ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
TERCERA EVALUACIÓN DE MÉTODOS CUANTITATIVOS III (FCSH)
17 DE SEPTIEMBRE DE 2014

Profesor: ________________ **Paralelo:** ___

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ________________________________ al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. Además no debo usar calculadora alguna, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

Firma: ________________ **Número de matrícula** ________ **Paralelo** ___

1. (30 puntos) Califique cada una de las siguientes proposiciones como VERDADERA o FALSA. Justifique su respuesta

   a) Si P es el punto de intersección de las rectas $L_1 : \begin{cases} x = 3t+1 \\ y = 4 \\ z = 2-t \end{cases}$ y $L_2 : \begin{cases} x = 2t+1 \\ y = t+1 \\ z = 2 \end{cases}$, entonces $P(1,-2,0)$

   b) Si α es la medida del ángulo definido entre los planos $\pi_1 : x - y + z = 0$ y $\pi_2 : -x + y - 2z = 2$ entonces $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

$c)$ Si $V = P_2$ y $H = gen\left\{x^2 - 1, 2x^2, x^2 + 1\right\}$ entonces $dimH = 2$.

$d)$ Sea $V = \mathbb{R}^3$. Si $H_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} /ax + by + cz = 0 \text{ donde } a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$ y $H_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} /x = at, y = bt, z = ct \text{ donde } a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$ son dos subespacios de V entonces $dim(H_1 \cap H_2) = 0$

e) Sea $A \in M_{3\times3}$. Si $\rho(A) = 3$ entonces $E_{LA} = \mathbb{R}^3$

f) Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ entonces existe al menos un valor propio λ de A tal que $\lambda = 0$

2. (25 puntos) Sean $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ tal que $T\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $T\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y las bases $\beta_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$ y $\beta_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

a) Determine la regla de correspondencia de T

b) Determine la representación matricial de T con respecto a las bases dadas.

c) Determine $Nu(T)$, $\nu(T)$, $Im(T)$, $\rho(T)$

d) Determine si T es un isomorfismo

e) Determine si T es inyectiva, sobreyectiva, isomorfismo. Justifique su respuesta en cada caso.

3. (25 puntos) Sea $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

a) Determine los valores y vectores propios e indique la multiplicidad algebráica y geométrica de cada valor propio de A.

b) Determine una matriz Q que diagonaliza ortogonalmente a la matriz A.

c) Encuentre la descomposición espectral de la matriz A.

4. (20 puntos) Sean $V = \mathbb{R}^3$ y el conjunto $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

a) Demuestre, aplicando la definición, si S es un conjunto linealmente independiente.

b) Sea H el espacio generado por el conjunto S, determine H.

c) Determine una base y la dimensión de H.