ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

RÚBRICA DE LA SEGUNDA EVALUACIÓN DE MÉTODOS CUANTITATIVOS III (FCSH)

30 de AGOSTO DE 2013

Profesor: ______________ **Paralelo:** ___

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ______________________________ al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. Además no debo usar calculadora alguna, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

Firma: ______________ **Número de matrícula** ________ **Paralelo** ___

1. (20 puntos) Califique cada una de las siguientes proposiciones como VERDADERA o FALSA. Justifique su respuesta.

   a) Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & \alpha & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & \beta \end{pmatrix}$ entonces $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$, A es diagonalizable ortogonalmente.

Criterio	Puntaje
Califica erróneamente la proposición, o no justifica	0
Califica como FALSA la proposición justificando plenamente	5

   b) Sea V un espacio vectorial. Si $\beta = \{v_1, v_2, ..., v_k\}$ es un conjunto de vectores ortogonales en V entonces β es linealmente independiente.

Criterio	Puntaje
Califica erróneamente la proposición, o no justifica	0
Califica como FALSA la proposición, justificando si el elemento neutro en V pertenece a β	5

   c) Sea $A \in M_{n\times n}$ y B una matriz que resulta de multiplicar una fila de A por una escalar k. Si λ es un valor propio de A entonces $k\lambda$ es un valor propio de B.

Criterio	Puntaje
Califica erróneamente la proposición, o no justifica	0
Califica como FALSA la proposición, presentando un contrajemplo pero no justifica	3
Califica como FALSA la proposición justificando plenamente	5

d) Sea $A \in M_{n\times n}$. Si $det(A)=0$ entonces $\nu(A)=0$.

Criterio	Puntaje
Califica erróneamente la proposición, o no justifica	0
Califica como FALSA la proposición, presentando un contrajemplo pero no justifica	3
Califica como FALSA la proposición justificando plenamente	5

2. (10 puntos) Sea $V=\mathbb{R}^3$ un espacio vectorial. Sea $H=\mathscr{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\-4\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4\\-4\\4\end{pmatrix}\right\}$ un subespacio de V

   a) (5 puntos) Determine una base β de H

   b) (5 puntos) Añada vectores a la base β determinada en el literal anterior, de tal manera que forme una base de $\mathbb{R}^3$

Criterio	Puntaje
No realiza procesos lógicos con lo solicitado	0
Determina la base solicitada, pero no muestra algún proceso	2
Determina la base solicitada, mostrando un proceso lógico para su obtención	3
Añade vectores a la base encontrada en el literal anterior, pero no justifica que la misma sea una base	2
Añade vectores a la base encontrada en el literal anterior, y justifica que la misma es una base	3

NOTA: SI EL ESTUDIANTE DETERMINA INCORRECTAMENTE LA BASE SOLICITADA EN EL LITERAL a) PERO EL PROCESO DEL LITERAL b) ES CORRECTO, ASIGNARLE LOS PUNTOS CORRESPONDIENTES SEGÚN EL CASO PARA EL LITERAL b)

3. (10 puntos) Sea $A=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1\\1&3&5&7&k\\2&4&6&8&k+1\end{pmatrix}$.

   a) (4 puntos) Determine los valores de k de tal manera que el rango de A sea 2.

   b) (6 puntos) Considerando $k=9$, determine una base del $Nu(A)$ y de la $Im(A)$

Criterio	Puntaje
No realiza procesos lógicos con lo solicitado	0
Aplica Gauss para reducir la matriz dada pero no determina el valor solicitado	2
Aplica Gauss y determina correctamente los valores de k	2
Encuentra correctamente una base del $Nu(A)$	3
Encuentra correctamente una base del $Im(A)$	3

4. (10 puntos) Sea $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

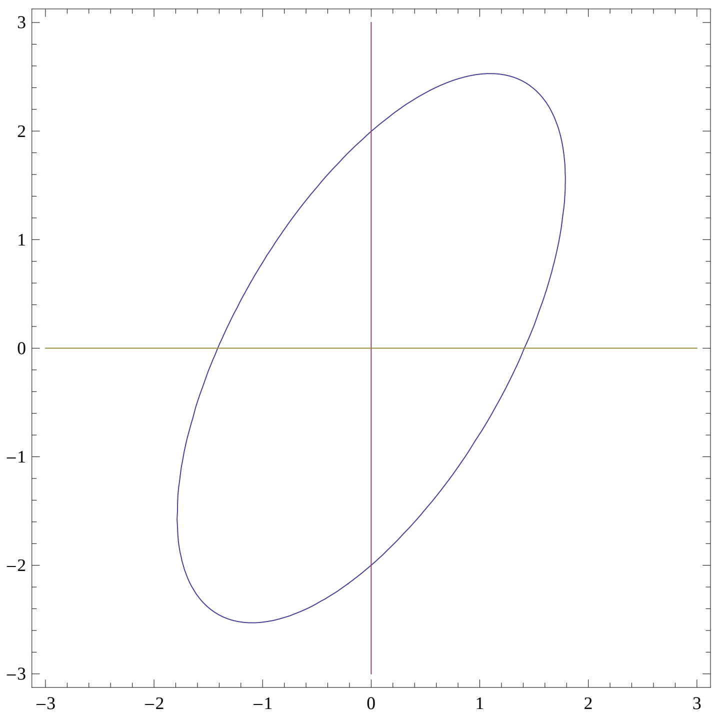
   a) (7 puntos) Encuentre, de ser posible, una matriz ortogonal Q tal que $D = Q^T AQ$ sea una matriz diagonal

   b) (3 puntos) En caso de ser cierto el literal anterior, determine D

Criterio	**Puntaje**
No realiza procesos lógicos con lo solicitado	0
Encuentra los valores propios correctamente	1
Determina las bases de cada espacio propio	3
Aplica el proceso de ortonomalización para obtener una base ortonormal formada por vectores propios	2
Encuentra Q	1
Encuentra D	3

5. (10 puntos) En el diagrama mostrado a continuación, grafique la forma cuadrática

$$4x^2 - 2\sqrt{3}xy + 2y^2 = 8$$



Criterio	**Puntaje**
No realiza procesos lógicos con lo solicitado	0
Encuentra los valores propios correctamente de la matriz asociada a la forma cuadrática	1
Determina las bases de cada espacio propio	2
Aplica el proceso de ortonomalización para obtener una base ortonormal formada por vectores propios	1
Encuentra Q	1
Encuentra D	1
Grafica correctamente la forma cuadrática dada	4