades. Para la experimentación se elaboraron dos modelos de madera, uno con la forma continua y otro formado por segmentos de recta, para luego determinar la influencia de las aristas.

En la zona posterior de los modelos, tanto en los resultados experimentales como en los numéricos, se nota la formación de la estela, caracterizada por una variación elevada de la velocidad axial, que llega hasta el cambio en el sentido de movimiento. Se nota también la influencia de la velocidad del flujo libre sobre la amplitud y el tamaño de la zona del Contraflujo. Las distribuciones de presión obtenidas en forma numérica, muestran diferencias entre las caras inferior y superior de los modelos, lo que lleva a concluir que se tendrá una fuerza de sustentación neta sobre la sección. Finalmente, de la comparación de resultados no se observó grandes variaciones entre los flujos alrededor de las secciones Continua y Segmentada, en el rango de velocidades probado.

# ÍNDICE GENERAL

	<b>Pág.</b>
ÍNDICE GENERAL	I
ÍNDICE DE FIGURAS	IV
ÍNDICE DE TABLAS	VII
ÍNDICE DE ANEXOS	VIII
INTRODUCCIÓN	1

## CAPÍTULO I

1. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE FORMACIÓN DE VÓRTICES EN LA ESTELA FORMADA ALREDEDOR DE UN CUERPO.	
1.1 DESCRIPCIÓN DEL FLUJO LAMINAR Y CAPA LÍMITE ALREDEDOR DE UN CUERPO.....	4
1.2 DESCRIPCIÓN DEL FLUJO TURBULENTO Y DEL PROCESO DE FORMACIÓN DE VÓRTICES ALREDEDOR DE UN CUERPO.....	10
1.3 DESCRIPCIÓN DE LAS ECUACIONES DE NAVIER STOKES PARA FLUJO BIDIMENSIONAL.....	15

## **CAPÍTULO II**

2.	ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE LOS CAMPOS DE VELOCIDAD ALREDEDOR DE DOS SECCIONES DE TOBERA N°37.	
2.1	GEOMETRÍA DE LAS SECCIONES TRANSVERSALES REAL Y SEGMENTADA DE UNA TOBERA N°37.....	23
2.2	DESCRIPCIÓN DEL PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL.....	30
2.3	ANÁLISIS DE RESULTADOS EN LA SECCIÓN TRANSVERSAL DE UNA TOBERA REAL.....	36
2.4	ANÁLISIS DE RESULTADOS EN LAS SECCIÓN TRANSVERSAL DE UNA TOBERA SEGMENTADA.....	43

## **CAPÍTULO III**

3.	OBTENCIÓN NUMÉRICA DE LOS CAMPOS DE VELOCIDAD ALREDEDOR DE DOS SECCIONES DE TOBERA N°37.	
3.1	DISCRETIZACIÓN DEL DOMINIO ALREDEDOR DE LAS SECCIONES TRANSVERSALES DE UNA TOBERA REAL Y SEGMENTADA.....	49
3.2	IMPLEMENTACIÓN DE LAS CONDICIONES DE FRONTERA.....	55



3.3 ANÁLISIS EN LAS SECCIÓN TRANSVERSAL DE UNA TOBERA REAL.....	61
3.4 ANÁLISIS EN LAS SECCIÓN TRANSVERSAL DE UNA TOBERA SEGMENTADA.....	69

#### **CAPÍTULO IV**

4. COMPARACIÓN DE LOS CAMPOS DE VELOCIDAD OBTENIDOS EXPERIMENTAL Y NUMÉRICAMENTE.	
4.1 COMPARACIÓN DE RESULTADOS EXPERIMENTALES EN LAS SECCIONES TRANSVERSALES REAL Y SEGMENTADA.....	77
4.2 COMPARACIÓN DE RESULTADOS NUMÉRICOS EN LAS SECCIONES TRANSVERSALES REAL Y SEGMENTADA.....	90
4.3 COMPARACIÓN NUMÉRICO-EXPERIMENTAL DE RESULTADOS.....	100
CONCLUSIONES.....	119
RECOMENDACIONES.....	124
ANEXOS.....	125
BIBLIOGRAFÍA.....	176

## INDICE DE FIGURAS

		<b>Página</b>
Figura 1	Desarrollo de la capa límite a través de una capa plana.	8
Figura 2	Punto de Separación.	10
Figura 3	Desarrollo de la Capa Límite Laminar y Turbulenta.	13
Figura 4	Dimensionamiento porcentual en la sección transversal de una tobera tipo MARIN N°37.	24
Figura 5	Vista transversal y frontal de una tobera con una sección transversal continua.	24
Figura 6	Dimensionamiento de la sección transversal continua de una tobera de L = 40 cm.	25
Figura 7	Modelo de sección transversal de una tobera real.	26
Figura 8	Comparación de la sección transversal continua y segmentada de una tobera.	27
Figura 9	Vista Transversal y Frontal de una tobera con una sección transversal segmentada.	28
Figura 10	Dimensionamiento de la sección transversal segmentada de una tobera de L = 40 cm.	28
Figura 11	Modelo de sección transversal de una tobera segmentada.	29
Figura 12	Malla para la Sección Transversal Continua de una Tobera.	31
Figura 13	Malla para la Sección Transversal Segmentada de una Tobera.	31
Figura 14	Comandos de re direccionamiento de la probeta utilizando el teclado.	33

Figura 15	Espesores de Capa Límite Laminar y Turbulenta a diferentes velocidades.	37
Figura 16	Partición de 3 zonas en la zona rectangular para Sección Transversal Continua.	38
Figura 17	Umean(y) SECCIÓN TRANSVERSAL REAL.	41
Figura 18	Partición de 3 zonas en la zona rectangular para sección transversal segmentada.	44
Figura 19	Umean(y) SECCIÓN TRANSVERSAL SEGMENTADA.	46
Figura 20	Identificación del dominio.	50
Figura 21	Características del dominio.	51
Figura 22	Conformación de puntos en geometría de Sección Transversal Continua.	51
Figura 23	Conformación de puntos en geometría de Sección Transversal Segmentada.	52
Figura 24	Discretización del dominio en sección transversal continua de una tobera N° 37.	53
Figura 25	Discretización del dominio en sección transversal segmentada de una tobera N° 37.	54
Figura 26	Estadística de enmallado en sección continua.	55
Figura 27	Estadística de enmallado en sección segmentada.	55
Figura 28	Condiciones de Frontera para la Sección Transversal Continua.	58
Figura 29	Condiciones de Frontera para la sección transversal segmentada.	59
Figura 30	Solver Parameters: Time dependent.	60
Figura 31	Partición de 3 zonas en la zona rectangular para Sección Transversal Continua.	62
Figura 32	Umean(y) SECCIÓN TRANSVERSAL REAL.	65

Figura 33	Vorticidades SECCIÓN TRANSVERSAL REAL.	68
Figura 34	Partición de 3 zonas en la zona rectangular para sección transversal segmentada.	70
Figura 35	Umean(y) SECCIÓN TRANSVERSAL SEGMENTADA.	72
Figura 36	Vorticidades SECCIÓN TRANSVERSAL SEGMENTADA.	75
Figura 37	Vectores de los Campos de Velocidad.	79
Figura 38	1era Zona del Proceso Experimental; $x=0$ .	82
Figura 39	2da Zona del Proceso Experimental; $x=270$ mm.	85
Figura 40	3era Zona del Proceso Experimental; $x=450$ mm.	88
Figura 41	2da Franja del Proceso Numérico; $x=270$ mm.	92
Figura 42	3era Zona del Proceso Numérico; $x=450$ mm.	95
Figura 43	Distribuciones de Presión.	98
Figura 44	Sección Real; $x=0$ .	102
Figura 45	Sección Real; $x=270$ mm.	105
Figura 46	Sección Real; $x=450$ mm.	108
Figura 47	Sección Segmentada; $x=0$ .	111
Figura 48	Sección Segmentada; $x=270$ mm.	114
Figura 49	Sección Segmentada; $x=450$ mm.	117

## INDICE DE TABLAS

		<b>Página</b>
Tabla I	PARÁMETROS PARA LAS PRUEBAS EN LA SECCIÓN TRANSVERSAL REAL	34
Tabla II	PARÁMETROS PARA LAS PRUEBAS EN LA SECCIÓN TRANSVERSAL SEGMENTADA	35
Tabla III	ESTABLECIMIENTO DE PARÁMETROS PARA ELABORACIÓN DE MALLA TRIANGULAR	53

## INDICE DE ANEXOS

		<b>Página</b>
Anexo N° 1	Geometría de la Sección Transversal de una Tobera	125
Anexo N° 2	Elementos utilizados en el Proceso Experimental	131
Anexo N° 3	Parámetros en mediciones de Velocidad para la Sección Transversal Real y Segmentada	133
Anexo N° 4	Resumen del Procedimiento Experimental	139
Anexo N° 5	Resumen de Espesores de la Capa Límite Laminar y Turbulenta a lo largo de la Sección Transversal	141
Anexo N° 6	Coefficientes de Variación de las Lecturas Experimentales	143
Anexo N° 7	Introducción al Uso del Programa Computacional COMSOL	146

# INTRODUCCIÓN

Si se desea construir una tobera para una hélice, Lewis (1988), mediante segmentos de conos truncados se tendrán cambios bruscos de pendiente alrededor de su cuerpo. Al circular fluido viscoso, agua, se van a generar capas con movimiento continuo en una región angosta alrededor del cuerpo. Conforme se analizan puntos más alejados del cuerpo, la velocidad del flujo aumenta produciendo gradientes de velocidad que a la vez originan fuerzas de corte. En un determinado punto a lo largo del cuerpo, llamado de Separación, Streeter (2000), el flujo deja de seguir el contorno del cuerpo, se vuelve inestable formando vórtices y moviéndose en trayectorias aleatorias en forma de remolinos y se genera el flujo turbulento. Análíticamente este problema aún no tiene solución, por lo que se lo debe analizar mediante experimentación y/o numéricamente.

Existen algunos métodos experimentales para realizar mediciones de velocidad, tales como tubo Pitot, Laser Doppler, entre otros. El método Laser Doppler, Dantec Dynamics (2007), es una herramienta no intrusiva que mejora la precisión de resultados en la medición de campos de velocidad alrededor de un cuerpo. Se podría realizar en forma simplificada la descripción de dichos campos alrededor de la sección bidimensional de una tobera, en un tanque de circulación. Sin embargo, esto puede tomar mucho

tiempo, por lo que se puede complementar el análisis de dicho problema, numéricamente, de forma aproximada pero más rápida.

Para determinar los campos de velocidad numéricamente, se deberán resolver las ecuaciones de Navier Stokes usando alguna de las técnicas de CFD (Computational Fluid Dynamics). El paquete computacional COMSOL, es un programa que puede modelar un problema de flujo viscoso, discretizando el dominio que se va a analizar por medio de Elementos Finitos. De manera que puede utilizarse para resolver en forma numérica el flujo bidimensional viscoso alrededor de las secciones de una tobera.

**Objetivo General:** Analizar tanto numérico como experimentalmente, los campos de velocidad alrededor de dos secciones de tobera, lisa y segmentada.

**Objetivos Específicos:**

- Entender el proceso de formación de vórtices en la estela formada alrededor de un cuerpo bidimensional.
- Analizar los campos de velocidad experimentalmente alrededor de dos secciones de toberas usando mediciones con el sistema Laser Doppler de Dantec Dynamics.



- Analizar los campos de velocidad numéricamente alrededor de dos secciones de toberas usando el programa COMSOL.
- Comparar los campos de velocidad obtenidos experimental y numéricamente mediante las herramientas ya mencionadas.

# CAPÍTULO I

## DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE FORMACIÓN DE VÓRTICES EN LA ESTELA FORMADA ALREDEDOR DE UN CUERPO.

### 1.1 DESCRIPCIÓN DEL FLUJO LAMINAR Y CAPA LÍMITE ALREDEDOR DE UN CUERPO

#### Fluidos

Los fluidos, [1], son medios continuos que se deforman continuamente al aplicar tensión tangencial, por lo que sus moléculas tienden a cambiar de posición constantemente. La característica física más notable de los fluidos [2], es su viscosidad, la cual es una medida de fricción interna del fluido que está ligada a la resistencia de éste a deformarse continuamente. Dependiendo de la viscosidad es que los fluidos fluyen a mayor o menor velocidad. Mediante esta característica, los fluidos se pueden clasificar [3], en Fluidos Newtonianos, aquellos en los que la viscosidad es constante en el tiempo, y, No Newtonianos, [4], a aquellos cuya viscosidad cambia con

la tensión cortante que se le aplica. A aquel fluido que no tiene esta característica se le llama fluido Ideal, sin embargo, todo fluido presenta algo de viscosidad.

### **Fluido Viscoso**

Según [5], la viscosidad de un fluido disminuye cuando se reduce la densidad del mismo y esto ocurre normalmente cuando se aumenta su temperatura; es decir que la viscosidad es inversamente proporcional a la temperatura. Un fluido con una viscosidad muy baja fluye más fácilmente que uno con alta viscosidad. Las características fundamentales que tiene un fluido viscoso se presentan cuando circula alrededor de un objeto o cuerpo, ya que primeramente, alrededor de éste, se notarán unas capas continuas hasta cierto límite y en su parte posterior generalmente se forman remolinos.

### **Capa Límite**

Se le llama Capa Límite [6], al conjunto de las capas continuas que se forman cuando un fluido se mueve alrededor de un cuerpo. Se la define como una región muy angosta cerca de la frontera del cuerpo, en que la velocidad del fluido es afectada por el esfuerzo cortante de la frontera. La velocidad del fluido en el exterior de la capa límite se aproxima a la velocidad en el flujo principal. A medida que esta capa

circula alrededor del cuerpo, la continua presencia de los esfuerzos cortantes tiende a desacelerar las partículas del fluido resultando en un aumento de espesor de la misma.

### **Descripción del Flujo Laminar**

La parte del flujo que se presenta en forma de capas se llama Laminar, [7], y se caracteriza por un movimiento regular y bien definido de las partículas del fluido, las cuales siguen una trayectoria uniforme, separadas ordenadamente, sin entremezclarse y paralelas entre sí. Este flujo se rige por la ley de Newton de la Viscosidad, que menciona el hecho de que la viscosidad puede amortiguar cualquier tendencia turbulenta que pueda ocurrir en el flujo laminar. También se lo considera estable, porque además de no poseer variaciones, a medida que pasa el tiempo, el flujo conserva su velocidad siguiendo una trayectoria suave, llamada Línea de Corriente.

### **Líneas de Corriente**

Las Líneas de Corriente, [8], son curvas imaginarias que conectan una serie de puntos en el espacio, en un instante dado. Estas líneas continuas se dibujan en el fluido, de tal manera que indican la dirección del vector velocidad en cada punto. Las partículas que están sobre dicha línea en ese instante, tienen velocidades cuyos vectores

son tangentes a la curva. Es por esto que se dice que las líneas de corriente indican la dirección del movimiento de las partículas que se encuentran a lo largo de ellas. Generalmente las líneas de corriente se hacen visibles en el flujo laminar, es decir cuando el fluido es estacionario, por la baja velocidad del fluido y la elevada viscosidad del mismo.

### Número de Reynolds

La relación entre las fuerzas inerciales y las viscosas determinan un valor adimensional llamado Número de Reynolds, [9], al cual se lo evalúa con la siguiente fórmula:

$$Re = \frac{v_s L}{\nu} \quad , \text{ o bien, } \quad Re = \frac{\rho \cdot v_s \cdot L}{\mu} \quad , \quad (1)$$

donde:

- $v_s$  : Velocidad del fluido
- $L$  : Longitud representativa del problema
- $\rho$  : Densidad del fluido
- $\mu$  : Viscosidad dinámica del fluido
- $\nu$  : Viscosidad cinemática del fluido

Para tener Flujo Laminar, los valores de Reynolds esperados son menores a 2000 y éste número permite encontrar los espesores de la Capa Límite alrededor de un cuerpo.

### Esesor de la Capa Límite Laminar

El espesor de la capa límite laminar,  $\delta$ , es un valor muy pequeño con respecto a la dimensión del objeto, sin embargo se lo puede encontrar con la siguiente fórmula, [10]:

$$\frac{\delta}{x} = \frac{4.65}{\sqrt{Re}} \quad , \quad (2)$$

donde:

$\delta$  : Espesor de la capa límite laminar

$x$  : Posición a lo largo del cuerpo donde se calcula el espesor  $\delta$

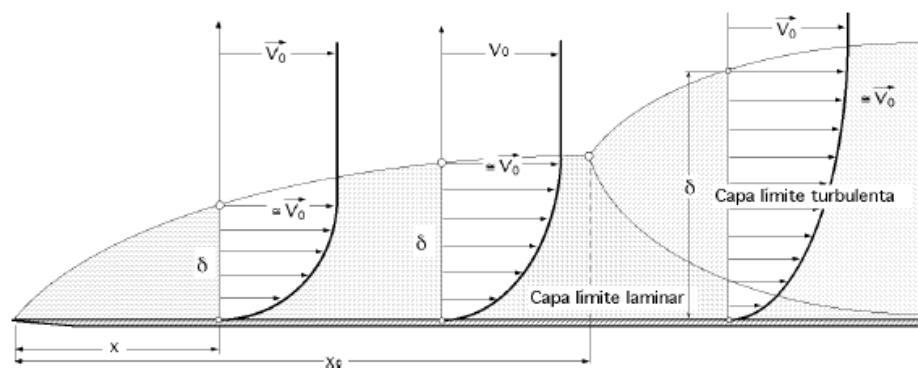


Figura 1.- Desarrollo de la capa límite a través de una capa plana, [11]

### **Punto de Separación de la Capa Límite**

El punto de Separación, [12], es la posición donde las capas que se forman alrededor del cuerpo, dejan de seguir el contorno del mismo, como efecto del incremento de presión en la dirección del flujo, llamado así el gradiente adverso de presión. Si la presión decrece en la dirección del fluido, la capa límite se mueve hacia adelante, mientras que cuando esta crece, el momentum del fluido puede ser insuficiente y podría disminuir la velocidad del mismo o detenerlo completamente. Dicho punto de Separación se caracteriza por tener

una velocidad y un gradiente de velocidad nulos, es decir  $\left( \frac{\partial \mathbf{u}_s}{\partial \mathbf{y}} \right) = 0$ ,

donde:

$u_s$  : apunta en dirección tangencial a la pared

$y$  : apunta en dirección normal a la pared

El punto de Separación se desplaza hacia la parte posterior del cuerpo, cuando la capa límite se transforma en Turbulenta. A partir de este punto, se presenta formación de vórtices y remolinos, región conocida como la Estela.

En el siguiente gráfico se puede apreciar claramente el fenómeno de la separación sobre la superficie del cuerpo, donde S es el punto de separación, L es la línea de separación, y, M es el límite donde la dirección que lleva el fluido, es la opuesta al movimiento inicial del mismo.

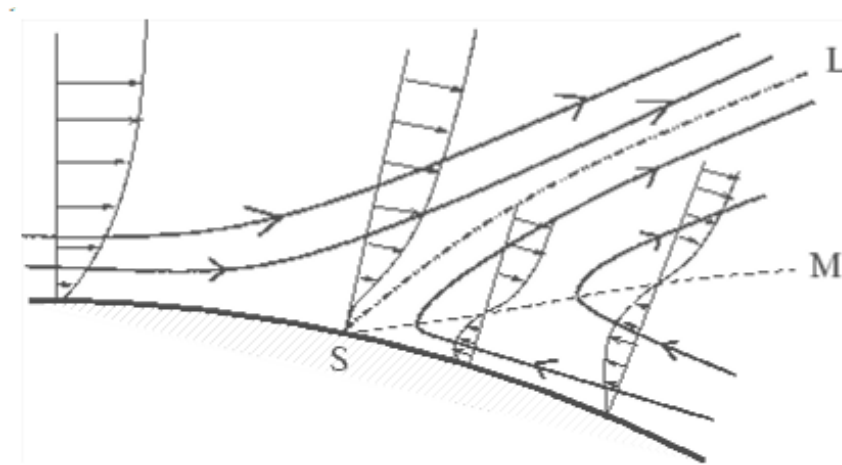


Figura 2.- Punto de Separación, [12]

## 1.2 DESCRIPCIÓN DEL FLUJO TURBULENTO Y DEL PROCESO DE FORMACIÓN DE VÓRTICES ALREDEDOR DE UN CUERPO

### Características del Flujo Turbulento

Al flujo en el que aparecen vórtices y remolinos se le llama Turbulento, [13], y se caracteriza por la ausencia de trayectorias estables de movimiento de las partículas del fluido, es decir, se mueven desordenadamente por la energía de rotación que tienen y hacen que



se choquen unas con otras. Es por esto que, las trayectorias que toman dichas partículas se vuelven imprecisas e impredecibles. Este flujo también se caracteriza porque los efectos de la viscosidad son despreciables, y las velocidades del fluido son altas, lo que origina un número de Reynolds alto y por ende que las capas del fluido se muevan a diferentes velocidades y se mezclen entre sí en una misma zona, afectando la dirección del movimiento.

### **Vórtices**

Los vórtices, [14], son flujos turbulentos en forma de espiral con trayectorias de corriente cerradas. También se los define como un patrón que se genera por el movimiento de rotación de muchas partículas alrededor de un punto común que no necesariamente debe ser fijo.

### **Vorticidad**

La vorticidad, [15], es un término introducido por Cauchy y Stokes que sirve para cuantificar la rotación o circulación, o flujo cortante de un fluido. Se la define como el rotor o rotacional del vector velocidad, expresado como:

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V}$$

Una vez que se origina la vorticidad, solo puede disiparse por efectos de la viscosidad. Una vorticidad positiva se asocia a zonas de baja presión, es decir en la zona de la estela más próxima al cuerpo, cuando el sentido de giro es contrario a las manecillas del reloj, mientras que en las zonas de alta presión se produce una vorticidad negativa.

### **Medios de Traslación de la Vorticidad**

La vorticidad tiene dos formas de trasladarse en el espacio, [15], mediante Convección y por Difusión Viscosa. El traslado por Convección se da cuando la vorticidad se mueve por el propio movimiento del fluido, mientras que mediante Difusión Viscosa la vorticidad se traslada a través de una ley similar a la transferencia de calor por conducción. En términos de viscosidad, la primera se caracteriza por un Reynolds muy alto, es decir una viscosidad muy baja, mientras que en la segunda, se da lo contrario. Cabe recalcar que cuando el Reynolds tiende al infinito, solo se da un traslado por convección.

### **Número de Reynolds para Flujo Turbulento**

El flujo es considerado turbulento, cuando los valores del número de Reynolds son mayores a 4.000, debido a las altas velocidades del

fluido, así el fluido circule alrededor de un cuerpo liso o rugoso. Cuando dicho número está entre 2.000 y 4.000, hay un régimen de Transición que se presenta cuando el fluido pierde estabilidad formando pequeñas ondulaciones variables a través del tiempo. Es importante notar que, cuando este número está entre 4.000 y 100.000 se generan vórtices, que van acompañados de turbulencia.

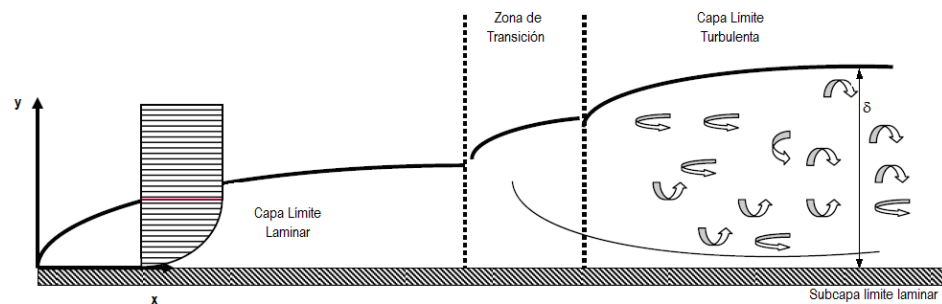


Figura 3.- Desarrollo de la Capa Límite Laminar y Turbulenta, [16]

### **Espesor de la Capa Límite Turbulenta**

Según la figura 3, aún cuando la capa límite se vuelve turbulenta, una pequeña y delgada capa sigue existiendo alrededor del cuerpo, que se llama subcapa laminar, y se forma por la baja velocidad que hay alrededor del cuerpo. Sobre la subcapa laminar existe una capa límite laminar, una zona de transición y capa límite turbulenta que según se observa, tiene espesor mayor que el laminar. La fórmula para estimar

el espesor de la Capa Límite Turbulenta se expresa de la siguiente forma, [10]:

$$\frac{\delta}{x} = \frac{0.37}{\sqrt[5]{Re}}, \text{ para } Re > 4000, \quad (3)$$

donde:

$\delta$  : Espesor de la capa límite turbulenta

$x$  : Posición a lo largo del cuerpo donde se calcula el espesor  $\delta$ .

Por ejemplo, para un cuerpo 2D, de longitud 40 cm, y con agua dulce a una temperatura de 25 °C, la viscosidad cinemática es  $0.89 \times 10^{-3} \text{ m}^2\text{-seg}$ . Para una velocidad del fluido de 0.60 [m/s], se obtiene un número de Reynolds de:

$$Re = \frac{0.6 \left[ \frac{m}{s} \right] \times 0.4 [m]}{0.893 \times 10^{-6} \left[ \frac{m^2}{s} \right]} = 268757$$

Según esto, se estará operando en el régimen turbulento, dando así un espesor de la capa límite turbulenta  $\delta$  de:

$$\frac{\delta}{40} = \frac{0.37}{\sqrt[5]{Re}} = 1.21 \text{ cm} .$$

### 1.3 DESCRIPCIÓN DE LAS ECUACIONES DE NAVIER STOKES PARA FLUJO BIDIMENSIONAL

#### Introducción

Las ecuaciones fundamentales de los fluidos son las ecuaciones de Conservación de Masa o también llamada de Continuidad, y, las ecuaciones de Conservación de Momentum y que se denominan de Navier-Stokes.

#### Ecuación de Continuidad

La Ley de Conservación de la Masa o Ecuación de la Continuidad, [10], describe un fenómeno de transporte de partículas que no se crean ni se destruyen, es decir que la masa se mantiene constante en el tiempo. La ecuación de la Continuidad parte del teorema de Transporte Diferencial de Reynolds [10], el cual se expresa de la siguiente forma:

$$\frac{d\vec{n}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}(\rho\eta) + \nabla \cdot (\eta\rho\vec{v}), \quad (4)$$

donde:

$\frac{d\vec{n}}{dt}$  : Vector de Fuerza por unidad de volumen

$\eta$  : Masa por unidad de masa

$\rho$  : Densidad.

De este teorema, se considera  $\eta$ , es decir la masa por unidad de masa igual a 1, por lo que se tiene lo siguiente:

$$\frac{d\vec{n}}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) \quad (5)$$

Y definiendo la tasa temporal de cambio total de masa por unidad de volumen igual a cero, en forma escalar y bidimensionalmente se tiene que:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} = 0, \quad (6)$$

donde:

$\frac{\partial u}{\partial t}$  : Componente diferencial del vector velocidad en  
dirección x

$\frac{\partial v}{\partial t}$  : Componente diferencial del vector velocidad en  
dirección y

### **Ecuación de Conservación del Momentum**

La Cantidad de movimiento obedece a una ley de conservación, que significa que la cantidad de movimiento total de todo sistema cerrado,

es decir no afectado por fuerzas externas, no puede ser cambiado y permanece constante en el tiempo. La ecuación de Conservación de Momentum expresa que la acción de las Fuerzas Externas causa un cambio de momento de un sistema, en función de la rapidez de dicho cambio contenida en un volumen de control y el flujo neto de momento a través de la superficie de control.

Estas ecuaciones parten de la Segunda ley de Newton la cual expresa que la fuerza resultante que actúa sobre un sistema es igual a la rapidez con que cambia el momento de dicho sistema y se define por la siguiente ecuación:

$$\sum \vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \quad (7)$$

Y definiéndose a  $n$  como  $m\vec{v}$ , se tiene lo siguiente:

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{n}}{dt} \quad (8)$$

Siendo definición que la razón de cambio total de masa por unidad de volumen es:

$$\frac{d\vec{n}}{dt} = \rho \cdot \vec{a} \quad (9)$$

Y, teniendo que la aceleración se la define de la siguiente forma, se tiene lo siguiente:

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \cdot \vec{v}. \quad (10)$$

Definiendo a  $\eta = mv/m$ , en la ecuación diferencial de transporte de Reynolds, tenemos que:

$$\frac{d\vec{n}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla(\rho \vec{v} \cdot \vec{v}), \quad (11)$$

donde:

$\rho$  : Densidad

$v$  : Volumen.

En la ecuación (11) al término  $(\rho \vec{v} \cdot \vec{v})$  se lo conoce como Producto Diádico y éste a su vez puede simplificarse con la regla de la Cadena, entonces se obtiene:

$$\mathbf{F} = \mathbf{v} \left[ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) \right] + \rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \vec{v} \right], \quad (12)$$

donde:



$\left[ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) \right]$  : Ecuación de la Continuidad e igual a  
cero.

$\left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \vec{v} \right]$  : Vector aceleración

Por lo tanto, escalarmente y bidimensionalmente tenemos que:

$$f_x = \rho \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right], \quad (13)$$

$$f_y = \rho \left[ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right], \quad (14)$$

siendo ambas las fuerzas escalares en el componente x y y.

### **Ecuaciones de Navier-Stokes**

Según [17], son un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales no lineales que describen el movimiento de un fluido. La formulación integral de estas ecuaciones se obtiene aplicando los principios de conservación de momentum a un fluido.

En la ecuación (12), el segundo término puede ser descrito también de la siguiente forma:

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] = -\rho \mathbf{g} \nabla h - \nabla p + \nabla \cdot \tau^*, \quad (15)$$

donde

$\tau^*$  : Tensor esfuerzo

La deducción de Navier - Stokes para fluidos viscosos incompresibles relaciona el campo de esfuerzos con la deformación del campo resultante del campo de velocidad que varía en espacio y tiempo. Tomando en cuenta las siguientes relaciones para flujo bidimensional [10]:

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad (16)$$

$$\tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad (17)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad (18)$$

donde

$\tau$  : tensión tangencial ejercida en un punto del fluido; [F/L<sup>2</sup>]

$\mu$  : Viscosidad Dinámica

En forma vectorial se obtienen las Ecuaciones de Navier Stokes de la siguiente forma:

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right) \quad (19)$$

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\rho \cdot \mathbf{g} \cdot \nabla h - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v}$$

En forma de componentes de la ecuación (14) se obtendrá lo siguiente:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + \mathbf{u} \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\rho \cdot \mathbf{g} \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (20)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + \mathbf{u} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\rho \cdot \mathbf{g} \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

No hay solución analítica para dichas ecuaciones, por lo que se usa el Análisis Numérico o la experimentación para determinar una solución. Dinámica de Fluidos Computacional, ó CFD, [18] por sus siglas en Inglés, (*Computational Fluid Dynamics*) es una rama de la Mecánica de Fluidos que usa el Análisis Numérico como herramienta para encontrar una solución a estas ecuaciones, por esta razón en los próximos capítulos se mostrará un análisis experimental y numérico de

campo de velocidades, cuando un fluido pasa alrededor de la sección transversal real y segmentada de una tobera.

# **CAPÍTULO II**

## **ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE LOS CAMPOS DE VELOCIDAD ALREDEDOR DE DOS SECCIONES DE TOBERA N°37**

### **2.1 GEOMETRÍA DE LAS SECCIONES TRANSVERSALES REAL Y SEGMENTADA DE UNA TOBERA N°37**

En el libro Principles of Naval Architecture, Vol II, [19], se presenta la geometría de dos tipos de secciones transversales de toberas para hélices de propulsión, que son la N°19 y la N°37, sin embargo, este estudio se centrará en el segundo tipo. La geometría obtenida en dicho texto, para la sección transversal de una tobera tipo MARIN N° 37, y con una relación Longitud / Diámetro de 0.5, es la que se muestra a continuación:

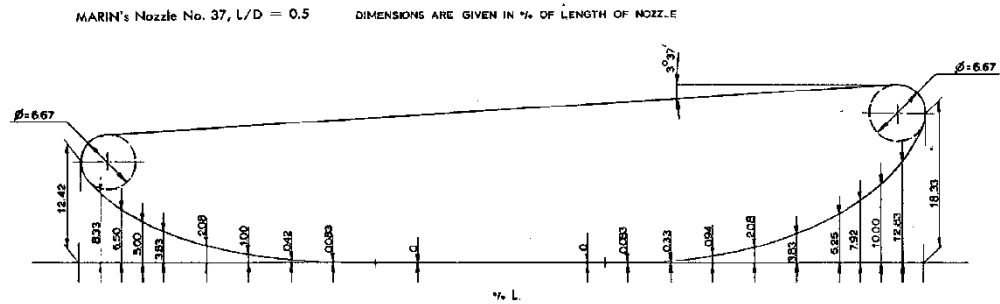


Figura 4.- Dimensionamiento porcentual en la sección transversal de una tobera tipo MARIN N°37, [19]

Para el presente análisis se tomó una sección transversal de longitud = 40 cm y que definirá una tobera con un diámetro de 80 cm según la relación mostrada anteriormente. Con las tablas de puntos mostradas en el Apéndice 2, dicha sección luce de la siguiente forma:

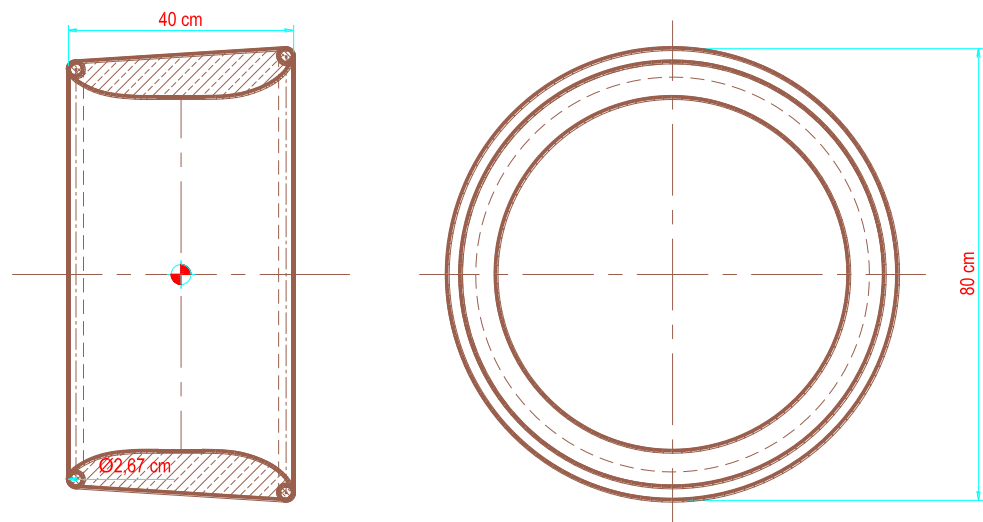


Figura 5.- Vista transversal y frontal de una tobera con una sección transversal continua

Las dimensiones a lo largo de la sección transversal para la tobera tipo MARIN N°37 y con una longitud de 40 cm, se presentan en el siguiente gráfico:

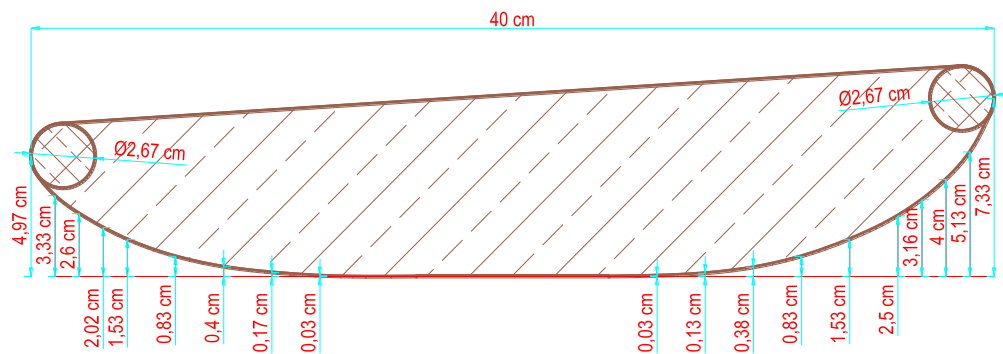


Figura 6.- Dimensionamiento de la sección transversal continua de una tobera de  $L = 40$  cm

Para la elaboración del modelo de la sección transversal real se usó 4 tablones de Cedro de Castilla de aproximadamente 5 cm de espesor, con una altura de 19 cm. Cabe recalcar que las 3 capas superiores poseen un orificio interior para colocación de pesos y eventualmente instalar medidores de presión.



Sección Transversal Real



Altura de modelo de la Sección Transversal Real



Figura 7.- Modelo de sección transversal de una tobera real

Construir una tobera con dichas características en nuestro país es dificultoso debido a la curvatura de la sección, por lo que una alternativa es la segmentación de la sección transversal de dicha tobera. Entonces al juntar dichas secciones, podemos notar la presencia de “codillos” en el siguiente gráfico en el que se comparan



las secciones Continua y Segmentada. Uno de los objetivos del presente trabajo es determinar las diferencias en los flujos alrededor de ambas secciones.

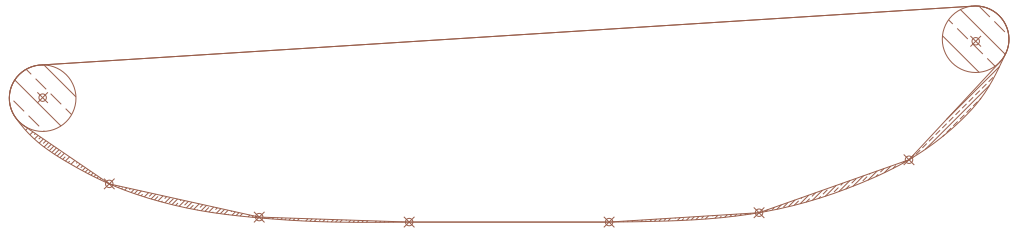


Figura 8.- Comparación de la sección transversal continua y segmentada de una tobera

La sección transversal analizada se la segmenta en la curva interna en 7 partes, y en el siguiente gráfico se puede observar finalmente la vista transversal y frontal resultante de la tobera.

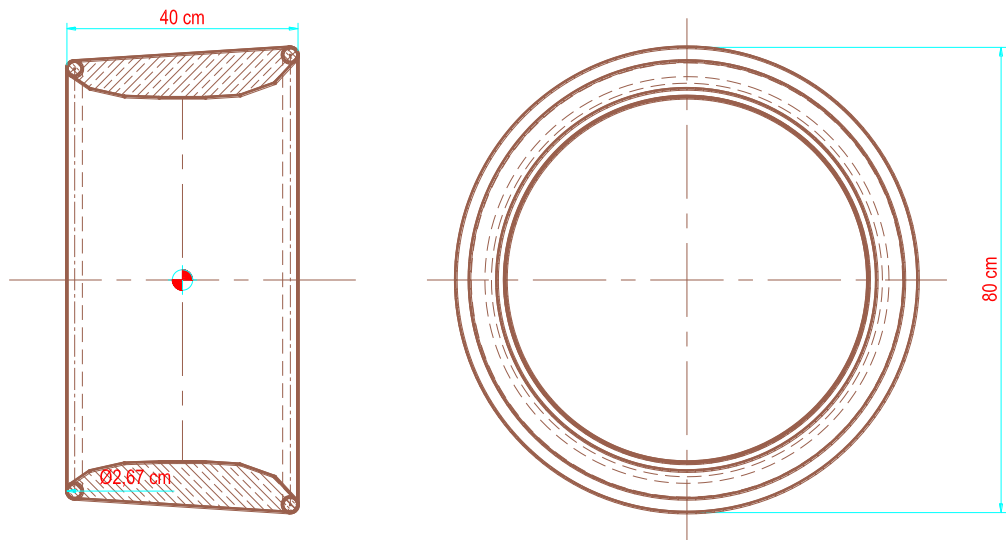


Figura 9.- Vista Transversal y Frontal de una tobera con una sección transversal segmentada

Las dimensiones a lo largo de dicha sección transversal se muestran en el siguiente gráfico:

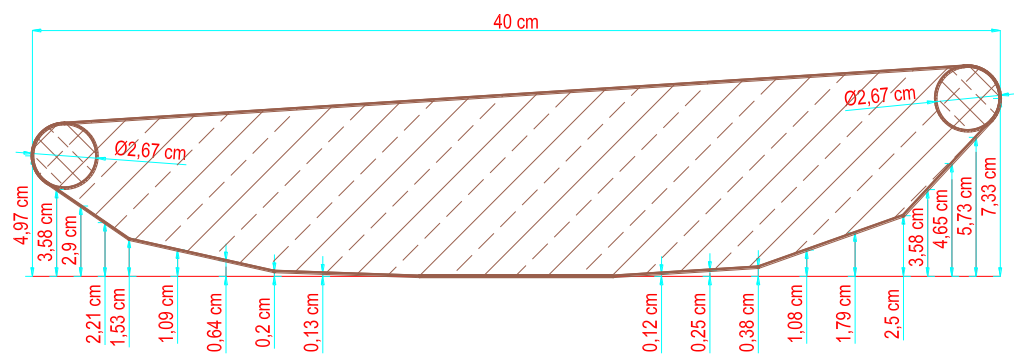
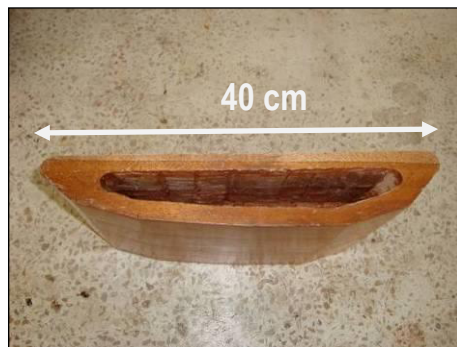
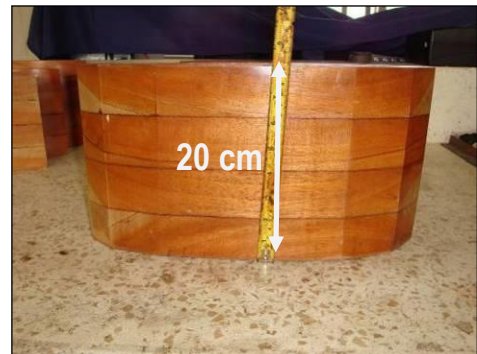


Figura 10.- Dimensionamiento de la sección transversal segmentada de una tobera de  $L = 40$  cm.

La altura aproximada del modelo de la sección transversal segmentada de la tobera es de 21 cm y fue elaborado de la misma forma que el modelo de la Sección Transversal continua, previamente mencionado.



Sección Transversal Segmentada



Altura de modelo de la Sección Transversal Segmentada



Figura 11.- Modelo de sección transversal de una tobera segmentada

## 2.2 DESCRIPCIÓN DEL PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

En la parte experimental de este trabajo se usarán ambos modelos de toberas con secciones transversales continua y segmentada, y se medirán los campos de velocidad alrededor de dichas secciones a diferentes velocidades en un tanque de circulación de 60 cm de ancho y con una altura de agua de 10 cm aproximadamente. Mediante el uso de la técnica de Anemometría del Láser Doppler, LDA, [20], se medirán las componentes de las velocidades, sin intrusión en el flujo. Todos estos equipos son parte del Laboratorio de Ingeniería Naval de la FIMCM.

Los puntos en donde se realizaron las mediciones son ingresados como una malla en el sistema LDA, [20], antes de empezar las mismas. La malla tendrá una sección rectangular de 200 mm x 610 mm y se realizaron particiones en dirección longitudinal de 10 mm hasta los 270 mm. Desde ese punto se procedió a realizar particiones cada 5 mm, debido a que se esperan mayores cambios de velocidad en la parte trasera del cuerpo. En forma vertical se particionó en 10 mm. Se siguió el mismo proceso para la generación de mallas para la sección transversal real y segmentada, resultando un total de 1666

puntos para la sección real, y 1672 puntos en la sección segmentada, como se observa en las siguientes gráficas.

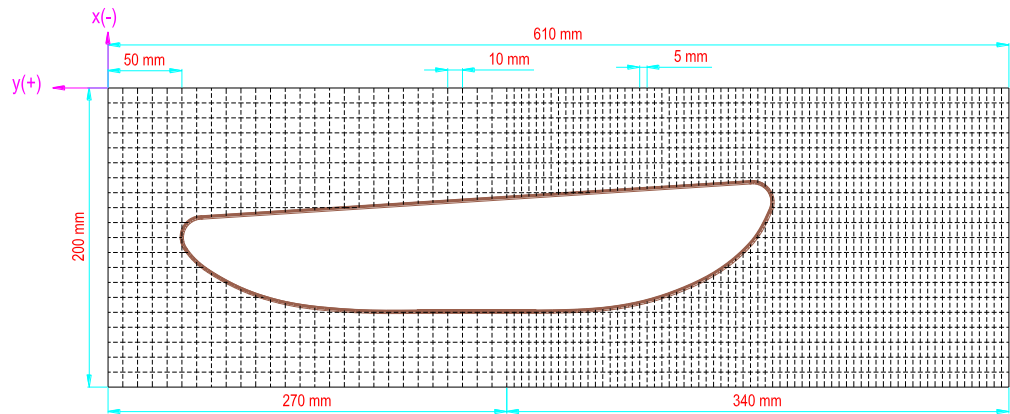


Figura 12.- Malla para la Sección Transversal Continua de una Tobera

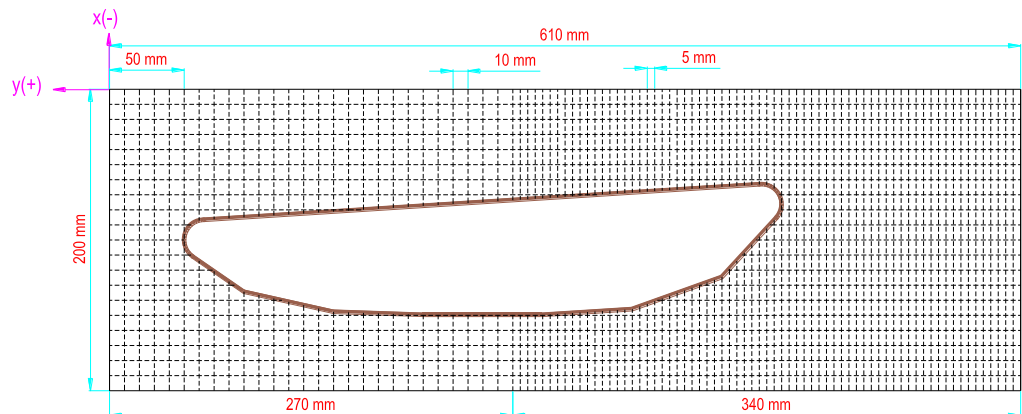


Figura 13.- Malla para la Sección Transversal Segmentada de una Tobera

Entre los equipos usados para realizar las mediciones, se encuentra una probeta que emite 4 rayos láser, los cuales se intersectan entre sí en un punto. La altura de intersección de los rayos en la probeta es de 40 cm, por lo que, cuando se menciona en las tablas posteriores I y II, la altura de intersección del láser sobre el fondo, esto quiere decir que, aparte de los 40 cm se deberá subir la probeta el valor mencionado en dichas tablas. Esto se logrará usando la tecla Page UP, según se indica en los comandos de la figura 14.

El sistema de referencia observado en ambas gráficas es la direccionada por el robot, dispositivo que mueve la probeta de medición; y antes de dar inicio a la toma de mediciones el usuario se debe asegurar que la probeta sea colocada en el origen del sistema de referencia. Usando los comandos direccionales del teclado se mueve el robot a la posición mencionada, de la siguiente forma:

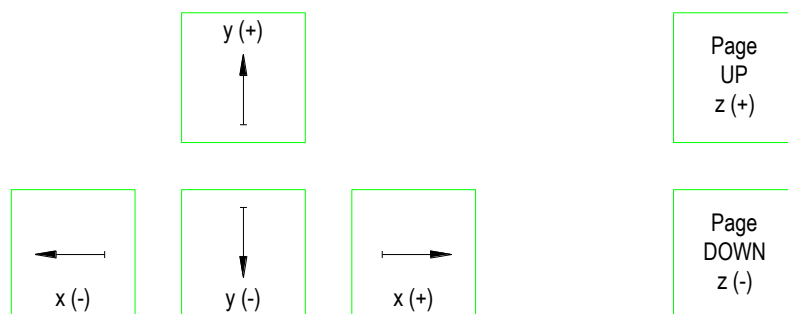


Figura 14.- Comandos de re direccionamiento de la probeta utilizando el teclado

Dado que la tobera puede operar impulsando el buque hacia adelante y en reversa, se va a estudiar el flujo de izquierda a derecha. De esta forma, el efecto de separación en la parte trasera será más “fuerte”. Así mismo, por limitaciones del equipo de bombeo, la velocidad más alta fue de 0.6 m/s.

En las siguientes tablas se presentan los parámetros registrados durante las mediciones.

	<b>1ERA MEDICION</b>	<b>2DA MEDICION</b>	<b>3ERA MEDICION</b>	<b>4TA MEDICION</b>
<b>Fecha</b>	22/05/09	22/05/09	23/05/09	29/05/09
<b>Temperatura ambiente</b>	26°C	25°C	26°C	27°C
<b>Temperatura del agua</b>	27°C	26°C	26°C	26°C
<b>Velocidad de la corriente</b>	0.60 m/s	0.45 m/s	0.25 m/s	0.15 m/s
<b>Indicador de la bomba</b>	35	29.5	25	23.5
<b>Altura de intersección del láser sobre el fondo</b>	5 cm	5 cm	5 cm	4 cm
<b>Altura mínima del agua</b>	7 cm	6 cm	7 cm	6.5 cm
<b>Hora de inicio</b>	09:22	13:57	08:47	09:29
<b>Hora de término</b>	13:29	17:29	12:46	13:33
<b>Nombre de Archivo (.txt)</b>	Real_015	Real_025	Real_045	Real_060

Tabla I. PARÁMETROS PARA LAS PRUEBAS EN LA SECCIÓN TRANSVERSAL REAL



	<b>1ERA MEDICION</b>	<b>2DA MEDICION</b>	<b>3ERA MEDICION</b>	<b>4TA MEDICION</b>
<b>Fecha</b>	12/05/09	05/06/09	30/05/09	29/05/09
<b>Temperatura ambiente</b>	25°C	22°C	26°C	27°C
<b>Temperatura del agua</b>	26°C	26°C	25°C	26°C
<b>Velocidad de la corriente</b>	0.60 m/s	0.45 m/s	0.25 m/s	0.15 m/s
<b>Indicador de la bomba</b>	35	29.5	25	23.5
<b>Altura de intersección del láser sobre el fondo</b>	5 cm	4 cm	5 cm	5 cm
<b>Altura mínima del agua</b>	7 cm	6 cm	7 cm	6.5 cm
<b>Hora de inicio</b>	11:38	09:16	08:29	14:06
<b>Hora de término</b>	15:05	13:15	12:28	18:10
<b>Nombre de Archivo (.txt)</b>	segmentada_015	segmentada_025	segmentada_045	segmentada_060

Tabla II. PARÁMETROS PARA LAS PRUEBAS EN LA SECCIÓN TRANSVERSAL SEGMENTADA

La velocidad de la corriente es un valor referencial obtenido tomando el tiempo de viaje entre dos puntos separados una distancia conocida, la cual se realizó experimentalmente. Dicha distancia es 80 cm, sin embargo, la velocidad real de la corriente será determinada con las mediciones. Además de acuerdo al Sistema de referencia, la velocidad en flujo libre en dirección horizontal será negativa.

### **2.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS EN LA SECCIÓN TRANSVERSAL DE UNA TOBERA REAL**

Para empezar el análisis se va a determinar el espesor de la capa límite para las velocidades de prueba. Se considerará que el flujo es tanto laminar como Turbulento.

En el siguiente gráfico se muestra de mejor forma la influencia que existe en el espesor de la capa límite laminar y turbulenta, según las velocidades que tenga el fluido. Si la capa límite fuera laminar, a los 30 cm y con una velocidad de 0.6 m/s, el espesor sería de 3 mm; y si fuera turbulento, dicho parámetro sería aproximadamente 9.5 mm.

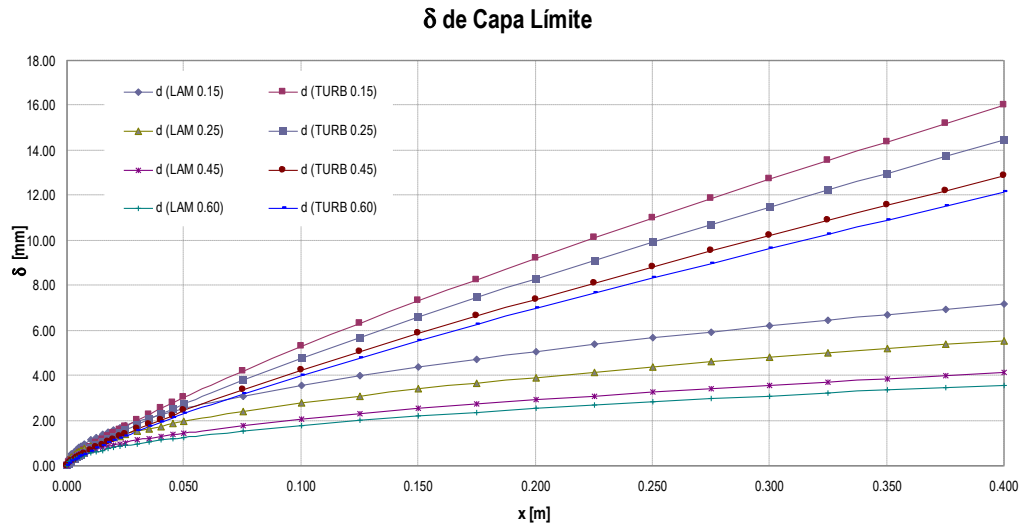


Figura 15.- Espesores de Capa Límite Laminar y Turbulenta a diferentes velocidades.

En el gráfico se observa que el espesor de la capa límite tanto laminar como turbulenta, disminuye según la velocidad del fluido, por lo que se espera más adelante con los resultados experimentales poder comprobar esto.

Los campos de velocidad obtenidos se presentan en el apéndice de este trabajo, y corresponden a los valores medios de las componentes. Para esto, se procedió a dividir la malla en 3 zonas como se muestra en la figura 16; al inicio en  $x=0$  (Flujo Libre), en el centro de la sección transversal de la tobera,  $x=270$  mm, y, al final de la sección transversal de la tobera,  $x=450$  mm.

En dirección  $y$ , la sección rectangular mide 200 mm, y según se observa en la gráfica posterior, la zona que va de 0 a 100 mm, donde el fluido circula, decrece conforme avanzamos en dirección  $x$ , sin embargo, de 100 a 200, la sección permanece constante en el rango cercano a  $x = 270$  mm. En el análisis de los resultados en el proceso experimental se comentará acerca de esto.

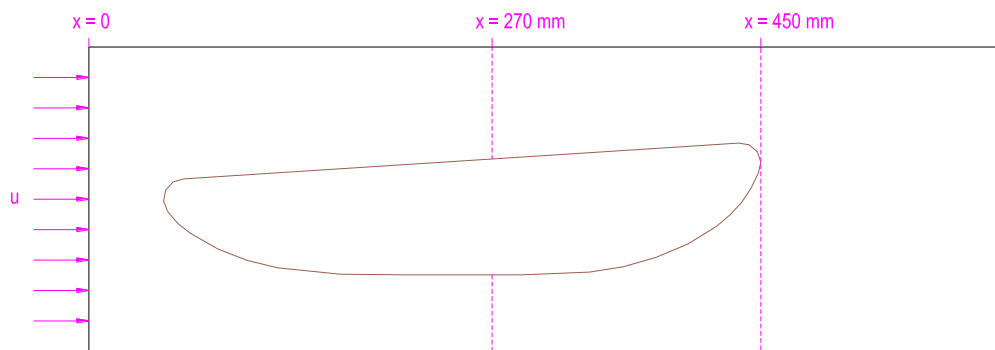
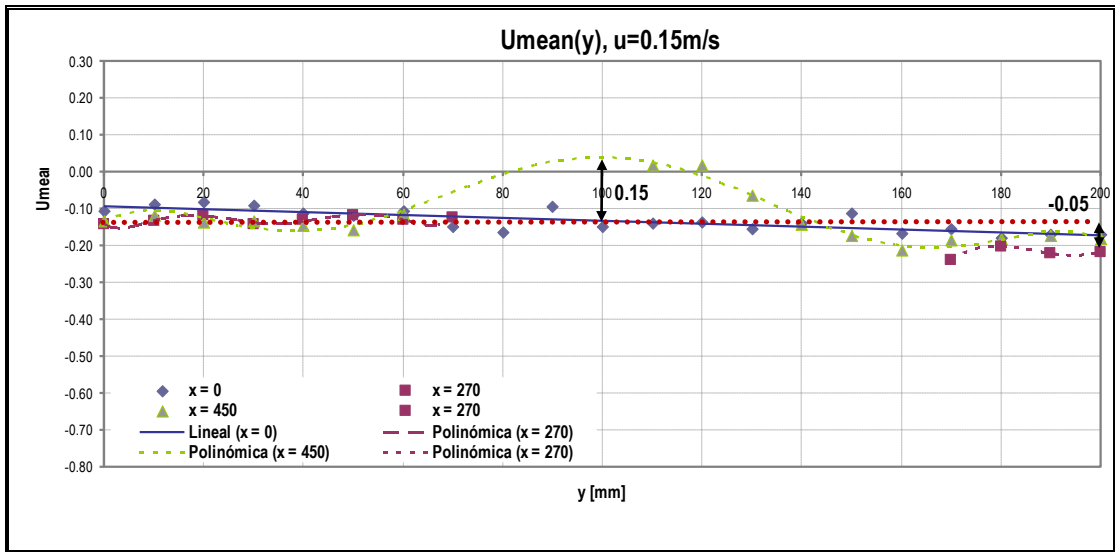


Figura 16.- Partición de 3 zonas en la zona rectangular para Sección Transversal Continua

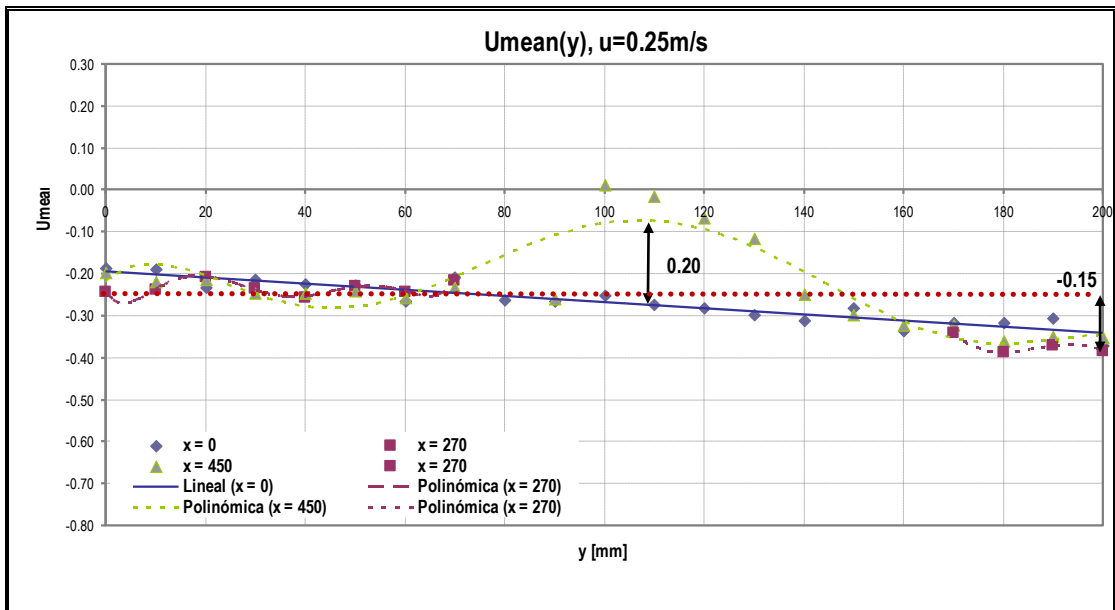
En cada corte se va a graficar las velocidades promedio en dirección  $x$  para cada medición. De esta forma, mediante una gráfica, se procede a realizar una dispersión de datos para cada  $x$  y a partir de esto, se desarrollarán líneas de tendencia. Para  $x=0$  la línea de tendencia es lineal, y, para  $x = 270$  mm y  $x = 450$  mm, la curva de tendencia es

polinómica de grado 6, y luego se procederá a realizar el correspondiente análisis.

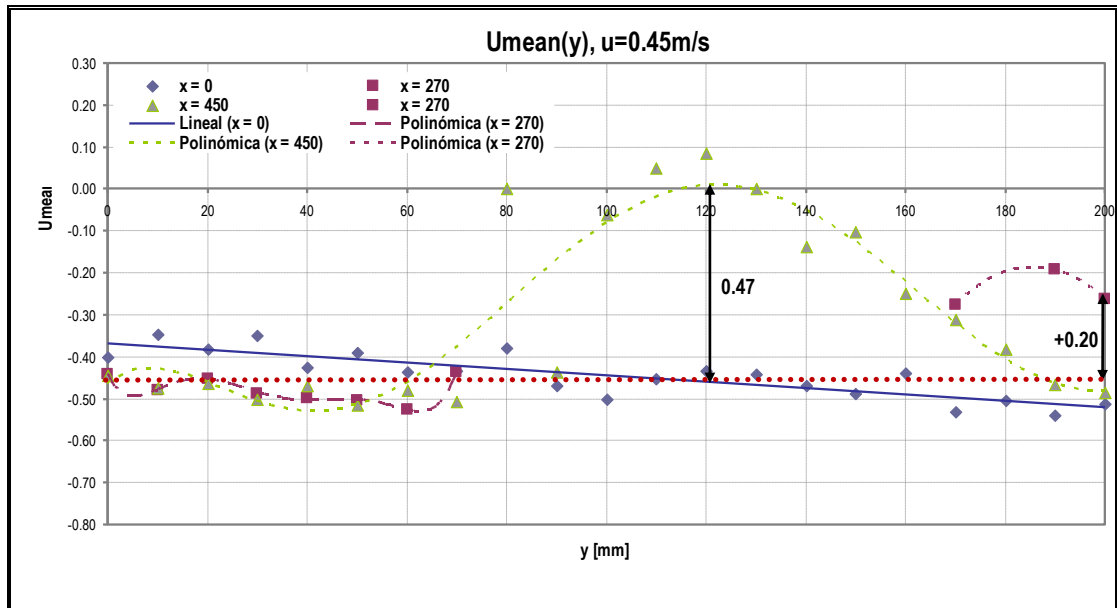
A la línea de tendencia para  $x=0$  se la reconocerá como velocidad del Flujo Libre y a la zona donde se muestre un cambio de signo de la velocidad se le llamará Contraflujo. Se seleccionó un rango común para los gráficos de tal manera que nos ayude en la comparación.



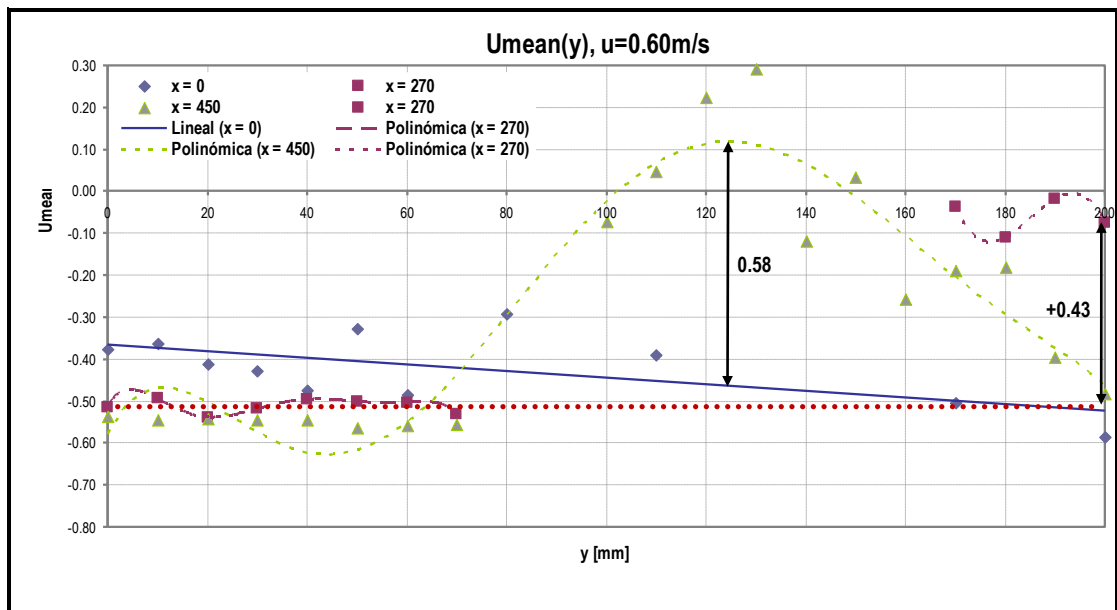
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 17.- Umean(y)  
SECCIÓN TRANSVERSAL REAL

Para cada gráfica de la figura 17, se tomará un valor medio de la velocidad del Flujo Libre,  $x=0$ . En la gráfica (a) la velocidad promedio es 0.13 m/s, en (b) es 0.27 m/s, en (c) es 0.43 m/s y en (d) es 0.45 m/s. Como se esperaba, dichas velocidades no corresponden a las velocidades que indica la parte superior de cada gráfica, además de que dicha recta posee cierta inclinación. Esto se podría deber a que la capa de fluido que se midió estaba influenciada por la fricción con la plancha del fondo y por las placas de madera colocadas a los costados del canal.

En las curvas de las gráficas (a) y (b), cuando  $x = 270$  mm y las velocidades son relativamente pequeñas, la curva varía desde el final,  $y = 200$  mm, al origen,  $y=0$ , de la siguiente forma: en (a) -0.05 y en (b) -0.15, manteniéndose el signo en ambas. Sin embargo, en las mismas curvas de las gráficas (c) y (d), la variación se incrementa en (c) +0.20 y en (d) +0.43. Esto podría deberse a la curvatura de la sección cuando  $y$  va de 100 a 200. Cabe destacar que cuando  $y$  va de 0 a 100, dicha curva se mantiene continua, pero con un valor mayor a la velocidad de Flujo Libre, claramente influenciada por la reducción del área de circulación del flujo en esta zona.



Según lo esperado, la curva más afectada en las gráficas (a) (b) (c) y (d) es la  $x= 450$  mm, debido a que está en la parte posterior del flujo. A medida que la velocidad del flujo se incrementa, aumenta la reducción en la velocidad de la siguiente forma: en (a) 0.15, en (b) 0.20, en (c) 0.47 y en (d) 0.58; generando así un Contraflujo que es visible cuando la velocidad es 0.6 m/s.

Para cada gráfica de la figura 17, el máximo valor de la curva  $x= 450$  mm, se desplaza a lo largo de  $y$  de la siguiente forma: (a) 100 mm, (b) 110 mm, (c) 122 mm y (d) 125 mm. A medida que se incrementa la velocidad se desplaza dicho máximo. Esto se debe a la asimetría de la sección transversal, y a la influencia del cuerpo en la circulación del flujo.

## **2.4 ANÁLISIS DE RESULTADOS EN LA SECCIÓN TRANSVERSAL DE UNA TOBERA SEGMENTADA**

En forma similar al caso anterior, los campos de velocidad empleando los valores promedio se presentan en el Apéndice de este trabajo. Para facilitar la comparación que se llevará a cabo en el capítulo 4, se dividirá la sección rectangular del modelo segmentado en las 3 zonas

que se describieron en el subcapítulo anterior. La siguiente gráfica muestra dichas zonas.

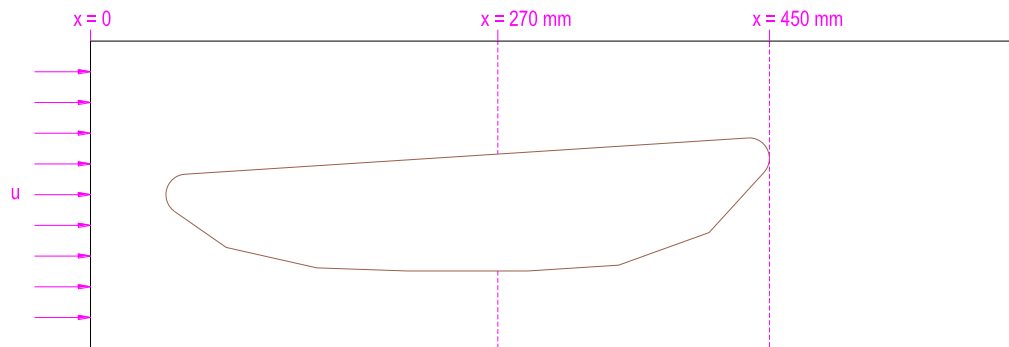
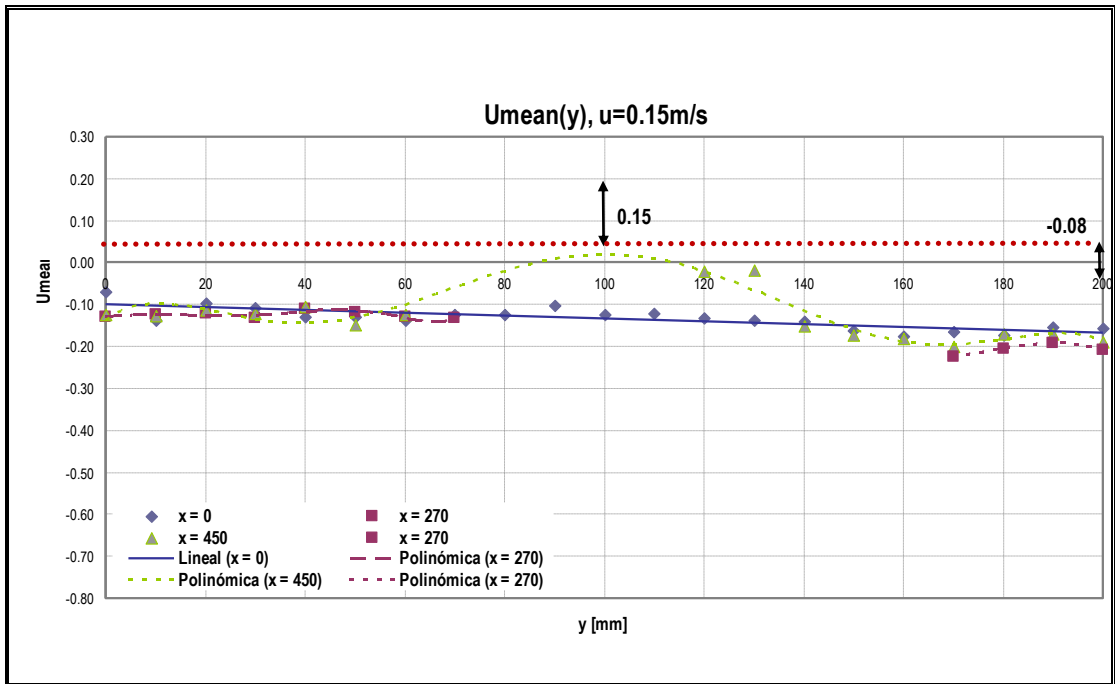
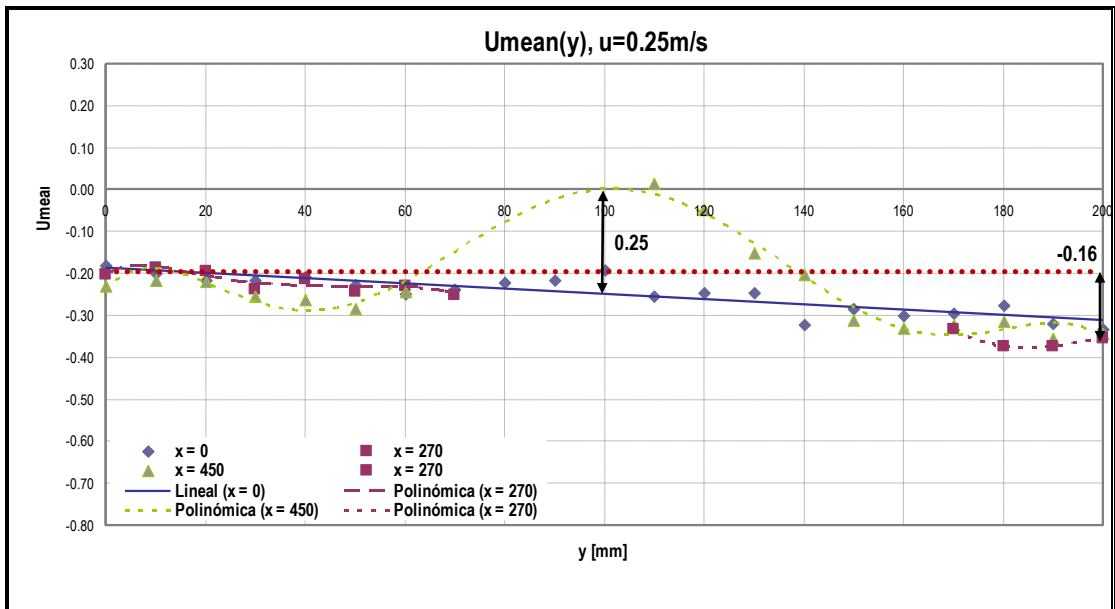


Figura 18.- Partición de 3 zonas en la zona rectangular para sección transversal segmentada

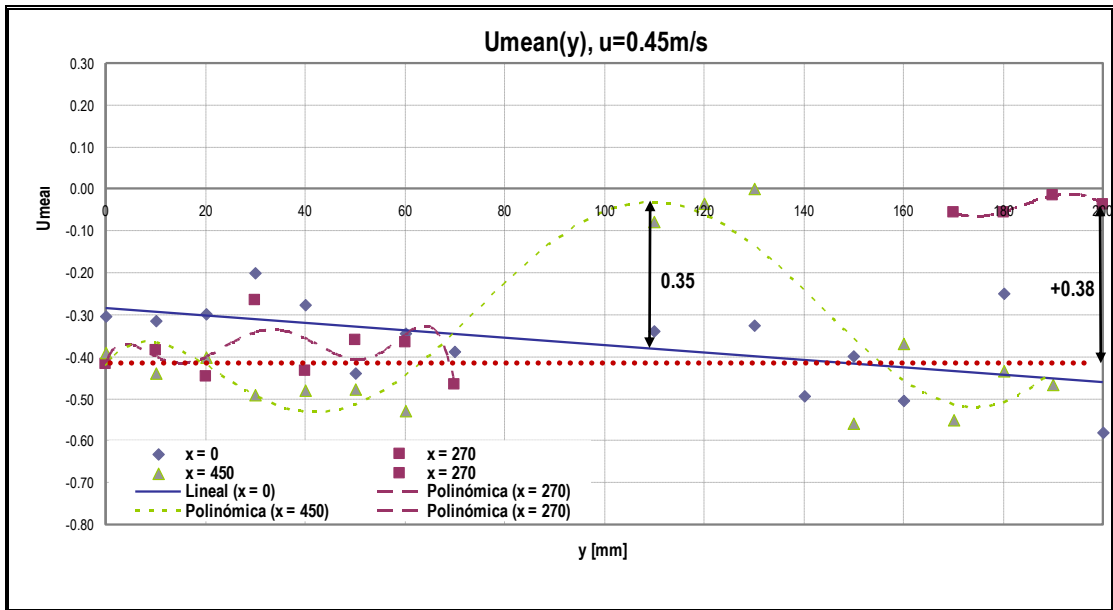
Al igual que en el subcapítulo anterior, mediante la partición de dichas zonas se dará mayor énfasis al análisis del contraflujo, zona donde existe variación en el signo de la velocidad, generado en la zona posterior del modelo, es decir cuando  $x= 450$  mm. Cada corte mostrará las velocidades promedio para cada medición y se inducirán líneas de tendencia lineal para  $x=0$ , y, polinómicas de grado 6 para  $x= 270$  mm y  $x= 450$  mm que ayudarán en el posterior análisis.



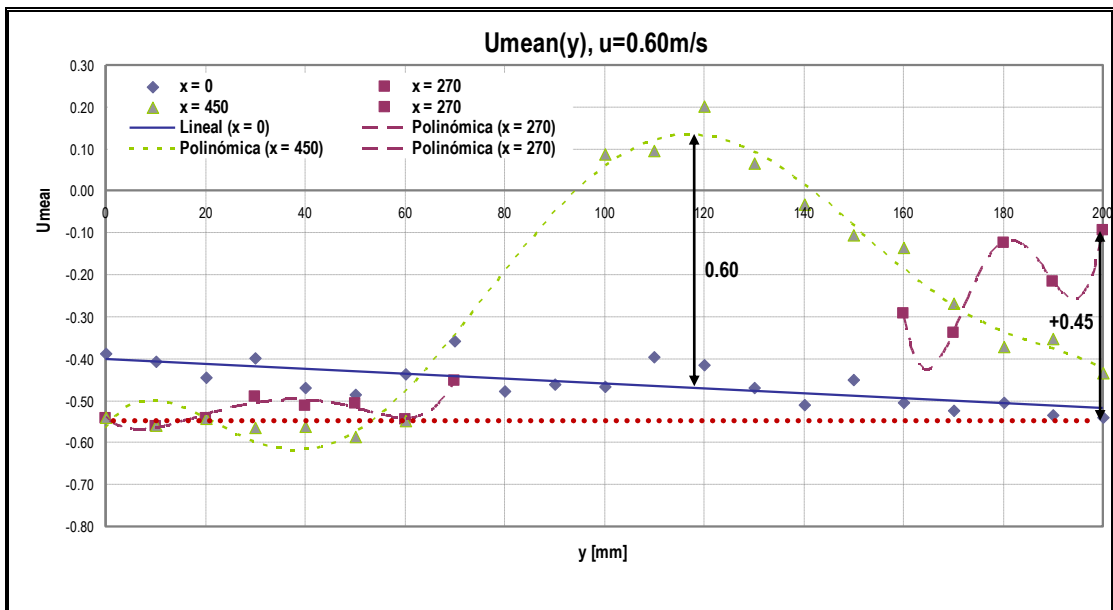
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 19.- Umean(y)  
SECCIÓN TRANSVERSAL SEGMENTADA

Para empezar, en cada gráfica de la figura 19, se estimará el valor medio de la velocidad del Flujo Libre, en la intersección de la curva  $x=0$  y  $y=100$  mm. En la gráfica (a) dicha velocidad promedio es 0.13 m/s, en (b) 0.25 m/s, en (c) 0.38 m/s y en (d) 0.47 m/s. Como se esperaba, al obtener la velocidad del flujo de manera experimental por medio del desplazamiento de un objeto a cierta distancia y cierto tiempo, las velocidades obtenidas por las mediciones realizadas en el punto de intersección del láser variaron, sin embargo esta es insuficiente para notar diferencia en los resultados.

En las curvas de las gráficas para las cuatro velocidades para  $x = 270$  mm, la curva varía desde el final,  $y= 200$  mm, al origen,  $y=0$ , de la siguiente forma: (a) -0.08, (b) -0.16, (c) +0.38 y (d) +0.45. En las dos primeras curvas, cuando  $y$  va de 0 a 100, esta mantiene cierta continuidad, mayor a la velocidad de flujo libre; pero a medida que se aleja de este eje, el signo de esta variación es negativo, indicando que la velocidad es menor cuando  $y$  va de 0 a 200. Esto podría ser debido a que los “codillos” influyen en la disminución de la velocidad del fluido. En las dos últimas curvas, la variación desde el final de la curva al origen, cambia de signo y se hace mucho mayor, lo cual podría deberse al incremento de la velocidad del fluido y a la influencia de la presencia de los “codillos”.

La curva más afectada según lo esperado para las cuatro velocidades es la de  $x= 450$  mm, debido a que está en la parte posterior del flujo. A medida que la velocidad del flujo aumenta, la reducción en su velocidad se incrementa de la siguiente forma: en (a) 0.12, en (b) 0.17, en (c) 0.28 y en (d) 0.55; generando así un contraflujo que sólo es visible cuando la velocidad es 0.6 m/s.

Para cada gráfica de la figura 19, el máximo valor de la curva  $x= 450$  mm, se desplaza a lo largo de  $y$  de la siguiente forma: (a) 100 mm, (b) 100 mm, (c) 110 mm y (d) 119 mm. A medida que se incrementa la velocidad se desplaza dicho máximo. Esto se podría deber a la asimetría de la sección transversal, y a la influencia de los “codillos” del presente modelo en la circulación del flujo.

# **CAPÍTULO III**

## **OBTENCIÓN NUMÉRICA DE LOS CAMPOS DE VELOCIDAD ALREDEDOR DE DOS SECCIONES DE TOBERA N°37**

### **3.1 DISCRETIZACIÓN DEL DOMINIO ALREDEDOR DE LAS SECCIONES TRANSVERSALES DE UNA TOBERA REAL Y SEGMENTADA**

En el método de Elementos Finitos, MEF, se denomina Discretización al proceso de partición del dominio en un conjunto de subdominios, donde cada pedazo recibe el nombre de Elemento Finito; los puntos empleados para definir los elementos son llamados Nodos. Al conjunto de nodos se le llama malla y ésta, en el presente proceso numérico, está formada únicamente por elementos triangulares; sin embargo, también se puede discretizar el dominio, en problemas bidimensionales, de forma cuadrilátera, de acuerdo con la librería del programa COMSOL, [21], que es el que se va a utilizar en el presente trabajo.

Los lados de los elementos triangulares o cuadriláteros que conforman el enmallado resultante de la Discretización del MEF, son llamados aristas, y a las esquinas se les llaman vértices de la malla. Utilizando el programa COMSOL, [21], para poder desarrollar la malla, además de que el dominio debe definirse adecuadamente, véase la figura 20, también deben establecerse los parámetros o características del mismo, como se muestra en la figura 21. Posteriormente se procede a introducir otras características del problema, y finalmente a su solución numérica.

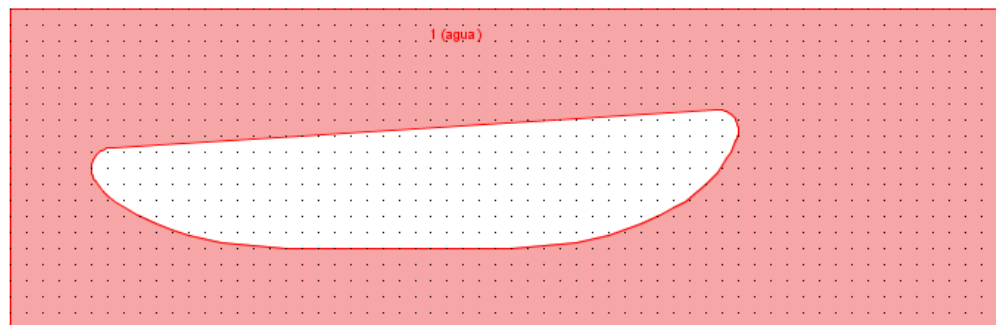


Figura 20.- Identificación del dominio.



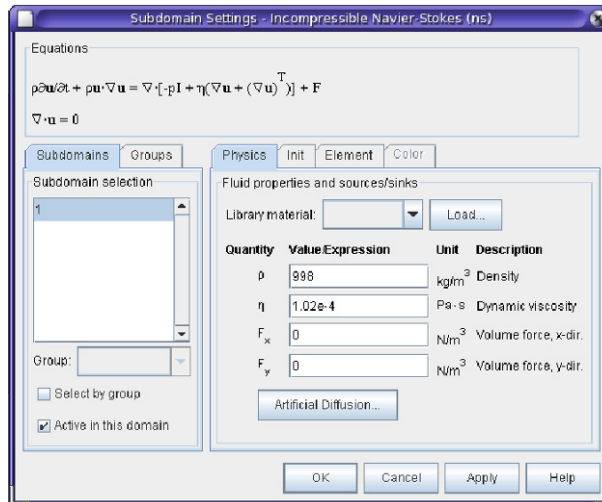


Figura 21.- Características del dominio.

El dominio a ser discretizado se lo tomará igual que la sección rectangular analizada en el capítulo 2 y también la ubicación de la geometría de la sección transversal. El programa COMSOL dividirá la geometría de todo el modelo empleando puntos de referencia, tal y como se muestra en las siguientes figuras.

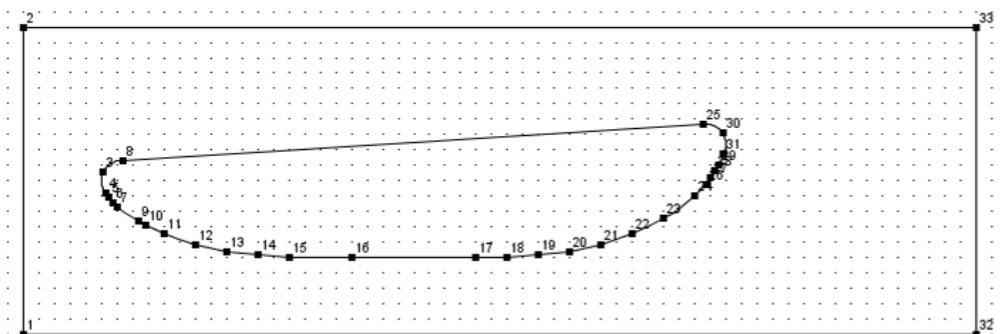


Figura 22.- Conformación de puntos en geometría de Sección Transversal Continua

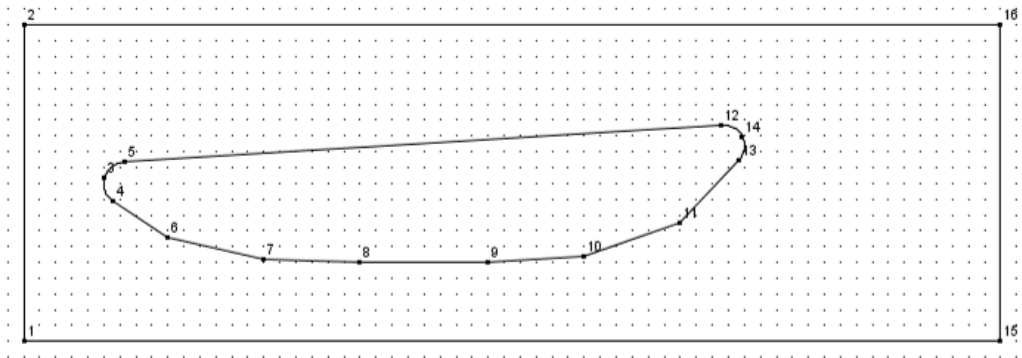


Figura 23.- Conformación de puntos en geometría de Sección  
Transversal Segmentada

El total de puntos empleados en la sección transversal continua es de 33, mientras que en la sección Segmentada se emplearon 16. La unión de los puntos mostrados en las figuras anteriores, forman las llamadas Fronteras (“Boundaries”), que se definirán en el siguiente subcapítulo.

COMSOL, [21], proporciona un enmallado libre de forma triangular por omisión (“default”) para el Dominio, y las características predominantes en el enmallado para el presente estudio son las siguientes:

<i>Máximo tamaño de los elementos</i>	-
<i>Factor de escala máximo del tamaño de los elementos</i>	1
<i>Tasa de crecimiento del elemento</i>	1.3
<i>Factor de curvatura de la malla</i>	0.3
<i>Corte de Curvatura de la malla</i>	0.001
<i>Resolución de regiones estrechas</i>	1

Tabla III. ESTABLECIMIENTO DE PARÁMETROS PARA  
ELABORACIÓN DE MALLA TRIANGULAR

El número de nodos iniciales que se conforman para cada modelo es menor al número de nodos usado en el proceso experimental, por esto, se refinarán ambas, produciendo finalmente las siguientes gráficas:

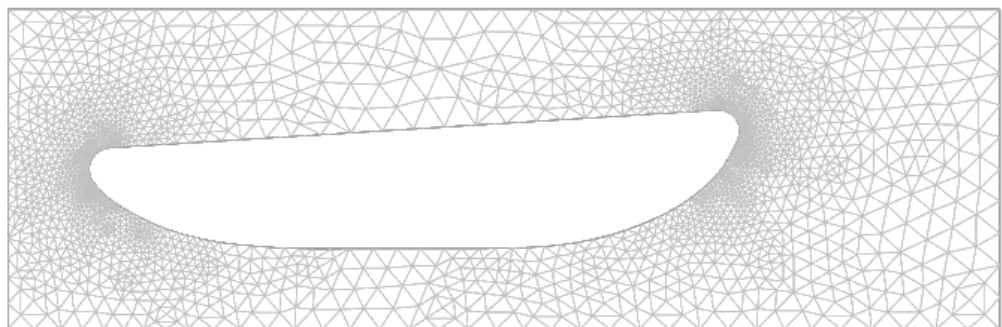


Figura 24.- Discretización del dominio en sección transversal continua  
de una tobera N° 37

En este gráfico se observa que el conjunto de elementos formados alrededor de la sección curva se incrementa, mientras que en la parte plana, a medida que se aleja de la zona curvada, recupera su uniformidad. Para esta sección el número de nodos generados fue de 2344, y con 4440 elementos.

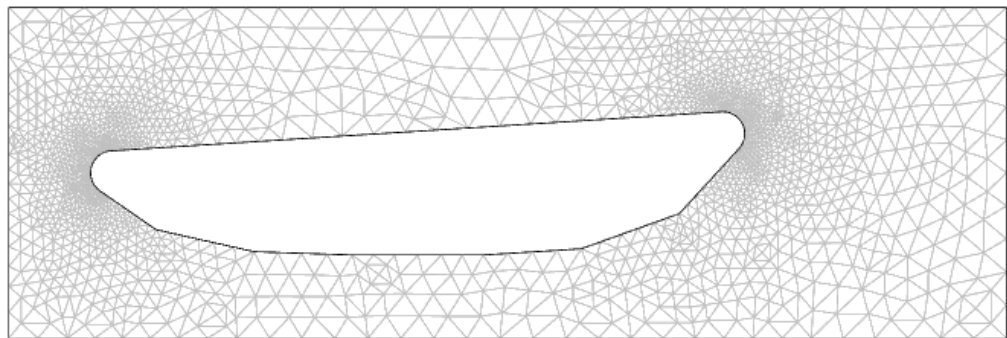


Figura 25.- Discretización del dominio en sección transversal segmentada de una tobera N° 37

La distribución de elementos en la sección transversal Segmentada, como se observa en la figura, está mejor distribuida al incrementarse las segmentos planas en esta. Por esta razón el número de nodos en esta malla es inferior, dando así un total de 2008 nodos con 3792 elementos triangulares.

Las estadísticas del enmallado para las secciones transversales Continua y Segmentada, se muestran en el reporte generado al

resolver el problema. Esto se puede observar mediante las siguientes gráficas:

## 4.1. Mesh

### 4.1.1. Mesh Statistics

Number of degrees of freedom	20600
Number of mesh points	2344
Number of elements	4440
Triangular	4440
Quadrilateral	0
Number of boundary elements	248
Number of vertex elements	33
Minimum element quality	0.668
Element area ratio	0.004

Figura 26.- Estadística de  
enmallado en sección  
continua

## 4.1. Mesh

### 4.1.1. Mesh Statistics

Number of degrees of freedom	17624
Number of mesh points	2008
Number of elements	3792
Triangular	3792
Quadrilateral	0
Number of boundary elements	224
Number of vertex elements	16
Minimum element quality	0.664
Element area ratio	0.004

Figura 27.- Estadística de  
enmallado en sección  
segmentada

Una vez realizado el enmallado en ambas secciones, se procede a definir las Condiciones de Frontera. Esto se describirá en el siguiente subcapítulo.

## 3.2 IMPLEMENTACIÓN DE LAS CONDICIONES DE FRONTERA

Las fronteras de la geometría de las secciones transversales Continua y segmentada se mostraron en el subcapítulo III.I, figuras 22 y 23. Sin embargo, para definir qué tipo de condición de frontera se asignará en cada elemento, es necesario al menos resumir lo que significa cada condición usada en la presente geometría, las cuales se describen a continuación:

**WALL:** Describe la existencia de una pared sólida que indica que no hay movimiento relativo del fluido respecto de ella. En el presente caso se la utiliza para las paredes de las secciones transversales Continua y Segmentada.

**INLET:** Esta opción describe una condición de entrada del fluido, especificando ya sea la velocidad inicial o la presión. En el presente caso, se toma la velocidad de entrada del fluido como fija, y a su vez se analizaron cuatro casos, con valores de 0.15, 0.25, 0.45 y 0.60 m/s.

**OUTLET:** En esta opción se puede especificar la velocidad de salida del fluido, la presión, el esfuerzo no viscoso, ó, el esfuerzo normal. En el presente caso, se impuso la Presión = 0 y se la

implementó en el elemento ubicado en el lado derecho del dominio rectangular.

**SYMMETRY BOUNDARY:** Es una frontera en la cual el fluido pasa a través de ella, sin que esta afecte a la velocidad del mismo. Las fronteras que se toman como “Symmetry Boundary” son los lados superior e inferior de la sección rectangular, en ambos modelos.

En la librería del programa COMSOL se tienen otras condiciones de frontera disponibles, sin embargo, como no están presentes en la geometría de las secciones analizadas, no serán descritas en este subcapítulo. El resto de definiciones podrán ser encontradas en el apéndice del presente trabajo.

Una vez definidos los elementos de entrada y salida del fluido, se ingresan los parámetros pertinentes mencionados en las definiciones anteriormente mencionadas. Para INLET, se ingresó la velocidad inicial, las cuales variarán de la siguiente forma 0.15 m/s, 0.25 m/s, 0.45 m/s y 0.60 m/s, para cada medición; para OUTLET se tomará una Presión = 0.

Cabe notar que el valor de la velocidad de entrada siempre será positivo, ya que el usuario definirá cuál es el elemento de entrada del fluido y cuál es el elemento de salida del mismo. Por lo que automáticamente, COMSOL define la dirección que debe seguir el fluido.

Mediante las siguientes gráficas se pretende hacer un resumen de las condiciones de frontera impuestas en las secciones transversales. Cabe destacar que  $u$  es la velocidad de entrada del fluido, y,  $p$  es la presión de salida del fluido.

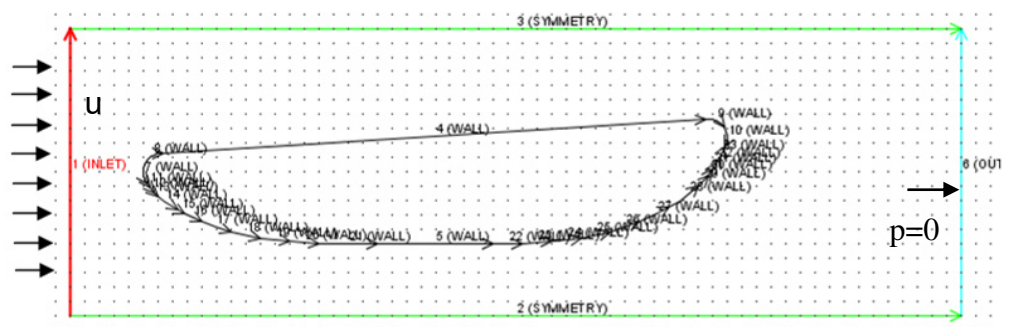


Figura 28.- Condiciones de Frontera para la Sección Transversal

Continua



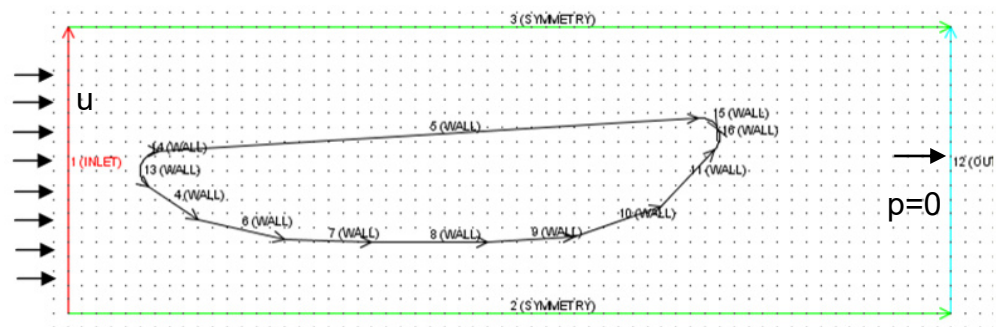


Figura 29.- Condiciones de Frontera para la sección transversal segmentada

Como se observa el número de segmentos para definir las fronteras en la sección continua es mayor que para la sección segmentada. Esto es porque en la sección segmentada, el mallado del modelo se lo realiza principalmente a partir de segmentos de rectas, mientras que para el caso Real, para mantener la continuidad de la curva, es necesario incrementar el número de segmentos de rectas, que describan de mejor forma dicho modelo.

En la opción “Solver Parameters” del programa, se presentan a su vez las opciones “Stationary”, “Time dependent”, “Eigenvalue”, “Parametric”, “Stationary segregated” y “Parametric segregated”, para resolver diferentes tipos de problemas. Para el desarrollo del presente trabajo en los siguientes subcapítulos se escogió la opción “Time-

dependent”. Mediante la siguiente gráfica se podrán observar los parámetros que incluye el método:

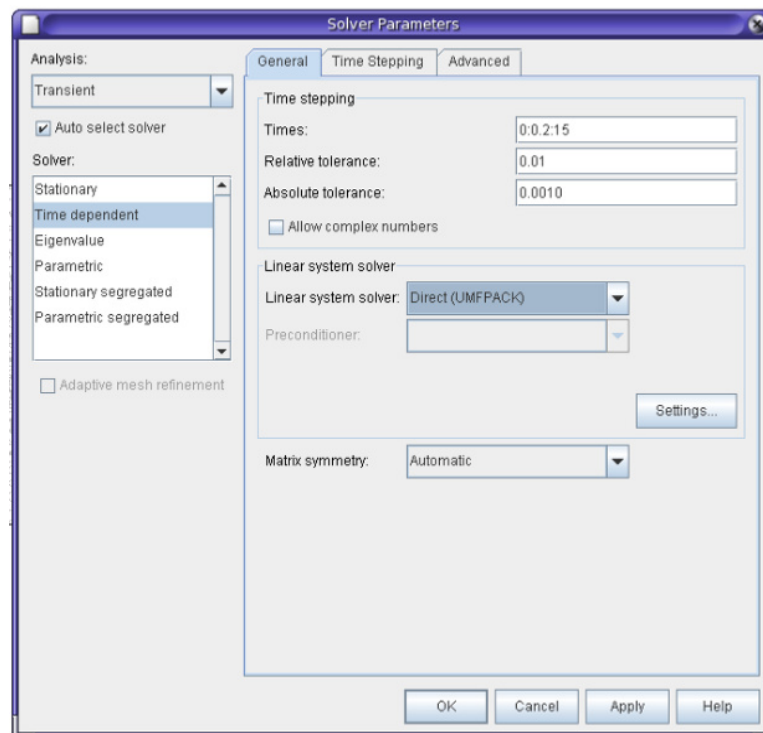


Figura 30.- Solver Parameters: Time dependent

El primer parámetro ingresado “Times”, indica que COMSOL encontrará una solución cada 0.2 segundos hasta llegar al tiempo total establecido de 15 segundos. Sin embargo, al momento de exportar los resultados que se analizarán en los siguientes subcapítulos, se tomó la última solución, cuando  $t=15$  s. Cabe destacar, que se usó en “Linear system solver”, la opción “Direct (UMFPACK)”, para obtener

una solución directa altamente eficiente para sistemas no-simétricos, lo cual se da en el presente análisis.

### **3.3 ANÁLISIS EN LA SECCIÓN TRANSVERSAL DE UNA TOBERA REAL**

Una vez que se alcanzó la Convergencia en el proceso Numérico iterativo, para el análisis de resultados, se dividió el dominio rectangular, donde se encuentra el modelo, en 3 zonas, para visualizar la variación de la velocidad en los cortes entre dichas regiones. Sin embargo, debido a la distribución de los nodos por la malla, elaborada completamente por elementos triangulares, fue necesario considerar franjas angostas, antes que cortes, para analizar los campos de velocidad. Por esto, se ha tomado para la primera zona los valores donde  $x= 0.0$ ; en la segunda franja, los valores que están en un rango desde  $x=265.0$  mm hasta  $x=275.9$  mm; y, para la última zona, se tomaron los valores donde  $x$  va desde  $450.0$  mm hasta  $450.9$  mm. En la siguiente gráfica se puede observar dicha partición.

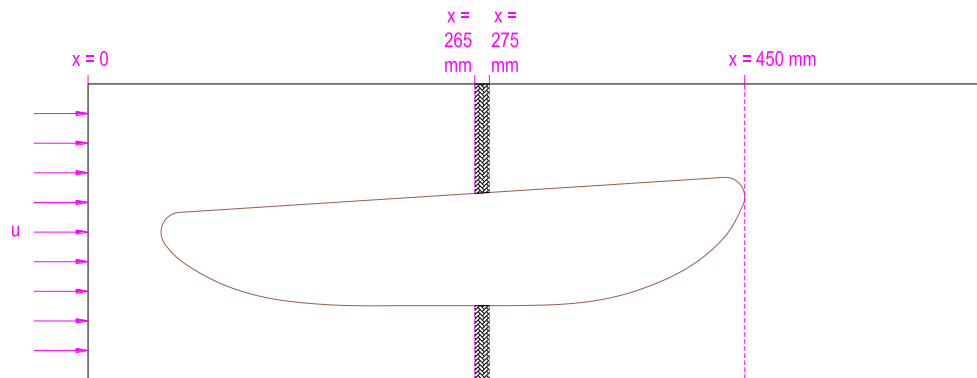
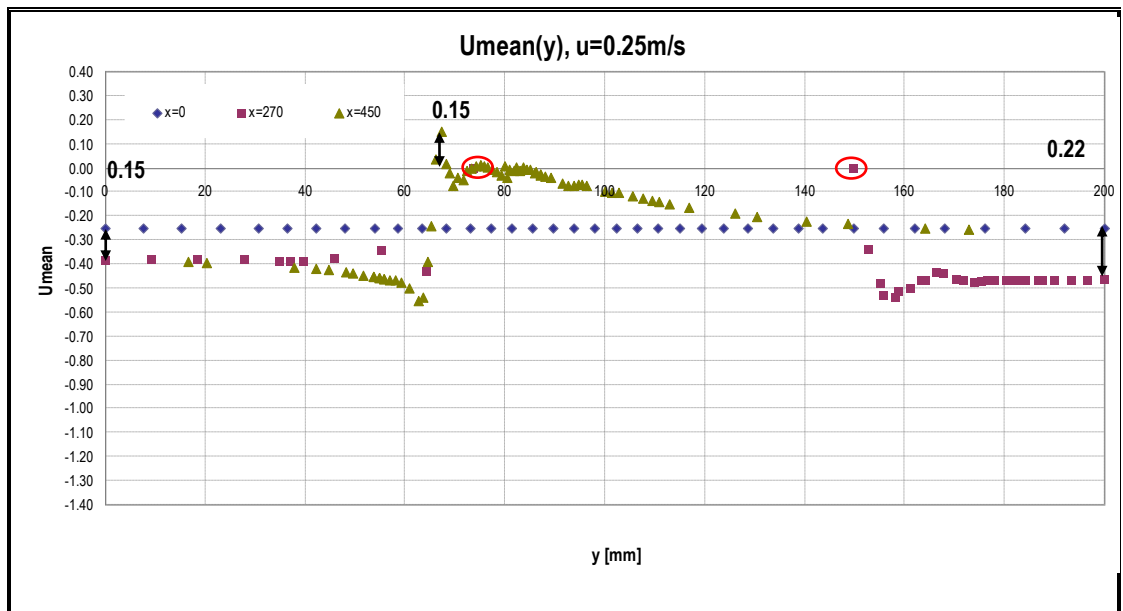
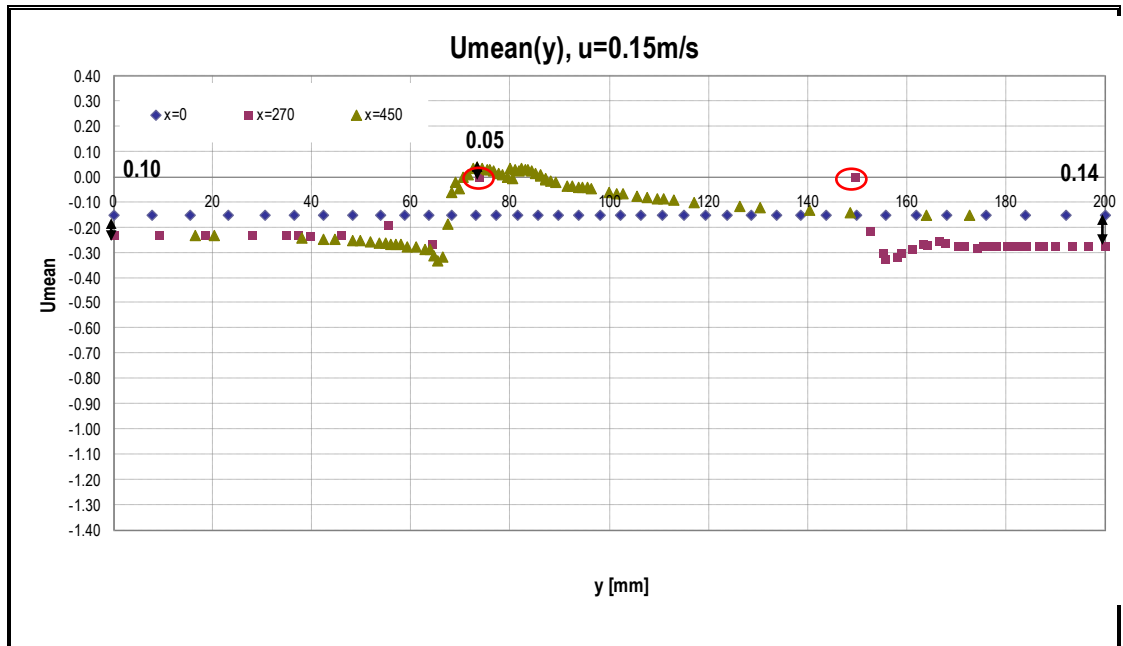


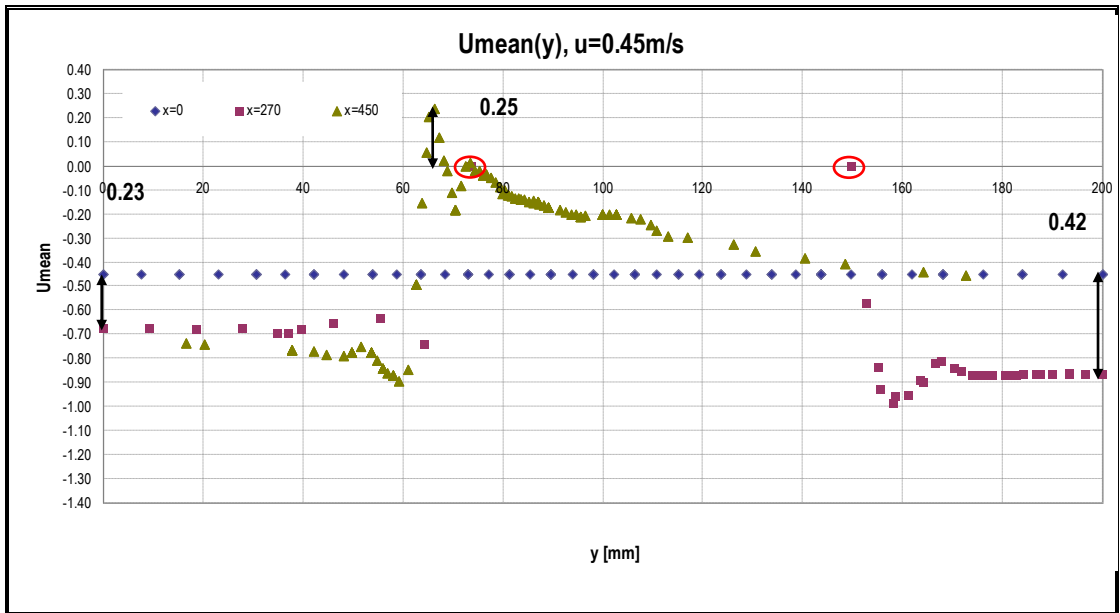
Figura 31.- Partición de 3 zonas en la zona rectangular para Sección Transversal Continua

A continuación se procederá a graficar la velocidad en los tres cortes descritos en el párrafo anterior, los cuales corresponden a las franjas 1, 2 y 3 respectivamente. Dichas curvas se prepararon para las velocidades analizadas: 0.15, 0.25, 0.45 y 0.60 m/s, y se muestran a continuación como dispersión de datos. Cabe destacar que a diferencia del capítulo II que mostraba valores experimentales, en este caso no se incluyen curvas de tendencia, debido a que el presente proceso es numérico; es decir, si se volvieran a desarrollar los cálculos, alcanzaríamos los mismos resultados. Esto ayudará a entender mejor su comportamiento y a realizar la comparación del siguiente capítulo.

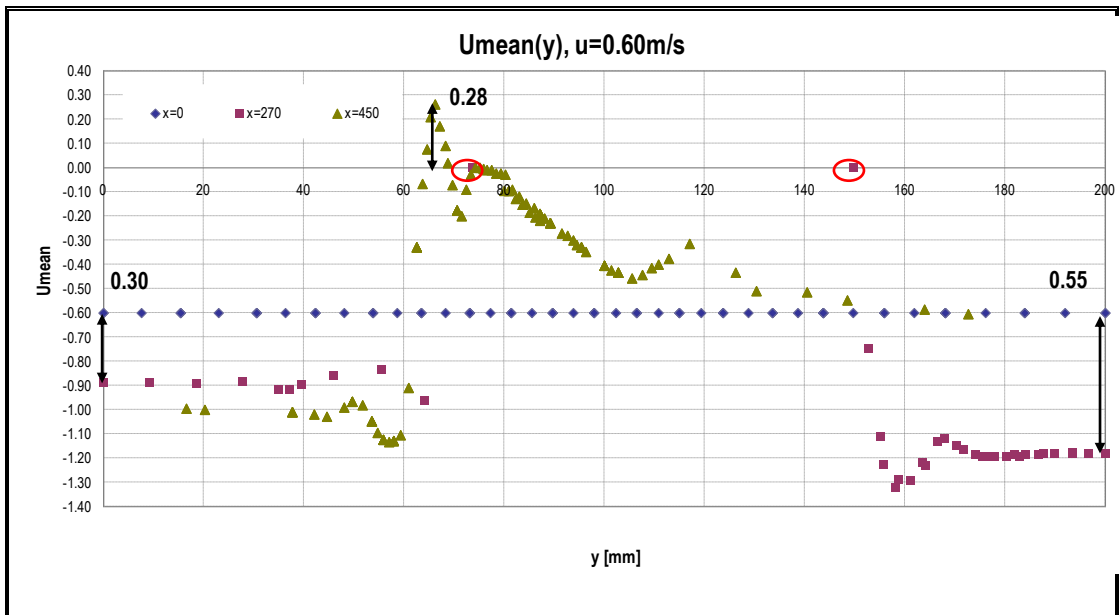
Además, cabe mencionar que en el dominio rectangular analizado, donde se encuentra la sección transversal, el eje vertical se lo llamó  $y$ , y va desde 0.00 hasta 200.00 mm. En cambio en los gráficos que se muestran a continuación, figura 32, en el eje horizontal se presentan los valores de  $y$  que definen las posiciones de los nodos, en [mm].

Debido a que el proceso realizado es numérico, según se observa para todas las gráficas de la figura 32, la velocidad de Flujo Libre,  $U$ , los valores de la velocidad para el corte  $x=0$ , se han mantenido en su valor nominal: en (a) 0.15, (b) 0.25, (c) 0.45, y, (d) 0.60 m/s.





(c)



(d)

Figura 32.- Umean(y)  
SECCIÓN TRANSVERSAL REAL

Considerando la variación de la velocidad del fluido para el corte a  $x=270$  mm con respecto a la del flujo libre ( $x= 0$  mm), para cada velocidad se tiene que cuando  $y=0$ , ésta varía en: (a) 0.10, (b) 0.15, (c) 0.23 y (d) 0.30 m/s. A medida que se incrementa la velocidad del fluido, aumenta dicha variación, lo que podría deberse a que la sección de circulación del fluido se reduce cuando  $y$  va de 0.00 a 75.00. Este punto, señalado en todas las gráficas, indica la frontera del cuerpo sólido, al presentar una velocidad promedio de 0.

En la misma curva, corte a  $x= 270$  mm, la variación de la velocidad con respecto a la recta  $x= 0$ , se da de la siguiente forma cuando  $y= 200$  mm: (a) 0.14 m/s, (b) 0.22 m/s, (c) 0.42 m/s y (d) 0.55 m/s. Esta variación podría deberse a la influencia de la curvatura de la sección en la velocidad del fluido, al incrementar su velocidad. Esto se da cuando  $y$  es mayor a 150 mm, ya que en este punto la velocidad es 0, lo cual indica la frontera del cuerpo sólido.

En el corte posterior (para  $x= 450$  mm), para las cuatro velocidades de flujo libre analizadas, existe un valor máximo (con signo opuesto) que indica la presencia de Contraflujo. Esta variación se evalúa en cada gráfica de la siguiente forma: (a) 0.05, (b) 0.15, (c) 0.25 y (d) 0.28 m/s. Esto indica que a medida que se incrementa la velocidad, aumenta el

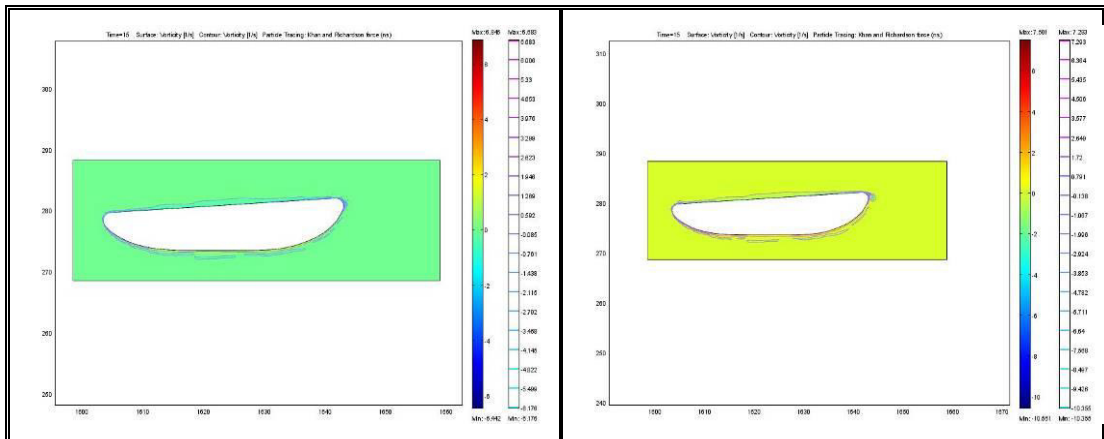


número de puntos que corresponden a las velocidades que cambian de signo. Cabe destacar que en el rango desde  $y=70$  mm hasta  $y=140$  mm se desarrolla la mayor variación en todas las gráficas.

A continuación se presentará las gráficas de vorticidades generadas por el programa COMSOL, una vez resuelto el problema. Aún cuando no fue posible encontrar la definición aplicada por el programa, según [15], dicho parámetro se define como:

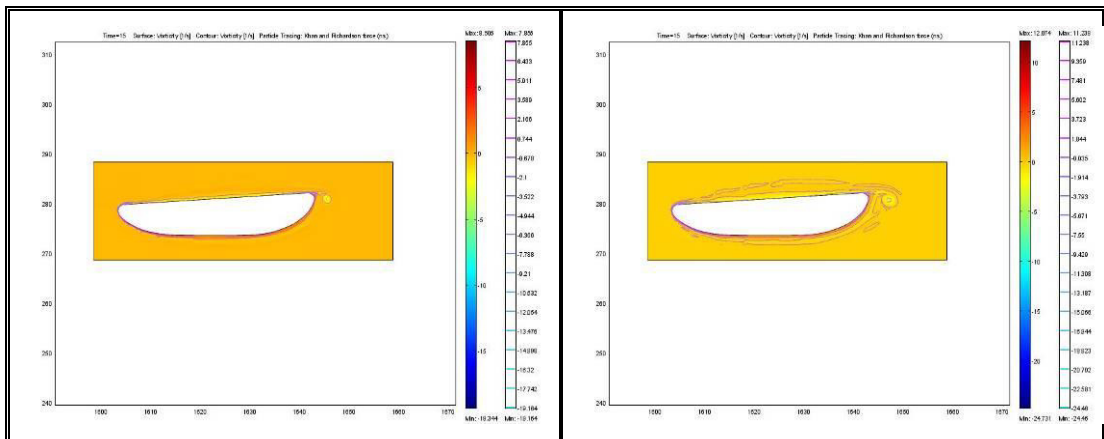
$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{v} ,$$

de manera que un valor positivo implica rotación en contra de las manecillas del reloj.



(a)  
u = 0.15 m/s

(b)  
u = 0.25 m/s



(c)  
u = 0.45 m/s

(d)  
u = 0.60 m/s

Figura 33.- Vorticidades  
SECCIÓN TRANSVERSAL REAL

Para las gráficas (a), (b), (c) y (d) de la figura 33, el rango de vorticidades positivas en el subdominio van desde 0.00 hasta 1.20 [1/s] aproximadamente. También se encontró valores fuera de este rango alrededor de la frontera del cuerpo, que puede ocurrir debido a la separación de la capa límite. En la parte posterior del cuerpo se forma la estela en la cual se halla un banco de vorticidades negativas se observan en las gráficas (c) y (d), justamente cuando se incrementa la velocidad. Dichas vorticidades llegan aproximadamente hasta -2.00 [1/s].

### **3.4 ANÁLISIS EN LA SECCIÓN TRANSVERSAL DE UNA TOBERA SEGMENTADA**

Para el presente análisis de las velocidades resultantes, se dividió el dominio rectangular, donde se encuentra el modelo, en 3 zonas. En forma similar al subcapítulo anterior, debido a la distribución de los nodos por la malla realizada con elementos triangulares, se debió tomar franjas antes que cortes. Para la primera franja, los valores para  $x= 0.0$  (frontera). En la segunda franja se tomaron los valores que están en un rango desde  $x=265.0$  hasta  $275.9$  mm; y, para la

última zona, se tomaron los valores donde  $x$  va desde 450.0 hasta 450.9 mm, como se muestra a continuación.

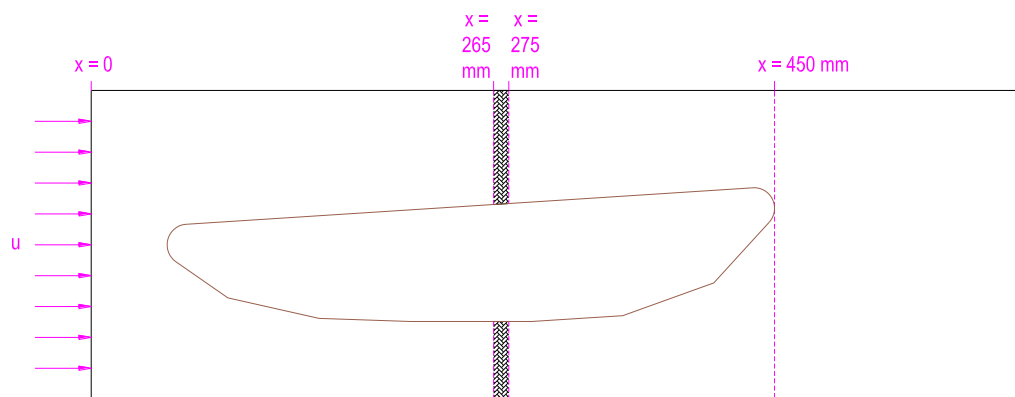
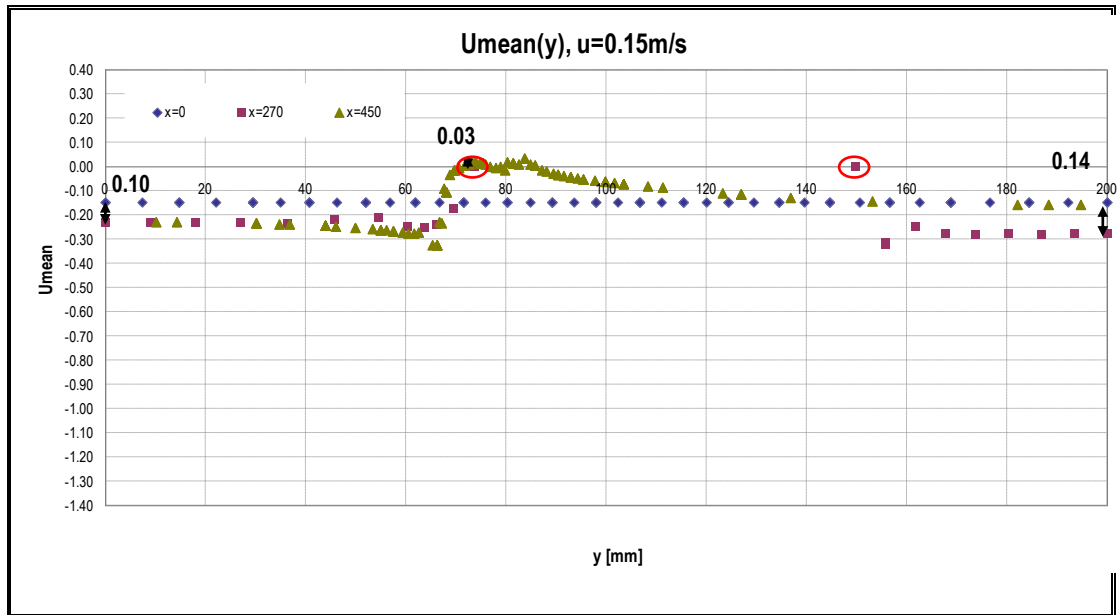
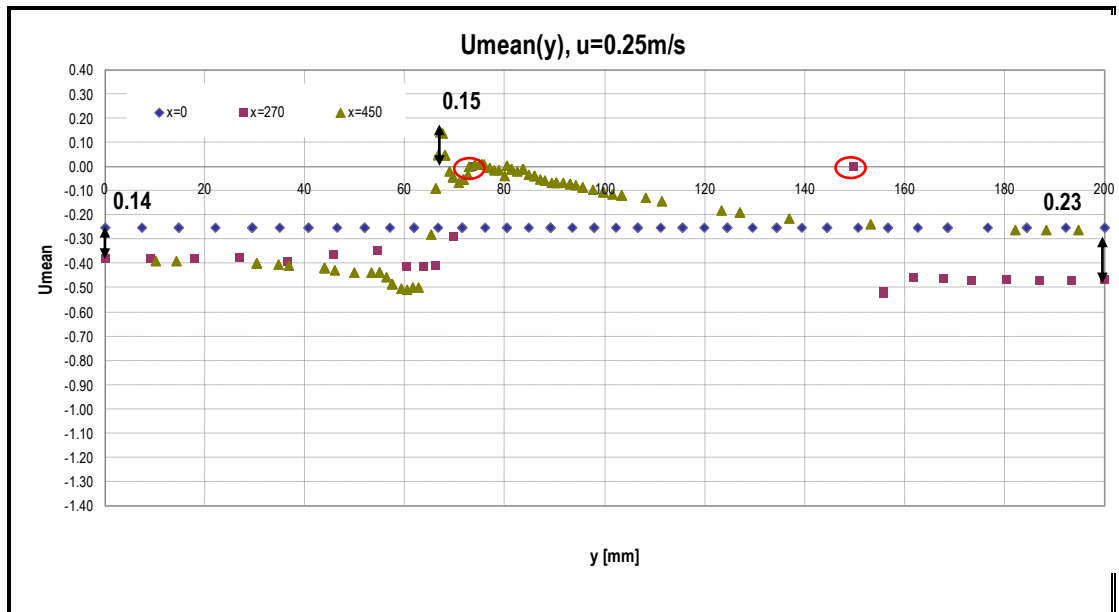


Figura 34.- Partición de 3 zonas en la zona rectangular para sección transversal segmentada

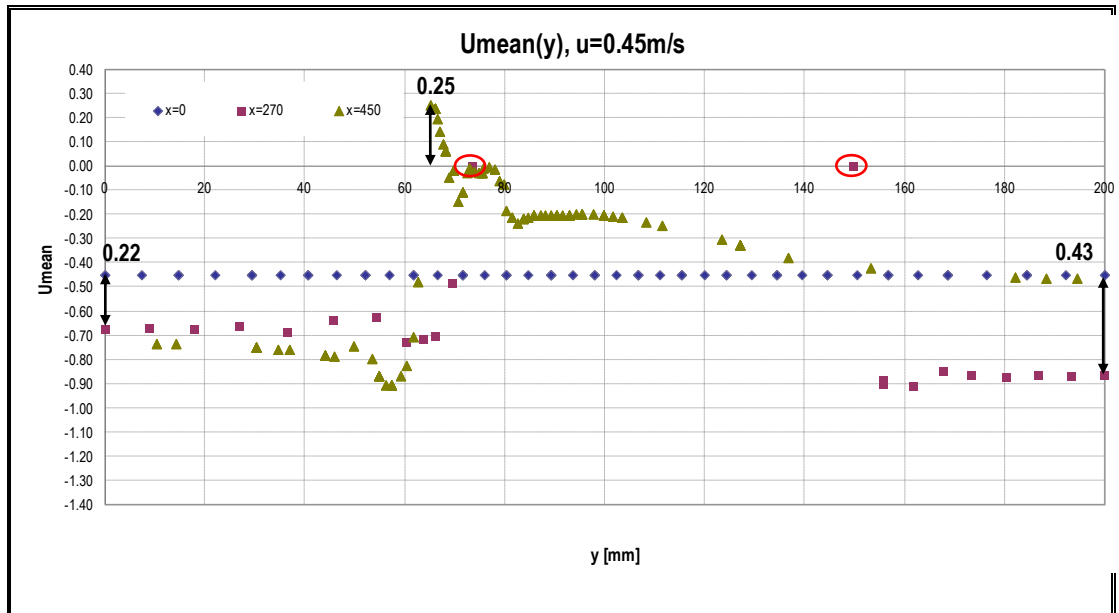
Cabe destacar que como los valores a reportarse no son resultado de un proceso experimental no se incluyen curvas de tendencia; además los Nodos que corresponden al corte a  $x=0$  mantienen las velocidades iniciales dado que corresponde a una condición de frontera, a diferencia de lo observado con los resultados experimentales del capítulo anterior.



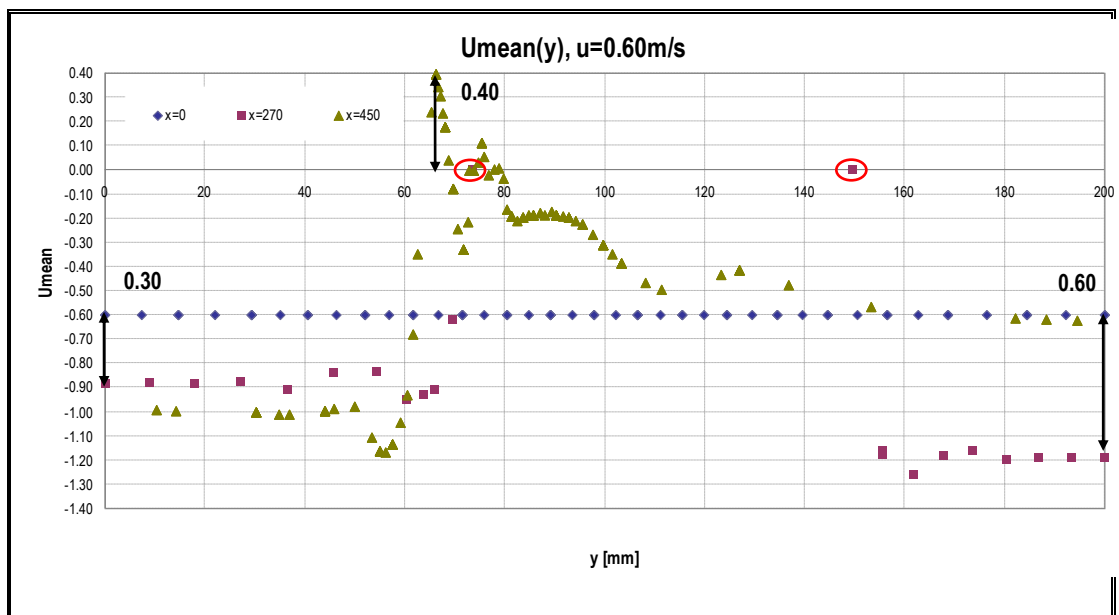
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 35.- Umean(y)  
SECCIÓN TRANSVERSAL SEGMENTADA

Al igual que en el subcapítulo anterior, se reporta la variación en la velocidad del fluido de la curva  $x=270$  mm con respecto al flujo libre (corte a  $x=0$  mm), para cada velocidad analizada. Entonces se tiene que cuando  $y=0$ , ésta varía en: (a) 0.10, (b) 0.14, (c) 0.22 y (d) 0.30 m/s. Al incrementar la velocidad del fluido, dicha variación aumenta. Esto podría ser debido a que la sección de circulación del fluido se reduce cuando  $y$  va de 0.00 a 75.00 mm. Cuando  $y=75$  mm, en todas las gráficas se presenta un Nodo en el que la velocidad es nula, lo que indica que se encuentra ubicado sobre la frontera del cuerpo sólido.

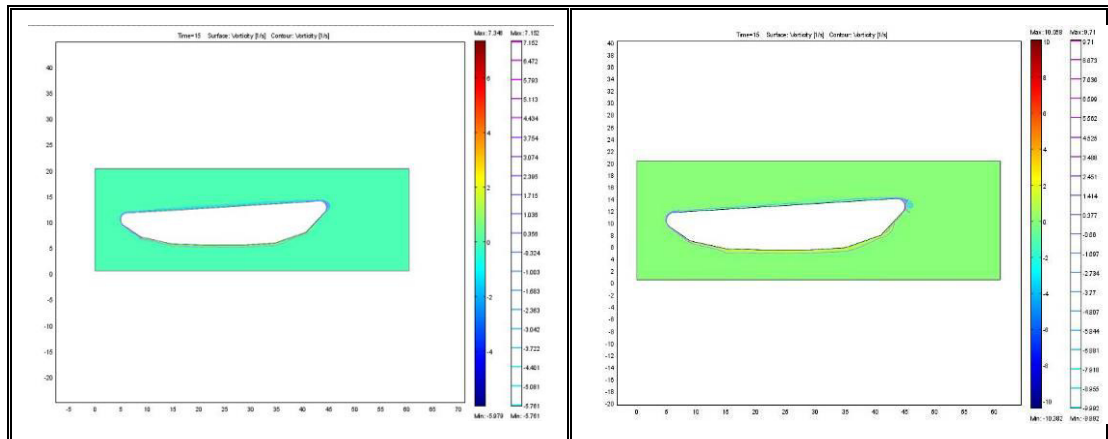
Haciendo referencia a la curva anterior, velocidades al corte  $x=270$  mm, su variación con respecto del flujo libre (recta para  $x=0$ ), se presenta de la siguiente forma cuando  $y=200$  mm: (a) 0.14, (b) 0.23, (c) 0.43 y (d) 0.60 m/s. Esta variación podría deberse a la influencia de los codillos de esta sección segmentada que tiende a incrementar la velocidad del flujo. Esto se presenta cuando  $y$  es mayor a 150 mm. Este Nodo expuesto en todas las gráficas anteriores, muestra una velocidad igual a cero que indica que coincide con la frontera.

En el corte de Popa, a  $x=450$  mm, para las cuatro gráficas se presentan nodos con velocidad invertida, lo cual indica la presencia de Contraflujo. Esta variación se ha evaluado en cada gráfica, con los

siguientes resultados: (a) 0.03, (b) 0.15, (c) 0.25 y (d) 0.40 m/s. Esto significa que el Contraflujo se incrementa a medida que la velocidad aumenta. También cabe destacar que el número de Nodos en los que cambian de signo en dicha curva se incrementa a medida que se incrementa la velocidad.

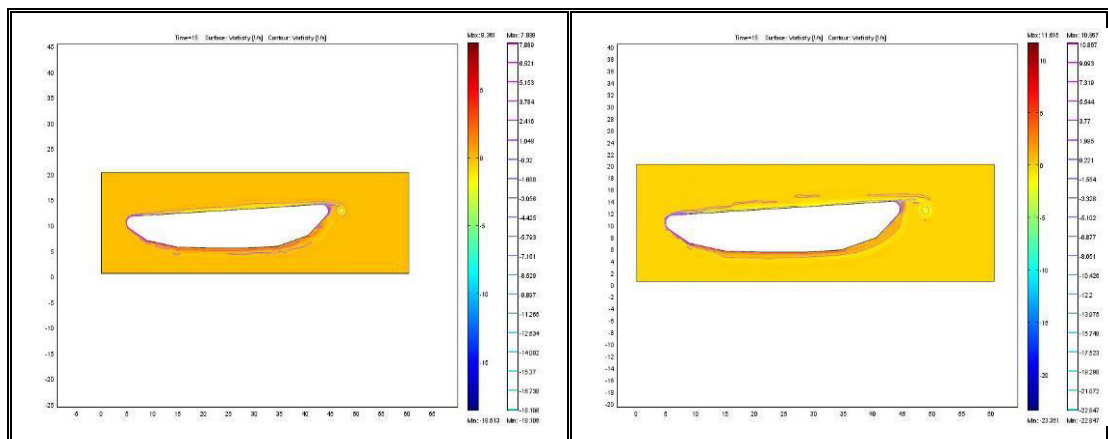
Al igual que en el subcapítulo anterior, se procederá a obtener las gráficas de vorticidades para la sección transversal segmentada.





(a)  
 $u = 0.15 \text{ m/s}$

(b)  
 $u = 0.25 \text{ m/s}$



(c)  
 $u = 0.45 \text{ m/s}$

(d)  
 $u = 0.60 \text{ m/s}$

Figura 36.- Vorticidades  
SECCIÓN TRANSVERSAL SEGMENTADA

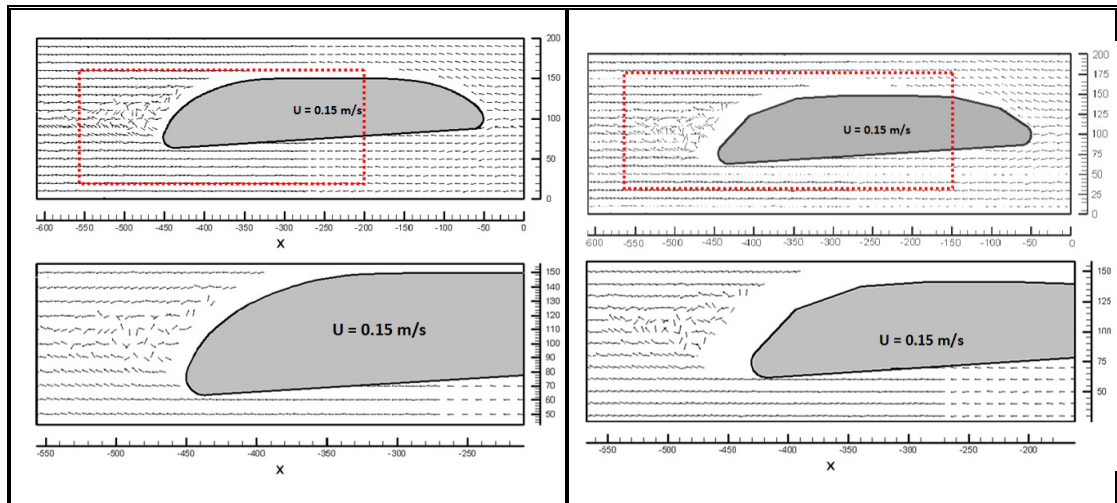
Para todas las gráficas de la figura 36, el rango de vorticidades positivas en el subdominio van desde 0.00 hasta aproximadamente 1.50 [1/s]. También se encontró valores fuera de este rango alrededor de la frontera del cuerpo, que se pudo haber formado debido a la separación de la capa límite. En la estela formada en la parte posterior del cuerpo, se formó un banco de vorticidades negativas que aparecen cuando la velocidad es de 0.45 m/s y 0.60 m/s. Dichas vorticidades llegan aproximadamente hasta -2.00 [1/s].

# **CAPÍTULO IV**

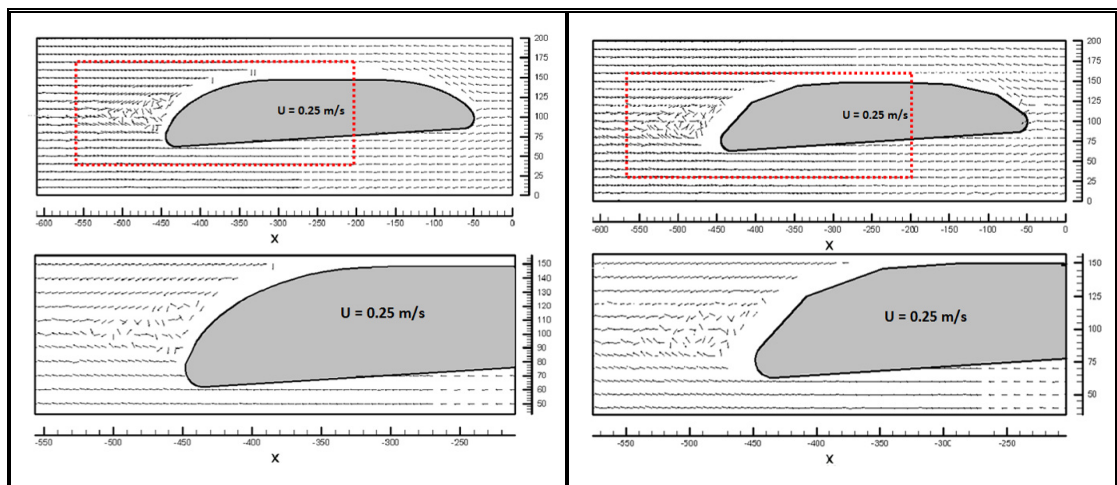
## **COMPARACIÓN DE LOS CAMPOS DE VELOCIDAD OBTENIDOS EXPERIMENTAL Y NUMÉRICAMENTE**

### **4.1 COMPARACIÓN DE RESULTADOS EXPERIMENTALES EN LAS SECCIONES TRANSVERSALES REAL Y SEGMENTADA**

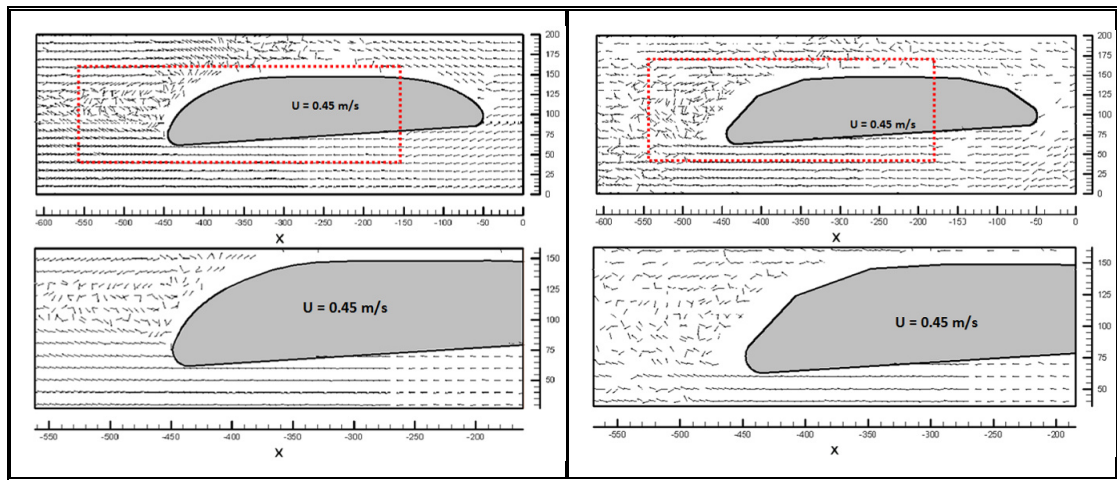
En el presente subcapítulo, se presenta la comparación del análisis experimental de los campos de velocidad desarrollado en el Capítulo 2, entre las secciones transversales Continua y Segmentada, de la siguiente forma. Primero se compararán las gráficas de los campos de velocidad en forma de vectores obtenidos en cada medición mediante el sistema LDA de Dantec Dynamics (valores medios de las componentes en las dos direcciones); luego, mediante la presentación de un gráfico que muestre por separado las velocidades en cortes a  $x=0$ , 270 y 450 mm, se compararán las curvas obtenidas para la sección Real y Segmentada.



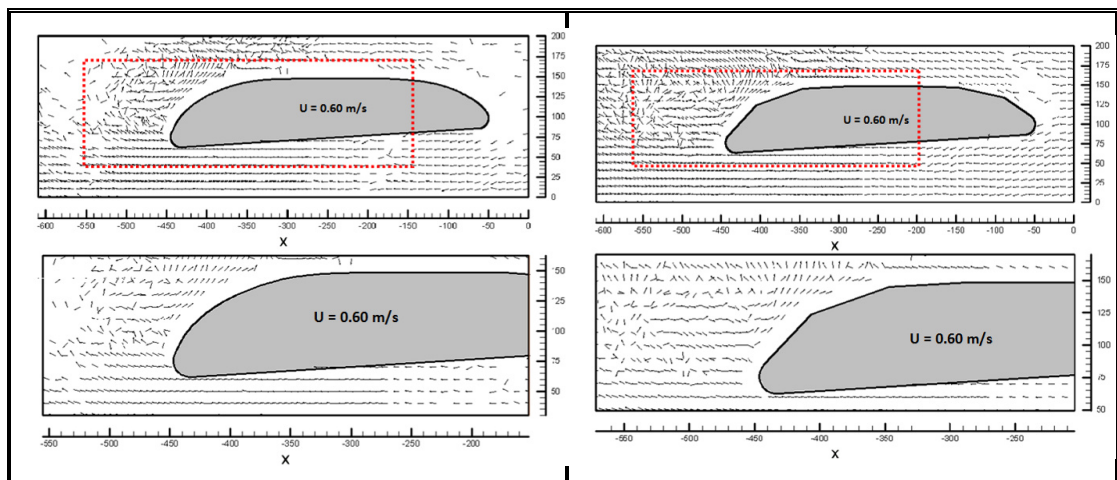
(a)



(b)



(c)

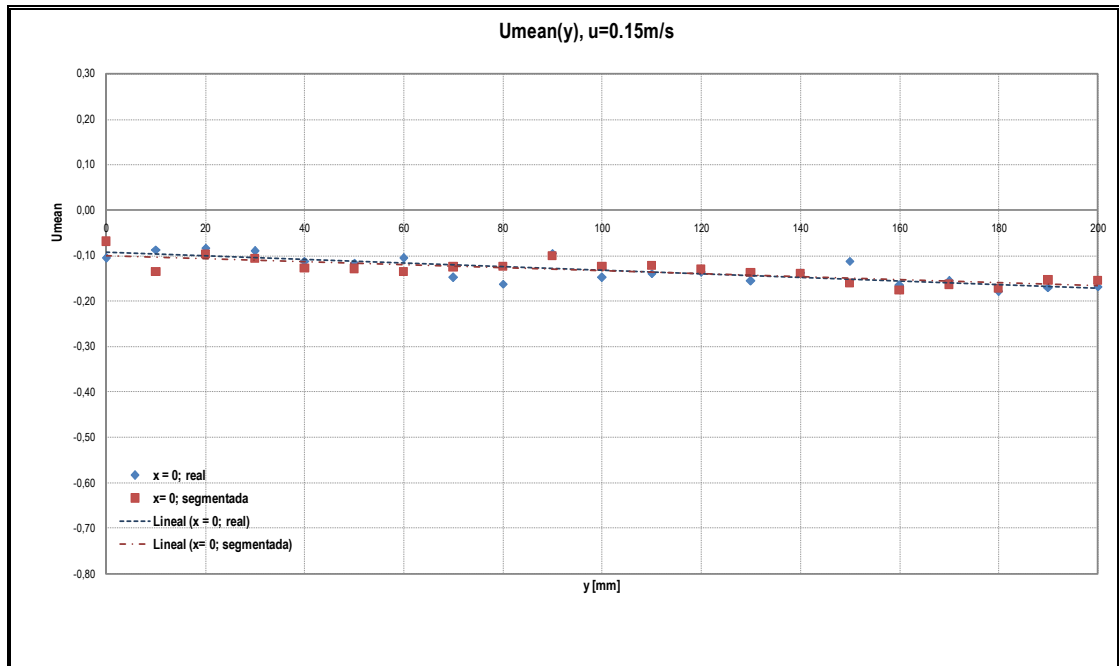


(d)

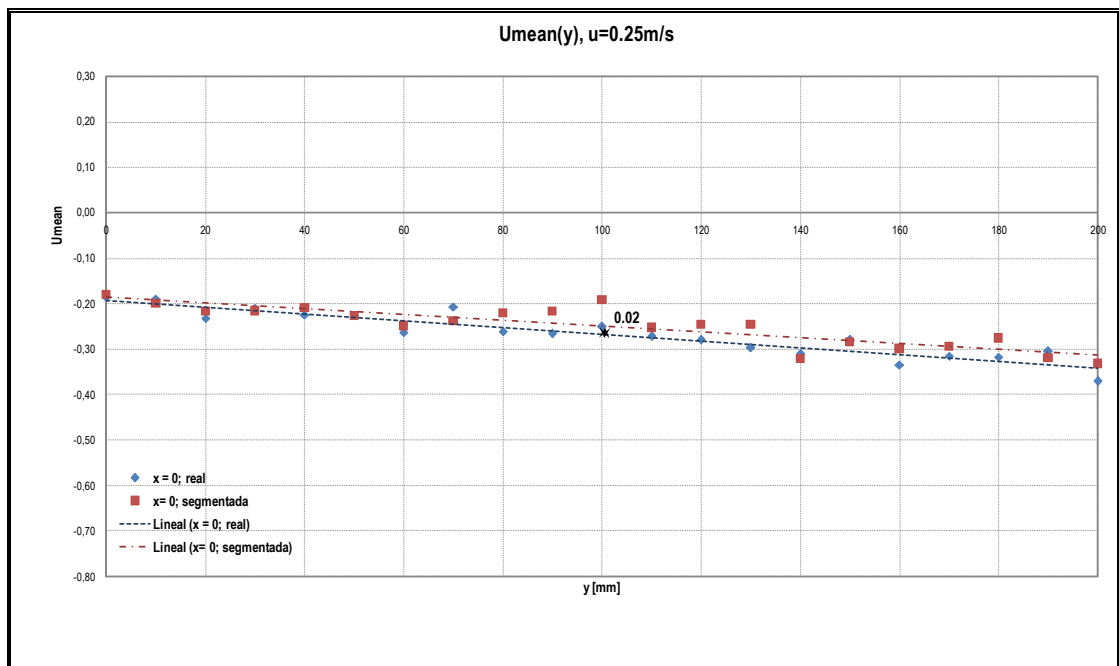
Figura 37.- Vectores de los Campos de Velocidad

En la gráfica (a) de la figura 37 para velocidad de flujo libre de 0.15 m/s, se observa que la distribución de vectores en la sección transversal continua y la segmentada, en general, es similar. Esto puede deberse a que el campo de velocidad del fluido no se ve influenciada mayormente por la presencia de los codillos en la sección segmentada. Sin embargo, a medida que se incrementa la velocidad de flujo, se observa en las gráficas (b), (c) y (d), que el número de puntos que no siguen la dirección inicial del fluido, es mayor en la sección Segmentada que en la Continua. Esto se deber a la influencia de la presencia de los “codillos” en dicha sección.

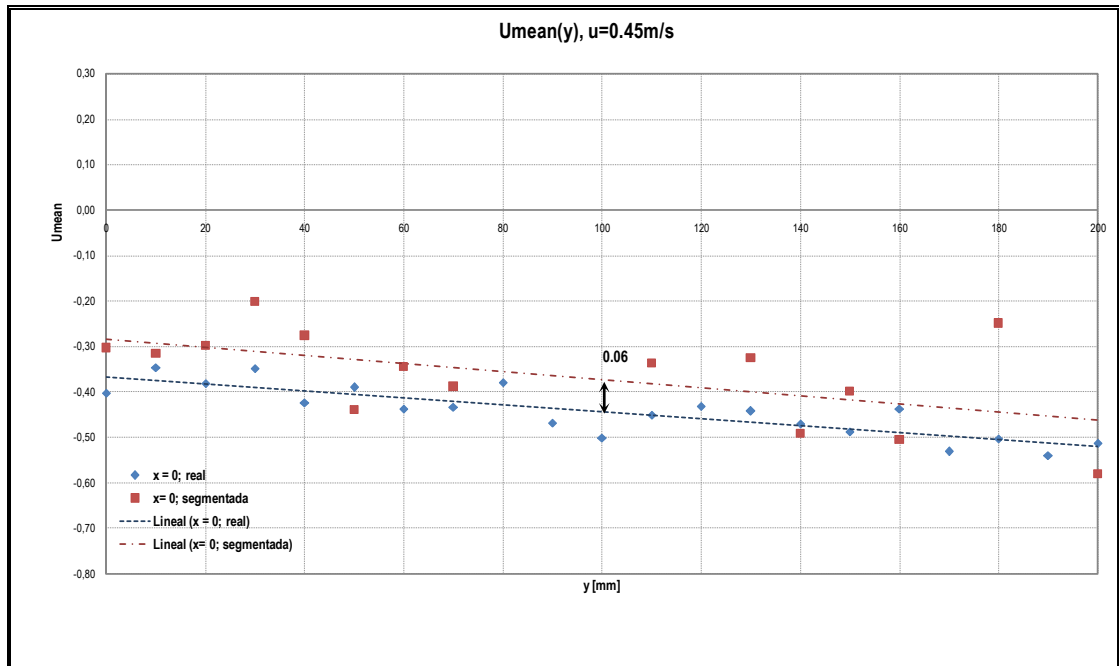
A continuación se mostrarán las gráficas en el corte  $x=0$ , para ambas secciones y a diferentes velocidades:



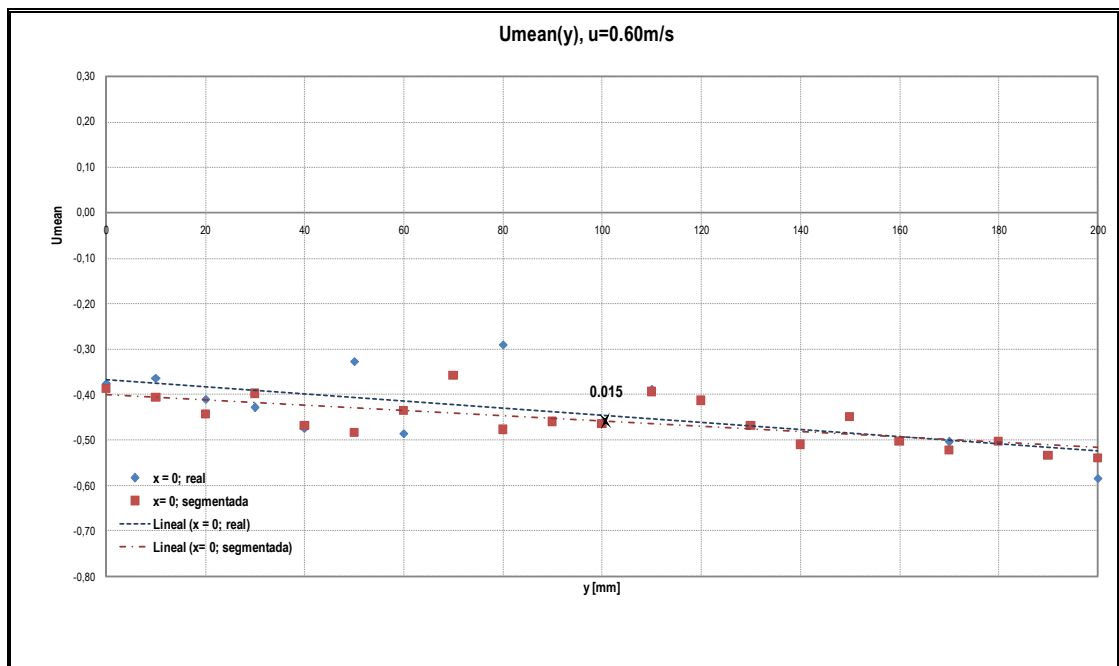
(a)



(b)



(c)



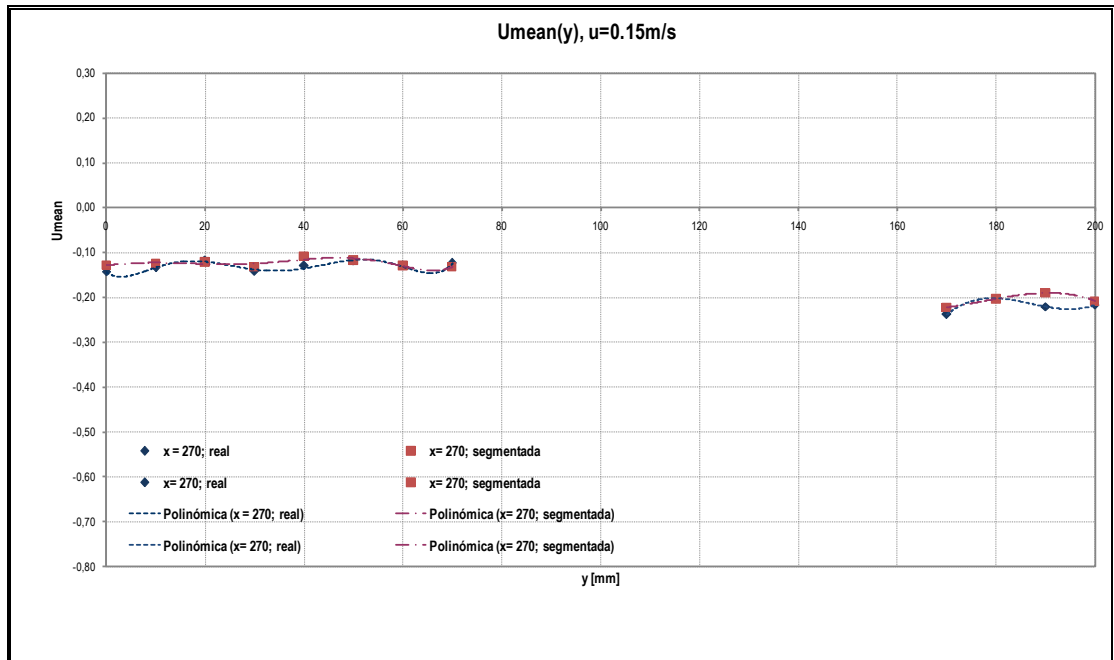
(d)

Figura 38.- 1era Zona; x=0

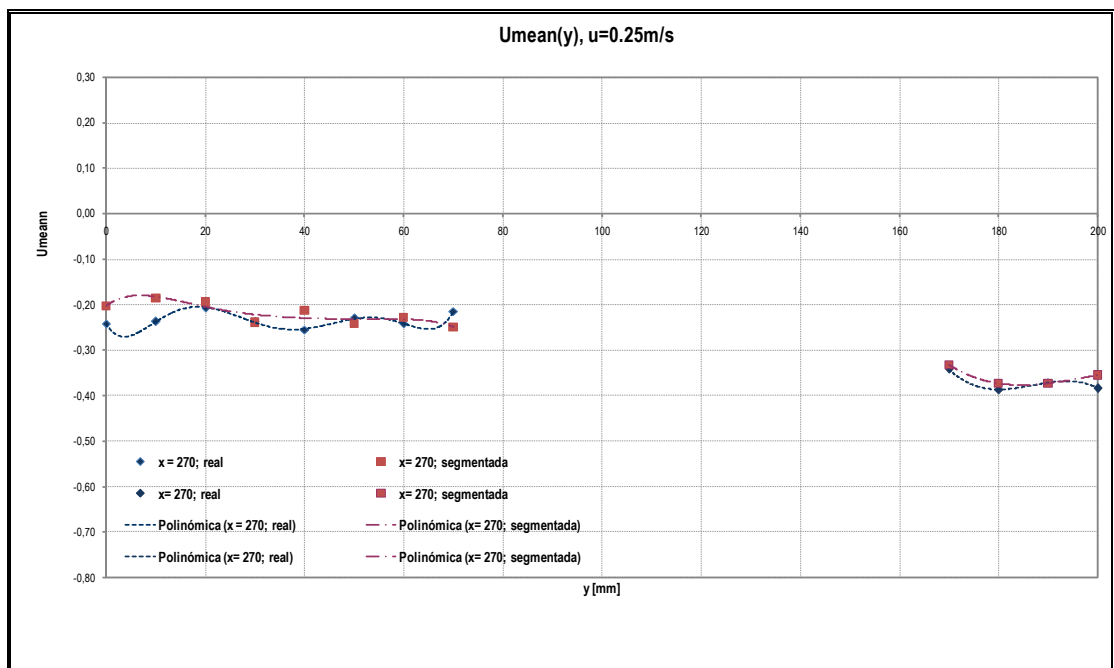


En esta figura se presentan las variaciones de las velocidades para el corte a  $x=0$ , que coincide con el borde de entrada del dominio analizado; esta distribución debería ser constante. En la gráfica (a), para 0.15 m/s, básicamente las líneas de tendencia para la primera partición coinciden para las dos secciones, Continua y Segmentada. Sin embargo, según se observa en las siguientes gráficas, hay variación entre estas rectas para las velocidades mayores; esta diferencia no debería existir si fuera una situación ideal, pero las condiciones reales del flujo en el tanque de recirculación varían. Para medir dicha variación se tomó la diferencia existente en  $y= 100$  mm para ambas secciones, obteniéndose las siguientes diferencias: (b) 0.02, (c) 0.06 y en (d) 0.015 m/s.

Para la siguiente comparación, se tomaron las curvas de tendencia generadas en el segundo corte,  $x= 270$  mm, en la Sección Continua y Segmentada, como se observa en la siguiente figura. Debe recordarse que este corte coincide con la Sección Media del cuerpo, de manera que en la parte central de la figura hay una zona sin mediciones del fluido:



(a)



(b)

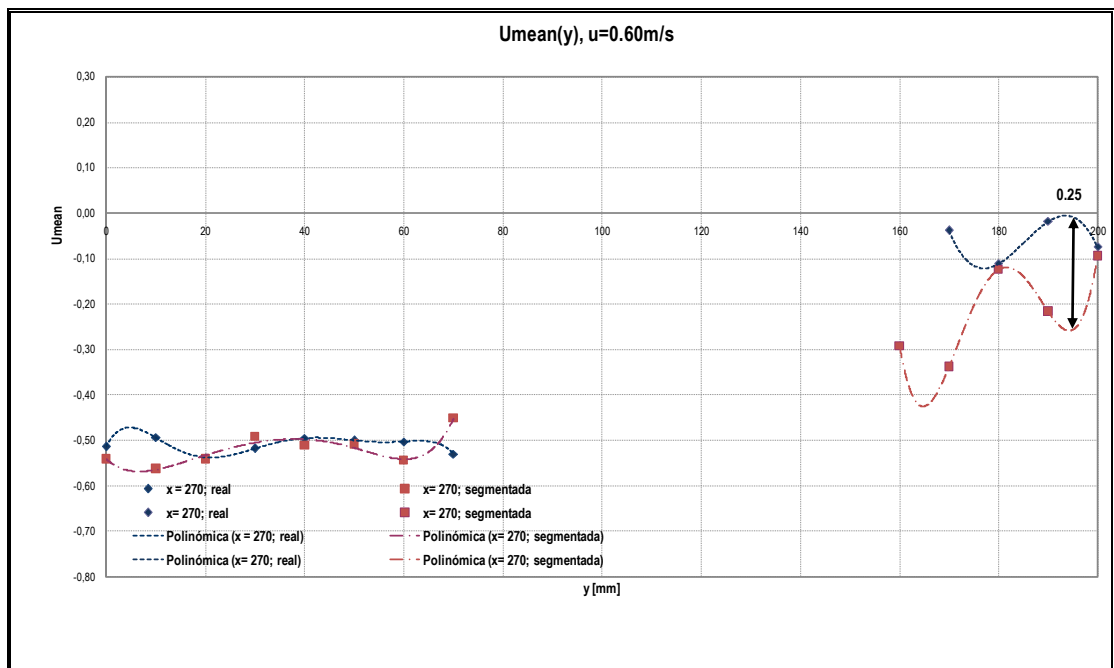
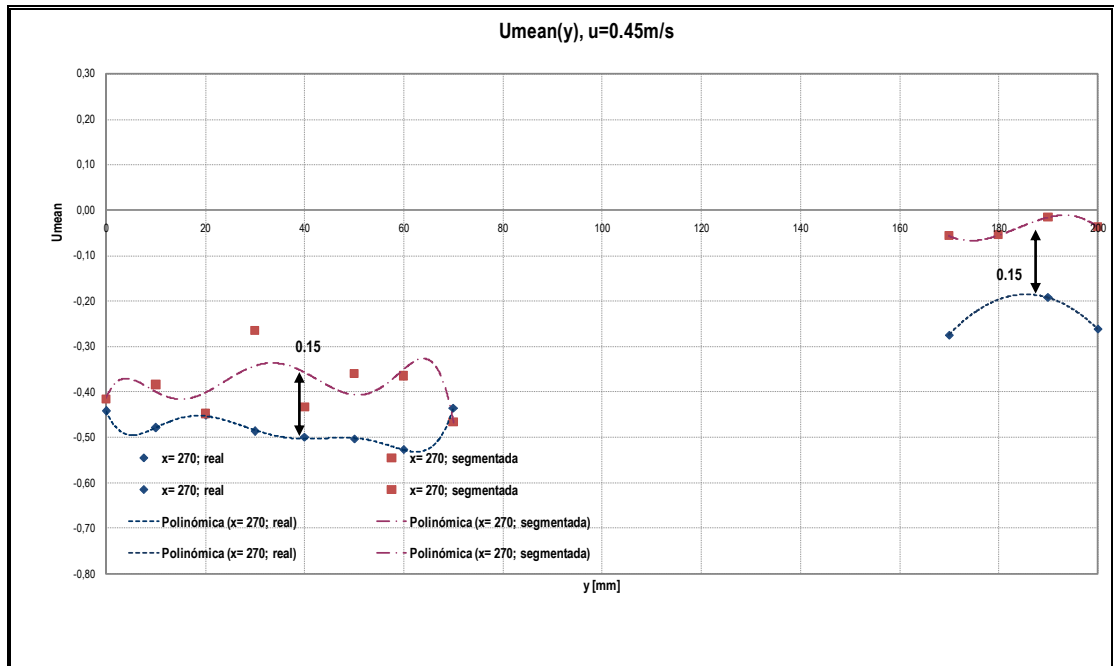
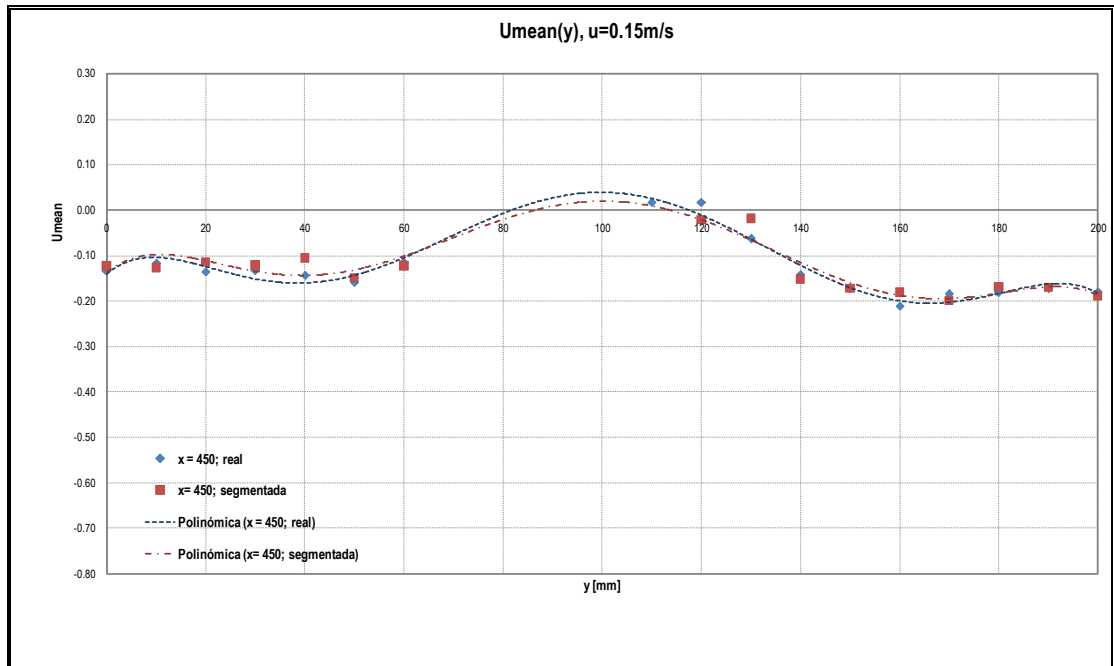


Figura 39.- 2da Zona; x=270 mm

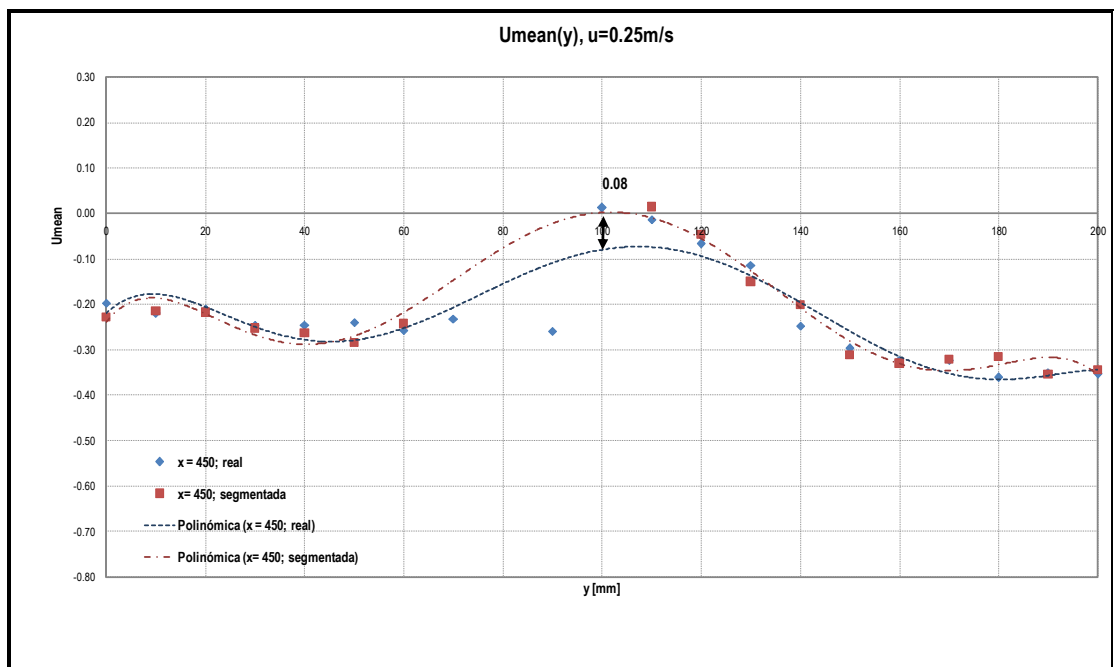
En las gráficas (a) y (b) de la presente figura, las curvas de tendencia de las secciones Real y Segmentada, son similares. En cambio, para la gráfica (c), la diferencia entre ambas curvas es significativa, siendo esta variación de 0.15 m/s. Esto puede deberse a que, en la gráfica de velocidad de Flujo Libre para una velocidad de 0.45 m/s, existe de entrada una variación de 0.06 m/s, lo cual pudo haber influido en el incremento de dicha diferencia en la parte media del modelo.

En la gráfica (d), se nota una diferencia entre las curvas de tendencia de ambas secciones, en la parte baja del modelo. En el caso de la Sección Real, se presenta dicha variación en la parte curva del modelo y en el caso de la Sección Segmentada, en el lugar donde se presentan los codillos. Dicha variación es en promedio, aproximadamente 0.25 m/s.

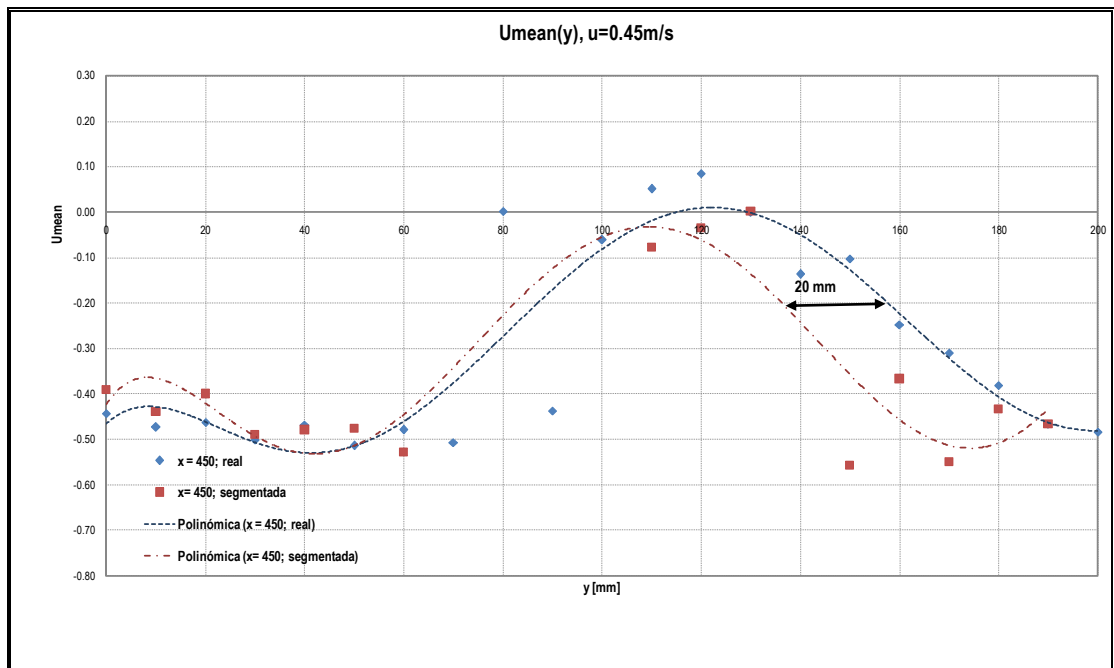
A continuación se presentarán las gráficas para la realización de la comparación en la tercera zona, de Popa, en la cual se produce la estela de ambas secciones.



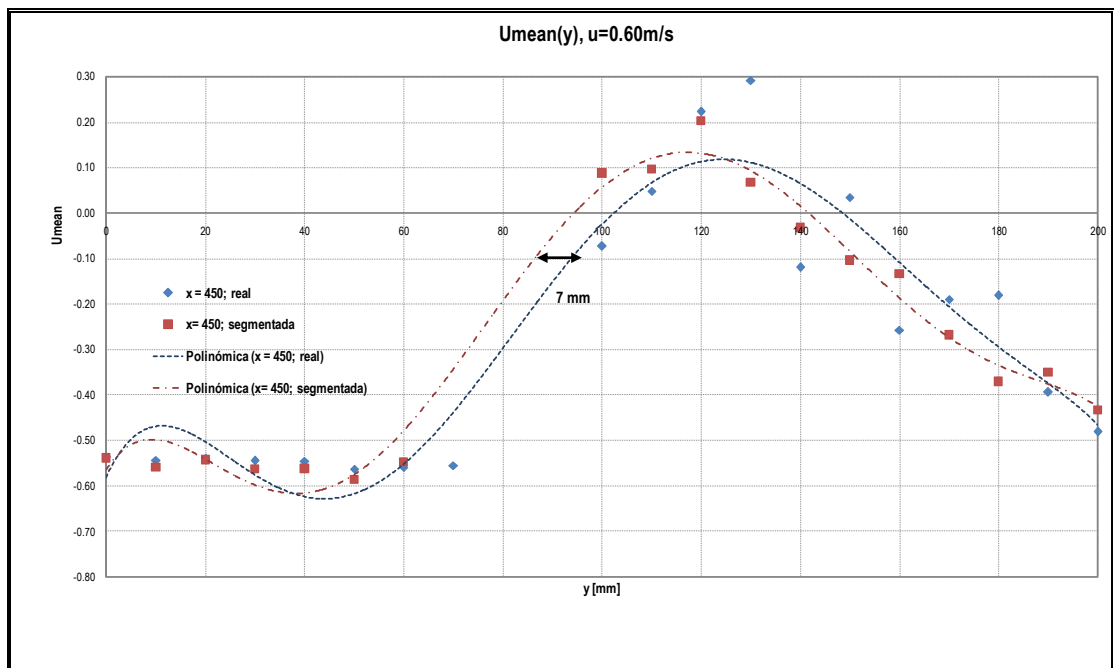
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 40.- 3era Zona; x=450 mm

La gráfica (a) de la presente figura, prácticamente no presenta variación entre las Secciones. En la gráfica (b) con una velocidad de 0.25 m/s, hay una variación de 0.08 m/s, presentándose una mayor influencia en la zona de la estela, de la sección Segmentada que en la Continua. Sin embargo, la gráfica que presenta mayor variación es la (c), con un desplazamiento de la curva de tendencia de la sección real de 20 mm con respecto a la curva de la sección segmentada, lo que puede deberse a que el modelo de la sección real no estaba colocado en el correcto sistema de referencia.

En la gráfica (d), la curva de tendencia de la sección Real también está desplazada, sin embargo, este desplazamiento es menor al mostrado en la gráfica (c), cuando  $u=0.45$  m/s, y es de 7 mm con respecto a la curva de la sección segmentada. Debido a que solo la estela se ha desplazado, se cree que la sección no ha sido igualmente posicionada y esto es lo que ha afectado dicho desplazamiento; sin embargo, esto también pudo haber sido causado por el cambio de sección transversal, al presentar codillos la sección segmentada.

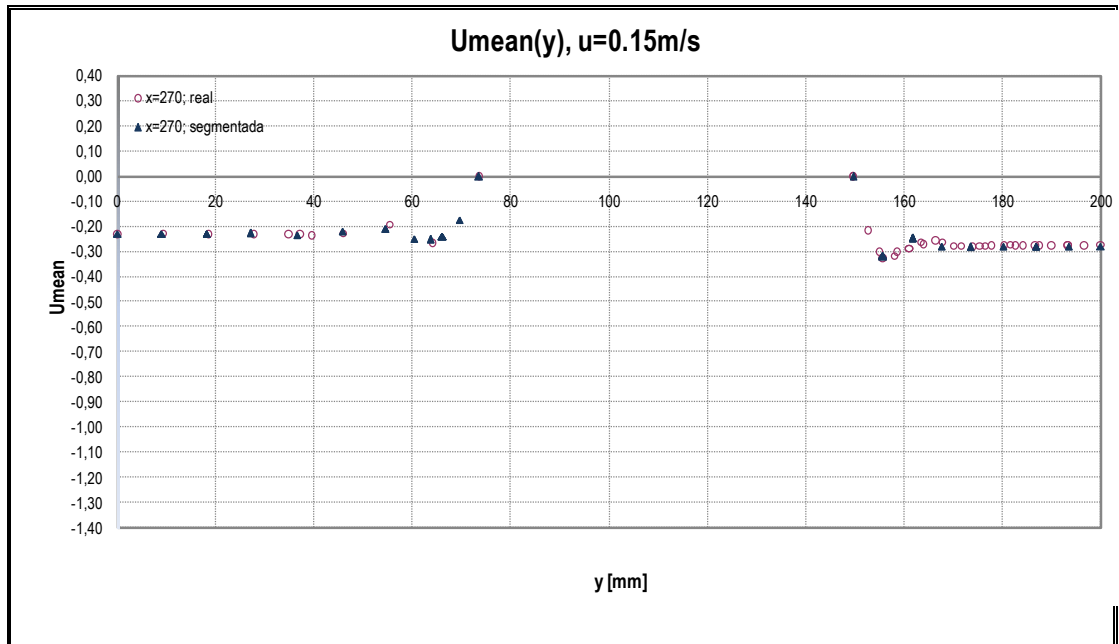
Mediante el mismo tipo de comparación realizado en el presente subcapítulo, se trazarán las gráficas correspondientes a los resultados

numéricos, lo que ayudará en la comparación del siguiente subcapítulo.

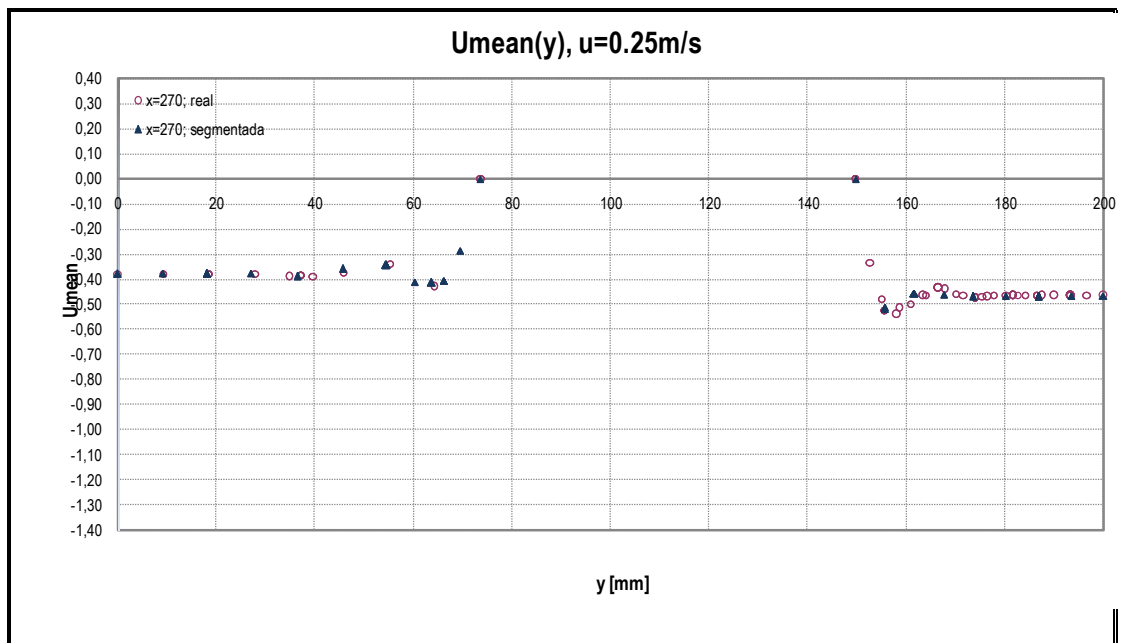
#### **4.2 COMPARACIÓN DE RESULTADOS NUMÉRICOS EN LAS SECCIONES TRANSVERSALES REAL Y SEGMENTADA**

De la misma forma que en el subcapítulo anterior, se presentará la comparación de los resultados del análisis numérico desarrollado en el Capítulo 3, entre las secciones transversales Continua y Segmentada de la siguiente forma. Primero se presentarán gráficos que muestren por separado las franjas alrededor de los cortes a  $x=270$  y  $450$  mm, en las cuales se compararán las curvas obtenidas para la sección Real y Segmentada por cada velocidad. Finalmente se hará la comparación entre las distribuciones de presión obtenidas alrededor de cada sección, para cada velocidad. Cabe destacar que el corte a  $x=0$ , no ha sido tomado en cuenta, ya que al ser un proceso numérico, las dos dispersiones de valores, en ambas secciones, son iguales, dado que se trataba de una condición de frontera, por lo que se obvia dicha presentación.

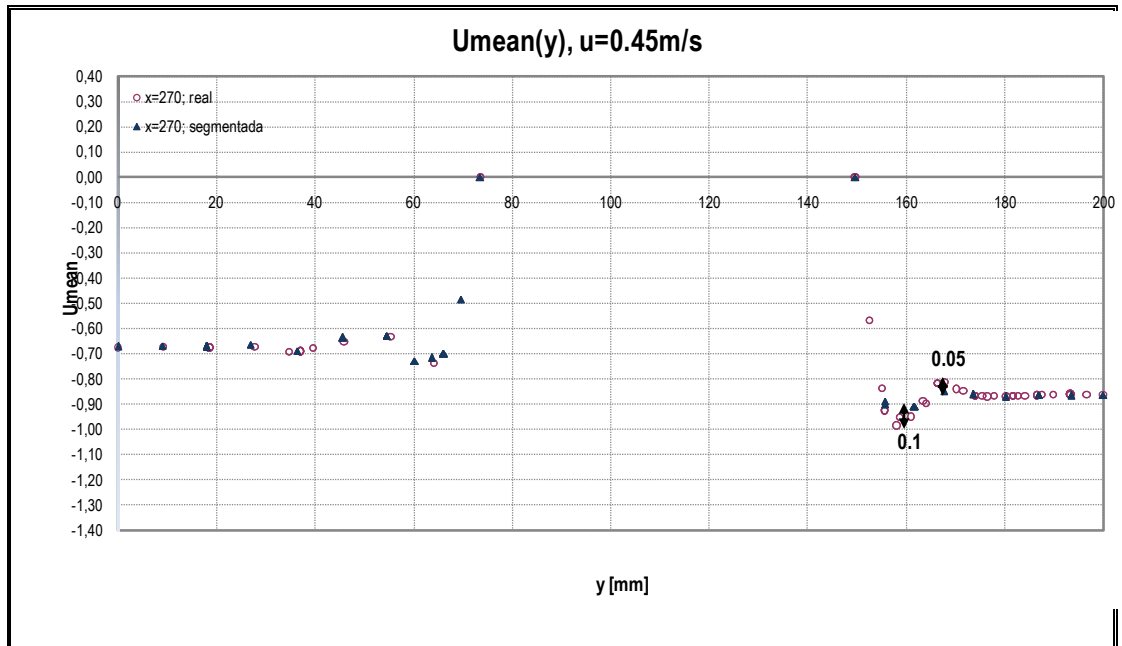




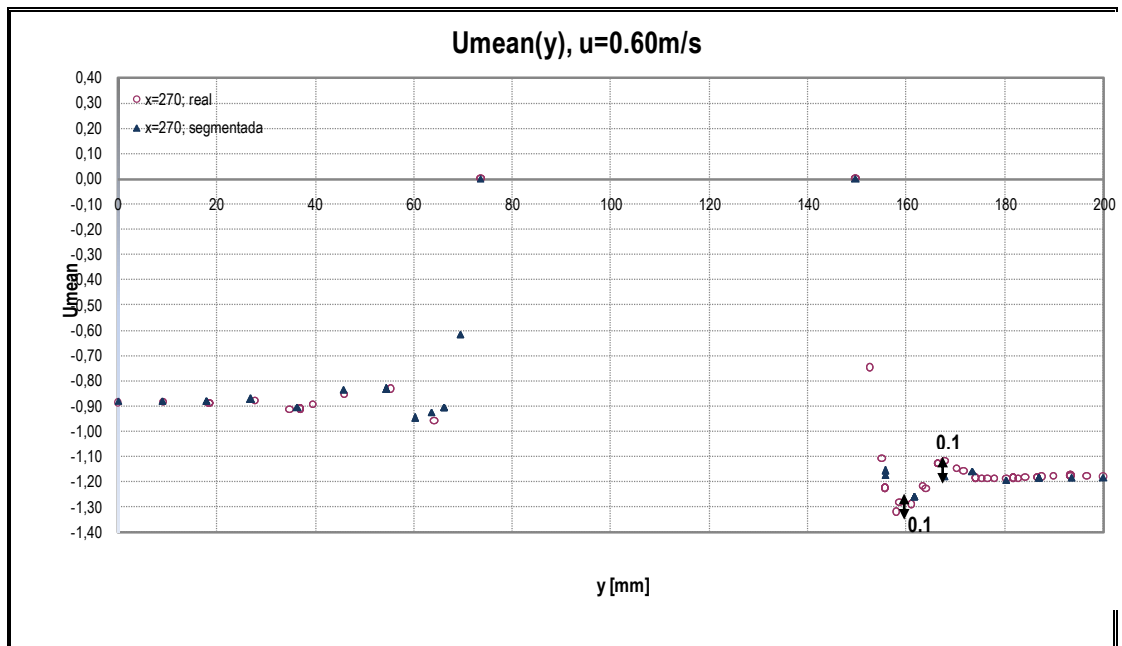
(a)



(b)



(c)



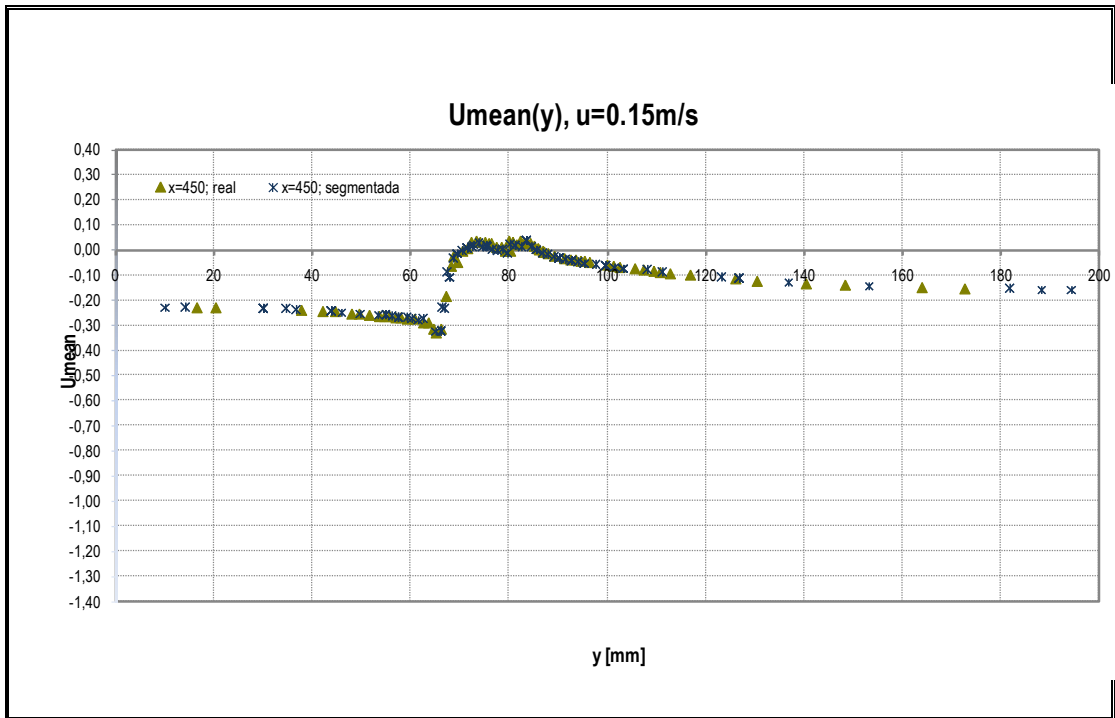
(d)

Figura 41.- 2da Franja; x=270 mm

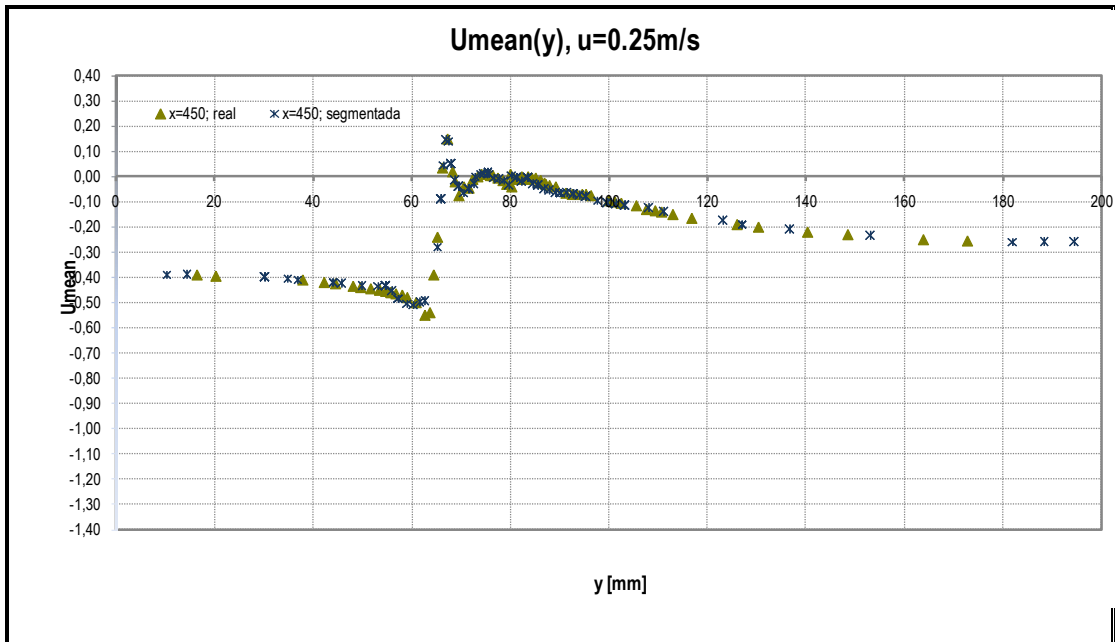
En las dos primeras gráficas de la figura 41, la dispersión de datos en la sección Continua y Segmentada, es prácticamente igual. Parece que en este corte, tanto la velocidad en flujo libre, como la forma de la sección no han influenciado en la variación de la velocidad en ambas curvas.

En las gráficas (c) y (d), la variación se presenta, tal como se esperaba, en la parte curva de la sección Real y en la región del modelo que incluye los codillos en la sección Segmentada. Sin embargo, se presenta mayor variación en la sección Real que en la Segmentada, teniendo esta, justamente al salir de la capa límite, una diferencia de 0.1 m/s, y, más adelante cuando  $y = 170$  mm, dicha variación es en la figura (c) de 0.05, y en la (d) de 0.1 m/s.

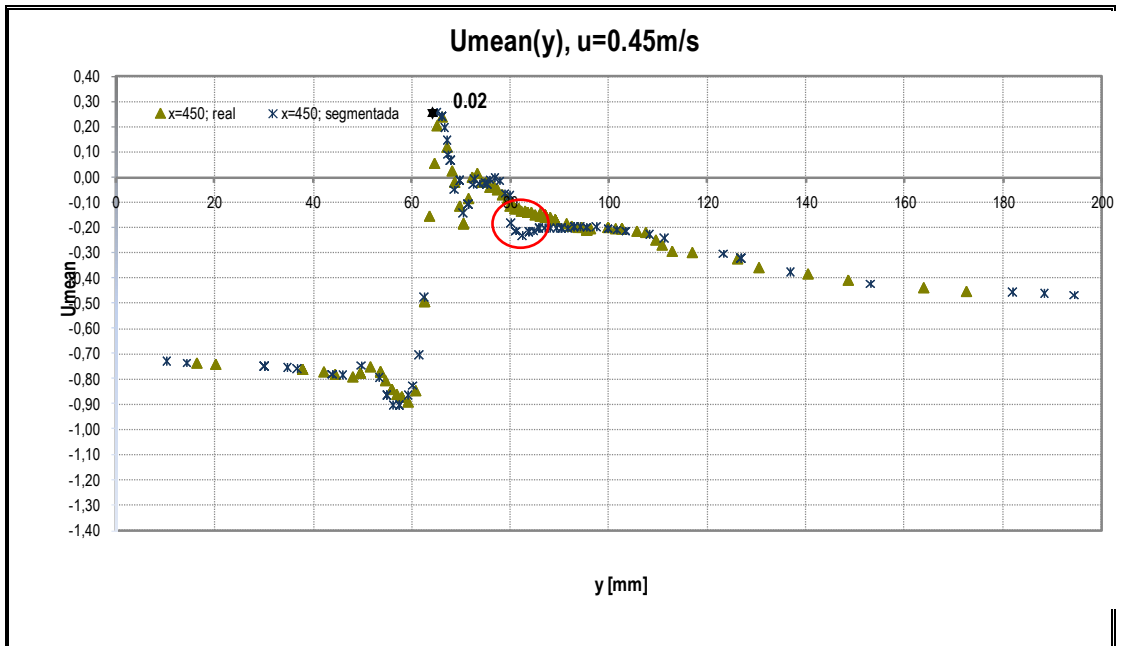
Ahora se procederá a graficar los resultados numéricos del último corte para cada velocidad, de tal forma que se pueda comparar la estela en ambas secciones.



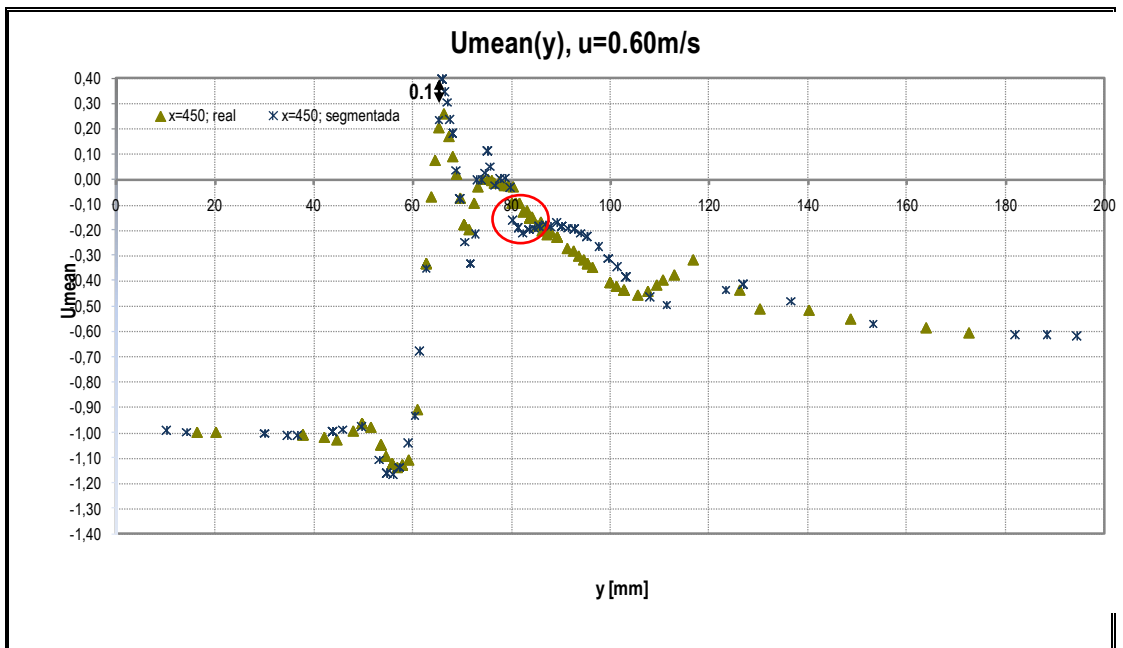
(a)



(b)



(c)



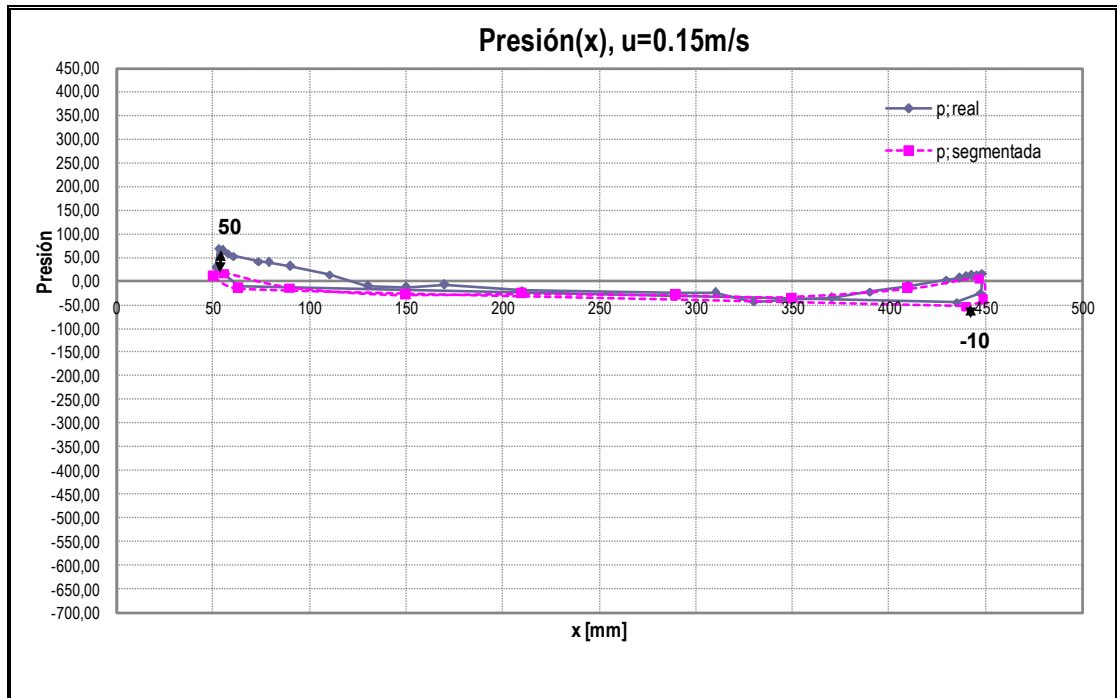
(d)

Figura 42.- 3era Zona; x=450 mm

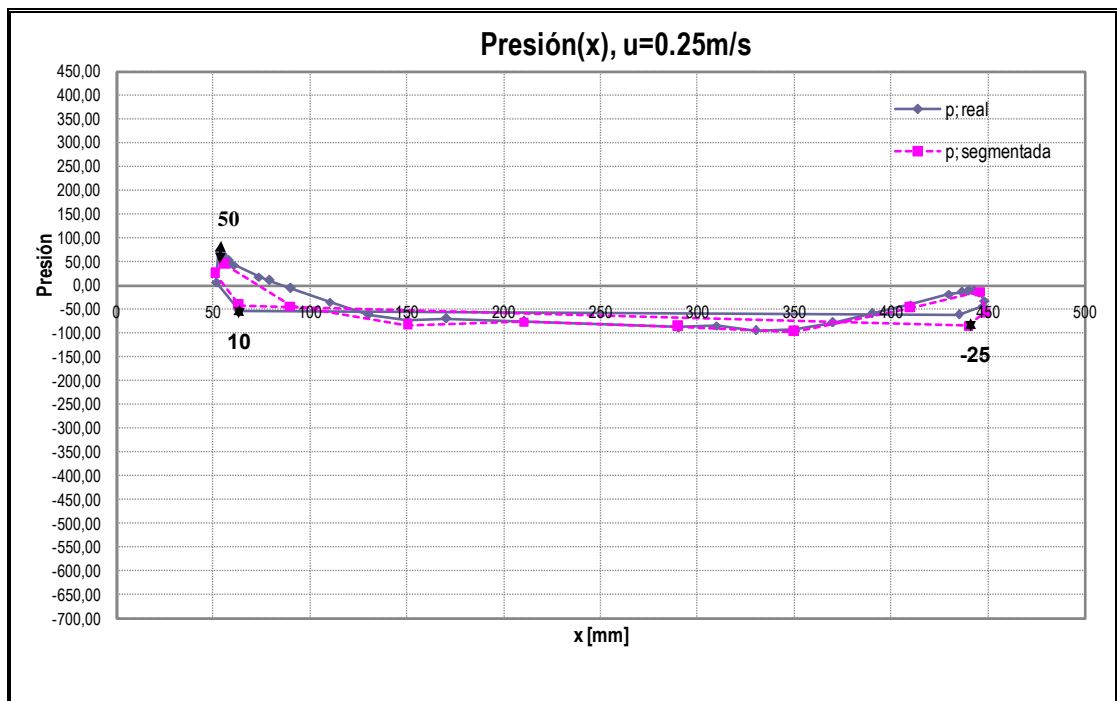
En las gráficas (a) y (b) la dispersión de datos de la Sección Continua es similar a la Segmentada, sin embargo, esta comienza a variar cuando se incrementa la velocidad, la cual se da en las gráficas (c) y (d). Dicha variación se da en la parte donde se forma la estela del modelo, desde  $y=60$  hasta aproximadamente 120 mm, lo que indica que la estela se ve afectada por la forma de la sección y por la presencia de codillos en la Sección Segmentada. Esta variación cuando  $y=65$  mm es en la gráfica (c) de 0.02 y en (d) de 0.1 m/s.

En las gráficas (c) y (d), se dibujó un círculo rojo que muestra la formación de un pico en la dispersión de datos de la Sección Segmentada, cuando  $y$  es aproximadamente 82 mm; este pico no se presenta en la Sección Real. La formación de este pico puede deberse a la influencia de los codillos en la Sección Segmentada. Sin embargo, también se observa que al inicio y al final de cada dispersión de datos, los puntos siguen la misma tendencia.

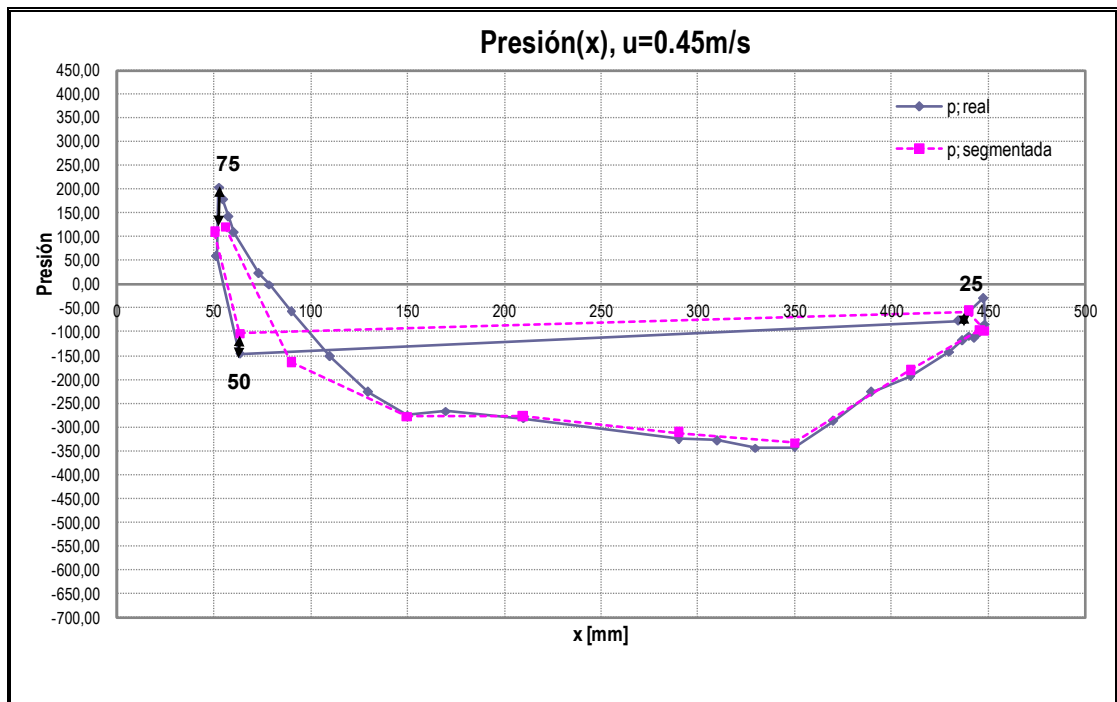
Ahora se procederá a graficar las distribuciones de presión, en bares, para cada velocidad alrededor de la frontera del cuerpo en cada modelo, las cuales se obtienen usando el programa COMSOL [21].



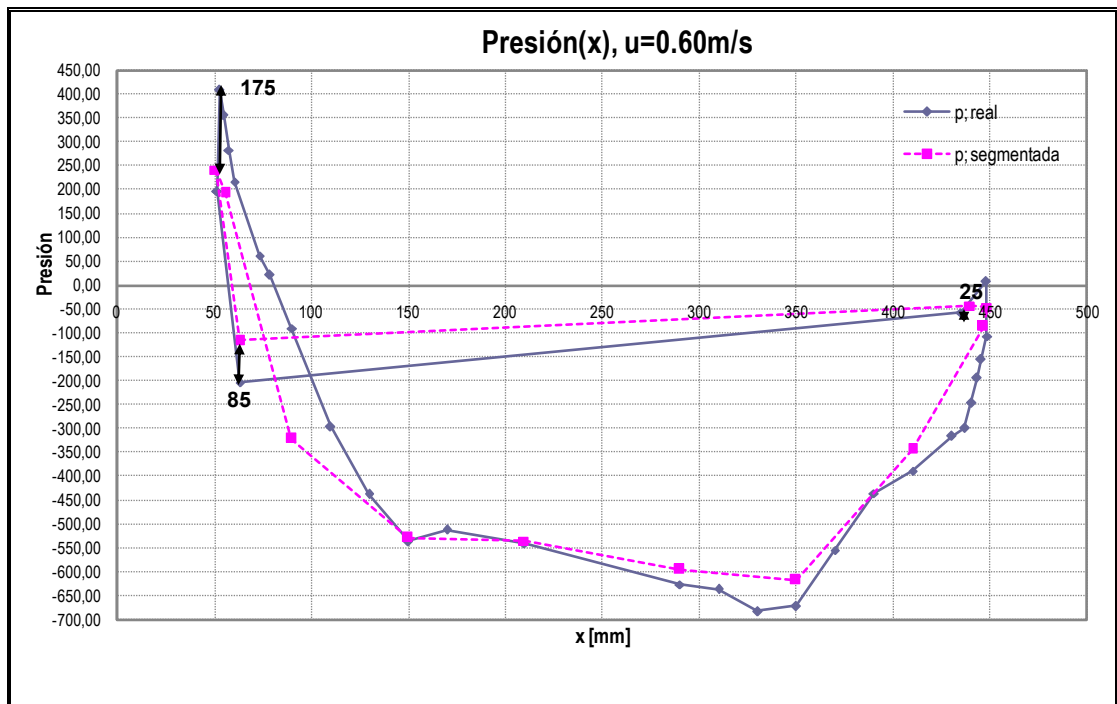
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 43.- Distribuciones de Presión



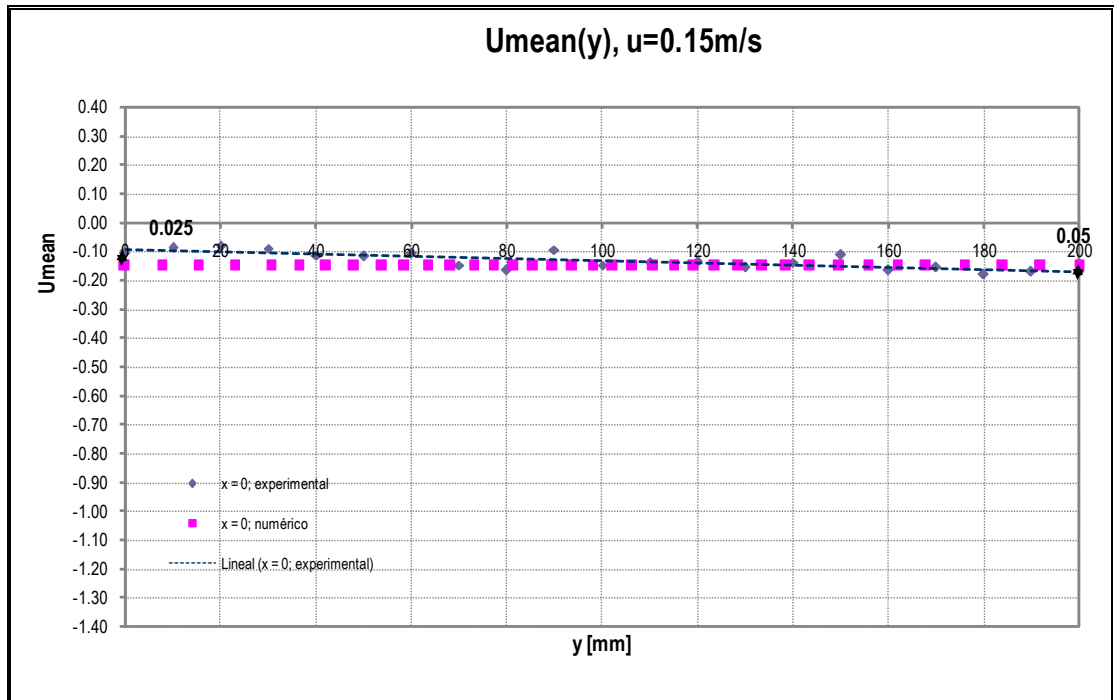
Para todas las gráficas de la figura 43, existe una variación de presión de la Sección Real de la tobera, con respecto a la Segmentada, en la zona de Proa del modelo. Esta diferencia de presión crece a medida que aumenta la velocidad del fluido, de la siguiente forma: (a) 50, (b) 50, (c) 75 y (d) 175 bar.

Si se toma la presión en el primer nodo de la parte recta de ambos modelos, se nota que a medida que la velocidad del fluido se incrementa, la presión se reduce más en la Sección Real que en la Segmentada. Esta variación es en la figura (a) de 0, en (b) de 10, en (c) de 50 y en (d) de 85 bares. Al comparar dicha presión con la tomada en el último nodo de la sección recta, dicho valor se incrementa; lo cual se esperaba al reducirse el área por donde circula el fluido.

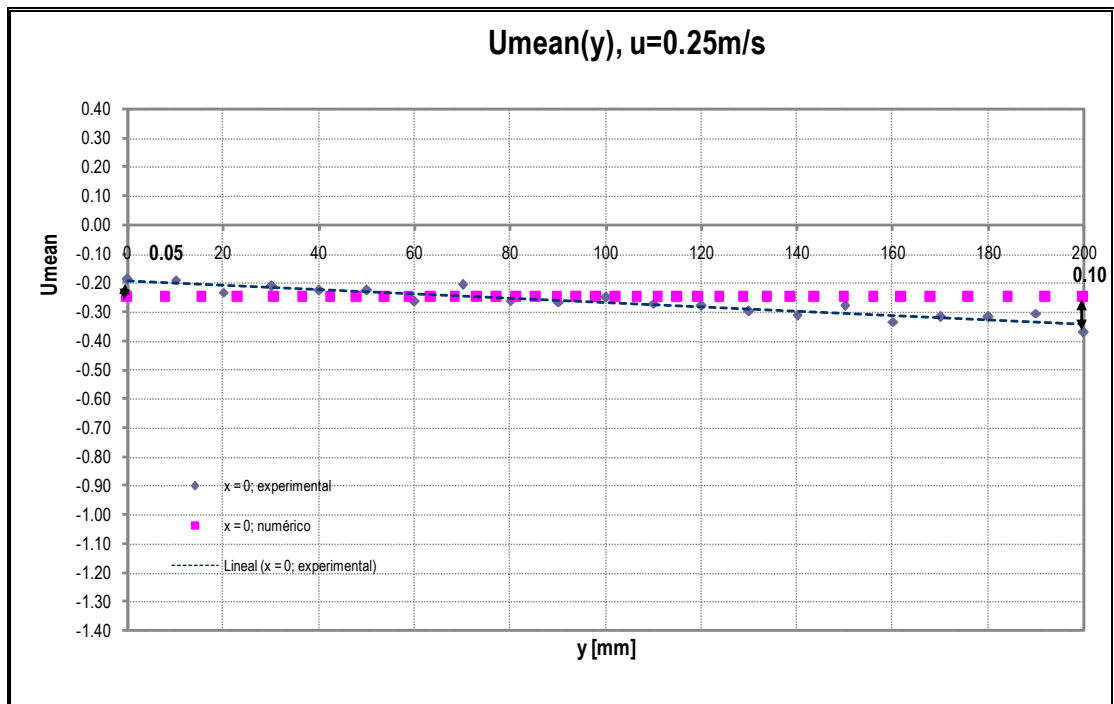
De la misma forma se toma la diferencia de presión en el último nodo de la parte recta de ambos modelos y se encuentra que para la gráfica (a), la variación es de -10, en (b) es de -25, en (c) es de 25 y en (d) es de 25 bares, manteniéndose constante en las últimas dos velocidades. De esta forma se nota que a medida que la velocidad aumenta, la presión en la sección Real baja con respecto a la Segmentada, sin embargo en menor valor al obtenido en el primer nodo.

### **4.3 COMPARACIÓN NUMÉRICO-EXPERIMENTAL DE RESULTADOS**

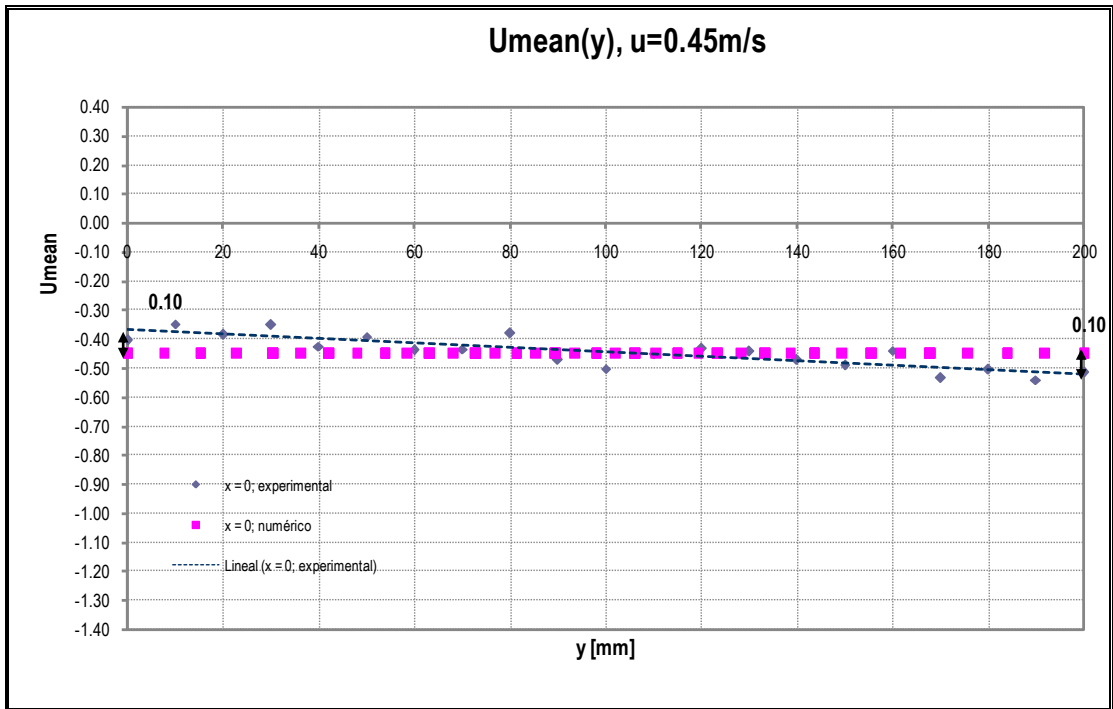
Finalmente se desarrollará una comparación entre los campos de velocidad obtenidos usando el sistema experimental LDA de Dantec Dynamics, [20], y el programa de computación COMSOL, [21], de los dos subcapítulos anteriores.



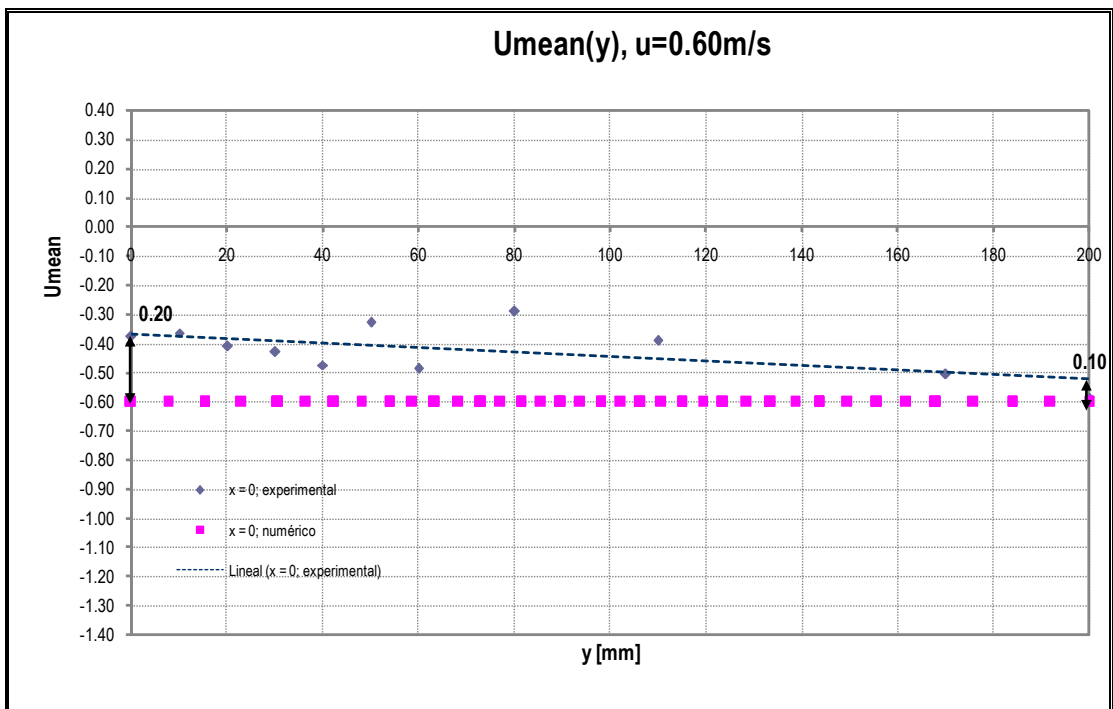
(a)



(b)



(c)

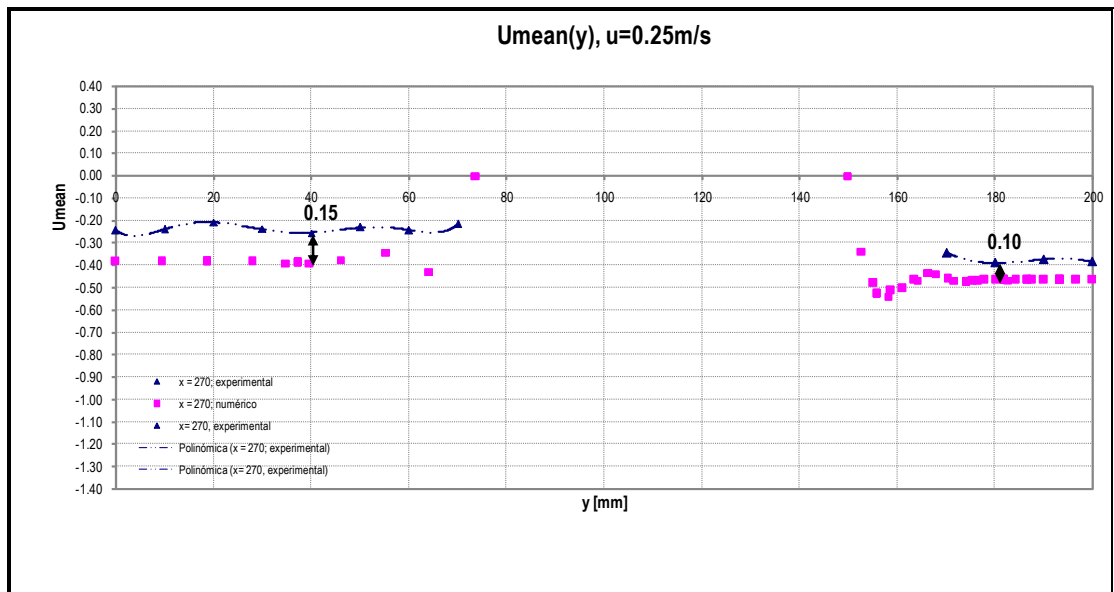
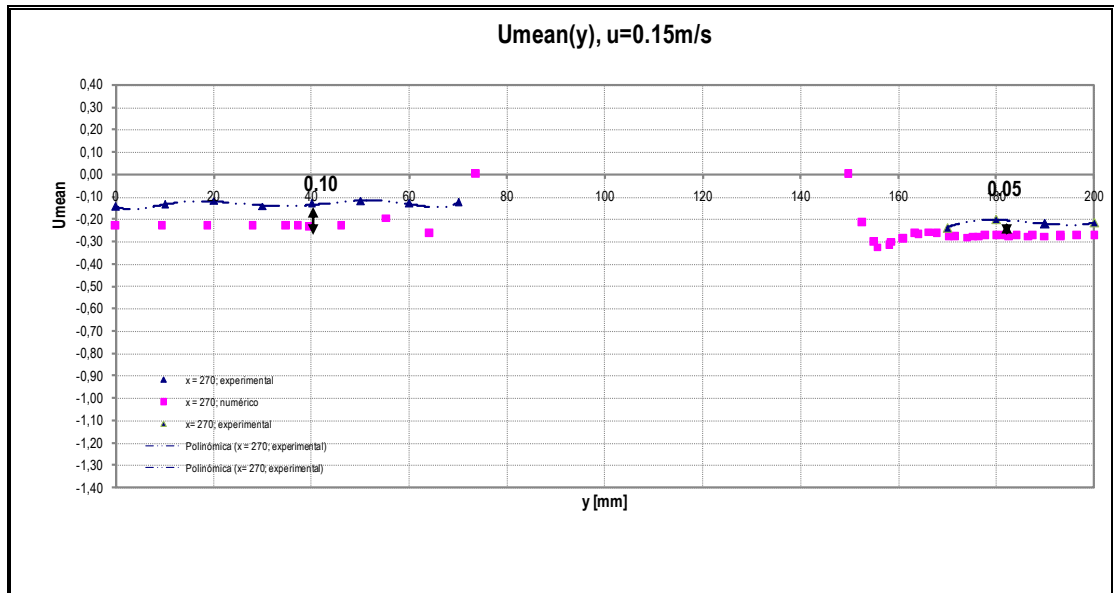


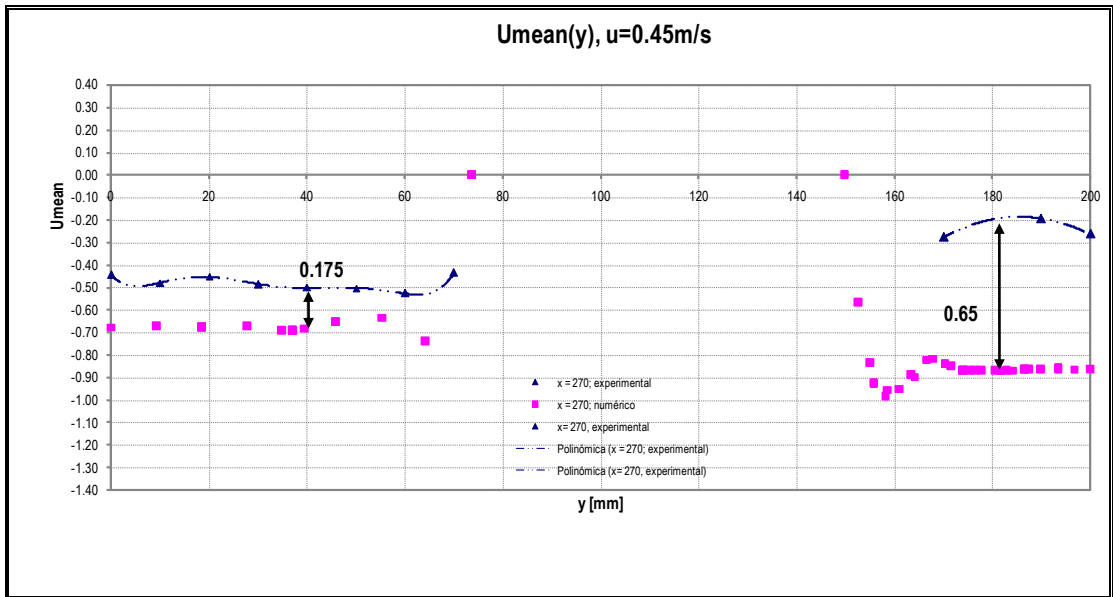
(d)

Figura 44.- Sección Real; x=0

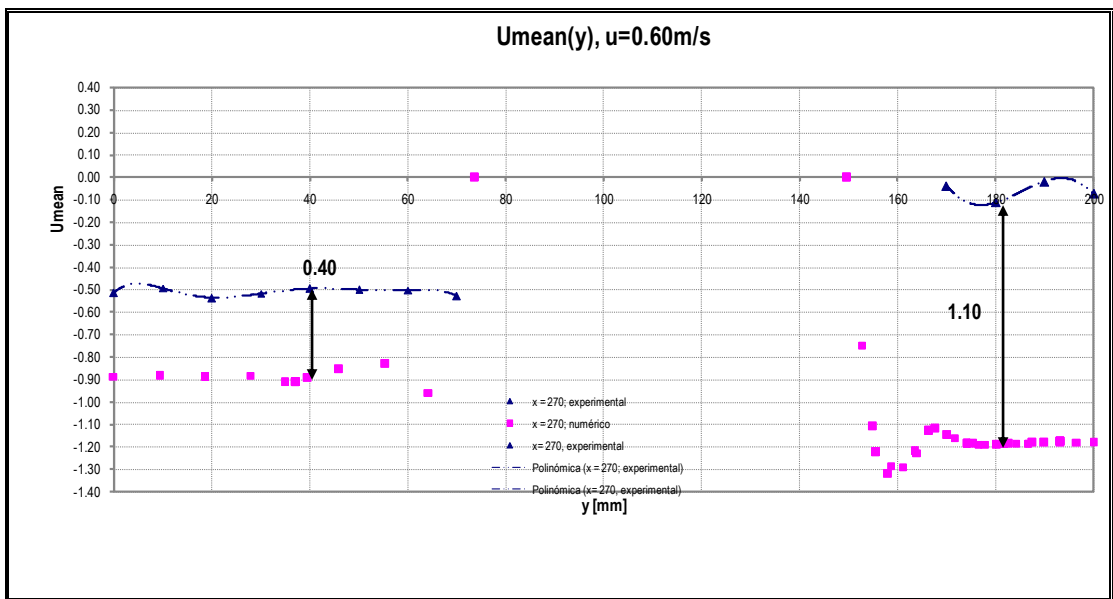
Para el corte  $x=0$  de la Sección Real, se tomó los valores obtenidos mediante el proceso numérico y el experimental, registrándose para  $y=200$  mm, una diferencia constante entre ambas de 0.10 m/s. Sin embargo, para el punto  $y=0$ , esa variación se comporta de la siguiente forma: (a) 0.025, (b) 0.05, (c) 0.10 y en (d) 0.20 m/s. Esta variación puede deberse a la influencia de la pared colocada como frontera del canal, en la velocidad del fluido variante en ambos extremos.

A continuación se presentará de la misma forma, el corte en  $x=270$  mm de la Sección Real, para comparar los resultados numéricos y experimentales.





(c)



(d)

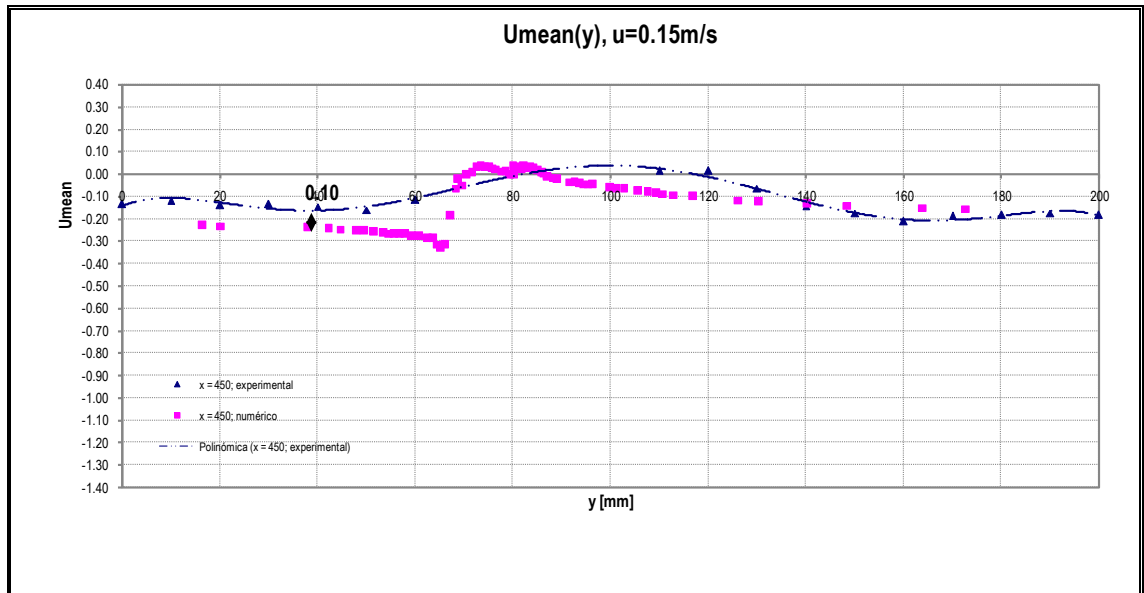
Figura 45.- Sección Real; x=270 mm

En el corte  $x=270$  mm, se registró la diferencia entre los resultados numéricos y experimentales de la sección recta del modelo y de la parte curva del mismo. En la parte recta esta variación es en la figura (a) de 0.10, en (b) 0.15, en (c) 0.175 y en (d) 0.40, en la cual los resultados numéricos son más negativos que los experimentales.

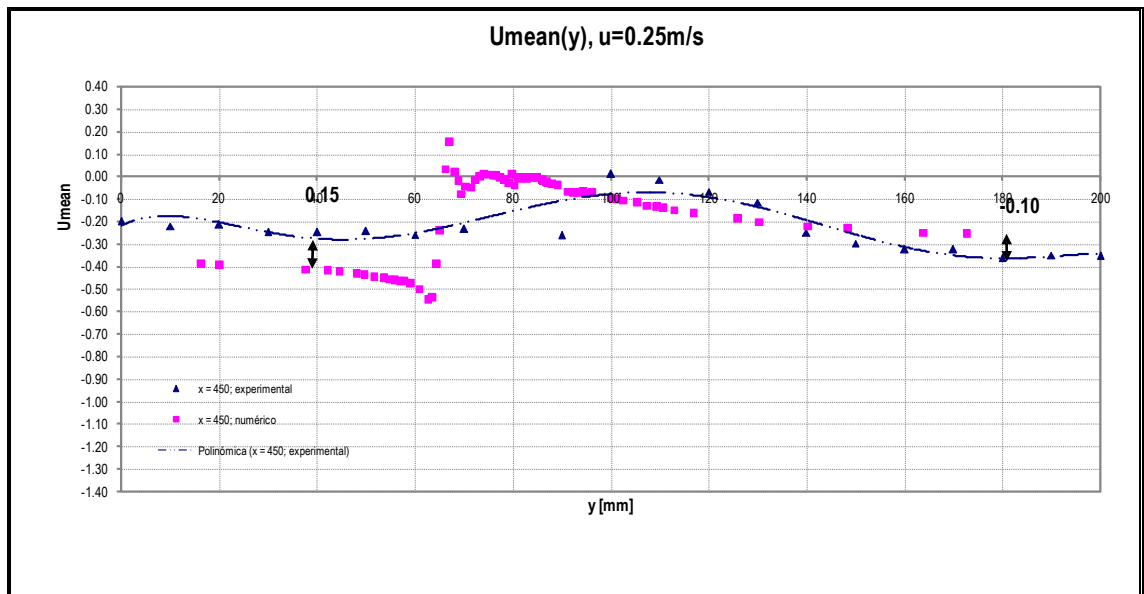
De la misma forma se obtuvo dicha variación en la parte curva la sección y se obtienen los siguientes valores. En la gráfica (a) la variación es de 0.05, en (b) 0.10, en (c) 0.65 y en (d) 1.10 m/s, aumentado considerablemente conforme se incrementa la velocidad. Esto puede deberse a que la sección no fuere colocada exactamente en la posición mostrada, y el sistema de referencia haya cambiado.

A continuación se mostrará el último corte de la sección Real donde se compararán las gráficas elaboradas.





(a)



(b)

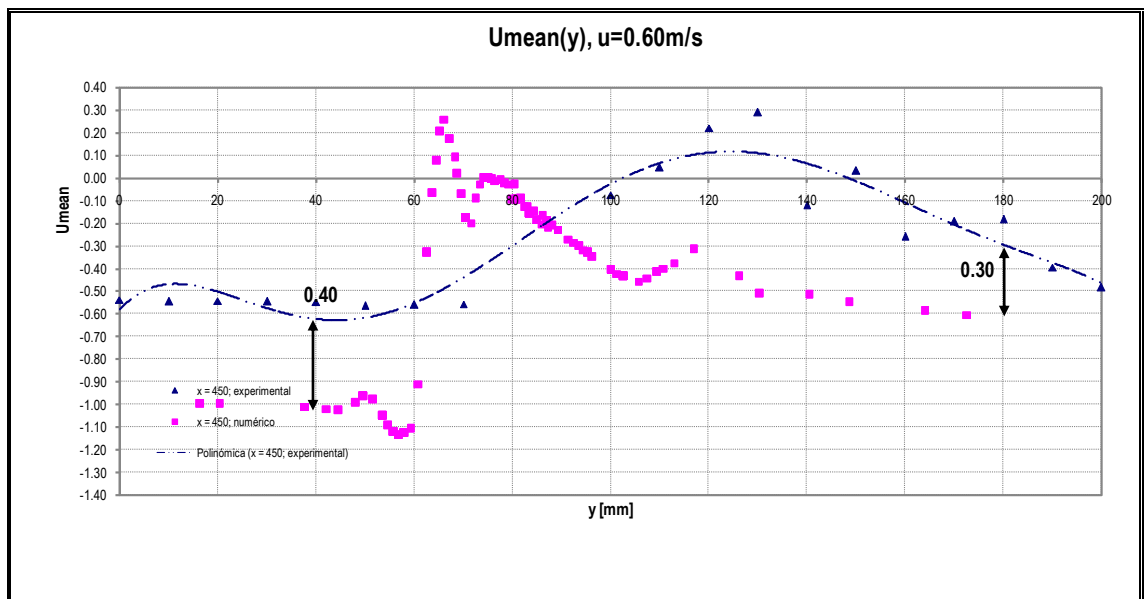
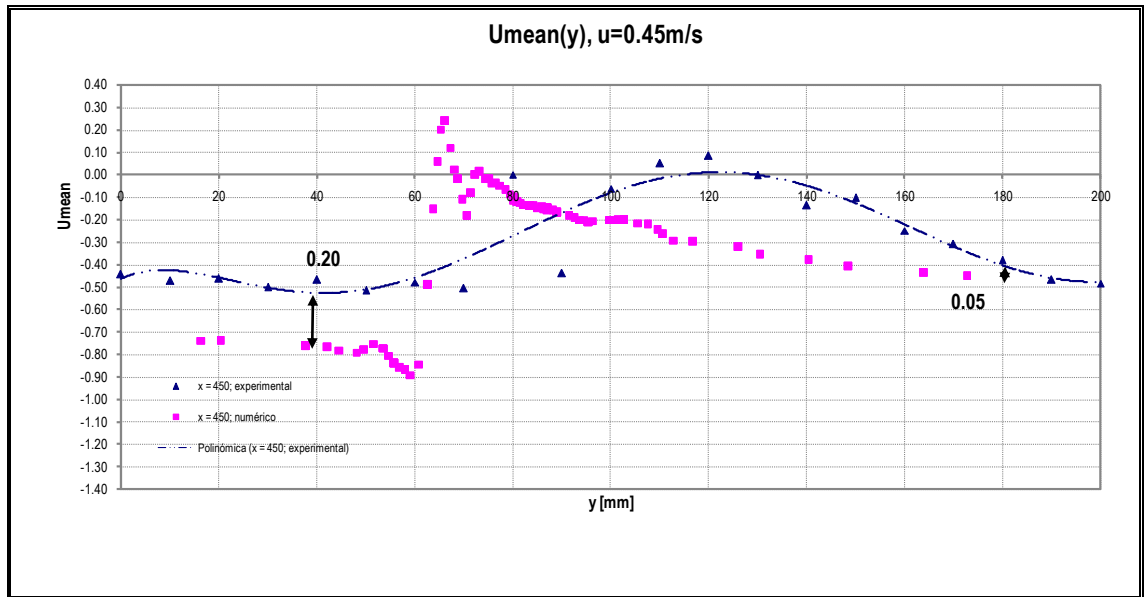
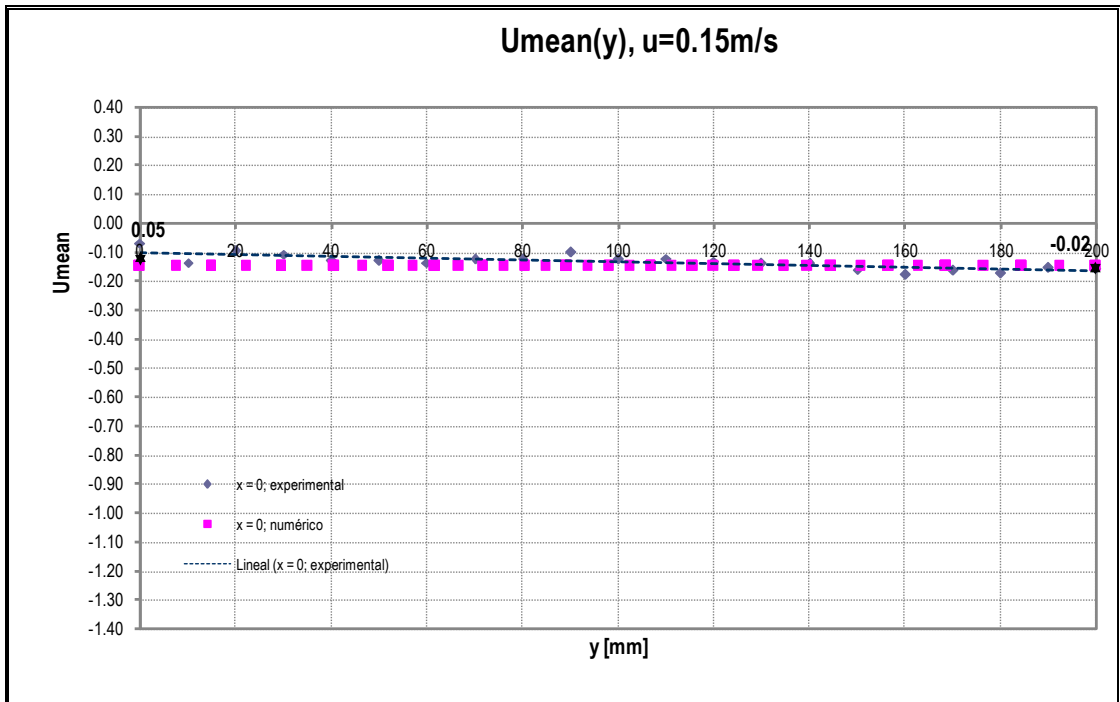
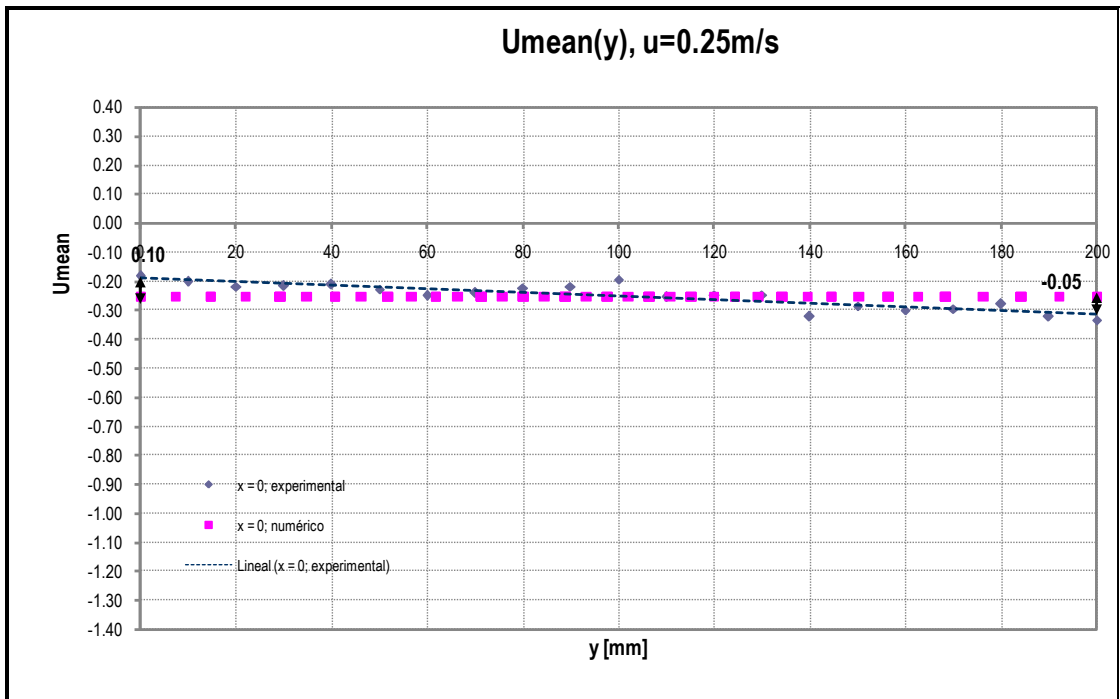


Figura 46.- Sección Real; x=450 mm

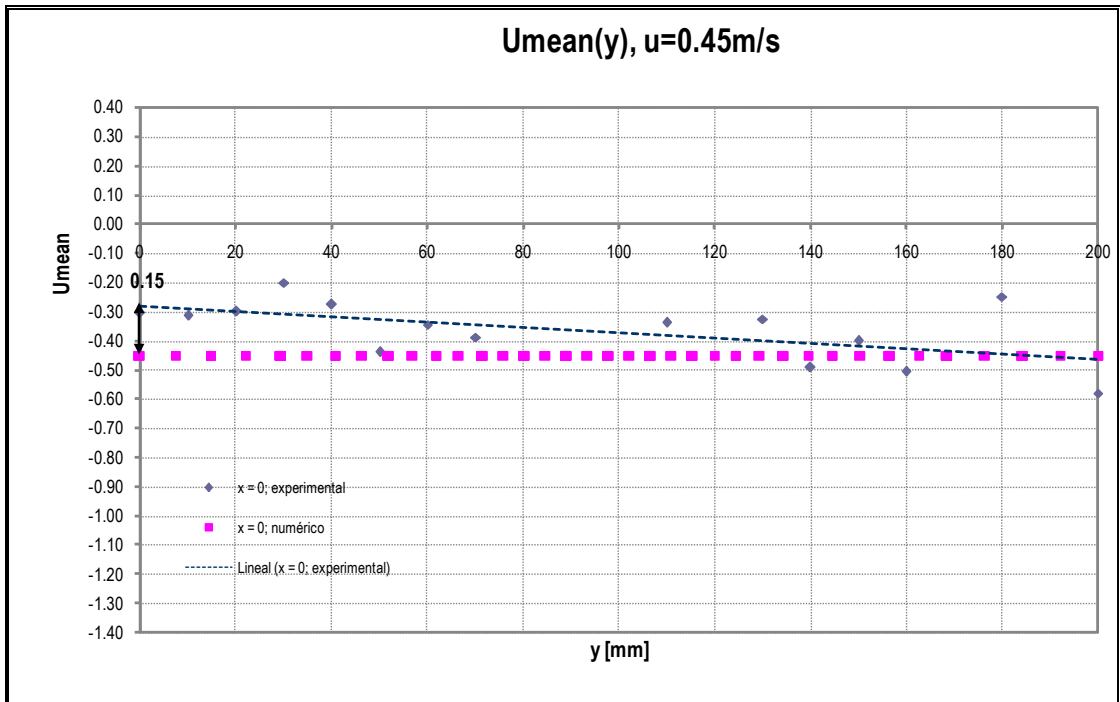
Para el último corte de la Sección Real, las variaciones que hay de principio a fin son considerables. Cuando  $y = 40$  mm, la variación es en (a) 0.10, (b) 0.15, (c) 0.20 y en (d) 0.40 m/s. Cuando  $y = 180$  mm, la variación en la gráfica (a) es de 0.00, en (b) -0.10, (c) de 0.05 y en (d) 0.30. Cabe destacar que ninguno de los resultados numéricos establece adecuadamente la forma de la estela del proceso experimental. Es por esto, que las variaciones encontradas en la parte media, donde se genera la estela del modelo, es completamente diferente en la curva de tendencia experimental que en la dispersión de resultados numéricos.



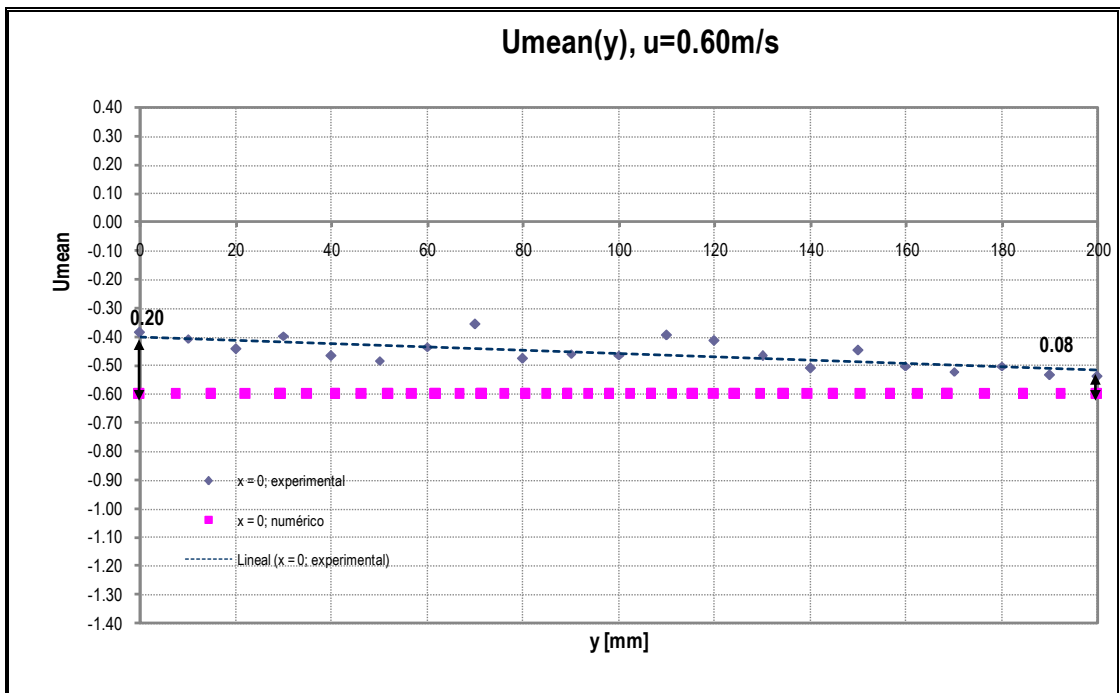
(a)



(b)



(c)

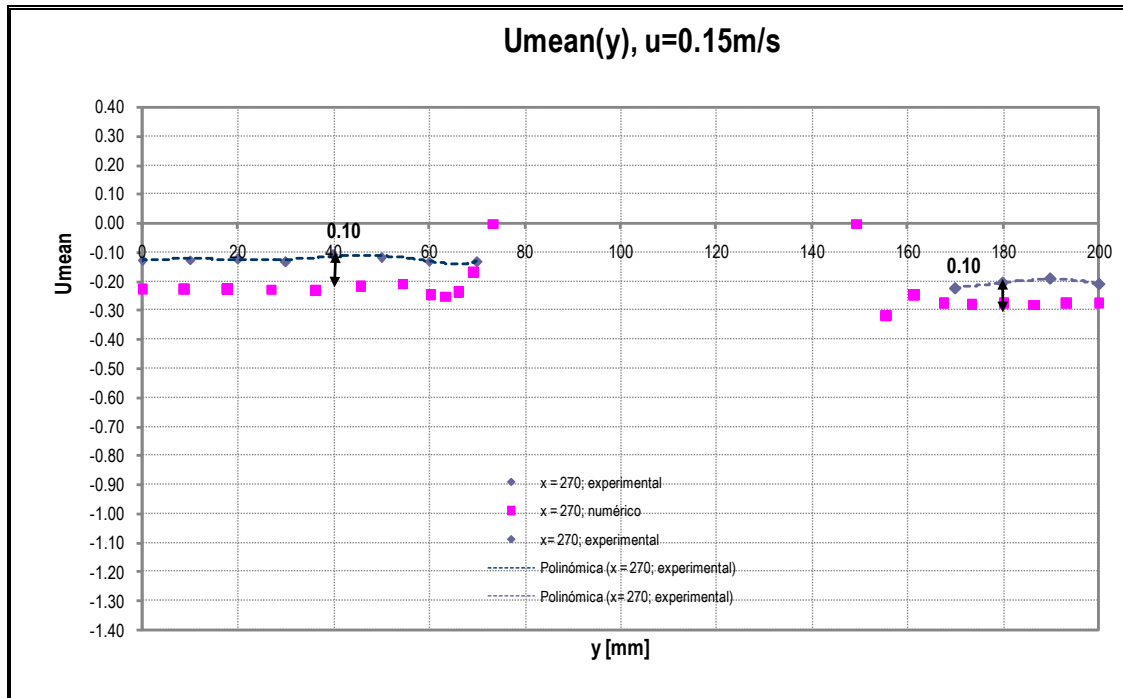


(d)

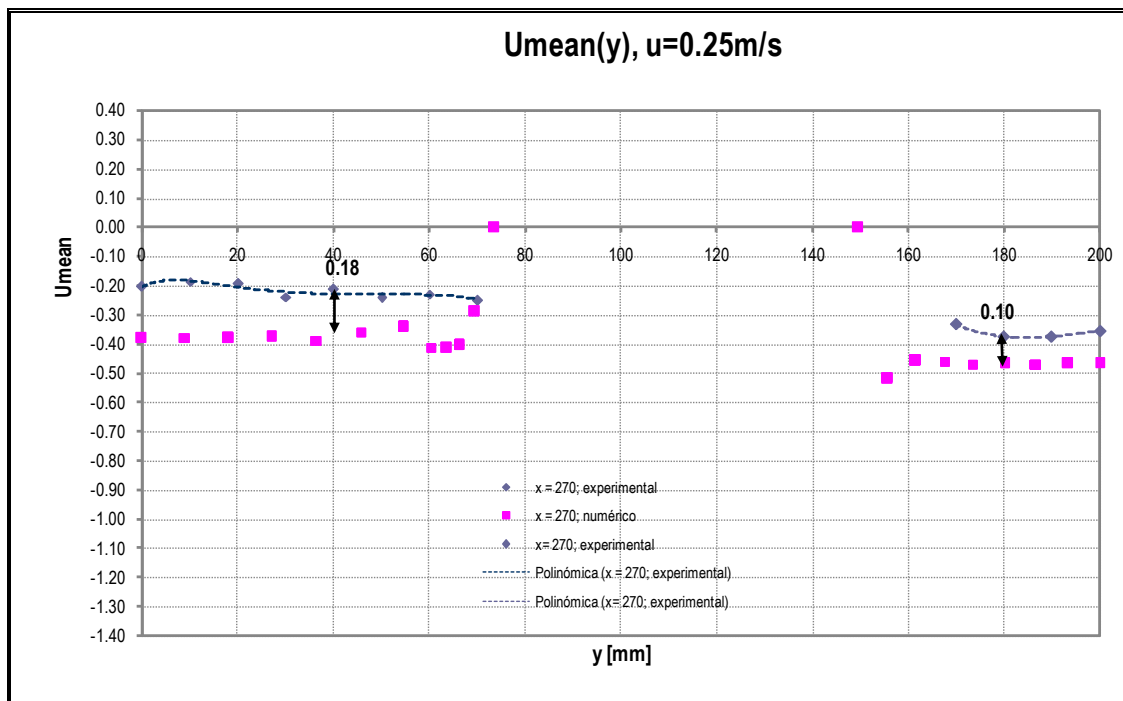
Figura 47.- Sección Segmentada; x=0

Para el corte  $x=0$  de la Sección Segmentada, nuevamente se tomó los valores obtenidos mediante el proceso numérico y el experimental, teniendo así cuando  $y=200$  mm, en (a) -0.02, (b) -0.05, (c) 0.00 y en (d) 0.08 m/s, y cuando  $y=0$ , dicha variación es en (a) 0.05, (b) 0.10, (c) 0.15 y en (d) 0.20 m/s. Esta variación en ambos lados del canal puede deberse a la influencia de la pared colocada como frontera del mismo.

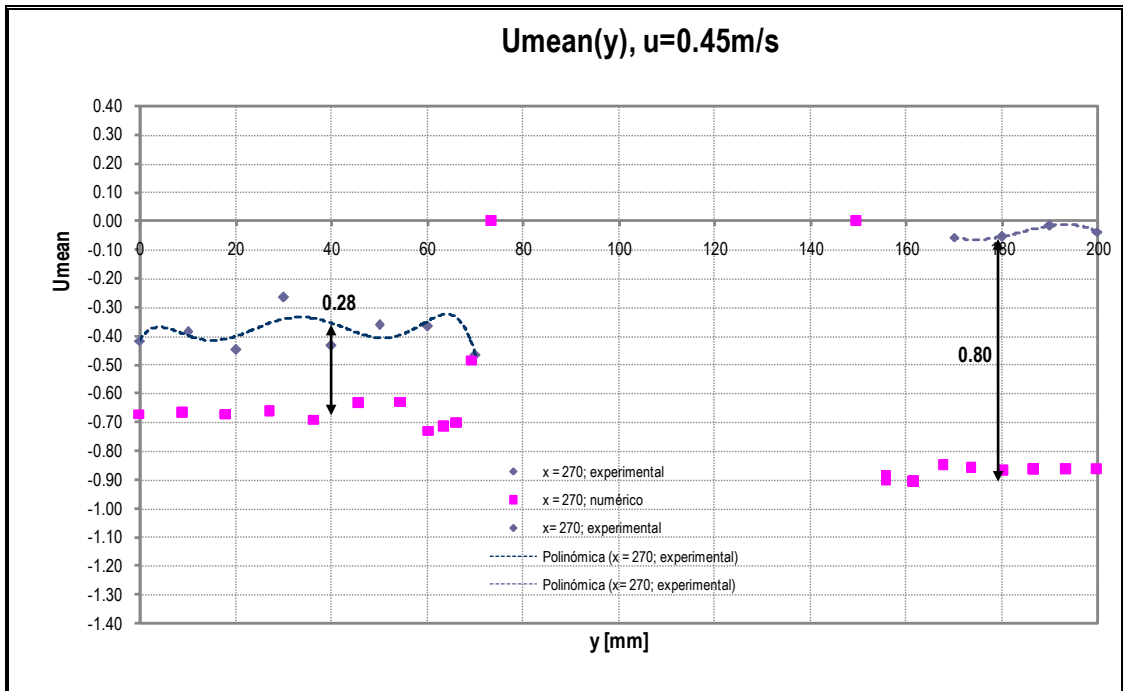
A continuación se presentará de la misma forma, el corte a  $x=270$  mm de la Sección Segmentada, para comparar los resultados numéricos y experimentales.



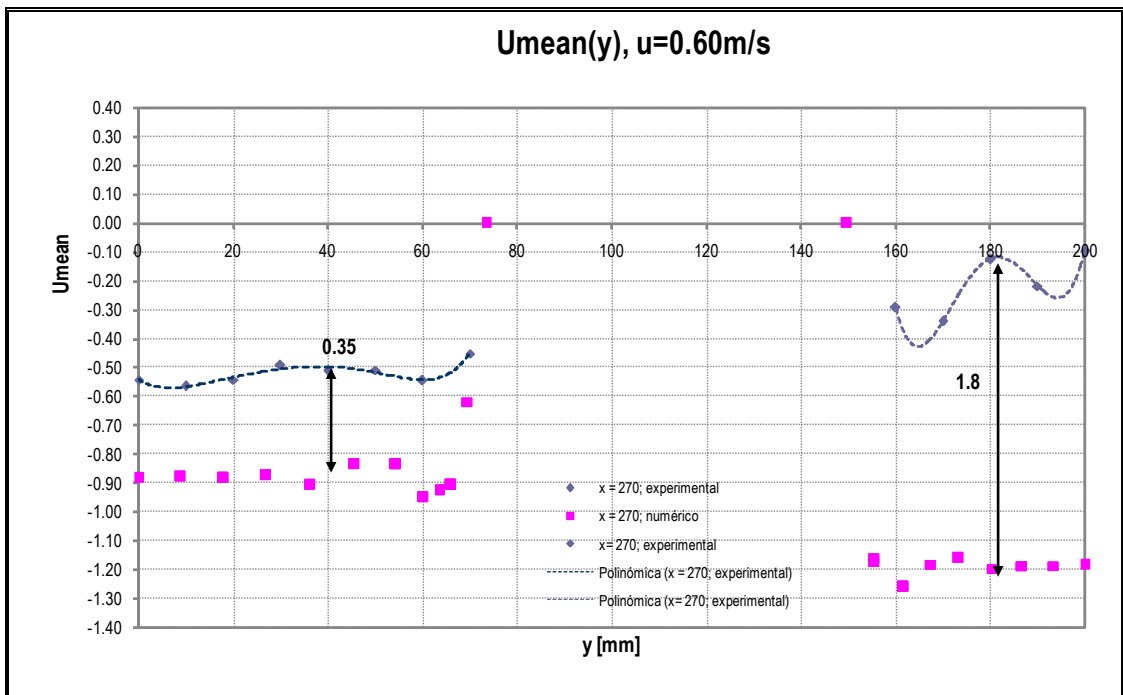
(a)



(b)



(c)



(d)

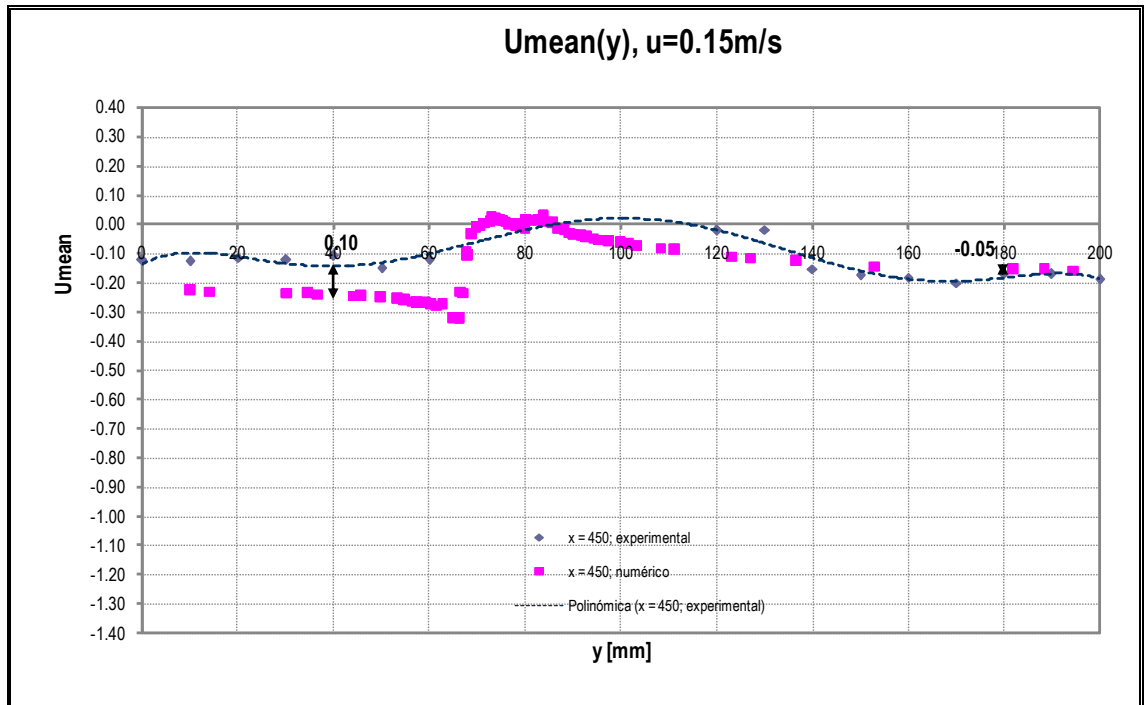
Figura 48.- Sección Segmentada; x=270 mm



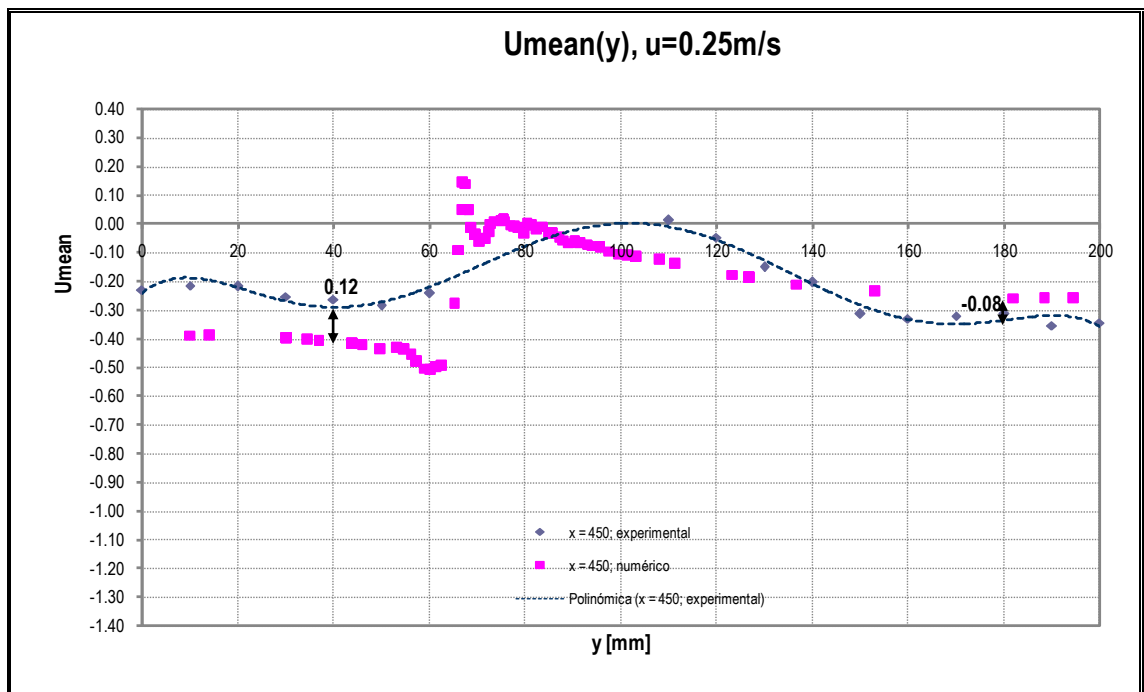
En el corte  $x=270$  mm, se tomará la variación existente entre los resultados numéricos y experimentales de la sección recta del modelo y de la parte segmentada, lugar donde se presentan los codillos del mismo. En la parte recta la variación entre lo numérico y lo experimental es en (a) 0.10, (b) 0.18, (c) 0.28 y en (d) 0.35, en la cual los resultados numéricos se hacen cada vez más negativos que los experimentales al incrementar la velocidad del fluido.

De la misma forma se obtiene dicha variación en la parte segmentada de la sección y se obtienen los siguientes valores. En la gráfica (a) la variación es de 0.10, en (b) 0.12, en (c) 0.80 y en (d) 1.80 m/s, aumentado considerablemente en las últimas dos gráficas, cuando la velocidad es de 0.45 y 0.60 m/s. Esto puede deberse a que la sección no fue colocada en el sistema de referencia original.

A continuación se muestra el último corte de la sección Segmentada donde se comparan los resultados numéricos y experimentales.



(a)



(b)

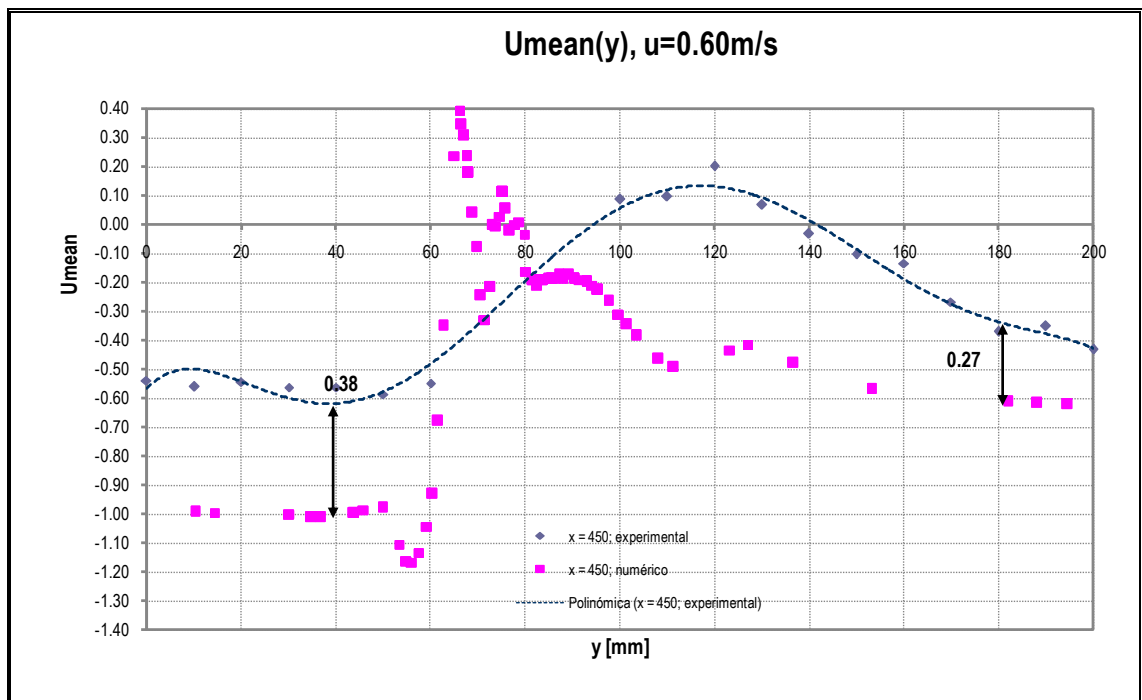
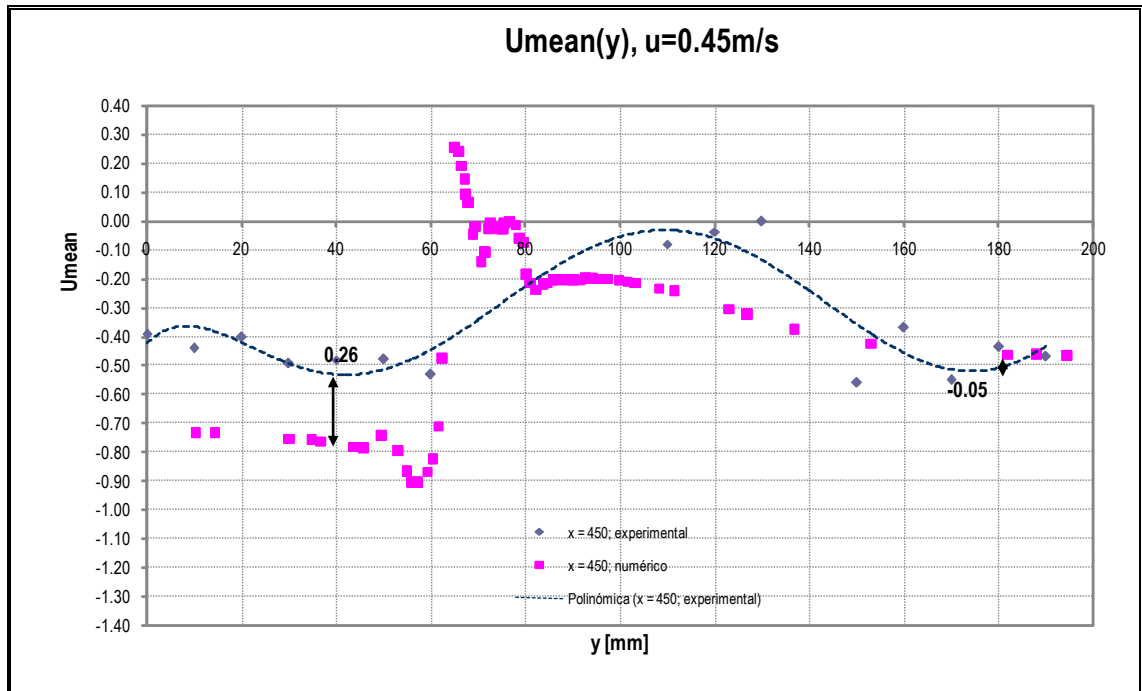


Figura 49.- Sección Segmentada; x=450 mm

Para el último corte de la Sección Segmentada, al igual que en la Real, las variaciones que se obtuvieron en todo el rango de  $y$ , son considerables. Cuando  $y = 40$  mm, la variación es en (a) 0.10, (b) 0.12, (c) 0.26 y en (d) 0.38 m/s. Cuando  $y = 180$  mm, la variación en la gráfica (a) es de -0.05, en (b) -0.08, (c) de -0.05 y en (d) 0.27. Cabe destacar que es difícil tratar de comparar la formación de la estela de un proceso numérico con uno experimental, ya que según se observa en las gráficas mostradas previamente, éstas son completamente diferentes. Esto es porque en la actualidad no se ha encontrado un proceso numérico que exprese exactamente la formación de la estela.

## CONCLUSIONES

Luego de haber revisado información bibliográfica sobre la formación de vórtices en un fluido, de haber medido los campos de velocidad mediante el uso de la técnica de anemometría Laser Doppler, y, de haber calculado en forma numérica los campos de velocidad, presiones y vorticidades desarrolladas alrededor de una sección transversal real y continua de una tobera, se puede concluir lo siguiente:

1. Cuando un fluido circula alrededor de un cuerpo, sigue el contorno del mismo en forma de capas continuas. Existe una región muy angosta que se forma desde la superficie del cuerpo hasta la última capa continua que aún moldea la sección, dentro de la cual la velocidad es apreciablemente menor. A esta última zona se le llama Capa Límite, observándose que fuera de ella, la velocidad es aproximadamente igual a la del flujo principal. Cuando las capas que bordean la superficie del cuerpo dejan de seguir el contorno del mismo, se origina un movimiento rotativo de partículas alrededor de un punto común que no siempre es fijo, sino que se desplaza conforme avanza el flujo de agua. A estas formaciones en el fluido se las llama Vórtices, y a esta región como la estela. Esto provoca incremento de velocidad del fluido y reducción de presión en la estela, además que si la sección es

asimétrica provocará una distribución de presiones desigual alrededor del modelo.

2. En la parte experimental de este trabajo, se logró obtener los campos de velocidad bidimensionales en una malla de puntos alrededor de las secciones Continua y Segmentada de una tobera MARIN No 37, de 40 cm de longitud; se empleó una técnica no intrusiva, la Anemometría Laser Doppler. Para un mejor análisis, se elaboraron cortes a lo largo de la sección rectangular donde el modelo fue colocado, y se graficaron las distribuciones de velocidad. En el primer corte, a la entrada de la zona de medición, se observó que las distribuciones de la velocidad eran similares a la del flujo libre, aunque no constante. Esto podría haber sucedido por la influencia de las paredes del canal y por la salida de flujo impulsado por la bomba antes de llegar a la sección.
  
3. En las distribuciones de velocidades del segundo corte, alrededor de Sección Media del modelo, se observan dos curvas, las cuales están seccionadas por la intrusión del modelo. En estas curvas se observó ligeramente la aparición de la capa límite, cuando en la medición realizada cerca de la frontera del cuerpo, la velocidad del flujo disminuye drásticamente. Además, se notó que para velocidades de

hasta 0.25 m/s la diferencia de velocidades entre la segunda y la primera sección de la curva es negativa, sin embargo cuando la velocidad se incrementa desde 0.25 hasta 0.60 m/s, dicha variación se hace positiva; sin embargo, esto no necesariamente indica que se tendrá el mismo desarrollo a medida que se incremente la velocidad.

4. En las distribuciones de velocidad del último corte, en la zona de Popa de los modelos, se observó en las curvas generadas, un cambio en el sentido de la velocidad en la zona media de la sección rectangular. Este cambio que fue comparado con la velocidad de flujo libre, se incrementó a medida que la velocidad aumentaba. A esta variación se le llamó Contraflujo, dado que el sentido de la velocidad había cambiado.
5. Haciendo uso de la opción “Fluid Dynamics” en el programa COMSOL se obtuvo de forma numérica los campos de velocidad, presiones y vorticidades en ambos modelos y a diferentes velocidades. Para esto, se discretizó el dominio empleando elementos triangulares para una mejor representación de la frontera de ambos modelos. En forma similar al análisis experimental, se elaboraron distribuciones de velocidad en cortes a lo largo del dominio rectangular, observándose que los resultados con mayor variación se dieron en el segundo corte,

alrededor de la Sección Media de los modelos; por ello se prepararon dos diferentes distribuciones de los campos de velocidad. Se registró en los resultados obtenidos que el valor medio de la velocidad en la zona inferior del modelo es mayor que el de la zona superior, para todas las velocidades probadas.

6. En la distribución de velocidades del último corte, es decir en la parte posterior del modelo, se detectó la aparición de vórtices en la estela generada por el modelo, que se manifiesta con un cambio en el sentido de la velocidad en  $x$ ; se nota que a medida que la velocidad se incrementaba, el Contraflujo también aumentaba. Esto se hizo más notorio cuando las velocidades estuvieron en un rango mayor a 0.25 m/s y hasta velocidades de 0.60 m/s.
7. En el proceso numérico también se encontró y analizó las distribuciones de vorticidad. Analizando esas gráficas se concluye que a medida que la velocidad se incrementa hasta 0.25 m/s, el signo de la vorticidad permanece positivo, lo que indica que de acuerdo a la definición de este parámetro, los remolinos mantienen una dirección en contra de las manecillas del reloj en la estela; mientras que cuando la velocidad se incrementa hasta 0.60 m/s aparecen varios cambios de signo en la vorticidad, lo que refleja una variación importante en la



dirección de los remolinos. Es posible que este cambio se deba a factores no controlados de los experimentos desarrollados.

8. Una vez realizados tanto el análisis de la parte Experimental y Numérica se procedió a comparar los campos de velocidad obtenidos para cada modelo y por cada corte. Al comparar ambas secciones, tanto la Real como la Segmentada, se concluyó que no existe gran variación entre los campos de velocidad de ambas secciones hasta la máxima velocidad analizada de 0.6 m/s, es decir que no existe gran influencia de los codillos en la sección Segmentada respecto de la Continua.
9. Finalmente, como parte del proceso numérico, se obtuvieron las distribuciones de presión para ambas secciones y se concluye que para todas las mediciones de velocidad se presenta una mayor presión en la parte inferior del modelo que en la superior. Esto es, se va a obtener una fuerza de sustentación neta sobre la sección. Además comparando entre secciones continua y segmentada, no hay gran variación entre las distribuciones de presiones de ambos modelos.

## RECOMENDACIONES

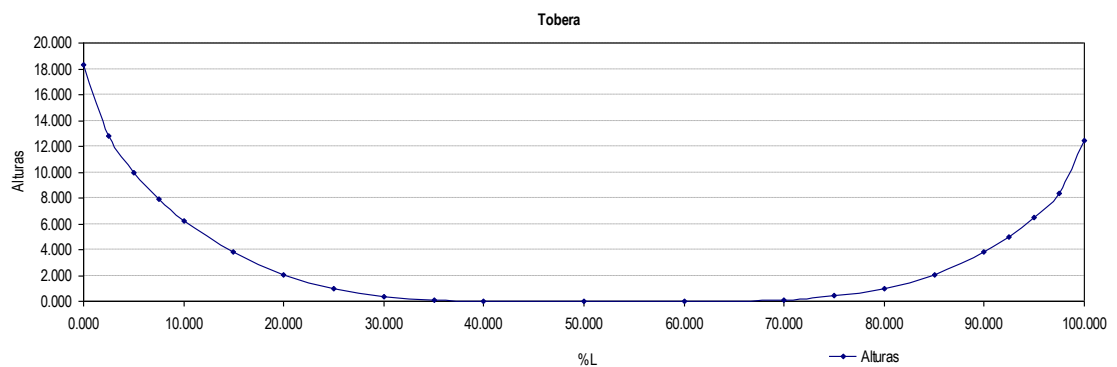
1. Haciendo uso de la herramienta computacional COMSOL se recomienda a los posteriores usuarios que se investigue más acerca de los procesos numéricos aplicados por el programa. Esto porque el presente estudio era un problema Estacionario y sin embargo se tuvo que usar el tipo de solución Dependiente del Tiempo por la falta de convergencia del problema.
2. Sería recomendable que, para la elaboración del enmallado en la parte experimental, se tome mayor cantidad de puntos cerca de la frontera del cuerpo. De esta forma se podrá identificar hasta dónde llega la capa límite y además se podrá definir el espesor de la misma.
3. Se debe tener en cuenta que en el proceso experimental, la altura de la manivela altera directamente el alto del agua en el canal y esto influye la elevación a la que debe ser colocada la probeta. Por lo que sería recomendable que, una vez colocado el modelo en el canal, la altura del agua en el mismo, sea mayor a 4 cm en la parte más baja.

# ANEXOS

## Anexo N° 1

### Geometría de la Sección Transversal de una Tobera

Para encontrar la geometría de la sección transversal de una tobera tipo MARIN N°37, se tomó la tabla de puntos del libro Principios de Arquitectura Naval, vol. II (*Principles of Naval Architecture*). A continuación se graficarán las alturas de la parte curva de la sección y luego se deducirán las ecuaciones de los segmentos circulares y rectos que servirán para definir la parte superior.



**Figura #1.-** Alturas de la parte curva de la sección transversal de una tobera.

La tabla con las alturas a lo largo de la tobera es la siguiente:

%L	Alturas
0.000	18.330
2.500	12.830
5.000	10.000
7.500	7.920
10.000	6.250
15.000	3.830
20.000	2.080
25.000	0.940
30.000	0.330
35.000	0.083
40.000	0.000
50.000	0.000
60.000	0.000
70.000	0.083
75.000	0.420
80.000	1.000
85.000	2.080
90.000	3.830
92.500	5.000
95.000	6.500
97.500	8.330
100.000	12.420

Tabla #1.- Tabla de alturas de curva inferior

Como se puede apreciar en la figura #1, al dibujar dichos puntos solo se grafican las alturas de la curva inferior. Para poder expresar en términos matemáticos dicha sección, y sabiendo que existen dos circunferencias de diámetro porcentual 6.67 pero a diferentes alturas y a diferente ubicación de %L, se procedió a encontrar la ecuación para cada circunferencia. Para la circunferencia de la derecha, se encontró la siguiente ecuación:

$$(x - 96.67)^2 + (y - 12.42)^2 = 11.156$$

Con esta ecuación se encontró los puntos que definen dicha circunferencia, los cuales se listarán a continuación, y además se graficarán dichos puntos añadiéndolos a la gráfica anterior.

%L	Alturas
93.330	12.420
94.000	14.427
95.000	15.313
96.000	15.692
97.000	15.744
98.000	15.484
99.000	14.813
100.000	12.678
99.000	10.027
98.000	9.356
97.000	9.096
96.000	9.148
95.000	9.527
94.000	10.413
93.330	12.420

Tabla #2.- Tabla de alturas de circunferencia derecha

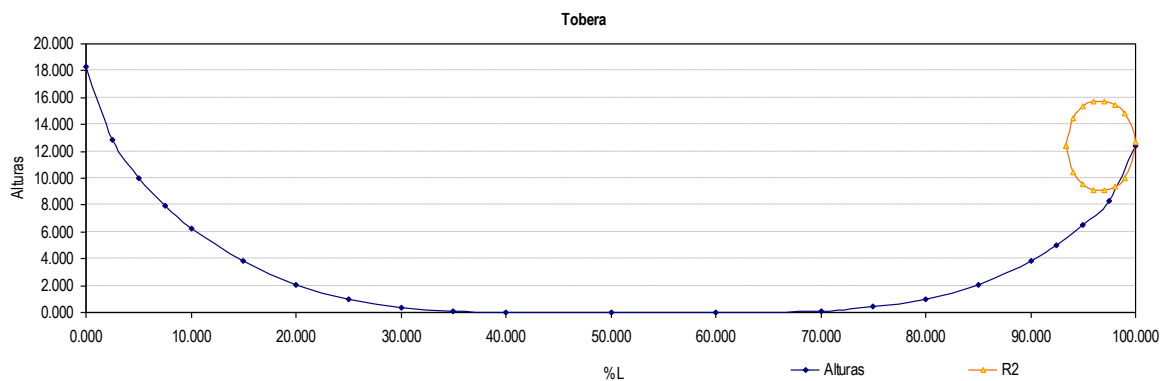


Figura #2.- Gráfica de la sección curva incluyendo la primera circunferencia

La ecuación para la circunferencia ubicada en el lado izquierdo es:

$$(x - 3.34)^2 + (y - 18.33)^2 = 11.156$$

Con esta ecuación se obtuvo la siguiente tabla de puntos y se obtuvo el siguiente gráfico:

%L	Alturas
0.000	18.330
1.000	20.713
2.000	21.389
3.000	21.653
4.000	21.604
5.000	21.228
6.000	20.350
6.670	18.588
6.000	16.310
5.000	15.432
4.000	15.056
3.000	15.007
2.000	15.271
1.000	15.947
0.000	18.330

Tabla #3.- Tabla de alturas de circunferencia izquierda

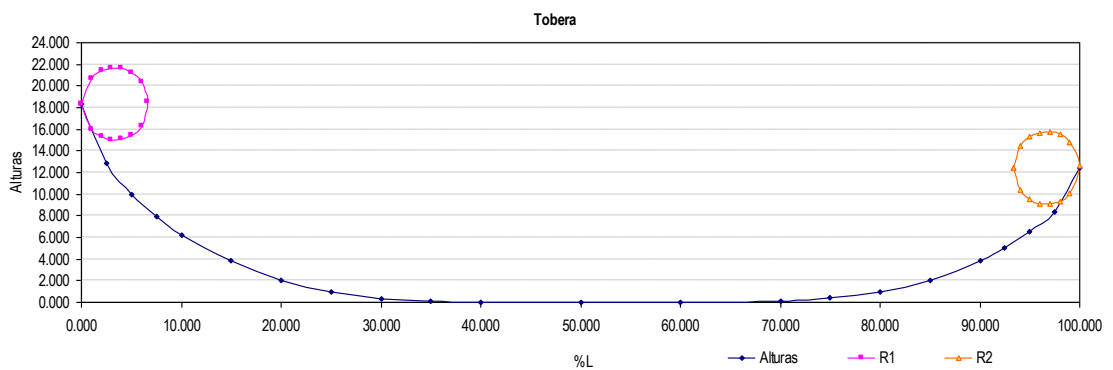


Figura #3.- Gráfica de la sección curva incluyendo ambas circunferencias

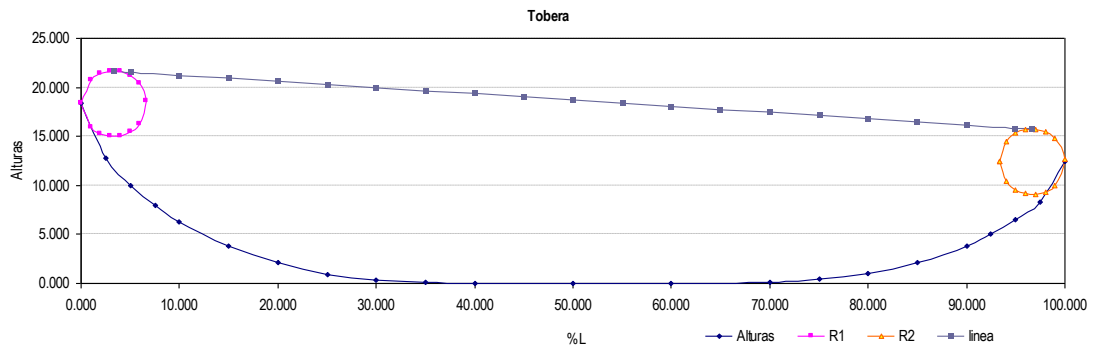
Para completar la Sección Transversal de la tobera con una recta en la cara superior, se empleó la siguiente ecuación:

$$y = -0.06332x + 21.8761$$

Esta ecuación define la siguiente tabla de puntos y genera finalmente la Sección Transversal de la tobera N°37:

<b>%L</b>	<b>Alturas</b>
3.340	21.665
5.000	21.560
10.000	21.243
15.000	20.926
20.000	20.610
25.000	20.293
30.000	19.977
35.000	19.660
40.000	19.343
45.000	19.027
50.000	18.710
55.000	18.394
60.000	18.077
65.000	17.760
70.000	17.444
75.000	17.127
80.000	16.811
85.000	16.494
90.000	16.177
95.000	15.861
96.670	15.755

Tabla #4.- Tabla de alturas de recta superior



**Figura #4.-** Gráfica de la Sección Transversal de una tobera tipo MARIN

N°37



## Anexo N° 2

### Elementos utilizados en el Proceso Experimental

Los elementos que utilizados durante las mediciones son los siguientes:



**Figura #5.-** Canal del Laboratorio



**Figura #6.-** Termómetro



**Figura #7.-** Bomba



**Figura #8.-** Procesador



**Figura #9.-** Probeta del equipo LDA



**Figura #10.-** Robot

### Anexo N° 3

#### Parámetros en mediciones de Velocidad para la Sección Transversal

#### Real

##### Primera Medición

Fecha: 22/Mayo/2009

<b>Temperatura ambiente:</b> 26°C	<b>Velocidad de corriente:</b> 0.6m/s
<b>Temperatura del agua:</b> 27°C	<b>Indicador de la bomba:</b> 35
<b>Hora de inicio:</b> 09:22 a.m.	<b>Hora de término:</b> 13:29 p.m.
<b>Altura de intersección del láser:</b> 5cm	<b>Altura mínima del agua:</b> ~7cm

##### Segunda Medición

Fecha: 22/Mayo/2009

<b>Temperatura ambiente:</b> 25°C	<b>Velocidad de corriente:</b> 0.45m/s
<b>Temperatura del agua:</b> 26°C	<b>Indicador de la bomba:</b> 29.5
<b>Hora de inicio:</b> 13:57 p.m.	<b>Hora de término:</b> 17:29 p.m.
<b>Altura de intersección del láser:</b> 5cm	<b>Altura mínima del agua:</b> ~6cm

##### Tercera Medición

Fecha: 23/Mayo/2009

<b>Temperatura ambiente:</b> 26°C	<b>Velocidad de corriente:</b> 0.25m/s
<b>Temperatura del agua:</b> 26°C	<b>Indicador de la bomba:</b> 25
<b>Hora de inicio:</b> 08:47 a.m.	<b>Hora de término:</b> 12:46 p.m.
<b>Altura de intersección del láser:</b> 5cm	<b>Altura mínima del agua:</b> ~7cm

#### **Cuarta Medición**

**Fecha:** 29/Mayo/2009

<b>Temperatura ambiente:</b> 27°C	<b>Velocidad de corriente:</b> 0.15m/s
<b>Temperatura del agua:</b> 26°C	<b>Indicador de la bomba:</b> 23.5
<b>Hora de inicio:</b> 09:29 a.m.	<b>Hora de término:</b> 13:33 p.m.
<b>Altura de intersección del láser:</b> 4cm	<b>Altura mínima del agua:</b> ~6.5cm

**Parámetros en mediciones de Velocidad para la Sección Transversal  
Segmentada**

**Primera Medición**

**Fecha:** 12/Mayo/2009

<b>Temperatura ambiente:</b> 25°C	<b>Velocidad de corriente:</b> 0.6m/s
<b>Temperatura del agua:</b> 26°C	<b>Indicador de la bomba:</b> 35
<b>Hora de inicio:</b> 11:38 a.m.	<b>Hora de término:</b> 15:05 p.m.
<b>Altura de intersección del láser:</b> 5cm	<b>Altura mínima del agua:</b> ~7cm

**Segunda Medición**

**Fecha:** 05/Junio/2009

<b>Temperatura ambiente:</b> 22°C	<b>Velocidad de corriente:</b> 0.45m/s
<b>Temperatura del agua:</b> 26°C	<b>Indicador de la bomba:</b> 29.5
<b>Hora de inicio:</b> 09:16 a.m.	<b>Hora de término:</b> 13:15 p.m.
<b>Altura de intersección del láser:</b> 4cm	<b>Altura mínima del agua:</b> ~6cm

**Tercera Medición**

**Fecha:** 30/Mayo/2009

<b>Temperatura ambiente:</b> 26°C	<b>Velocidad de corriente:</b> 0.25m/s
<b>Temperatura del agua:</b> 25°C	<b>Indicador de la bomba:</b> 25
<b>Hora de inicio:</b> 08:29 a.m.	<b>Hora de término:</b> 12:28 p.m.
<b>Altura de intersección del láser:</b> 5cm	<b>Altura mínima del agua:</b> ~7cm

#### **Cuarta Medición**

**Fecha:** 29/Mayo/2009

<b>Temperatura ambiente:</b> 27°C	<b>Velocidad de corriente:</b> 0.15m/s
<b>Temperatura del agua:</b> 26°C	<b>Indicador de la bomba:</b> 23.5
<b>Hora de inicio:</b> 14:06 p.m.	<b>Hora de término:</b> 18:10 p.m.
<b>Altura de intersección del láser:</b> 5cm	<b>Altura mínima del agua:</b> ~6.5cm

## FOTOS EN SECCIÓN TRANSVERSAL DE UNA TOBERA REAL

En las siguientes fotos se puede apreciar el movimiento del fluido que pasa a diferentes velocidades alrededor de la sección transversal continua de una tobera:



$U = 0.15 \text{ m/s}$



$U = 0.25 \text{ m/s}$



$U = 0.45 \text{ m/s}$



$U = 0.60 \text{ m/s}$

### FOTOS EN SECCIÓN TRANSVERSAL DE UNA TOBERA SEGMENTADA

En las siguientes fotos se puede apreciar el movimiento del fluido que pasa a diferentes velocidades alrededor de la sección transversal segmentada de una tobera:



$U = 0.15 \text{ m/s}$



$U = 0.25 \text{ m/s}$



$U = 0.45 \text{ m/s}$



$U = 0.60 \text{ m/s}$



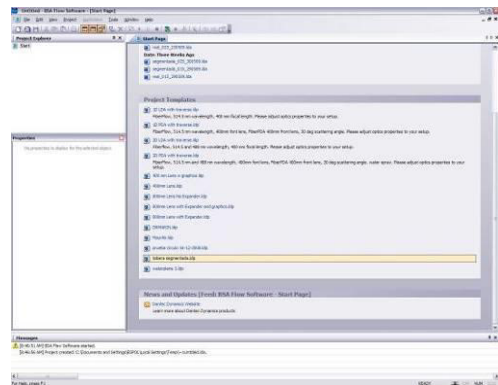
## Anexo N° 4

### Resumen del Procedimiento Experimental

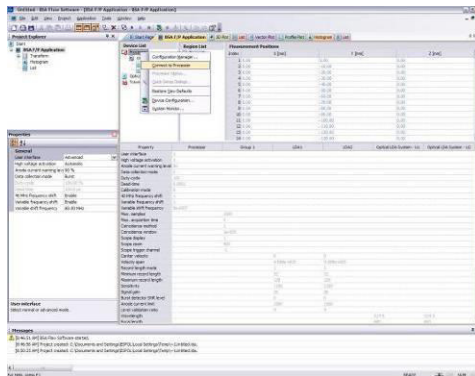
Mediante las siguientes gráficas, se describirá el procedimiento para el uso del sistema de Anemometría del Laboratorio de Ing. Naval de la FIMCM, para las mediciones de velocidades alrededor de las secciones transversales Continua y Segmentada.



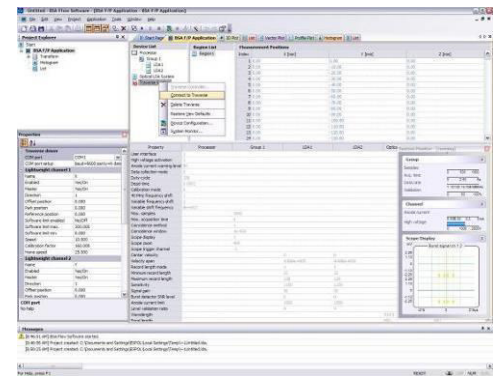
1. Selección del Programa BSA Flow Software V4.50



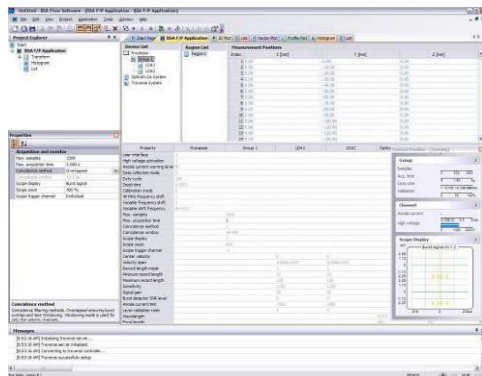
2. En la página de inicio se selecciona un proyecto anterior.



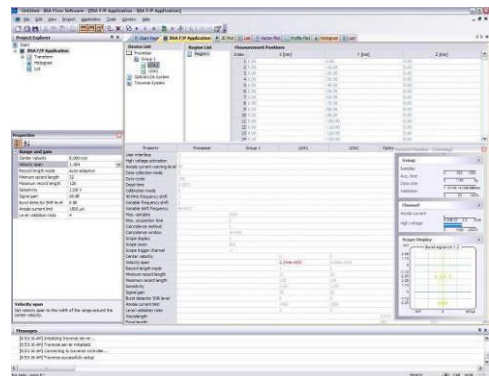
3. Conexión del Procesador



4. Conexión del Sistema del Robot



5. Verificación y Corrección de datos iniciales en GROUP 1



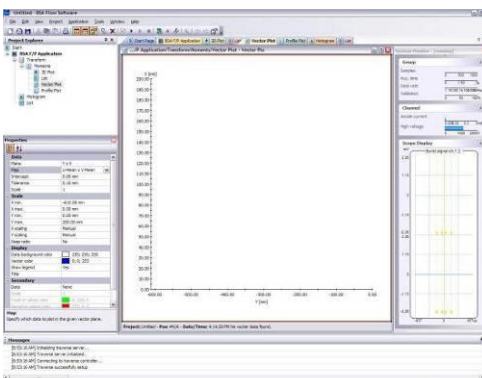
6. Verificación y Corrección de datos iniciales en LDA1



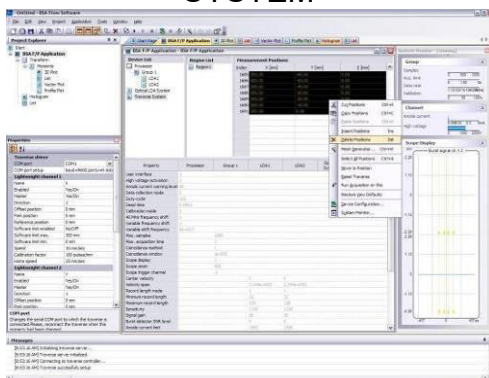
7. Verificación y Corrección de datos iniciales en LDA2



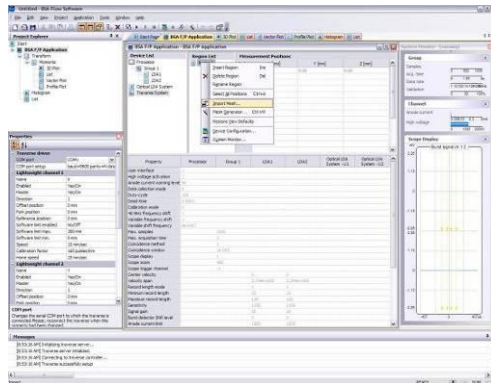
8. Verificación y Corrección de datos iniciales en OPTICAL LDA SYSTEM



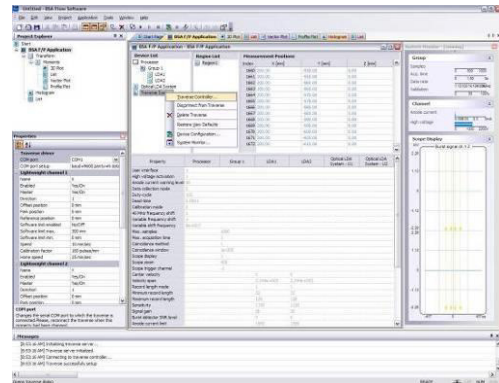
9. Verificación y Corrección de datos iniciales en VECTOR PLOT



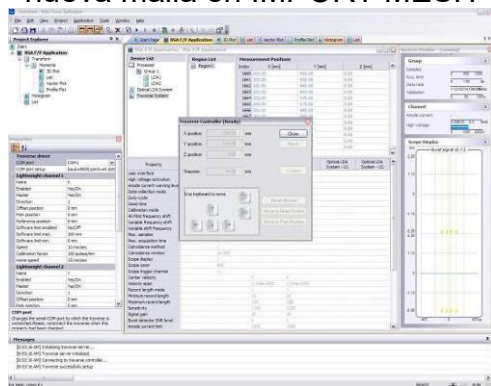
10. Selección y Supresión de malla anteriormente definida



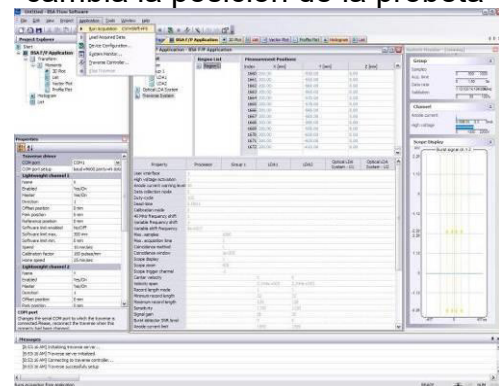
11. En REGION se importa la nueva malla en IMPORT MESH



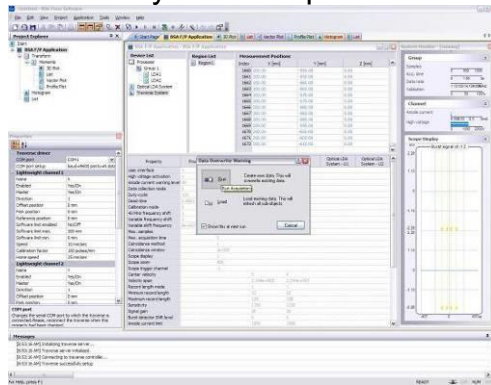
12. TRAVERSE CONTROLLER cambia la posición de la probeta



13. TRAVERSE CONTROLLER define los pasos de movimiento del robot y la nueva posición.



14. Una vez listo, en APPLICATION colocamos RUN ACQUISITION



15. Finalmente corremos el modelo con RUN para el inicio de la toma de mediciones

## Anexo N° 5

### Resumen de Espesores de la Capa Límite Laminar y Turbulenta a lo largo de la Sección Transversal

A continuación se muestran los valores de los espesores de la capa límite laminar y turbulenta, según el número de Reynolds, que varía según la posición a lo largo del cuerpo y la velocidad del fluido.

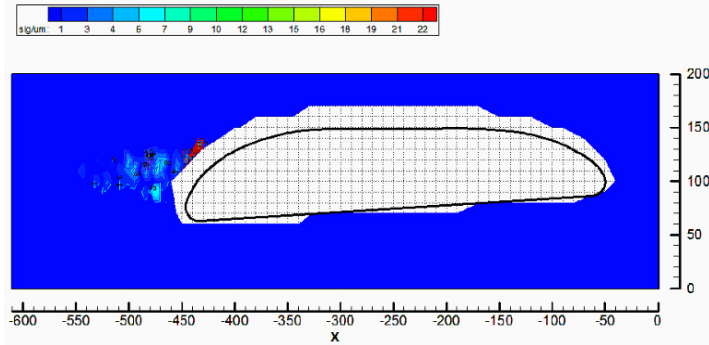
x [m]	V = 0.15 m/s			V = 0.25 m/s			V = 0.45 m/s			V = 0.6 m/s		
	Re	$\delta$ (LAM) [mm]	$\delta$ (TURB) [mm]	Re	$\delta$ (LAM) [mm]	$\delta$ (TURB) [mm]	Re	$\delta$ (LAM) [mm]	$\delta$ (TURB) [mm]	Re	$\delta$ (LAM) [mm]	$\delta$ (TURB) [mm]
0.000	0	0.00	0.00	0	0.00	0.00	0	0.00	0.00	0	0.00	0.00
0.001	168	0.36	0.13	280	0.28	0.12	504	0.21	0.11	672	0.18	0.10
0.002	336	0.51	0.23	560	0.39	0.21	1,008	0.29	0.19	1,344	0.25	0.18
0.003	504	0.62	0.32	840	0.48	0.29	1,512	0.36	0.26	2,016	0.31	0.24
0.004	672	0.72	0.40	1,120	0.56	0.36	2,016	0.41	0.32	2,688	0.36	0.31
0.005	840	0.80	0.48	1,400	0.62	0.43	2,520	0.46	0.39	3,359	0.40	0.36
0.006	1,008	0.88	0.56	1,680	0.68	0.50	3,024	0.51	0.45	4,031	0.44	0.42
0.008	1,260	0.98	0.67	2,100	0.76	0.60	3,779	0.57	0.53	5,039	0.49	0.50
0.010	1,680	1.13	0.84	2,800	0.88	0.76	5,039	0.66	0.67	6,719	0.57	0.63
0.013	2,100	1.27	1.00	3,499	0.98	0.90	6,299	0.73	0.80	8,399	0.63	0.76
0.015	2,520	1.39	1.16	4,199	1.08	1.05	7,559	0.80	0.93	10,078	0.69	0.88
0.018	2,940	1.50	1.31	4,899	1.16	1.18	8,819	0.87	1.05	11,758	0.75	0.99
0.020	3,359	1.60	1.46	5,599	1.24	1.32	10,078	0.93	1.17	13,438	0.80	1.11
0.023	3,779	1.70	1.60	6,299	1.32	1.45	11,338	0.98	1.29	15,118	0.85	1.21
0.025	4,199	1.79	1.74	6,999	1.39	1.57	12,598	1.04	1.40	16,797	0.90	1.32
0.030	5,039	1.97	2.02	8,399	1.52	1.82	15,118	1.13	1.62	20,157	0.98	1.53
0.035	5,879	2.12	2.28	9,798	1.64	2.06	17,637	1.23	1.83	23,516	1.06	1.73
0.040	6,719	2.27	2.54	11,198	1.76	2.29	20,157	1.31	2.04	26,876	1.13	1.92
0.045	7,559	2.41	2.79	12,598	1.86	2.52	22,676	1.39	2.24	30,235	1.20	2.12
0.050	8,399	2.54	3.04	13,998	1.97	2.74	25,196	1.46	2.44	33,595	1.27	2.30
0.075	12,598	3.11	4.20	20,997	2.41	3.79	37,794	1.79	3.37	50,392	1.55	3.18
0.100	16,797	3.59	5.29	27,996	2.78	4.77	50,392	2.07	4.24	67,189	1.79	4.01
0.125	20,997	4.01	6.32	34,994	3.11	5.71	62,990	2.32	5.07	83,987	2.01	4.79
0.150	25,196	4.39	7.31	41,993	3.40	6.60	75,588	2.54	5.87	100,784	2.20	5.54
0.175	29,395	4.75	8.27	48,992	3.68	7.47	88,186	2.74	6.64	117,581	2.37	6.27
0.200	33,595	5.07	9.20	55,991	3.93	8.31	100,784	2.93	7.39	134,378	2.54	6.98
0.225	37,794	5.38	10.11	62,990	4.17	9.13	113,382	3.11	8.12	151,176	2.69	7.66
0.250	41,993	5.67	11.00	69,989	4.39	9.93	125,980	3.28	8.83	167,973	2.84	8.34
0.275	46,193	5.95	11.87	76,988	4.61	10.72	138,578	3.44	9.53	184,770	2.97	9.00
0.300	50,392	6.21	12.73	83,987	4.81	11.49	151,176	3.59	10.22	201,568	3.11	9.65
0.325	54,591	6.47	13.57	90,985	5.01	12.25	163,774	3.73	10.90	218,365	3.23	10.29
0.350	58,791	6.71	14.40	97,984	5.20	13.00	176,372	3.88	11.56	235,162	3.36	10.91
0.375	62,990	6.95	15.22	104,983	5.38	13.74	188,970	4.01	12.22	251,960	3.47	11.53
0.400	67,189	7.18	16.03	111,982	5.56	14.47	201,568	4.14	12.86	268,757	3.59	12.14

Tabla #5.- Tabla de Reynolds y espesores de capa límite

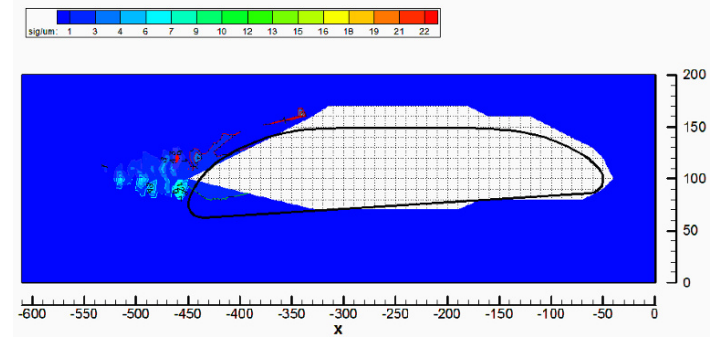
## **Anexo N° 6**

### **Coeficientes de Variación de las Lecturas Experimentales**

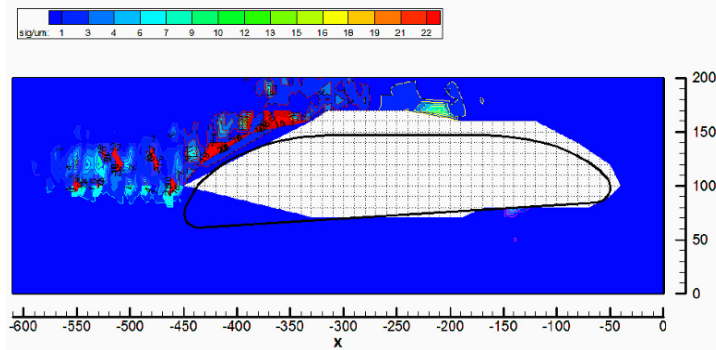
VARIACIÓN ( $\sigma/U_{mean}$ ) EN LA SECCIÓN TRANSVERSAL REAL DE UNA TOBERA



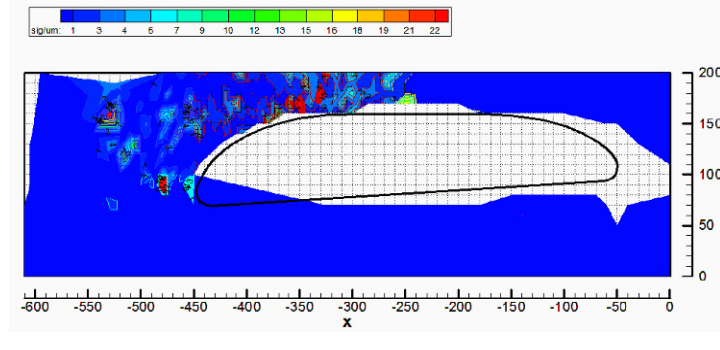
$U = 0.15$  m/s



$U = 0.25$  m/s

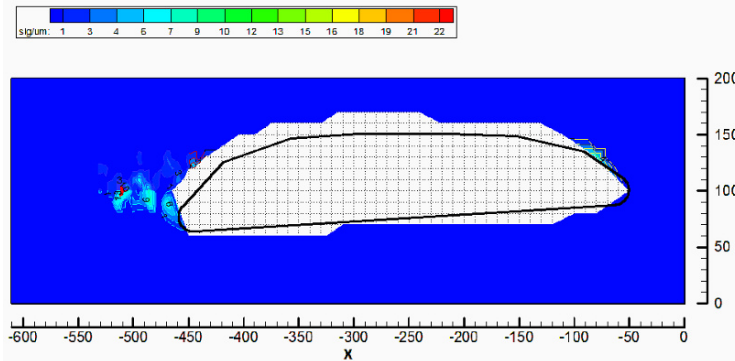


$U = 0.45$  m/s

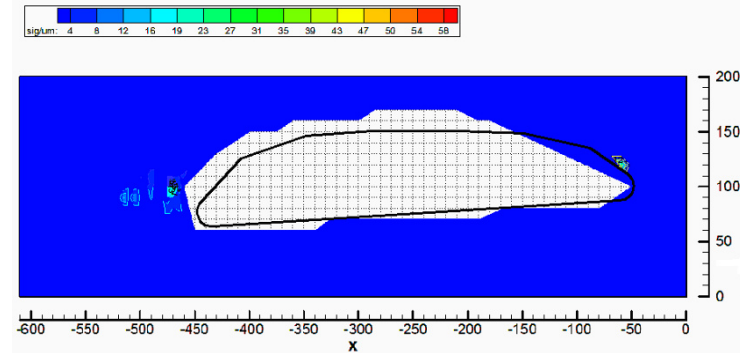


$U = 0.60$  m/s

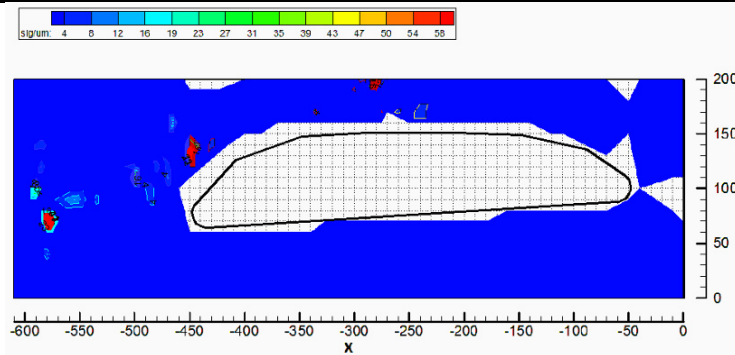
VARIACIÓN ( $\sigma/U_{mean}$ ) EN LA SECCIÓN TRANSVERSAL SEGMENTADA DE UNA TOBERA



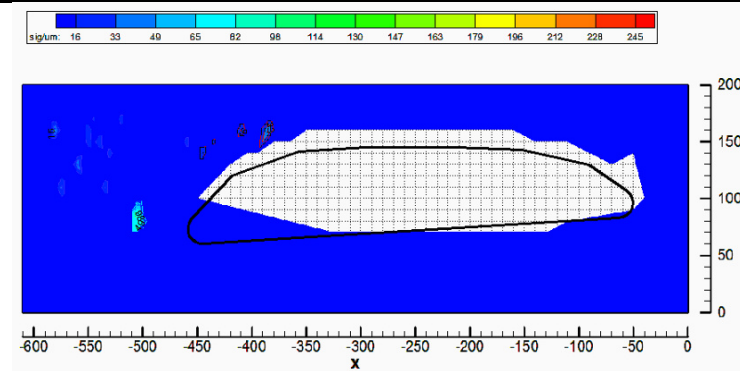
$U = 0.15$  m/s



$U = 0.25$  m/s



$U = 0.45$  m/s



$U = 0.60$  m/s

## Anexo N° 7

### Introducción al Uso del Programa Computacional COMSOL

Para ingresar al programa computacional COMSOL, en el procesador SUN Microsystems, se selecciona primero el Terminal ubicado en la parte inferior de la pantalla:



Una vez abierto el Terminal, se abre el documento ruta ubicado en el escritorio de la computadora:



En este documento se muestran dos rutas, que deberán ser ingresadas por separado en el Terminal. La primera ruta expone el siguiente texto:

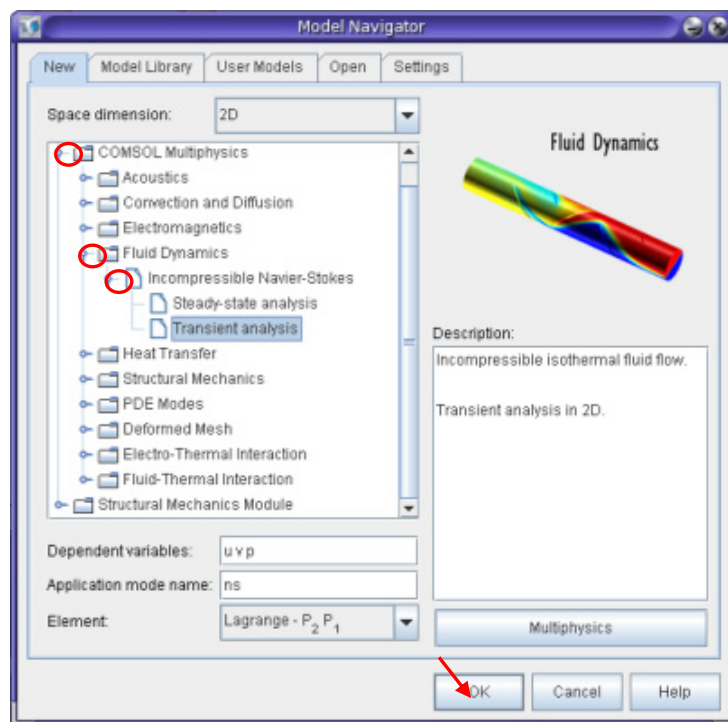
```
cd /usr/local/comsol34/license/sol2
./lmgrd
```



Dicho texto debe ser seleccionado y copiado en el Terminal. Si no se procesa ninguna orden, debe ser seleccionada inmediatamente después la tecla ENTER. Una vez procesada la orden de la licencia del COMSOL, se copiará la siguiente ruta en el Terminal:

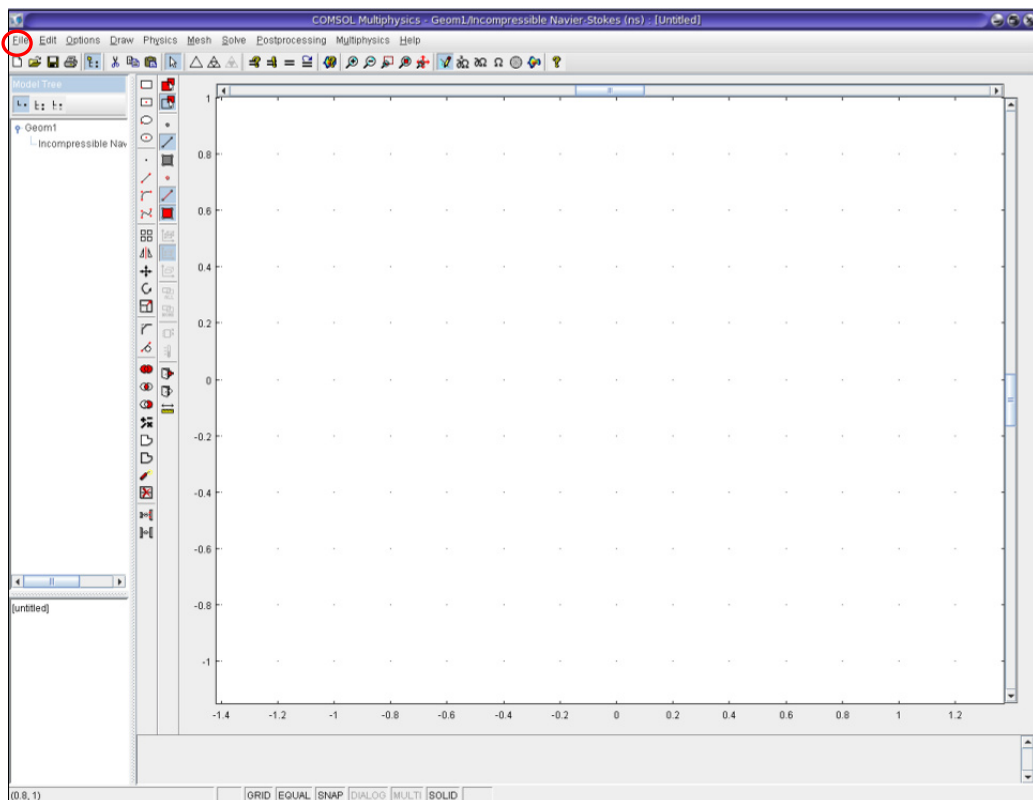
```
cd /usr/local/comsol34/bin
./comsol
```

Esta ruta ejecuta el programa COMSOL, luego de lo cual aparecerá como primera pantalla el *Model Navigator* que se muestra a continuación:



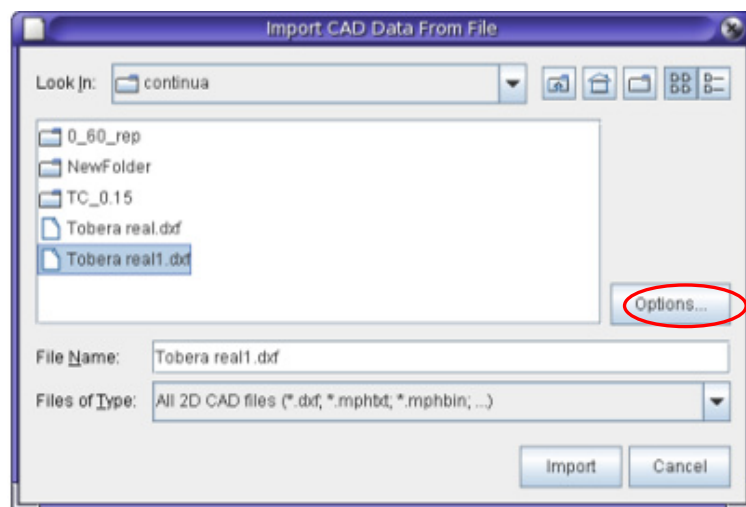
**Figura #11.-** Model Navigator

De esta pantalla se selecciona con el botón izquierdo del ratón, el punto ubicado en el primer círculo rojo del Model Navigator, con lo cual se abrirán las opciones de COMSOL Multiphysics y se escogerá para el presente estudio la opción Fluid Dynamics. De la misma forma se seleccionará el segundo círculo para que aparezcan las opciones de esta herramienta. En esta se encuentra la utilizada en este trabajo: *Incompressible Navier-Stokes*. A partir de esta se tienen dos opciones, de las cuales se elige *Transient analysis*. Luego se colocará OK y la primera pantalla que aparecerá luego de esto, es la siguiente:



**Figura #12.-** Pantalla principal de COMSOL

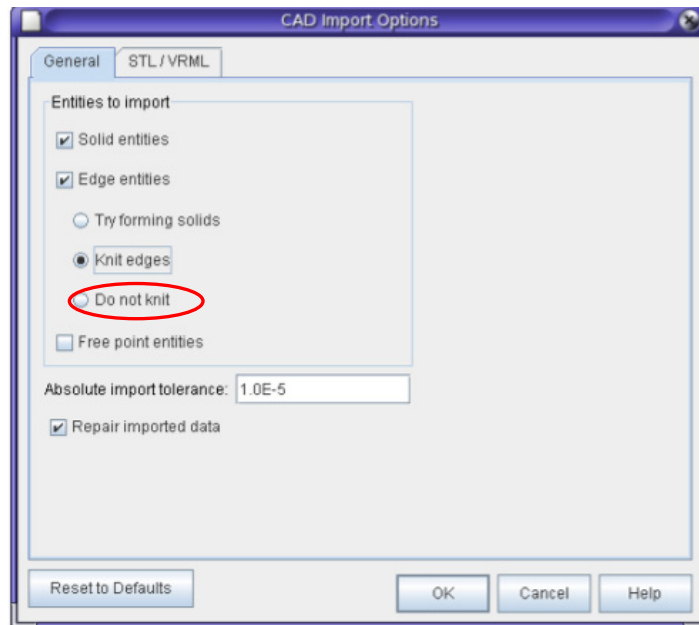
Del menú principal se selecciona “File”, que se encuentra ubicado en la parte superior izquierda del mismo, y al mostrarse la lista de opciones se selecciona “Import” y luego se da click en “CAD Data from File...”. Esta herramienta permite importar un archivo elaborado previamente en AutoCAD.



**Figura #13.-** Ventana para Importar modelos en AUTOCAD

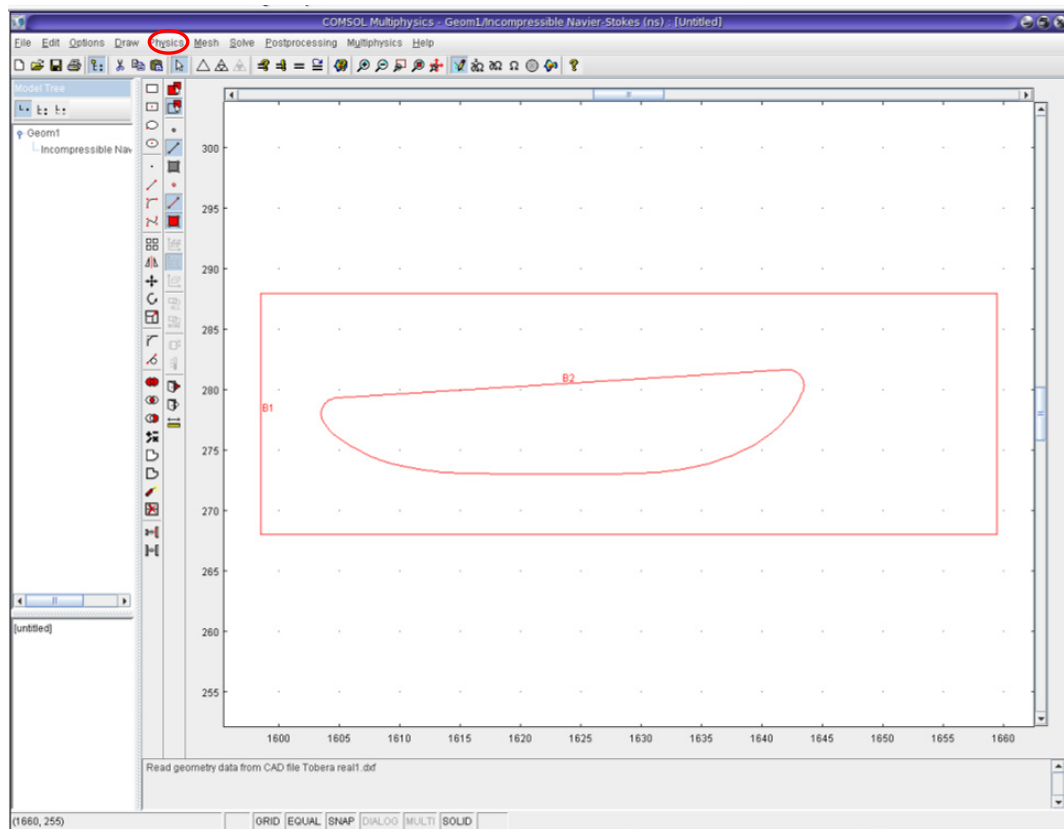
Cabe destacar que dicha gráfica o modelo debe contener la menor cantidad de puntos posible, es decir que, al generar una curva, los puntos que la definen deben estar espaciados con poca variación, para que al momento de importar la gráfica no haya errores en la presentación. Si el modelo fue elaborado con la especificación anterior, no llega a tener la forma original, se debe seleccionar “Options...”, luego se escogerá la opción “Do not knit”, mostrada en el círculo rojo de la siguiente figura. Esto permite que se forme

la curva exacta de su gráfica, anulando la formación de segmentos de rectas entre curvas.



**Figura #14.-** Opciones de Importación

Al seleccionar OK, el programa automáticamente regresa a la ventana anterior, "CAD Data from File...", y se selecciona "Import". En la pantalla aparecerá el gráfico, que en el caso de la sección transversal de la tobera del presente estudio es el siguiente:

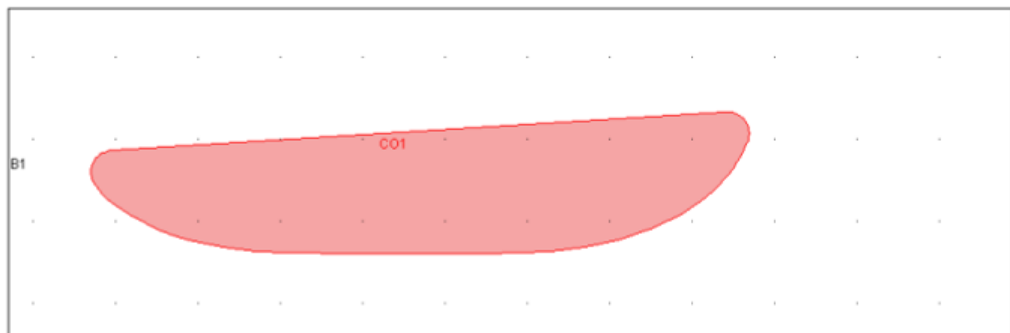


**Figura #15.-** Importación de modelo

En la gráfica se presentan las regiones B1 y B2 preseleccionadas automáticamente. Estas indican que tanto el rectángulo como la sección transversal fueron convertidos previamente en regiones usando AutoCAD. Esta es una alternativa que se puede seguir para convertirlos rápidamente en sólidos en COMSOL, sin embargo, si no fueran convertidas en regiones, el gráfico resultante mostraría un mayor número de elementos B.

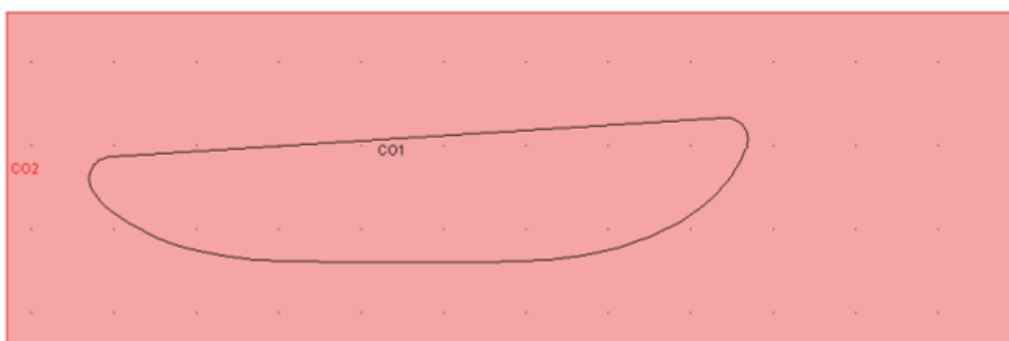
El color rojo de ambas regiones en la figura anterior indica que ambas han sido seleccionadas. Para deseccionarlas se presionará ESC, luego se

escogerá cualquiera de las dos regiones y se seleccionará del menú principal “Draw”, luego “Coerce to” y finalmente “Solid”. Esto convierte la región seleccionada en sólido y producirá la siguiente gráfica:



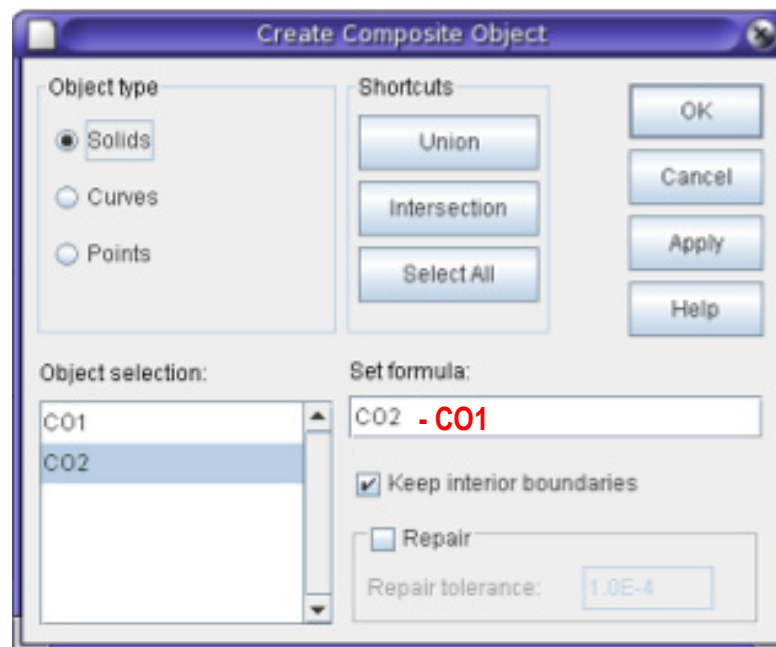
**Figura #16.-** Creación de región CO1

Luego se selecciona en este caso el otro elemento B1 y se sigue el mismo procedimiento anterior para convertirlo en sólido. Esto generará la siguiente gráfica:



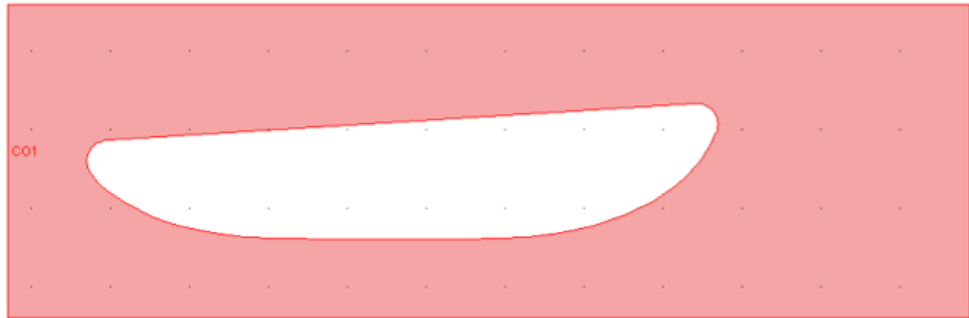
**Figura #17.-** Creación de región CO2

Se deben escoger por separado dichas regiones porque se necesita establecer la región donde pasa el fluido. Esto es posible mediante la sustracción de CO2 con CO1, lo cual se realiza escogiendo del menú “Draw”, la opción “Create Composite Object”, con lo que aparecerá la siguiente ventana:



**Figura #18.-** Ventana para unión o intersección de regiones

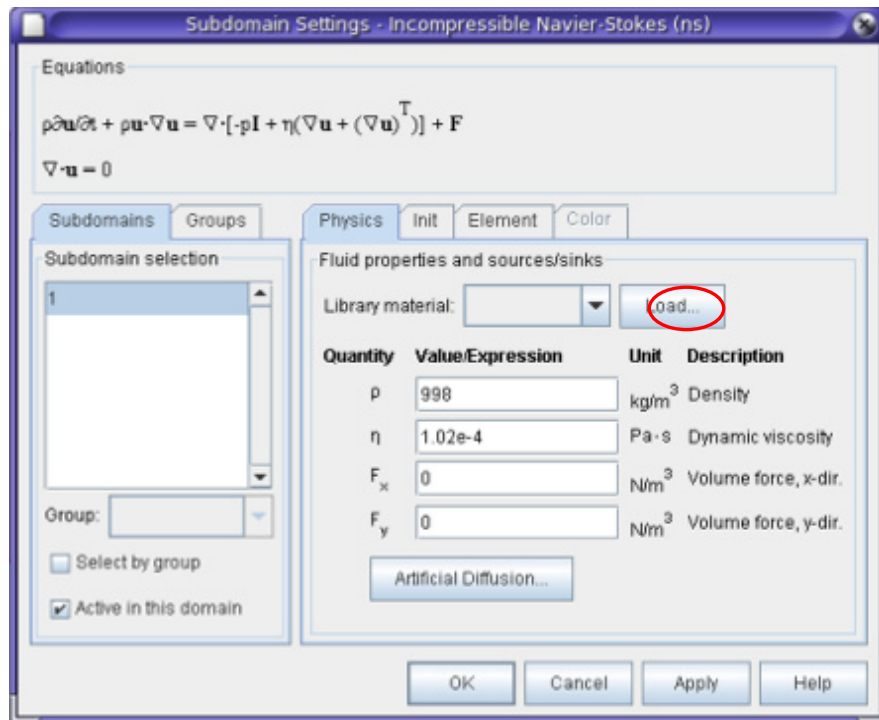
En esta ventana, en “Set formula”, se colocará además de CO2, el texto en rojo, de tal forma que se pueda sustraer CO1 del sólido CO2 y así generar el subdominio del modelo, que se muestra en la siguiente gráfica:



**Figura #19.-** Intersección de regiones

En este caso se ha creado un solo subdominio, sin embargo se pueden crear varios subdominios ejecutando los pasos previamente descritos. Una vez definido el subdominio a ser analizado, se establecerán las características del mismo, seleccionando del menú “Physics”, la opción “Subdomain Settings”. Luego se seleccionará el subdominio creado y se colocarán las características más importantes, tales como Densidad [ $\text{kg/m}^3$ ] y Viscosidad Dinámica [ $\text{Pa}\cdot\text{s}$ ], las cuales se muestran en la siguiente gráfica:

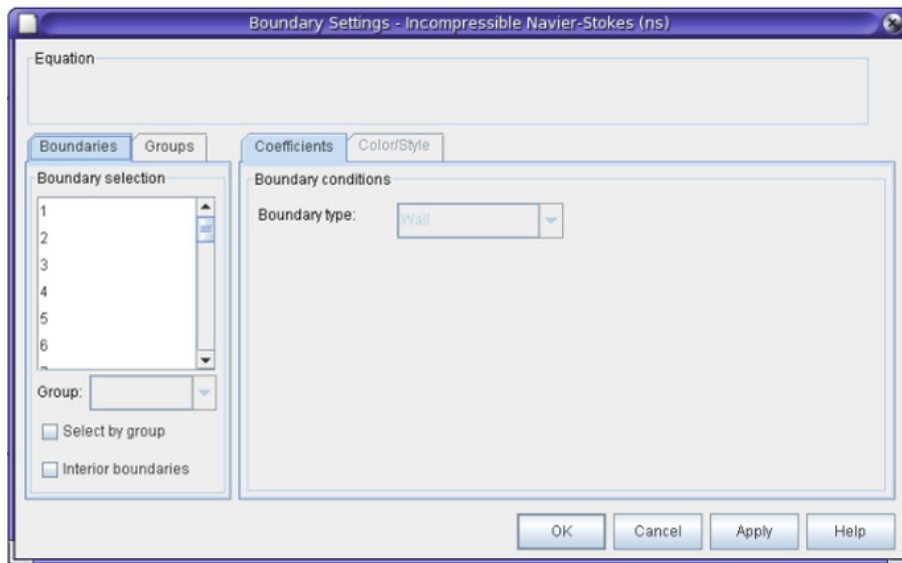




**Figura #20.-** Características del Subdominio

Las características digitadas en el caso mostrado son las del agua dulce a una temperatura de 25°C; si no se tienen dichas características se puede escoger el material del subdominio en la librería del material, seleccionando “Load...”.

Ahora se procederá a definir las condiciones de frontera del modelo, mediante la selección en el menú principal “Physics”, de la opción “Boundary Settings”. La ventana que aparecerá es la siguiente:



**Figura #21.-** Características de las Condiciones de Frontera

Luego se selecciona cada elemento de la frontera y se indica según corresponda, de qué condición se trata. A continuación se listan las opciones típicas disponibles en “Boundary type”:

- **WALL:** Describe la existencia de una pared sólida que indica que no hay movimiento relativo del fluido respecto de ella. Para esta condición existen algunas opciones que son:

<p><b>NO SLIP</b></p>	<p>Esta opción describe que el fluido en la pared no se está moviendo (Opción usada por default).</p>
-----------------------	---

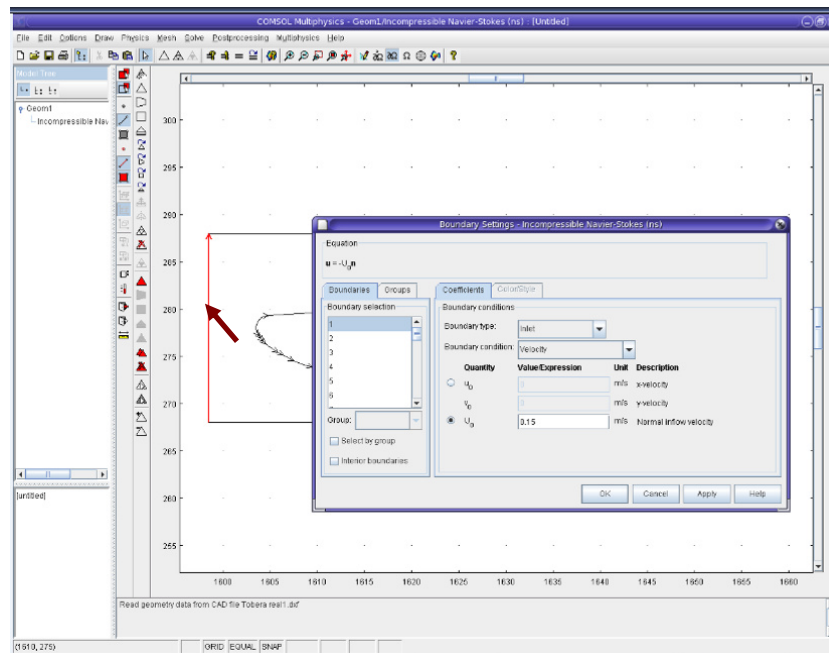
<b>MOVING / PERFORATED WALL</b>	Describe al fluido con movimiento a través de la pared.
<b>SLIDING WALL</b>	Define al fluido en dirección tangencial a la pared.
<b>SLIP</b>	Esta opción asume que no hay efectos viscosos en la pared.

En el presente análisis se define como WALL a los elementos que conforman las secciones transversales continuas y segmentadas de la tobera.

- **INLET:** Esta opción describe una condición de entrada del fluido, ya sea la velocidad inicial o la presión.
- **OUTLET:** Con esta opción se puede especificar la velocidad de salida del fluido, la presión, el esfuerzo no viscoso o el esfuerzo normal.
- **SYMMETRY BOUNDARY:** Define una frontera simétrica, en la cual el fluido pasa a través de ella, sin que esta afecte en la velocidad del mismo.

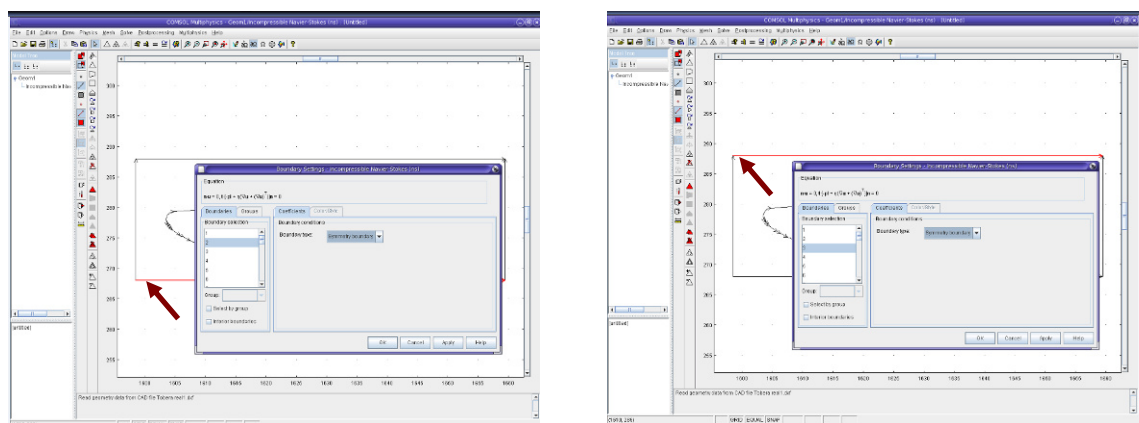
- **OPEN BOUNDARY:** Se usa para fronteras abiertas a grandes volúmenes de fluido. En esta condición se usan dos opciones, el esfuerzo no viscoso y el esfuerzo normal, al cual lo toma como default.
- **STRESS:** También conocida como condición de frontera de Tracción, tiene como opción el ingreso del esfuerzo general, el esfuerzo normal o el esfuerzo normal para flujo normal.

Para todos los elementos que conforman el modelo, COMSOL asume la condición de frontera WALL, por lo que si es necesario se deben cambiar dichas condiciones. Entonces, abierta la ventana de “Boundary Settings” se selecciona un elemento y automáticamente COMSOL señalará qué número de elemento es. Luego se seleccionará qué tipo de frontera se asigna. En el caso analizado, se siguió el siguiente procedimiento:



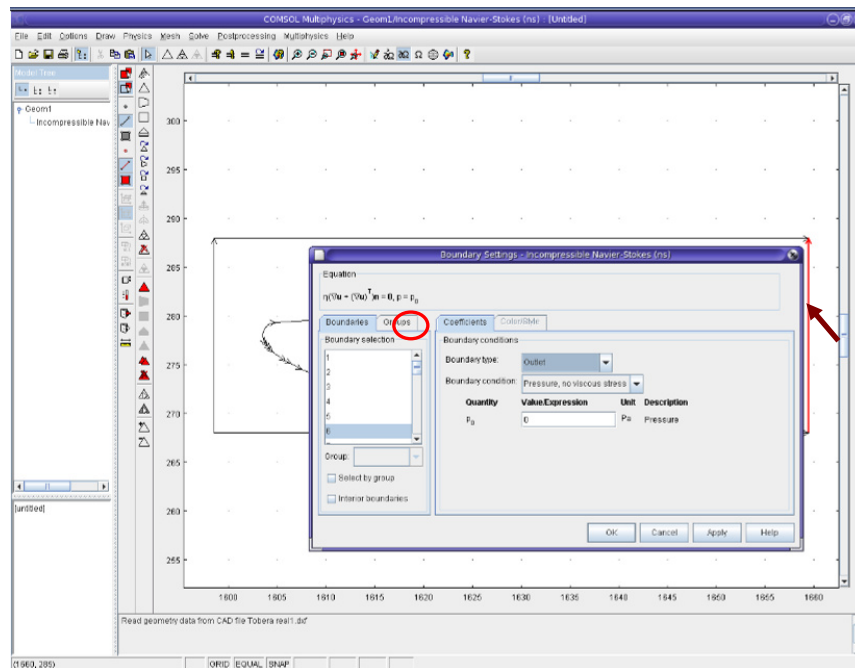
**Figura #22.-** Selección del elemento de entrada

Estableciéndose a dicho elemento como “Inlet”, se ingresa la velocidad inicial. Luego se escogen los elementos que conforman la pared del canal como “Symmetry Boundary”, y son los siguientes:



**Figura #23.-** Selección de los elementos de pared

En este caso fueron los elementos dos y tres. Luego se escoge el elemento por donde sale el fluido de agua que se muestra a continuación:



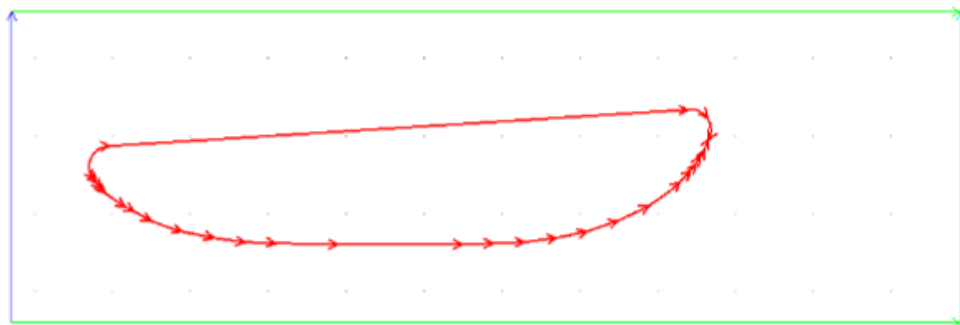
**Figura #24.-** Selección del elemento de salida

Finalmente, como la mayor cantidad de elementos forman parte de la sección transversal, y por default COMSOL coloca como condición de frontera “Wall” a todos los elementos, no es necesario establecer dicha condición en los restantes elementos de la sección.

Para estar seguros de que las condiciones expuestas son las correctas se puede seleccionar “Groups”, donde deberán aparecer 4 en este caso. Al

seleccionar cada grupo automáticamente se seleccionarán los elementos que forman parte de dicha condición de frontera. De esta forma el usuario se asegura de que las condiciones son las correctas. De no ser así, se deberá regresar a la herramienta “Boundaries” para cambiar la frontera del elemento que esté incorrecta.

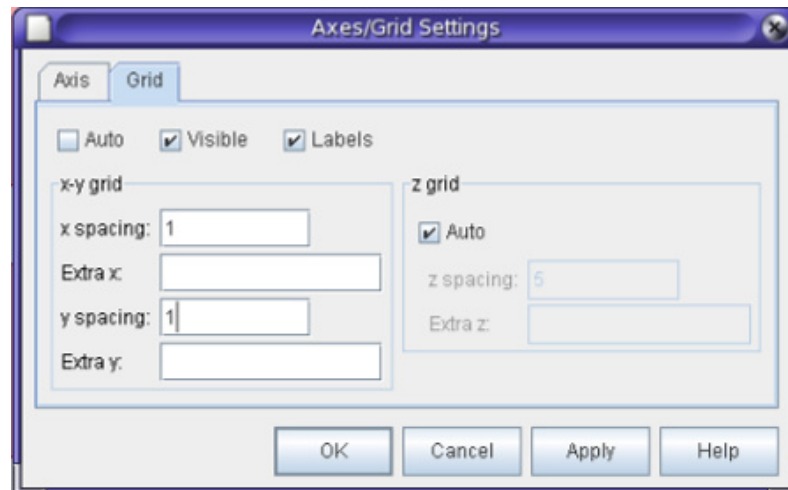
Finalmente el gráfico que aparece en la pantalla, mostrará un color diferente para cada condición de frontera incluida en el modelo:



**Figura #25.-** Condiciones de frontera

Si el gráfico no estuviera en la posición correcta, se deberá mover el mismo hacia el origen. Sin embargo, si la grilla no es lo suficientemente pequeña como para moverla hacia un punto específico, se deberá saber exactamente, cuánto se debe desplazar el gráfico en dirección  $x$  y  $y$ .

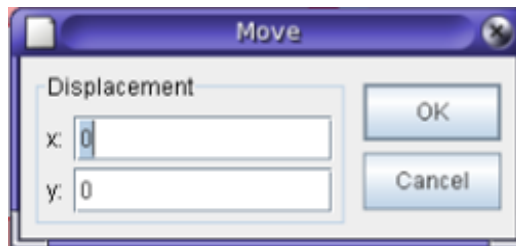
Para cambiar las especificaciones de la partición se deberá seleccionar del menú principal “Options”, la opción “Axes/Grid Settings”, en la que aparecerá el siguiente recuadro:



**Figura #26.-** Características de la grilla

En las opciones “x spacing” y “y spacing” se cambiarán los espaciamientos entre el eje x y y, luego se escoge OK, para aceptar la selección escogida. Ahora se procederá a mover el modelo a la posición de origen, escogiendo del menú principal “Draw”, la opción “Modify”. En esta herramienta aparecerá un submenú con las opciones “Move”, “Rotate”, “Scale”, “Mirror”. Según la necesidad del usuario, escogerá cualquiera de estas opciones para modificar el modelo. En el presente ejemplo se empleó la opción “Move”, con la cual aparece el siguiente recuadro:





**Figura #27.-** Características del desplazamiento del modelo

Aquí se deberán colocar las posiciones aproximadas de la posición requerida, hasta llegar a la posición de origen.

Una vez establecidas las condiciones de frontera y expuesto el modelo en la posición requerida, se hará el particionado del dominio, antes de resolver el problema. COMSOL puede crear mallas con elementos de forma triangular o cuadrangular. Además el dominio puede ser discretizado libremente, adoptándose las características por default del programa. Estas características pueden variar de acuerdo a su significado, las que se describen a continuación:

**Máximo tamaño de los elementos:** Dicho tamaño está definido por 1 sobre la décima parte de la máxima distancia en la geometría.

**Factor de escala máximo del tamaño de los elementos:** Si no se coloca algún valor en el elemento anterior, este factor es multiplicado directamente

por uno, para acogerse a la definición previa del máximo tamaño de los elementos.

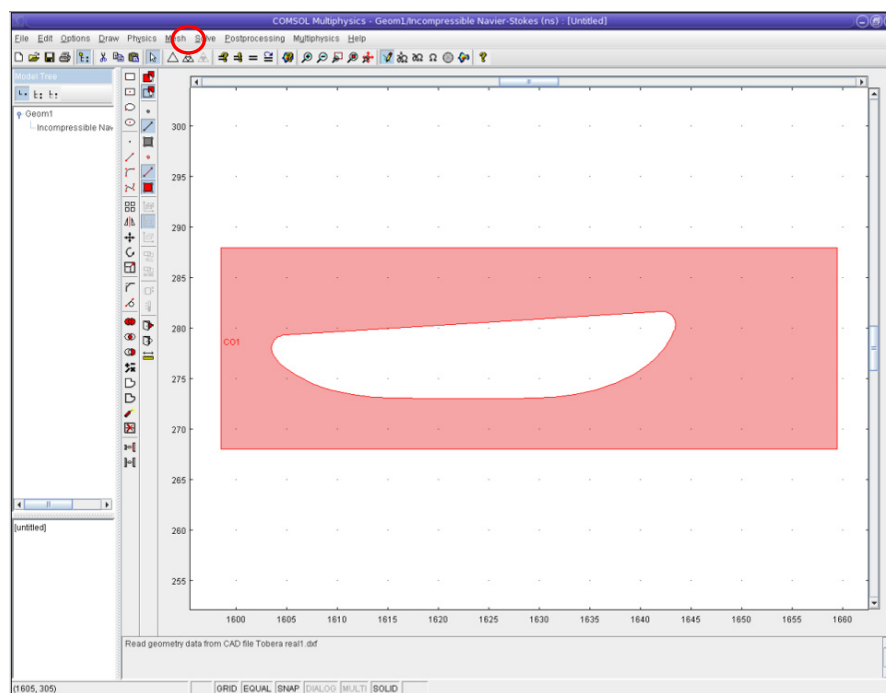
**Tasa de crecimiento del elemento:** Determina la máxima tasa a la cual el tamaño del elemento puede crecer, desde una región con elementos pequeños a una región con elementos grandes. El valor inicial para esta tasa es 1.5.

**Factor de curvatura de la malla:** Determina el tamaño de los elementos de la frontera comparados a la curvatura de la frontera de la geometría. Un valor más pequeño de este factor resultará en una malla más fina. El valor inicial por default es 0.6.

**Corte de Curvatura de la malla:** Este valor previene la generación de muchos elementos alrededor de las partes curvas de la geometría. El valor por default es 0.03.

**Resolución de regiones estrechas:** Con esta opción se controla el número de capas de elementos que son creadas en regiones estrechas. Este valor debe ser escalar positivo.

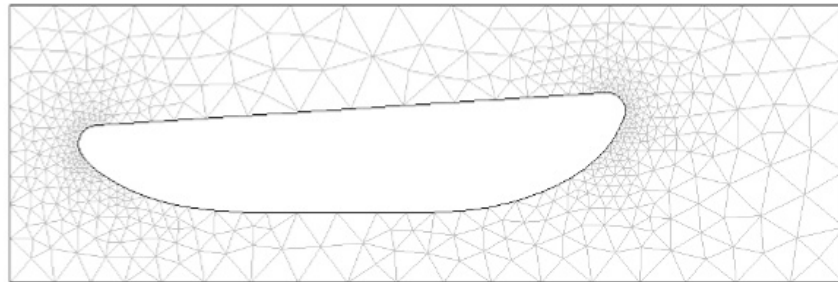
Para ingresar o cambiar los datos antes mencionados, se seleccionará en el menú principal “Mesh”, la opción “Free Mesh Parameters”. En esta ventana aparecerá la opción “Global”, en la cual se altera la malla de todos los subdominios de la forma anteriormente descrita, ya que se muestran las mismas opciones.



**Figura #28.- Selección de Enmallado**

Si hubiere más de un dominio, y se quiere establecer una diferencia en la formación de la malla de cada uno de ellos, se deberá seleccionar “Subdomain”, con lo cual aparecerán las mismas opciones de cambio para

cada subdominio creado. A continuación se presentará una gráfica donde aparece la partición desarrollada en el presente ejercicio:



**Figura #29.- Enmallado**

Un enmallado libre también puede desarrollarse a través del comando triangular mostrado a continuación. Si se quisiera refinar la malla, entonces se escogerá el comando derecho de la figura #30.



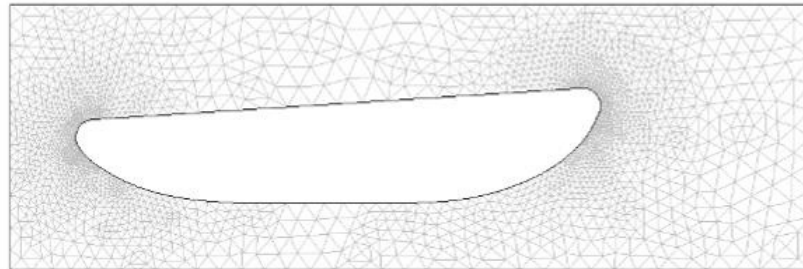
Creación de enmallado libre



Refinamiento de enmallado

**Figura #30.- Comandos para enmallado**

Una vez elaborado el refinamiento de la malla se tendrá un gráfico como se observa a continuación:

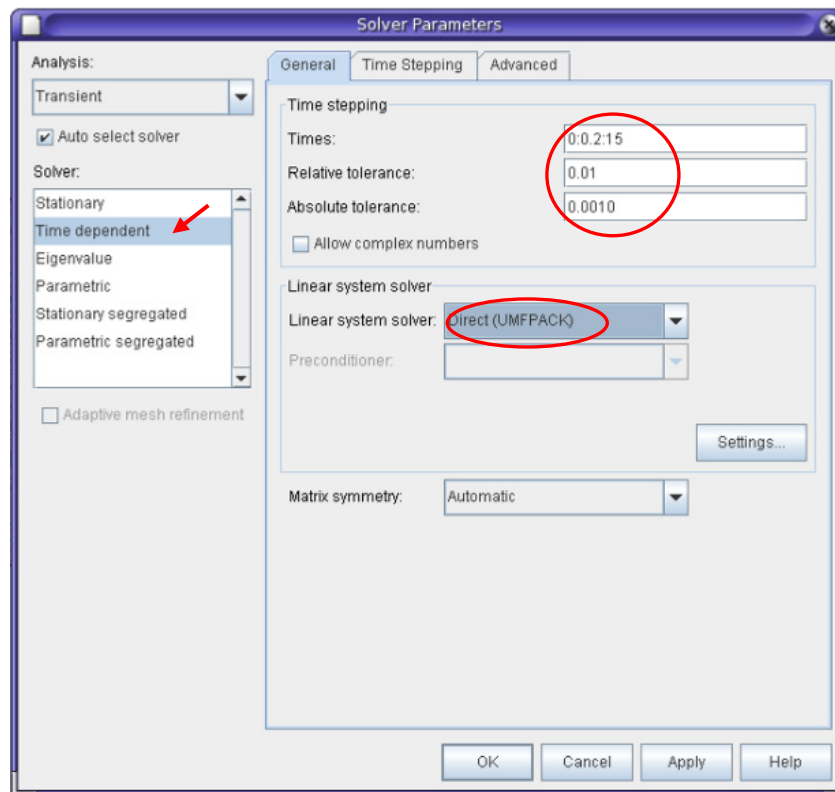


**Figura #31.-** Refinamiento de enmallado

Ahora se procederá a escoger la forma de solución del problema, escogiendo del menú principal “Solver”, la opción “Solver Parameters”. En esta opción se listarán las siguientes opciones:

**Stationary:** Esta forma de solución trabaja para problemas estacionarios lineales y no-lineales.

**Time dependent:** Esta solución trabaja para problemas dependientes del tiempo. Con esta opción específicamente se obtuvo convergencia para el presente ejercicio. A continuación se mostrará la ventana.



**Figura #32.-** Parámetros de Solución “Time dependent”

Específicamente en el casillero “Times” se coloca el intervalo en el que se quieren las soluciones; en el caso mostrado, se pide que se presenten soluciones desde 0 hasta 15 segundos con intervalos de 0.2 segundos.

En la opción “Relative tolerance” y “Absolute tolerance” se mantuvieron las condiciones iniciales por default, al igual que la forma de solución del sistema lineal “Direct (UMFPACK)”, tal y como se muestra en la ventana anterior.

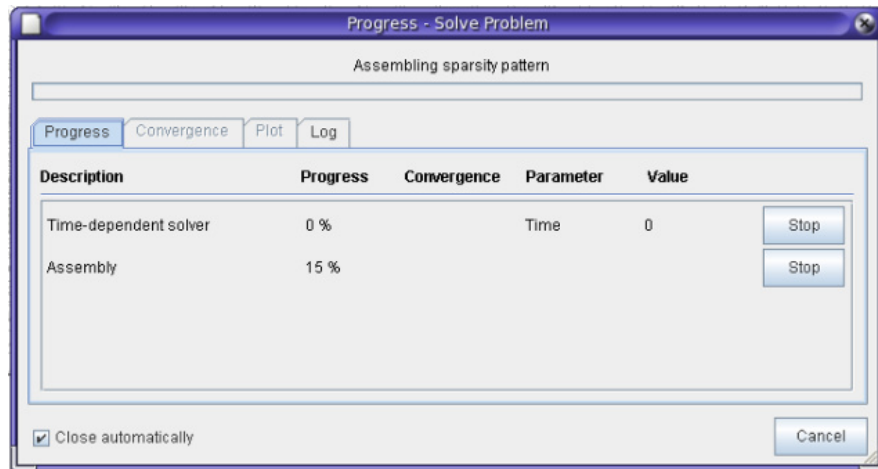
**Eigenvalue:** Esta solución maneja problemas de valores propios lineales o linearizados, los cuales en algunos casos alternativamente son llamados problemas de Valor propio.

**Parametric:** Se usa este método para encontrar la solución a una secuencia de problemas estacionarios lineales o no-lineales que surgen cuando se varía un parámetro de interés. Este método también puede ser útil cuando es difícil llegar a la convergencia en un modelo no-lineal.

**Stationary segregated:** Se lo usa para problemas estacionarios lineales o no-lineales cuando se quiere dividir los pasos de la solución en subpasos.

**Parametric segregated:** Se usa este método para encontrar la solución a una secuencia de problemas estacionarios lineales o no-lineales que surgen cuando se varía un parámetro de interés.

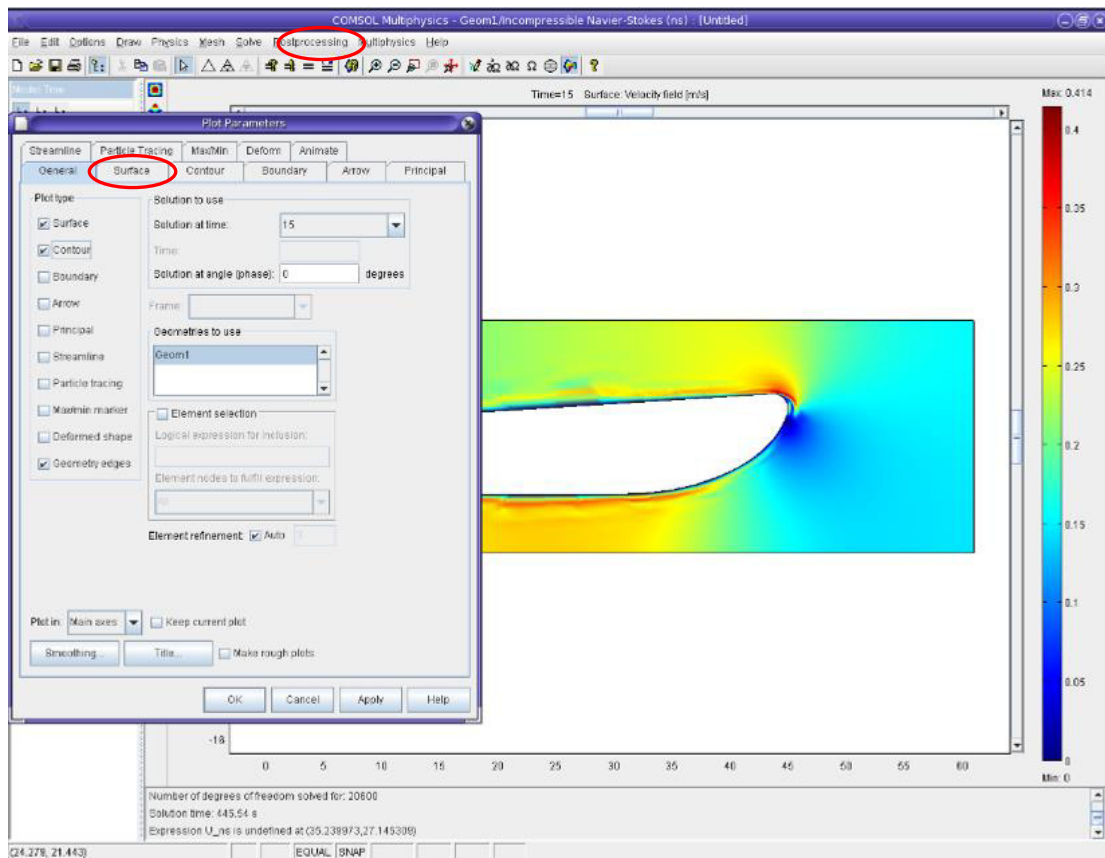
Una vez escogido el método de resolver el problema se procede a escoger del menú principal "Solver", la opción "Solve Problem", con lo cual aparecerá la siguiente ventana:



**Figura #33.-** Ventana de progreso de Solución

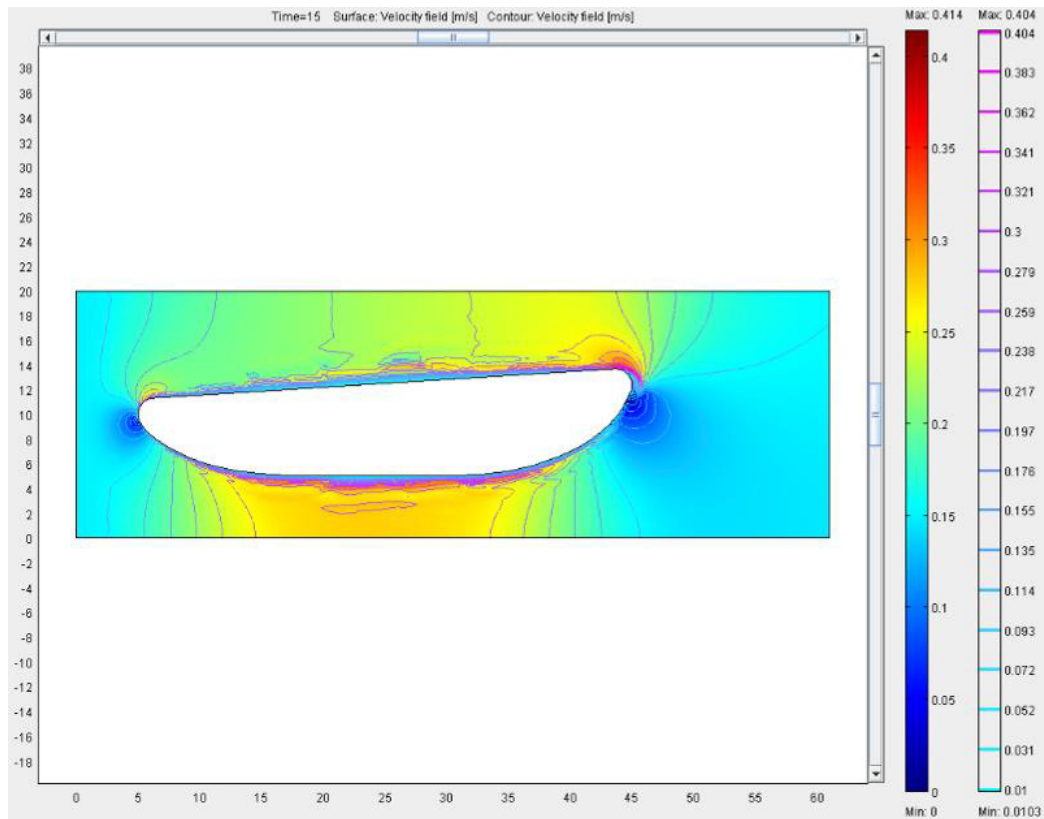
En esta ventana se debe esperar a que el progreso sea del 100%, lo que indica que el problema convergió y luego proceder a exportar los resultados que se requieran, tales como velocidad, vorticidad, presión, etc. Sin embargo, antes de exportar los resultados, para tener una idea de lo que se ha obtenido, se puede escoger qué campo (velocidad, presión, vorticidad, etc.) se requiere observar en el modelo. Luego escogiendo del menú principal "Postprocessing", la herramienta "Plot Parameters", aparecerá la siguiente ventana:





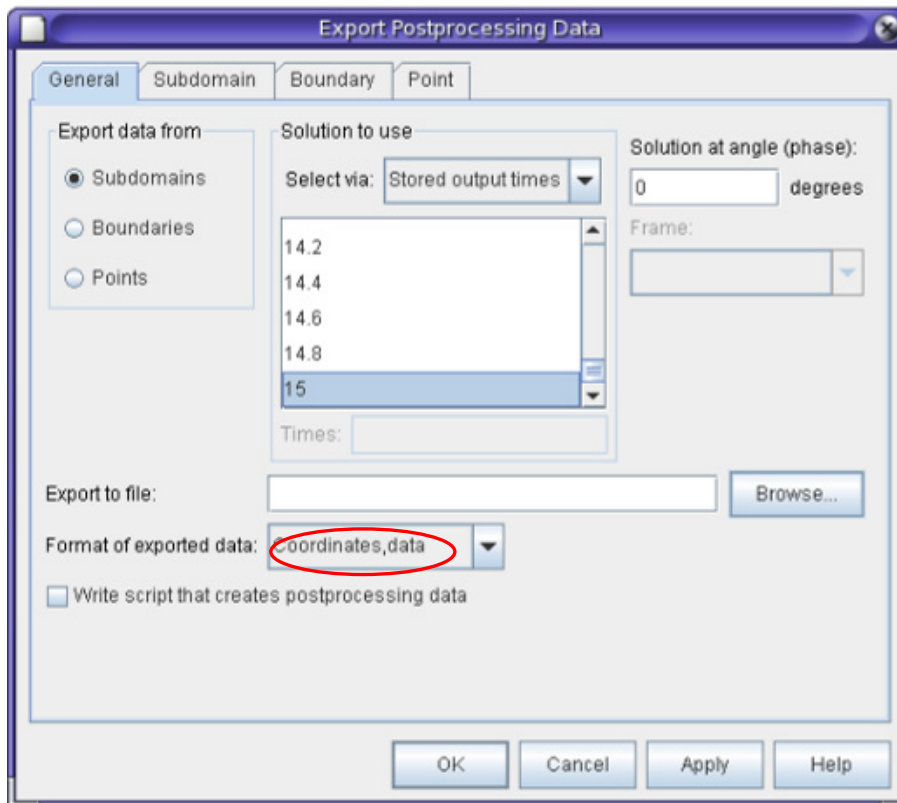
**Figura #34.-** Parámetro de Ploteo

En esta ventana se pueden escoger los tipos de gráfico para mostrar los resultados, tales como “Arrow” que son las flechas que indican la dirección del fluido, o “Contour” que dibuja las curvas de nivel en el modelo, o “Surface” que indica según un campo de colores la característica velocidad, presión, vorticidad, según se elija. La gráfica que aparecerá señalando las opciones indicadas en la figura anterior es la siguiente:



**Figura #35.-** Gráfica de Campos de Velocidad en la Sección Transversal de una tobera

Una vez realizado este proceso, se pueden exportar los resultados escogiendo del menú principal “File” la opción “Export”. En este submenú aparecerá un listado de opciones, de las cuales se escogerá “Postprocessing Data”. La ventana que aparecerá es la siguiente:

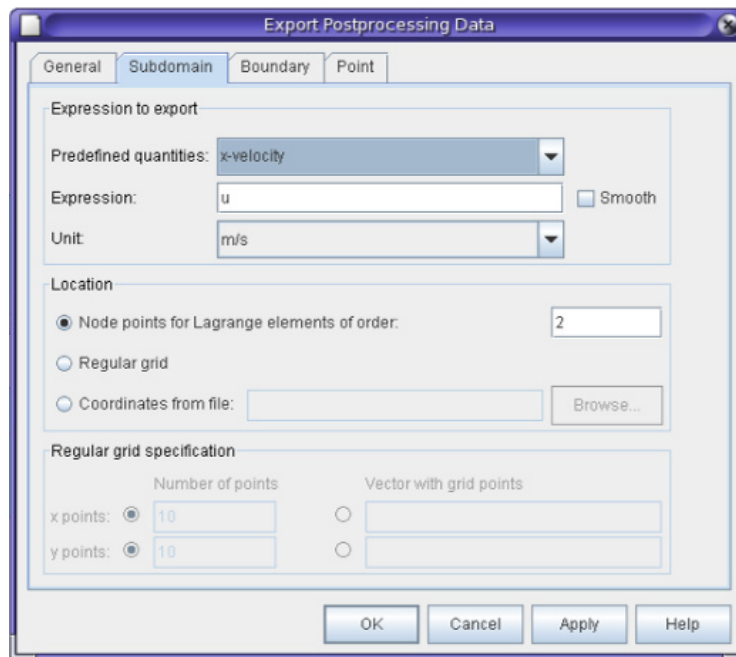


**Figura #36.-** Exportación de resultados

En esta ventana, en la opción “General” se tienen 3 opciones, sin embargo se escoge “Subdomain”, en la cual aparecen los resultados con pasos de 0.2 hasta 15 segundos. De estos resultados se escogió solo la última opción, dado que se estaba analizando un problema estable y se esperaba que se hubiera alcanzado la Convergencia luego del tiempo mencionado.

En la opción “Format of exported data” aparecen dos opciones, sin embargo, la opción que se debe escoger es la señalada en el círculo rojo de la figura anterior. Luego, para saber qué datos se tendrá en el archivo de resultados

se escogerá la opción “Subdomain” del menú de la presente ventana, con lo cual se abrirá la siguiente ventana:



**Figura #37.-** Características de Exportación de resultados en el Subdominio

En esta ventana se define el campo de resultados que se requiere. En este caso se ha escogido las velocidades en la dirección x. Luego se regresará a la ventana “General” para escoger la ubicación del archivo de resultados en la opción “Browse...” de la opción “Export to file”. Una vez colocado OK, se creará automáticamente el archivo de resultados.

Nótese que en dicho archivo habrá tres columnas, presentando en las dos primeras, la posición (x, y) de los nodos, y en la tercera, aparecerán las

velocidades en  $x$  o la opción que se haya escogido en “Predefined quantities”.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] <http://es.wikipedia.org/wiki/Fluido>, 2009
- [2] <http://www.monografias.com/trabajos12/mecflui/mecflui.shtml>, 2002
- [3] [http://es.wikipedia.org/wiki/Fluido\\_newtoniano](http://es.wikipedia.org/wiki/Fluido_newtoniano), 2009
- [4] [http://es.wikipedia.org/wiki/Fluido\\_no-newtoniano](http://es.wikipedia.org/wiki/Fluido_no-newtoniano), 2009
- [5] <http://es.wikipedia.org/wiki/Viscosidad>, 2009
- [6] [http://es.wikipedia.org/wiki/Capa\\_l%C3%ADmite](http://es.wikipedia.org/wiki/Capa_l%C3%ADmite), 2009
- [7] [http://es.wikipedia.org/wiki/Corriente\\_laminar](http://es.wikipedia.org/wiki/Corriente_laminar), 2009
- [8] [http://es.wikipedia.org/wiki/L%C3%ADnea\\_de\\_corriente](http://es.wikipedia.org/wiki/L%C3%ADnea_de_corriente), 2009
- [9] [http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero\\_de\\_Reynolds](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_de_Reynolds), 2009
- [10] STREETER, V., BEDFORD, K., WYLIE, B., Mecánica de Fluidos, McGraw Hill Interamericana, S.A., Colombia, 2000.
- [11] <http://personales.ya.com/universal/TermoWeb/MecanicaFluidos/PDFs/8MecFluidos.pdf>
- [12] <http://macul.ciencias.uchile.cl/~rferrer/aerotot/node33.html>, 2005
- [13] [http://es.wikipedia.org/wiki/Corriente\\_turbulenta](http://es.wikipedia.org/wiki/Corriente_turbulenta), 2008
- [14] <http://es.wikipedia.org/wiki/V%C3%B3rtice>, 2008
- [15] <http://es.wikipedia.org/wiki/Vorticidad>, 2009
- [16] <http://catedras.quimica.unlp.edu.ar/ftransporte/clase6b.pdf>
- [17] [http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaciones\\_de\\_Navier-Stokes](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaciones_de_Navier-Stokes), 2009
- [18] [http://en.wikipedia.org/wiki/Computational\\_fluid\\_dynamics](http://en.wikipedia.org/wiki/Computational_fluid_dynamics), 2008
- [19] LEWIS, E., Principles of Naval Architecture, The Society of Naval Architects and Marine Engineers, United States, 1988.

[20] <http://www.dantecdynamics.com/Default.aspx?ID=653>, 2007

[21] COMSOL AB, COMSOL Multiphysics User's Guide, Versión 3.4, 2007.