ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
INSTITUTO DE CIENCIAS FÍSICAS
I TÉRMINO 2012-2013
FÍSICA C
Segunda evaluación

SOLUCIÓN

Pregunta 1 (3 puntos)
Un globo de caucho tiene en su interior una carga puntual. ¿El flujo eléctrico a través del globo depende de si está inflado por completo o no? Explique su razonamiento.

No, el flujo eléctrico depende solamente de la carga neta dentro de la superficie, independientemente de la forma y tamaño de la misma.

Pregunta 2 (3 puntos)
Un capacitor de placas paralelas se carga con una batería y se mantiene conectado a ésta. Después se duplica la distancia de separación entre las placas. ¿Cómo cambian el campo eléctrico, la carga en las placas y la energía total? Explique su razonamiento.

Al permanecer conectado a la batería, la diferencia de potencial entre las placas del capacitor se mantendrá constante.

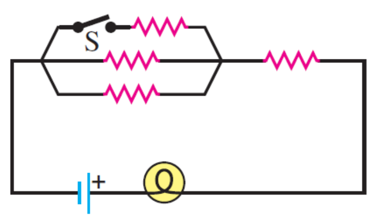
Al duplicar la distancia, la capacitancia del capacitor se reduce a la mitad ($C = \varepsilon_0 A/d$)

$E = \Delta V/d \Rightarrow$ *el campo eléctrico se reduce a la mitad*

$Q = C\Delta V \Rightarrow$ *la carga eléctrica se reduce a la mitad*

$U = \frac{1}{2}C\Delta V^2 \Rightarrow$ *la energía se reduce a la mitad*

Pregunta 3 (3 puntos)
Se conecta una bombilla en el circuito que se ilustra en la figura. Si se cierra el interruptor S, ¿la luminosidad de la bombilla aumenta, disminuye o permanece igual? Explique por qué.

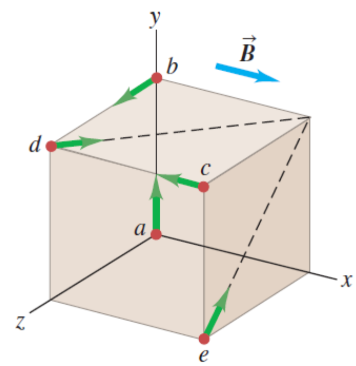


Al cerrar el interruptor S, la resistencia total del circuito disminuye y la corriente que fluye por el circuito aumenta. Por lo tanto, la luminosidad de la bombilla aumenta.

Pregunta 4 (3 puntos)
Verifique que la constante de tiempo *RC* tiene unidades de tiempo.

[RC]≡ Ω·F ≡ (V/A)(C/V) ≡ (1/C/s)(C) ≡ s

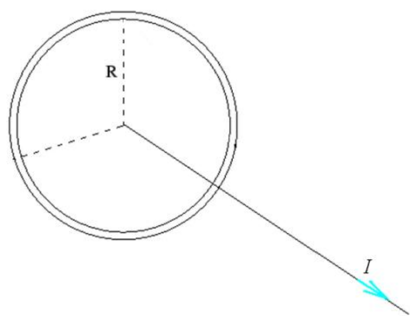
Pregunta 5 (3 puntos)
Cada uno de los puntos indicados en las esquinas del cubo que se aprecia en la figura representa una carga positiva q que se mueve con una velocidad de magnitud v en la dirección indicada. La región en la figura está en un campo magnético uniforme $\vec{\boldsymbol{B}}$, paralelo al eje x y dirigido hacia la derecha. ¿Cuál(es) carga(s) **NO** experimenta(n) una fuerza debido a $\vec{\boldsymbol{B}}$? Explique su respuesta



La fuerza magnética está dada por $\vec{\boldsymbol{F}} = q\,\vec{\boldsymbol{v}} \times \vec{\boldsymbol{B}}$.

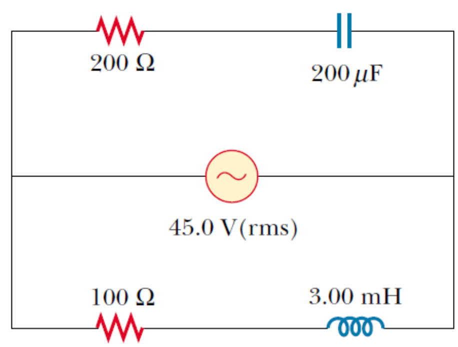
Sólo la carga ubicada en el punto c no experimenta fuerza magnética, pues al estar en dirección opuesta a $\vec{\boldsymbol{B}}$ *el producto cruz es cero.*

Pregunta 6 (3 puntos)
Un conductor largo y recto pasa por el centro de un anillo metálico, perpendicular a su plano. Si la corriente en el conductor aumenta, ¿se induce una corriente en el anillo? Explique lo que pasa.



El campo magnético creado por el conductor es tangente a la superficie del anillo, por lo que no hay flujo magnético que atraviese la superficie encerrada por el anillo. Por lo tanto, no se induce ninguna corriente.

Pregunta 7 (3 puntos)
En la figura, encuentre la corriente (rms) entregada por la fuente de 45.0 V (rms) cuando la frecuencia es muy grande. Explique su razonamiento.



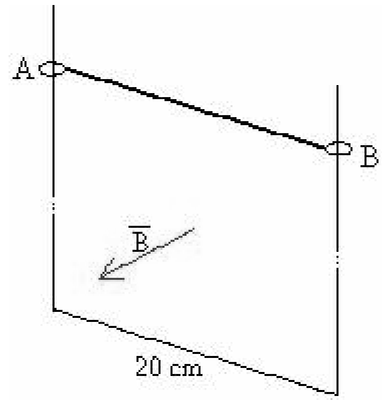
Cuando la frecuencia es muy grande, el ramal inferior lleva una corriente insignificante pues $X_L = \omega L$ se comporta prácticamente como un circuito abierto.

También, $X_C = 1/\omega C$ es insignificante comparada con la resistencia de 200 Ω.

Por tanto, 45.0 V/200 Ω = 225 mA fluye por la fuente y por el ramal superior.

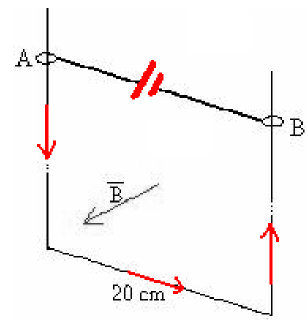
Problema 1 (10 puntos)

Una varilla conductora de masa 10 g desliza sobre carriles paralelos verticales distantes 20 cm. Los carriles muy largos se cierran por la parte inferior, tal como se indica en la figura. En la región existe un campo magnético uniforme y perpendicular al plano del papel de intensidad 1.5 T. La resistencia de la varilla es de 10 Ω (los carriles se suponen superconductores)



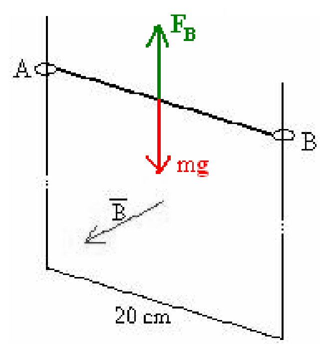
a) Indicar si el potencial de A es mayor o menor que el de B y justificar cómo circula la corriente en el circuito.

La polaridad de la fem inducida es tal que tiende a producir una corriente que crea un campo magnético, el cual se opone al cambio del flujo magnético a través del área encerrada por la espira de corriente. A medida que la varilla desciende, el flujo magnético disminuye, por lo que se induce una corriente en sentido antihorario. El punto A está a mayor potencial que el punto B.



b) La varilla parte del reposo y su velocidad se incrementa hasta alcanzar un valor límite constante, ¿cuánto vale esta velocidad? Explique su razonamiento para obtener la respuesta.

Al principio, cuando parte del reposo, v = 0 y $F_B = 0$. Al caer, la varilla incrementa su velocidad y F_B se incrementa. En el instante en que el peso se iguala a la fuerza magnética, la varilla empieza a descender con velocidad constante.



$$F_B = mg$$

$$IlB = mg$$

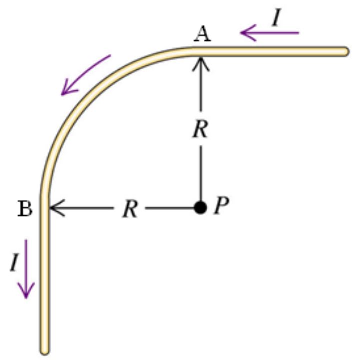
$$\frac{vlB}{R} lB = mg$$

$$v = \frac{mgR}{l^2B^2}$$

$$v = 10.89 \text{ m/s}$$

Problema 2 (9 puntos)

Considere un alambre de cobre de longitud infinita. Se dobla en la parte central para formar un cuarto de círculo de radio R, como se muestra en la figura. Ahora, se conecta el cable a una fuente de tensión (en el infinito) para que una corriente constante I fluya en el alambre. ¿Cuál es el campo magnético en el punto P?



Podemos dividir el cable en tres secciones: dos segmentos rectos semi-infinitos y un cuarto de círculo. En la figura, los segmentos son como sigue: un alambre recto semi-infinito desde ∞ hasta A, un cuarto de círculo de A a B, y un alambre recto semi-infinita de B a ∞. El centro del círculo está en un extremo de los segmentos semi-infinitos.

Para encontrar el campo magnético en el centro del cuarto de círculo, se puede utilizar el principio de superposición. Sólo tenemos que agregar el campo magnético debido a los tres segmentos.

El campo magnético de un segmento de alambre recto infinito que transporta una corriente I es

$$B = \mu_0 I/(2\pi d)$$

donde d es la distancia perpendicular al alambre. En este ejercicio la ubicación es a una distancia R de un alambre semi-infinito. Utilizando este resultado tenemos

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

puesto que el alambre es la mitad de uno infinito y la ubicación es en el extremo.

Para hallar el campo magnético en el centro del cuarto de círculo, podemos utilizar la ley de Biot-Savart como se hizo en clases para un círculo completo. Dado que el alambre es sólo ¼ de un círculo completo, el campo magnético es $(1/4)\mu_0 I/(2R) = \mu_0 I/(8R)$.

Sumando el campo magnético de los tres segmentos tenemos:

$$\begin{aligned} |\vec{B}_{neto}| &= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} + \frac{\mu_0 I}{8R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \\ &= \frac{\mu_0 I}{2R}(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{4}) \end{aligned}$$

Problema 3 (10 puntos)

Imagine un largo alambre cilíndrico de radio R que tiene una densidad de corriente $J(r) = J_0(1 - r^2/R^2)$ para $r \leq R$ y $J(r) = 0$ para $r > R$, donde r es la distancia desde el eje del alambre.

a) Encuentre el campo magnético resultante adentro ($r \leq R$) y afuera ($r > R$) del alambre.

Un anillo de radio r y ancho dr tiene un área $dA = 2\pi r dr$.

La corriente dentro de un radio r es

$$I = \int_0^r 2\pi J r\, dr = 2\pi J_0 \int_0^r r\, dr - 2\pi\left(J_0/R^2\right)\int_0^r r^3\, dr = 2\pi J_0 r^2/2 - 2\pi\left(J_0/R^2\right)\left(r^4/4\right)$$

La ley de Ampère dice:

$$B(2\pi r) = \mu_0 I = \mu_0 \pi J_0\left(r^2 - r^4/2R^2\right),$$

$$\boxed{B = \mu_0 J_0 R\left[\frac{1}{2}\left(\frac{r}{R}\right) - \frac{1}{4}\left(\frac{r}{R}\right)^3\right] \text{ para } r \leq R}$$

y

$$B(2\pi r) = \mu_0 I_{\text{total}} = \mu_0\left[\pi J_0 R^2 - \pi J_0 R^2/2\right] = \mu_0 \pi J_0 R^2/2$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 J_0 R^2}{4r} = \frac{\mu_0 J_0 R}{4(r/R)} \text{ para } r \geq R}$$

b) Encuentre la posición donde el campo magnético es máximo.

Para localizar el valor máximo se requiere que

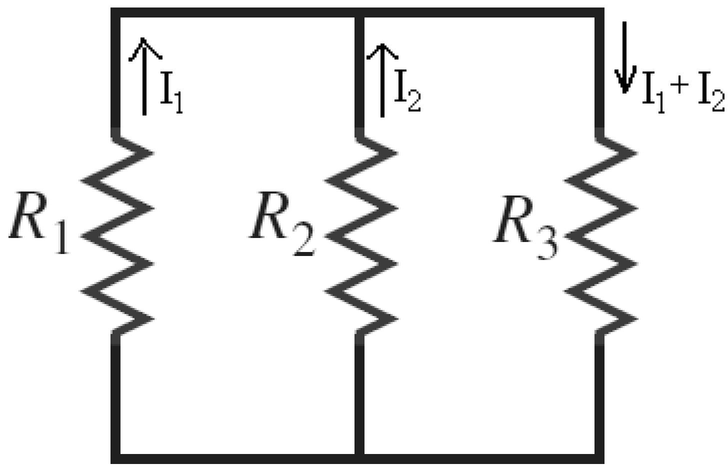
$$\frac{dB}{dr} = \frac{\mu_0 J_0}{2} - 3\frac{\mu_0 J_0 r^2}{4R^2} = 0$$

Esto da la posición del máximo en

$$\boxed{r = \sqrt{2/3}\, R}$$

Problema 4 (10 puntos)

El circuito de la figura contiene tres resistores, cada uno tiene una resistencia de 1.0 Ω. No hay baterías, pero hay un campo magnético variable en la malla de la derecha del circuito. El campo magnético variable produce un flujo magnético en el bucle de la derecha que es $\Phi_m = -6t$ si el vector área es hacia dentro de la página. No hay ningún campo magnético en la malla izquierda del circuito. Encontrar la cantidad de corriente que fluye a través de cada resistor.



Etiquetando la corriente a través del resistor R_1 como I_1 hacia arriba y la corriente a través del resistor R_2 como I_2 hacia arriba. Entonces, la corriente a través del resistor R_3 será $I_1 + I_2$ hacia abajo. Tomando un camino en sentido horario en la malla izquierda tenemos:

$$\begin{aligned} -(1)I_1 + (1)I_2 &= 0 \\ I_1 &= I_2 \end{aligned}$$

El lado derecho de la ecuación es igual a cero, ya que no hay flujo magnético cambiante a través de la malla. Si $I_1 = I_2$, la corriente a través del resistor R_3 es $2I_1$. El vector área es hacia adentro de la página, por lo que debemos tomar un camino en sentido horario alrededor de la malla derecha. Con este camino, que requiere que la suma de los cambios de potencial alrededor del camino sea igual a $d\Phi/dt$, tenemos:

$$\begin{aligned} -(1)I_1 - (2)I_1 &= \frac{d\Phi_m}{dt} \\ -3I_1 &= -6 \\ I_1 &= 2\ A \end{aligned}$$

Dos amperios fluyen hacia arriba a través de R_1 y R_2, y cuatro amperios fluyen hacia abajo a través de la resistencia R_3.