ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

SEGUNDA EVALUACIÓN DE MÉTODOS CUANTITATIVOS III (FCSH)

03 DE SEPTIEMBRE DE 2014

Profesor: ________________ **Paralelo:** ___

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ______________________________ al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. Además no debo usar calculadora alguna, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

Firma: ________________ **Número de matrícula** ________ **Paralelo** ___

1. (5 puntos) Defina:

   a) Transformación lineal

   b) Semejanza de matrices.

2. (20 puntos) Califique cada una de las siguientes proposiciones como VERDADERA o FALSA. Justifique su respuesta

   a) Si $A \in M_{3\times 3}$ tal que $|A| = 0$, entonces existe al menos un valor propio λ de A tal que $\lambda = 0$.

   b) Si $T : P_2 \to \mathbb{R}$ tal que $T(ax^2 + bx + c) = a + b + c$, entonces T es lineal.

c) Considere el sistema $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_3 = 2 \end{cases}$. Si $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ entonces $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \in EC_A$

d) Si $A \in M_{n\times n}$ y $\nu(A) = 1$ entonces A tiene n filas linealmente independientes.

e) Si $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 1 \end{pmatrix}$ entonces A es ortogonal.

3. (20 puntos) Sean $T:\mathbb{R}^3 \to P_2$ tal que $T\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} = x^2-1$, $T\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} = x^2+1$ y $T\begin{pmatrix}0\\0\\-1\end{pmatrix} = 2x$ y $\beta_1 = \left\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\-1\end{pmatrix}\right\}$ y $\beta_2 = \{x^2, x+1, x-1\}$ dos bases de $\mathbb{R}^3$ y P_2 respectivamente.

   a) Determine la regla de correspondencia de T

   b) Determine la representación matricial de T con respecto a las bases dadas.

   c) Determine $Nu(T)$, $\nu(T)$, $Im(T)$, $\rho(T)$

   d) Determine si T es un isomorfismo

   e) Si T es un isomorfismo, determine la regla de la transformación inversa.

4. (15 puntos) Considere la forma cuadrática $ax^2 + bxy + cy^2 = 2$ la misma que puede ser expresada como $Av \bullet v = 2$. Determine:

a) Determine los valores de a, b y c si se conoce que el polinomio característico de A es $p(\lambda) = \lambda^2 - 3\lambda - 4$ y $Av \bullet v = 2$ es una cónica rotada $\frac{\pi}{6}$ en sentido contrario a las manecillas del reloj.

b) Exprese la ecuación dada en la forma $a'x'^2 + b'y'^2 = 2$ donde a' es el mayor valor propio de A.

c) En el diagrama mostrado a continuación, grafique la cónica expresada en la forma $Av \bullet v = 2$