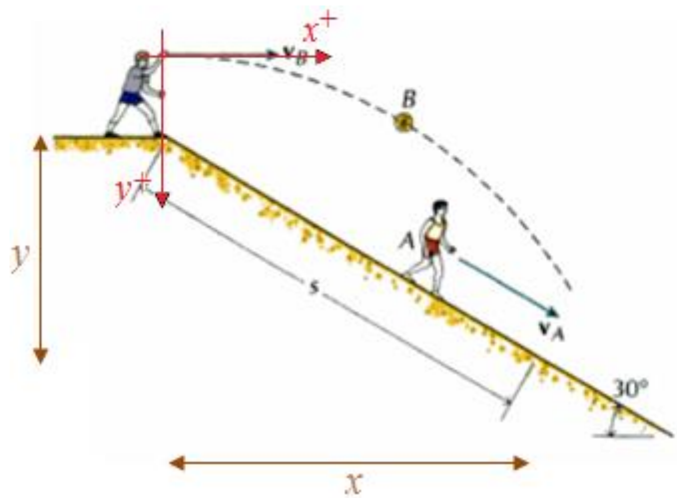
ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

TERCERA EVALUACIÓN DE FÍSICA A
FEBRERO 26 DE 2014

SOLUCIÓN

Tema 1 (16 puntos)

Dos muchachos juegan en una pendiente en la forma que se indica en la figura. El primero lanza una pelota con una velocidad inicial v_B = 10 m/s en dirección horizontal. El segundo corre con una velocidad constante v_A = 5.0 m/s. Despreciando la resistencia del aire, determine:



a) La distancia *s* a la cual el segundo muchacho atrapa la pelota. (6 puntos)

Usando componentes del movimiento parabólico:

$$x = v_B t = 10t \qquad y = \tfrac{1}{2}gt^2 = 4.9t^2$$

$$tan30° = \frac{y}{x} = \frac{4.9t^2}{10t} = 0.49t \Rightarrow t = 1.18\,s$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} x = 11.8\,m \\ y = 6.82\,m \end{matrix}$$

$$s = \sqrt{x^2 + y^2} = 13.6\,m$$

Usando la ecuación de la trayectoria:

$$y = xtan\theta + \frac{g}{2v_0^2cos^2\theta}x^2$$

$$(s)sen30° = \frac{g}{2v_B^2}[(s)cos30°]^2$$

$$s = \frac{2v_B^2sen30°}{gcos^230°} = 13.6\,m$$

b) La velocidad relativa de la pelota con respecto al muchacho que lanza la pelota en el instante que es atrapada. (5 puntos)

Como el muchacho que lanzó la pelota se encuentra en reposo:

$$v_x = v_B = 10.0\ m/s$$

$$v_y = gt = 5.78\ m/s$$

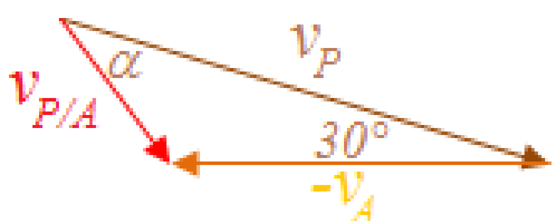
$$v_P = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 11.6\ m/s$$

$$\phi = tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = -30°$$

La velocidad relativa es 11.6 m/s a 30° por debajo de la horizontal.

c) La velocidad relativa de la pelota con respecto al muchacho que atrapa la pelota en el instante que la atrapa. (5 puntos)

$$\vec{v}_{P/A} = \vec{v}_P - \vec{v}_A$$



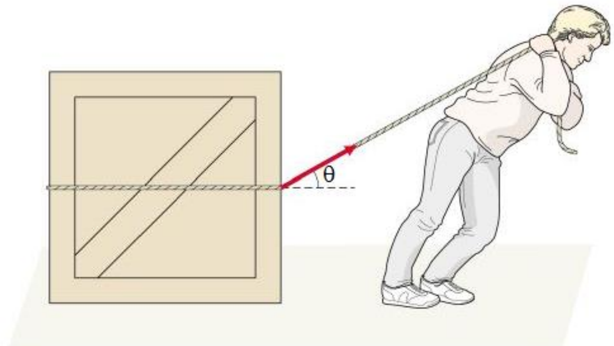
$$v_{P/A} = \sqrt{v_P^2 + v_A^2 - 2v_P v_A cos30°} = 7.69\ m/s$$

$$\frac{sen\alpha}{5.0} = \frac{sen30°}{7.69} \Rightarrow \alpha = 19°$$

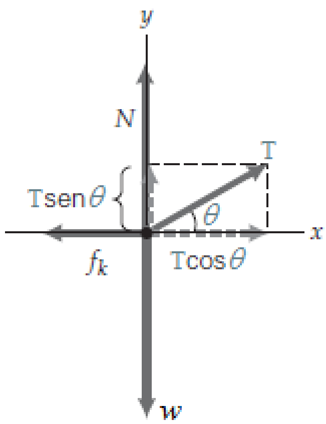
La velocidad relativa es 7.69 m/s a 49° por debajo de la horizontal.

Tema 2 (16 puntos)

La persona de la figura usa una cuerda para tirar de una caja sobre un piso horizontal. La tensión máxima que puede soportar la cuerda es 200 N y el coeficiente de fricción cinética es 0.577.



a) Realice el diagrama de cuerpo libre de la caja. (2 puntos)



b) Determine una expresión para el peso *w* de la caja en función del ángulo θ, cuando la caja es arrastrada con rapidez constante. (6 puntos)

No hay una fuerza neta en la dirección vertical, de modo que $N+Tsen\theta-w=0$, o $N=w-Tsen\theta$. La fuerza de fricción es $f_k=\mu_k N=\mu_k(w-Tsen\theta)$. La fuerza neta horizontal es $T\cos\theta-f_k=T\cos\theta-\mu_k(w-Fsen\theta)$, y por lo tanto a rapidez constante,

$$T\cos\theta=\mu_k(w-Tsen\theta),$$

Resolviendo para el peso w tenemos:

$$w=T\left(\frac{\cos\theta}{\mu_k}+sen\,\theta\right)$$

c) Utilizando el criterio de la primera derivada, utilice la expresión obtenida en el literal anterior para determinar el valor de θ para que esta persona pueda arrastrar el peso máximo con rapidez constante. (6 puntos)

El peso será un máximo cuando la cantidad entre paréntesis sea un máximo. Diferenciando con respecto a θ:

$$\frac{d}{d\theta}\left(\frac{\cos\theta}{\mu_k}+sen\,\theta\right)=-\frac{sen\,\theta}{\mu_k}+\cos\theta=0$$

$$\tan\theta=\mu_k$$

θ = 30°

d) ¿Cuál es este peso máximo? (2 puntos)

$$w = T\left(\frac{\cos\theta}{sen\,\theta/\cos\theta} + sen\theta\right)$$

$$w = T\left(\frac{\cos^2\theta + sen^2\theta}{sen\,\theta}\right)$$

$$w = \frac{T}{\text{sen}\,\theta}$$

$$w = \frac{200}{\text{sen}\,30°}$$

$$w = 400\ \text{N}$$

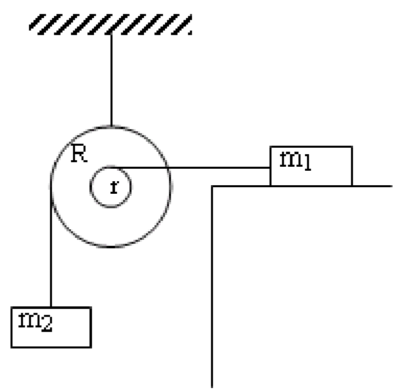
$$w = T\left(\frac{\cos\theta}{\mu_k} + sen\,\theta\right)$$

$$w = 200\left(\frac{\cos 30°}{0.577} + sen\,30°\right)$$

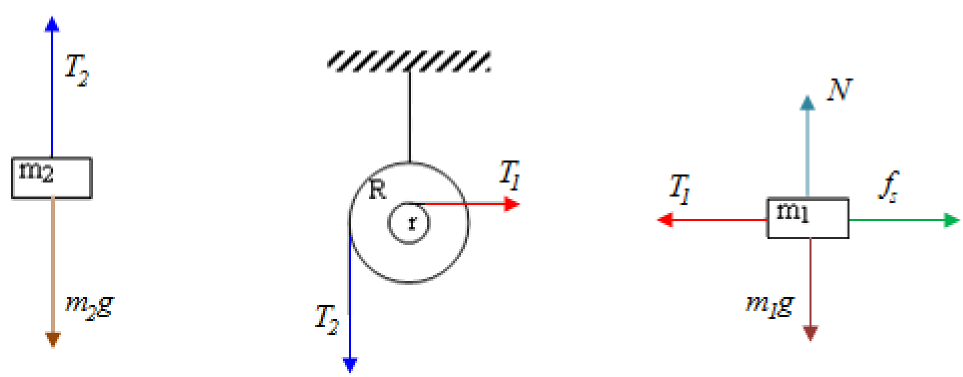
$$w = 400\ \ \text{N}$$

Tema 3 (16 puntos)

Para el sistema mostrado en la figura, considere que m_1 = 1.00 kg, R = 0.100 m, r = 0.050 m y el coeficiente de fricción estático entre la superficie y el bloque de masa m_1 es μ_s = 0.30. Desprecie el rozamiento en el eje de la rueda. El sistema se encuentra en equilibrio.



a) Realice los diagramas de cuerpo libre de ambos bloques y la rueda. (3 puntos)



Nota: sobre la rueda se han dibujado solamente las fuerzas que producen torque

b) Planteé las ecuaciones del movimiento para cada cuerpo. ¿Qué principio físico está aplicando? (5 puntos)

Al estar el sistema en equilibrio, se debe satisfacer la primera ley de Newton.

Planteando la primera ley de Newton de traslación para los bloques:

$$m_2 g - T_2 = 0 \qquad (1)$$

$$T_1 - f_s = 0 \qquad (2)$$

Planteando la primera ley de Newton de rotación para la rueda:

$$T_2 R - T_1 r = 0 \qquad (3)$$

c) Determine el máximo valor de m_2 para que el sistema se mantenga en equilibrio. (8 puntos)

m_2 tendrá su máximo valor en el momento que sobre m_1 actúe la fuerza de fricción estática máxima:

$$f_s = \mu_s N = \mu_s m_1 g$$

R(1) + r(2) + (3)

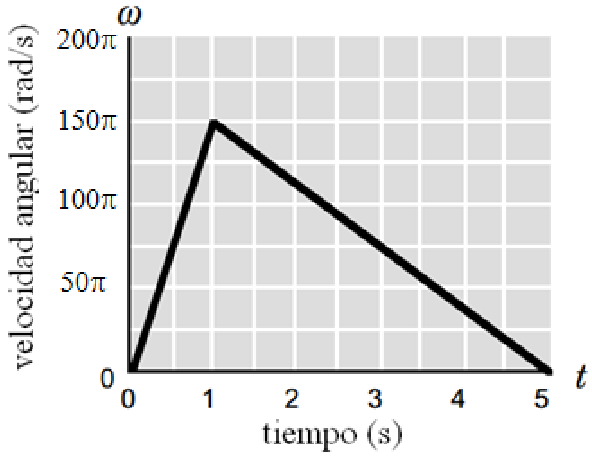
$$m_2 g R - \mu_s m_1 g r = 0$$

$$m_2 = \frac{\mu_s m_1 r}{R}$$

$$m_2 = 0.15\ kg$$

Tema 4 (16 puntos)

El disco duro de su computador está "girando" de acuerdo a la gráfica mostrada cuando se produce un mal funcionamiento, y empieza a detenerse.



a) Si el torque neto ejercido sobre el disco duro al principio es de 0.08 N·m, calcule su momento de inercia. (4 puntos)

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{150\pi - 0}{1 - 0} = 150\pi\ rad/s^2$$

$$\tau_n = I\alpha \Rightarrow I = \frac{\tau_n}{\alpha}$$

$$I = 1.70 \times 10^{-4}\ kg \cdot m^2$$

b) ¿Cuál es el torque neto ejercido sobre el disco duro después de la avería? (4 puntos)

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{0 - 150\pi}{5 - 1} = -37.5\pi\ rad/s^2$$

$$\tau_n = I\alpha$$

$$\tau_n = -0.02\ N \cdot m$$

c) ¿Cuál es el torque neto ejercido sobre el disco duro en t = 5 s? Explique. (4 puntos)

$$\tau_n = I\alpha = I\frac{d\omega}{dt} = -0.02\ N \cdot m$$

El torque neto es igual al momento de inercia multiplicado por la variación instantánea de la velocidad, que es igual a la pendiente de la gráfica en ese punto.

d) ¿Cuántas revoluciones dio el disco duro desde que empezó a rotar hasta que se detuvo? (4 puntos)

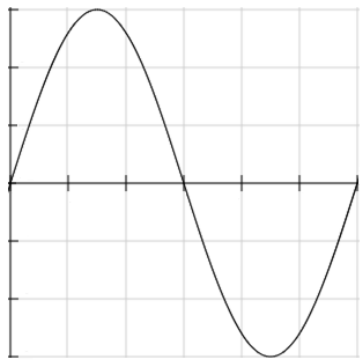
El desplazamiento angular (número de revoluciones) es igual al área bajo el gráfico ω vs. t

$$\Delta\theta = \frac{(1)(150\pi)}{2} + \frac{(4)(150\pi)}{2} = 375\pi\ rad \times \frac{1\ rev}{2\pi\ rad}$$

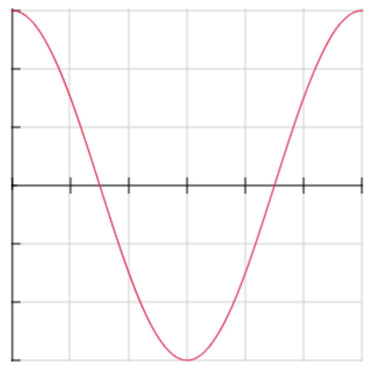
$$\Delta\theta = 187.5\ rev$$

Tema 5 (16 puntos)

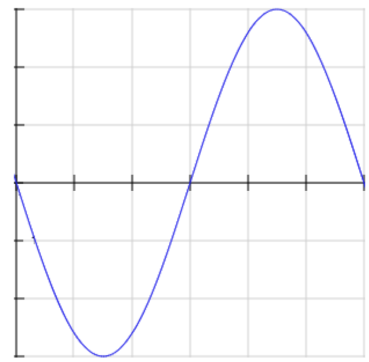
a) La posición en función del tiempo durante un periodo de una partícula que realiza un m.a.s. se representa en el gráfico (*a*) adjunto. Utilice los gráficos (*b*) y (*c*) para representar la velocidad y la aceleración de la partícula en función del tiempo. (8 puntos)



(*a*)



(*b*)



(*c*)

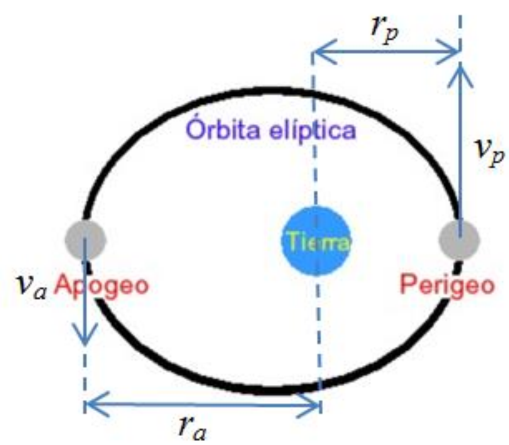
b) La posición en función del tiempo de una partícula que realiza un m.a.s. se representa por la expresión: $x(t) = 3\text{sen}(\pi t/3)$. Escriba las expresiones de la velocidad y la aceleración de esta partícula en función del tiempo. (8 puntos)

$$v(t) = dx(t)/dt = \pi\cos(\pi t/3)$$

$$a(t) = dv(t)/dt = -(\pi^2/3)\text{sen}(\pi t/3)$$

Tema 6 (20 puntos)

Las distancias del centro de la Tierra al apogeo y al perigeo de un satélite en órbita son r_a y r_p respectivamente.



a) ¿Se conserva el momento angular del satélite? ¿Por qué? (5 puntos)

Sí, la única fuerza que actúa sobre el satélite es la fuerza gravitacional y es una fuerza central que no produce torque.

b) ¿Se conserva la energía mecánica del satélite? ¿Por qué? (5 puntos)

Sí, la única fuerza que actúa sobre el satélite es la fuerza gravitacional y es una fuerza central que no realiza trabajo.

c) Determine las velocidades correspondientes v_a y v_p, en el apogeo y en el perigeo, en términos de r_a, r_p, la masa de la Tierra M y la constante de gravitación universal G. (10 puntos)

De la conservación del momento angular:

$$L_a = L_p$$

$$m\, v_a\, r_a = m\, v_p\, r_p$$

$$v_a\, r_a = v_p\, r_p \qquad (1)$$

(3 puntos)

De la conservación de la energía:

$$E_a = E_p$$

$$\frac{1}{2} m v_a{}^2 - \frac{GMm}{r_a} = \frac{1}{2} m v_p{}^2 - \frac{GMm}{r_p}$$

$$\frac{1}{2} v_a{}^2 - \frac{GM}{r_a} = \frac{1}{2} v_p{}^2 - \frac{GM}{r_p} \qquad (2)$$

(3 puntos)

Despejando de la ecuación (1):

$$v_p = \frac{r_a}{r_p} v_a \ (3)$$

y reemplazando en (2):

$$\frac{1}{2} v_a{}^2 - \frac{GM}{r_a} = \frac{1}{2} \frac{r_a{}^2}{r_p{}^2} v_a{}^2 - \frac{GM}{r_p}$$

Resolviendo para v_a queda:

$$v_a{}^2 = \frac{2GM}{r_a + r_p} \left(\frac{r_p}{r_a}\right) \qquad \text{(2 puntos)}$$

Evaluando el resultado anterior en la ecuación (3) queda:

$$v_p{}^2 = \frac{2GM}{r_a + r_p} \left(\frac{r_a}{r_p}\right) \qquad \text{(2 puntos)}$$