ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMATICAS

DEPARTAMENTO DE FISICA

PRIMERA EVALUACION DE FISICA C

DICIEMBRE 4 DEL 2013

COMPROMISO DE HONOR

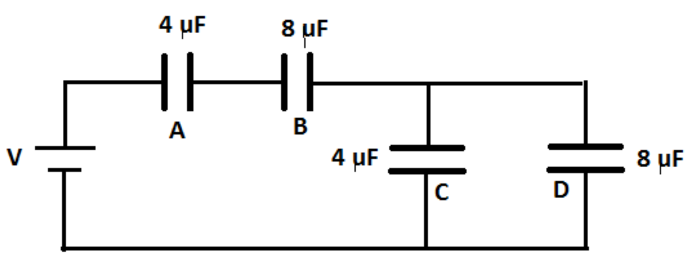
Yo, …… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora *ordinaria* para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

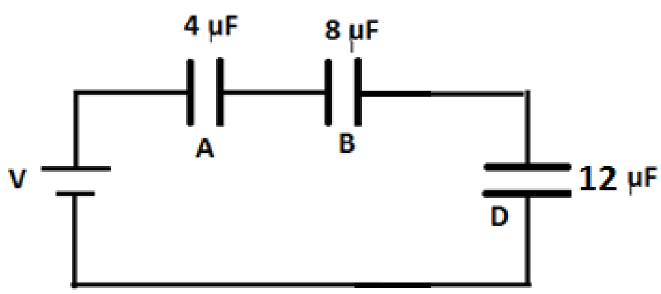
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

____
Firma

NÚMERO DE MATRÍCULA:…………….………………. PARALELO:…………

1. Cuatro capacitores **A**, **B**, **C** y **D**, se conectan como se indica en la figura de abajo. DEMUESTRE cuál de ellos almacena la mayor energía.



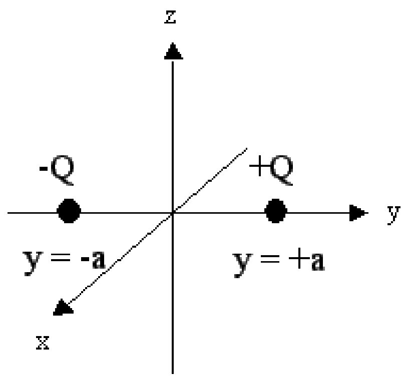


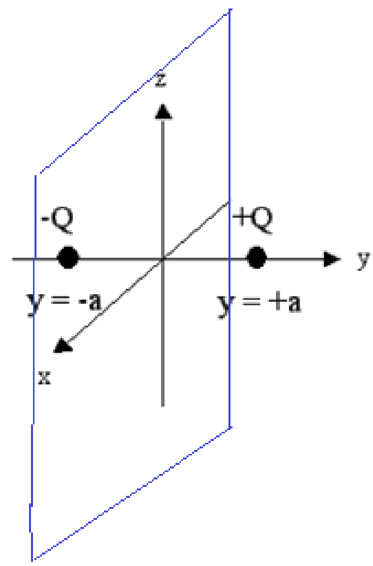
DE ESTOS TRES CAPACITORES (4, 8 Y 12) μF EN SERIE CON LA FUENTE, ALMACENA MAS ENERGÍA EL QUE TIENE MENOS CAPACITANCIA (EL DE 4μF). YA QUE TODOS ESTAN EN SERIE Y TIENEN LA MISMA CARGA.

$$U = \frac{Q^2}{2C}$$

LA CARGA DEL DE 12 μF SE DEBE REPARTIR ENTRE LOS DE 4 μF Y 8 μF, POR LO TANTO ALMACENAN MENOS ENERGIA

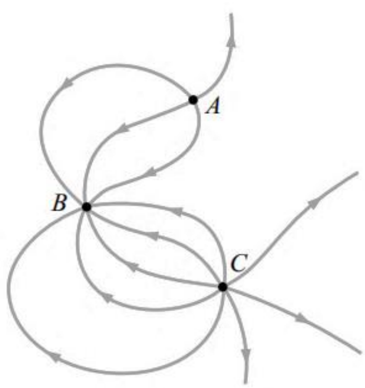
2. Dos cargas son colocadas sobre el eje de las *y* formando un dipolo como se muestra en la figura de abajo. ¿Cuál de los planos: *xy*, *yz*, *zx*, es una superficie equipotencial? Dibuje el plano en el gráfico y explique su respuesta.





TODOS LOS PUNTOS SOBRE ESTE PLANO SE ENCUENTRAN A LA MISMA DISTANCIA, RESPECTIVAMENTE, DE LAS CARGAS +Q Y –Q.

3. La ***carga neta*** mostrada en la figura ($Q_A + Q_B + Q_C$) es +Q. Determine el valor de cada una de las cargas A, B, C en función de la carga Q.



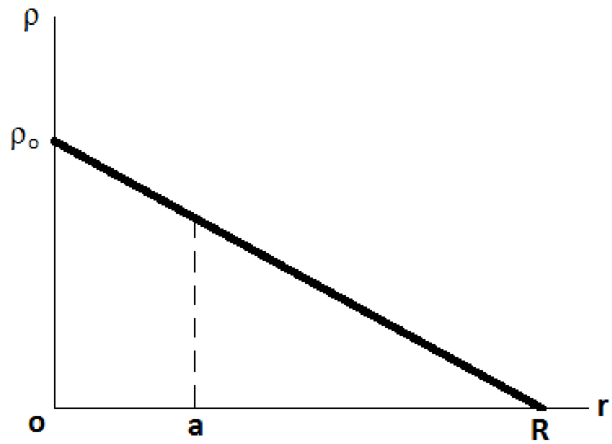
De la dirección de las líneas de fuerza (salen de las cargas positivas y llegan a las cargas negativas) se ve que A y C son positivas y B es una carga negativa. Ocho líneas de fuerza terminan en B, ocho se originan en C, pero sólo cuatro se originan en A, por lo que las magnitudes de B y C son iguales, mientras que la magnitud de A es la mitad de ese valor. Por lo tanto, $Q_C = –Q_B = 2Q_A$.

La carga total es $Q = Q_A + Q_B + Q_C = Q_A$,

Por lo que $Q_C = 2Q = –Q_B$.

4. Una esfera ***no conductora*** de radio R tiene una densidad volumétrica de carga positiva que varía radialmente como se muestra en la figura de abajo.

a) Calcule el campo eléctrico a una distancia ***a*** medida a partir del centro de la esfera.



$$\rho = \rho_o - mr; \quad m = \frac{\rho_o}{R}$$

$$\rho = \rho_o - \frac{\rho_o}{R} r$$

$$\oint \vec{E} \bullet d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_o}; \quad \textit{Aplicada a una superficie Gaussiana de radio a}$$

$$q = \int_0^a \rho dV = \int_0^a (\rho_o - \frac{\rho_o}{R} r) 4\pi r^2 dr$$

$$q = 4\pi\rho_o \left. \frac{r^3}{3} \right|_0^a - 4\pi \frac{\rho_o}{R} \left. \frac{r^4}{4} \right|_0^a = \pi\rho_o (\frac{4a^3}{3} - \frac{a^4}{R})$$

$$E(4\pi a^2)\varepsilon_o = \pi\rho_o (\frac{4a^3}{3} - \frac{a^4}{R})$$

$$E = \frac{\rho_o}{\varepsilon_o} (\frac{a}{3} - \frac{a^2}{4R})$$

b) ¿Cuál será el potencial eléctrico en un punto a una distancia r > R? (considere cero el potencial en el infinito)

DETERMINEMOS LA CARGA CONTENIDA EN LA ESFERA DE RADIO R.

$$Q = \int_0^R \rho dV = \int_0^R (\rho_o - \frac{\rho_o}{R} r) 4\pi r^2 dr$$

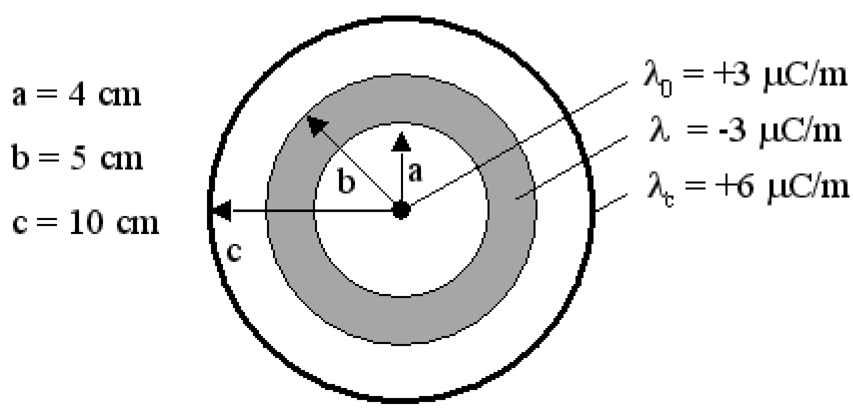
$$Q = 4\pi\rho_o \left. \frac{r^3}{3} \right|_0^R - 4\pi \frac{\rho_o}{R} \left. \frac{r^4}{4} \right|_0^R = \pi\rho_o \left(\frac{4R^3}{3} - \frac{R^4}{R}\right)$$

$$Q = \pi\rho_o \left(\frac{4R^3}{3} - R^3\right) = \frac{\pi\rho_o R^3}{3}$$

$$V_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r}$$

$$V_r = \frac{\rho_o R^3}{12\varepsilon_o} \frac{1}{r}$$

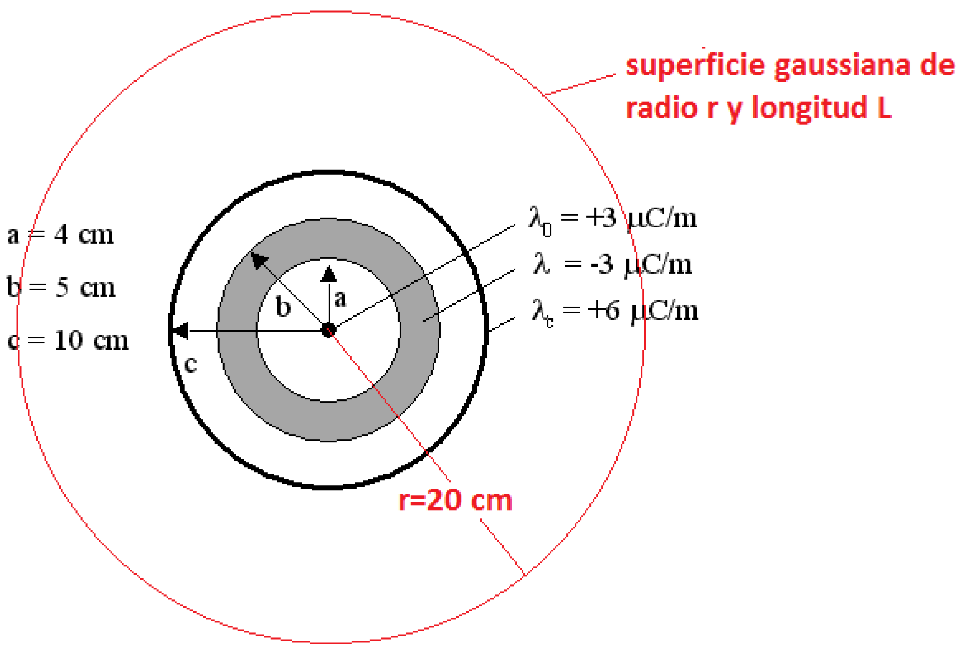
5. Considere una línea infinita con densidad de carga λ_0 = +3 μC/m, ubicada en el centro de la figura de abajo. Concéntrica con la línea se tiene un cascarón cilíndrico (sombreado) hecho de material ***conductor***. El cascarón cilíndrico transporta carga por unidad de longitud de valor λ = -3 μC/m. Finalmente, un cascarón ***dieléctrico*** muy delgado es concéntrico con los otros dos objetos, y transporta carga por unidad de longitud de valor λ_c = +6 μC/m. las dimensiones de los objetos se muestran en la figura, los tres tienen longitud infinita.



a) ¿Cuál es la densidad superficial de carga σ_b sobre la superficie exterior del cascarón cilíndrico conductor?

TOMANDO UNA SUPERFICIE GAUSSIANA CILINDRICA CON RADIO r, PARA a < r < c. OBSERVAMOS QUE LA CARGA NETA ES CERO. POR LO TANTO EL CAMPO ELECTRICO EN ESTA REGION DEBE SER CERO. EN CONSECUENCIA LA CARGA ELECTRICA SOBRE LA SUPERFICIE EXTERIOR DEL CASCARON CILINDRICO DEBE SER CERO Y SU DENSIDAD SUPERFICIAL TAMBIEN.

b) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico en un punto a una distancia radial de r = 20 cm ?

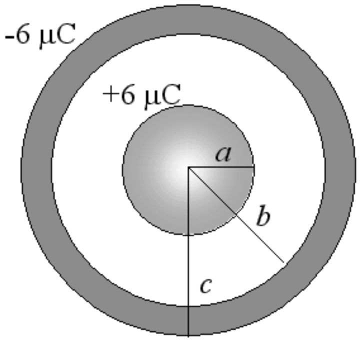


$$\varepsilon_o \oint \vec{E} \bullet d\vec{A} = Q_{neta}$$

$$\varepsilon_o E(2\pi rL) = \lambda_{dielectrico} L$$

$$E = \frac{\lambda_{dielectrico}}{2\pi\varepsilon_o}\frac{1}{r}$$

6. Una esfera conductora de radio a = 20 cm transporta una carga de +6 μC. Concéntrica a ésta esfera se tiene un cascarón esférico ***no conductor*** con radio interior de b = 70 cm y radio exterior de c = 80 cm. Este cascarón transporta una carga neta de -6 μC, distribuida a través del material del cascarón.



$a = 20$ cm
$b = 70$ cm
$c = 80$ cm

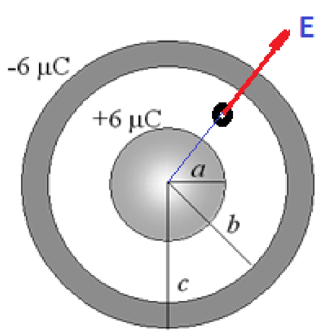
a) ¿Cuál es la magnitud de la diferencia de potencial ΔV_{ab} entre la superficie exterior de la esfera conductora y la superficie interior del cascarón esférico no conductor?

$$\Delta V = -\int_b^a E dr, \qquad E = \frac{kQ}{r^2}$$

$$\Delta V = kQ\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = 9x10^9\, x6x10^{-6}\left(\frac{1}{0.2} - \frac{1}{0.7}\right) voltios$$

$$\Delta V = 1.9x10^5\ V$$

b) Considere una carga de prueba positiva q = 15 μC colocada a una distancia radial de 40 cm desde el centro de la esfera conductora. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza F sobre la carga de prueba?

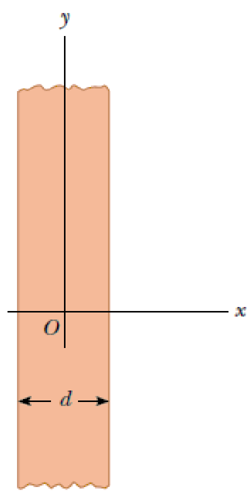


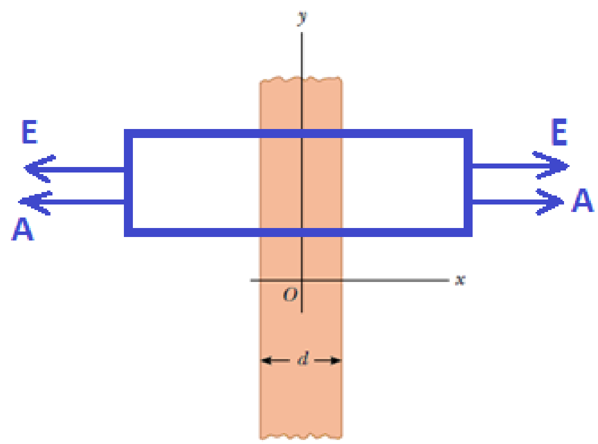
$$\boxed{F = \frac{kQq}{r^2} = \frac{9x10^9\, x6x10^{-6}\, x15x10^{-6}}{0.4^2} = 5.06\ N}$$

EL CAMPO EN LA REGION COMPRENDIDA ENTRE a y b, ESTA BAJO LA INFLUENCIA DE LA CARGA DE LA ESFERA. EN ESTA REGION EL CAMPO DE LA ESFERA SE COMPORTA COMO UNA CARGA PUNTUAL IGUAL AL VALOR DE LA CARGA DE LA ESFERA.

7. Una placa de ***material aislante*** tiene una densidad de carga positiva no uniforme $\rho = Cx^2$, donde x se mide desde el centro de la placa como se muestra en la figura, y C es una constante. La placa es infinita en las direcciones y y z. Obtenga expresiones para el campo eléctrico en:

a) las regiones ***exteriores*** de la placa; y





$$\varepsilon_o \oint \vec{E} \bullet d\vec{A} = Q_{neta}$$

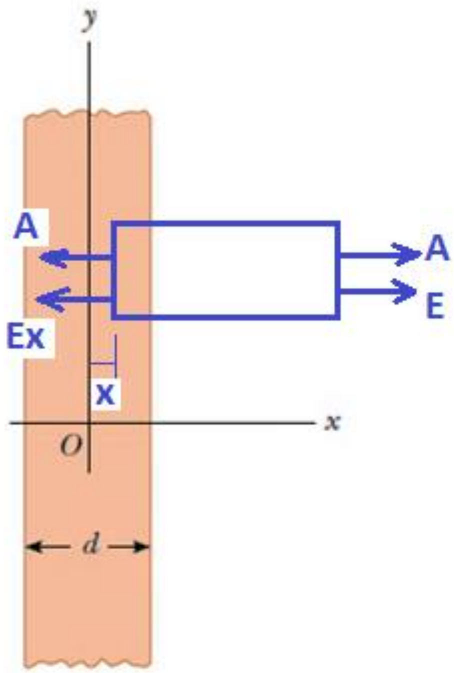
$$Q_{neta} = 2\int_0^{d/2} \rho dV = 2C\int_0^{d/2} x^2 A dx$$

$$Q_{neta} = 2AC \left. \frac{x^3}{3} \right|_0^{d/2} \; 2AC \frac{d^3}{24} = \frac{ACd^3}{12}$$

$$\varepsilon_o (2EA) = \frac{ACd^3}{12}$$

$$\vec{E} = \frac{Cd^3}{24\varepsilon_o}(\pm \hat{i}) \quad \textit{a la derecha e izquierda de la placa}$$

b) la región ***interior*** de la placa (–d/2 < x < d/2)



$$\varepsilon_o \oint \vec{E} \bullet d\vec{A} = Q_{neta}$$

$$Q_{neta} = \int_x^{d/2} \rho dV = C\int_x^{d/2} x^2 A dx$$

$$Q_{neta} = AC\left.\frac{x^3}{3}\right|_x^{d/2} = AC\left(\frac{d^3}{24} - \frac{x^3}{3}\right)$$

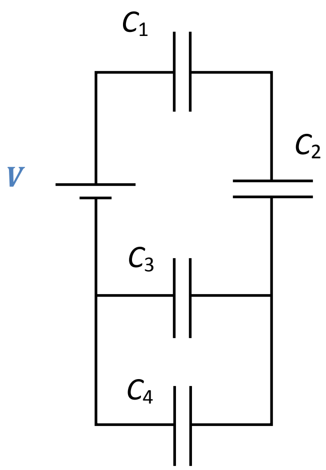
$$\varepsilon_o (EA + E_x A) = AC\left(\frac{d^3}{24} - \frac{x^3}{3}\right)$$

$$\varepsilon_o \left(\frac{Cd^3}{24\varepsilon_o} + E_x\right) = C\left(\frac{d^3}{24} - \frac{x^3}{3}\right)$$

$$\Rightarrow E_x = -\frac{Cx^3}{3\varepsilon_o}$$

$$\boldsymbol{E} = \frac{Cx^3}{3\varepsilon_0}\boldsymbol{i} \quad para\ 0 < x < \frac{d}{2}; \qquad \boldsymbol{E} = -\frac{Cx^3}{3\varepsilon_0}\boldsymbol{i} \quad para\ -\frac{d}{2} < x < 0$$

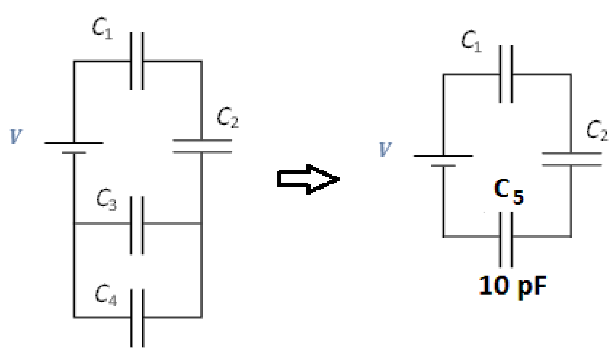
8. Cuatro capacitores son conectados a una batería como se indica en la figura. Todos los valores de las capacitancias se dan en el gráfico, pero no se conoce el voltaje V de la batería. Lo que se conoce es que cuando se conectan los capacitores a la fuente, el capacitor C_1 adquiere una carga de magnitud $|Q_1| = 15$ nC $= 15 \times 10^{-9}$ C en cada una de sus placas.



$Q_1 = 15$ nC

$C_1 = 8$ pF
$C_2 = 6$ pF
$C_3 = C_4 = 5$ pF

a) ¿Cuánta energía se almacena en el capacitor C_3 cuando la red de capacitores es conectada?



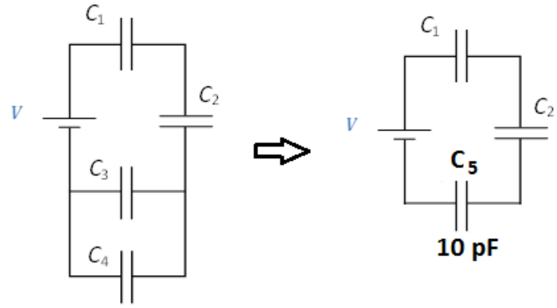
$$Q_1 = Q_2 = Q_5 = 15nC$$

$$V_3 = V_5 = \frac{Q_5}{C_5} = \frac{15nC}{10\,pF} = 1.5\,kV$$

$$U_3 = \frac{C_3 V_3^2}{2} = \frac{5x10^{-12}\,x(1.5x10^3)^2}{2}$$

$$U_3 = 5.63\,\mu J$$

b) ¿Cuál es el valor del voltaje V suministrado por la batería?



$$Q_1 = Q_2 = Q_5 = 15nC$$

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{15nC}{8\,pF} = 1.875kV$$

$$V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{15nC}{6\,pF} = 2.5kV$$

$$V_5 = \frac{Q_5}{C_5} = \frac{15nC}{10\,pF} = 1.5kV$$

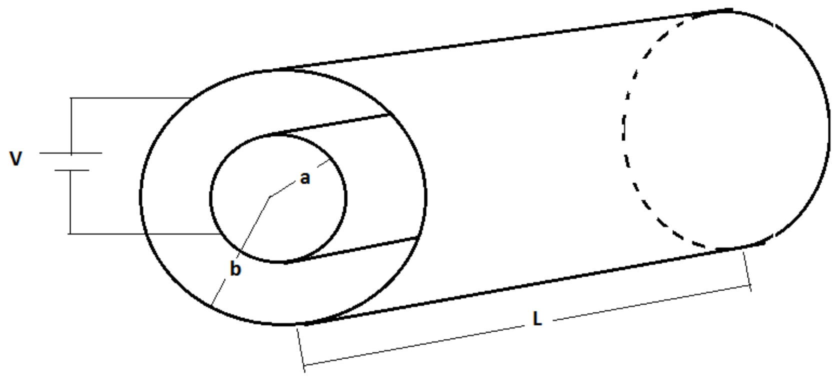
$$V = V_1 + V_2 + V_5 = 5.88\,kV$$

c) ¿Cuál es el valor de la carga Q_4 sobre el capacitor C_4?

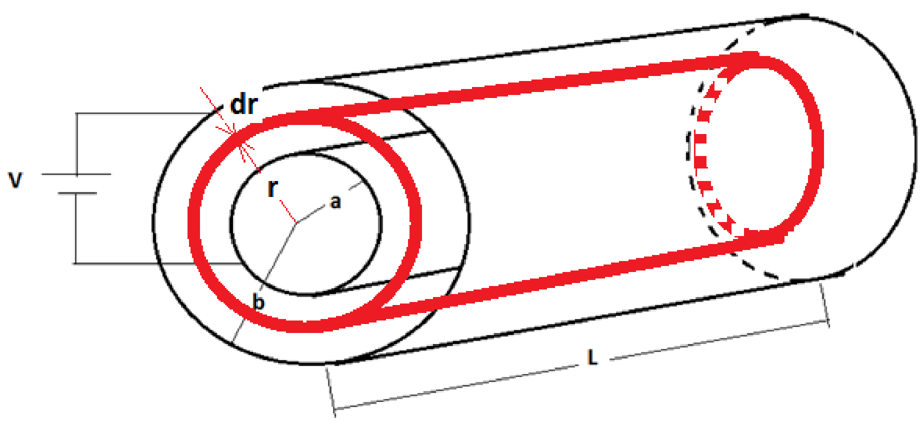
$$V_3 = V_4 = V_5 = \frac{Q_5}{C_5} = \frac{15nC}{10\,pF} = 1.5\,kV$$

$$Q_4 = C_4V_4 = 5x10^{-12}\,x1.5x10^{3} = 7.5\,nC$$

9. Un capacitor de placas cilíndricas de radios ***a*** y ***b*** y longitud ***L***, se conecta a una fuente de diferencia de potencial V. El espacio comprendido entre las placas del capacitor se llena completamente de un material ohmico cuya resistividad eléctrica es ρ. Encuentre una expresión para el valor de la corriente que circula por la fuente.



a) Deduzca una expresión para la resistencia del material introducido entre las placas del capacitor, para la polaridad de la fuente indicada en la figura. (6 puntos)



$$dR = \rho \frac{dr}{A_r} = \rho \frac{dr}{2\pi r L}$$

$$R = \frac{\rho}{2\pi L}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi L}\ln\frac{b}{a}$$

b) Encuentre el valor de la corriente que circula por la fuente. (2 puntos)

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V 2\pi L}{\rho \ln\frac{b}{a}}$$