ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL (ESPOL)
FICT – INGENIERÍA CIVIL

EXAMEN PARCIAL DE HIDRÁULICA

ESTUDIANTE: MAH **Término: 2013-I**

MATRÍCULA: — **PARALELO 1 FECHA: 04/VII/2013**

INDICACIONES GENERALES:

1) Lea atentamente TODAS las especificaciones de cada problema. Escriba claramente.
2) Tomar en cuenta el **Art. 21 del Reglamento de Evaluaciones y Calificaciones de Pregrado de la ESPOL** (sobre deshonestidades Académicas **premeditada** y **circunstancial**), el **Artículo 7, literal g del Código de Ética de la ESPOL** y la **Resolución del Consejo Académico CAc-2013-108**, sobre compromiso ético de los estudiantes al momento de realizar un examen escrito. No tome riesgos innecesarios en ese sentido.
3) Tiene 2 horas para completar su examen. ¡Buena suerte!

Ira. PARTE (10 PUNTOS):

1.- Encierre la respuesta CORRECTA: "La celeridad c de una onda depende exclusivamente de…": **(2 puntos)**

a) Tirante b) Velocidad del flujo c) Longitud de onda d) Amplitud e) # de Froude.

2.- Verdadero o Falso: "Si en la ecuación de conservación de cantidad de movimiento se usa el criterio de la onda dinámica, las pendientes S_o y S_f son equivalentes": **(2 puntos)**

V F

3.- Mencione un caso de flujo permanente y otro de flujo no-permanente que se encuentre en la naturaleza o en la vida ingenieril: **(2 puntos)**

Flujo a la salida de una represa — Onda de marea

4.- Verdadero o Falso: **(2 puntos)**

- V F: Usualmente el coeficiente β de velocidades es mayor que el α respectivo.
- V F : En un canal ancho, la solera tiene mucho más efecto que las paredes verticales.
- V F: El Radio Hidráulico se define como el Área dividido para el ancho superior.
- V F : La V representativa de un columna se ubica alrededor del 60% del tirante.

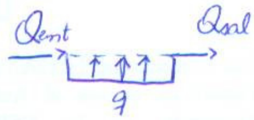
5.- Marque con X lo INCORRECTO: (Puede haber una o más de una respuesta): **(2 puntos)**

- [ ] Si $S_o = 0$, la fuerza de gravedad en un canal no actúan.
- [x] La distribución de presiones en un canal cóncavo es igual a la de uno horizontal.
- [ ] Energía Específica = Energía hidrostática + Energía Cinética.
- [x] De general a particular: Navier-Stokes, Cauchy, Saint-Venant.

IIda. PARTE (10 PUNTOS):

Partiendo del Teorema de Transporte de Reynolds (TTR) demuestre la primera ecuación general de Saint-Venant en 1D (Principio de Conservación de la Masa, también conocido como Ecuación de la Continuidad). Muestre también los casos particulares y simplificaciones de la misma.

Teorema de Transporte de Reynolds:



$$\frac{dB_{sist}}{dt} = \frac{d}{dt}\int_{vc} \beta \rho \, d\forall + \int_{sc} \rho \beta (\vec{v} \cdot \vec{n}) \, dA$$

Principio de Conservación de la Masa: $\frac{dB_{sist}}{dt} = 0$; $\beta = 1 = B/m$

$\dot{m}_{entrada} = \rho \left[Q + q\,dx \right]$ $\qquad d\forall = A\,dx$

$\dot{m}_{salida} = \rho \left[Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx \right]$

$$0 = \frac{d}{dt}(\rho \forall) + \rho \left[Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx \right] - \rho \left[Q + q\,dx \right]$$

5/5

$$\frac{d(\rho A dx)}{dt} + \rho \frac{\partial Q}{\partial x} dx - \rho q\,dx = \phi$$

$$\boxed{\frac{dA}{dt} + \frac{\partial Q}{\partial x} - q = \phi} \longrightarrow$$ I^{ra} ecuación de Saint-Venant 1D (Ecuación general)

Caso particular: $q = \phi$

(1) canal rectangular : $A = by$

$$\frac{d(by)}{dt} + \frac{\partial (v by)}{\partial x} = \phi$$

3/3

$$\boxed{\frac{dy}{dt} + v\frac{\partial y}{\partial x} + y\frac{\partial v}{\partial x} = \phi}$$

Caso particular: flujo permanente o estacionario: $\frac{dA}{dt} = \frac{dQ}{dt} = \frac{dv}{dt} = \phi$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \phi \Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2 \therefore Q_1 = Q_2 = \ldots Q_n$$

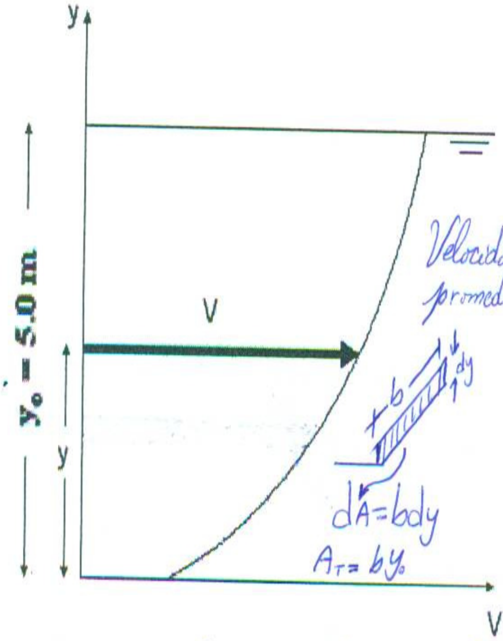
2/2

IIIra. PARTE (20 PUNTOS):

La distribución de velocidades en un río muy ancho de 5.0 m de profundidad y ancho b varía desde 0.5 m/s muy cerca del fondo hasta **2,4** m/s en la superficie de acuerdo con la ecuación:

$$v = 0.5 + 1.9 * \left(\frac{y}{y_o}\right)^{0.5}$$

Determinar los coeficientes α y β cuya aplicación permite un mejor análisis unidimensional.



$$\alpha = \frac{\iint v^3 dA}{\bar{V}^3 A} \qquad \beta = \frac{\iint v^2 dA}{\bar{V}^2 A}$$

Velocidad promedio: $\bar{V} = \dfrac{\int_0^5 v\,dy}{y_o} = \dfrac{\int_0^5 \left(0{,}5 + 1{,}9\left(\frac{y}{5}\right)^{0{,}5}\right)dy}{5}$

$$\bar{V} = \frac{\int_0^5 (0{,}5 + 0{,}85\, y^{0{,}5})\,dy}{5} = \frac{0{,}5y\Big|_0^5 + \frac{0{,}85}{1{,}5} y^{1{,}5}\Big|_0^5}{5}$$

$$\boxed{\bar{V} = 1{,}76 \text{ m/s}}$$

β: $\beta = \dfrac{\iint v^2 dA}{\bar{V}^2 A} = \dfrac{b\int_0^5 v^2 dy}{\bar{V}^2 [b y_o]} = \dfrac{\int_0^5 v^2 dy}{(1{,}76)^2(5)} = \dfrac{\int_0^5 (0{,}5 + 0{,}85 y^{0{,}5})^2 dy}{(1{,}76)^2(5)} = \dfrac{\int_0^5 [(0{,}5)^2 + 2(0{,}5)(0{,}85) y^{0{,}5} + 0{,}85^2 y]\,dy}{15{,}6}$

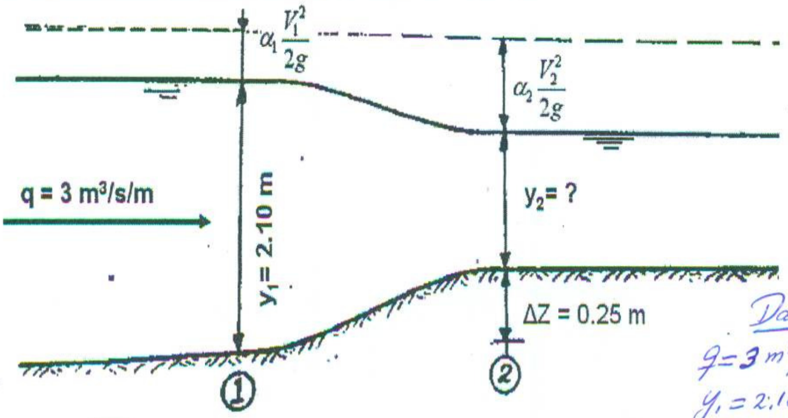
$$\beta = \frac{0{,}25y\Big|_0^5 + \frac{0{,}85}{1{,}5} y^{1{,}5} + \frac{0{,}72}{0{,}2} y^2\Big|_0^5}{15{,}6} = \boxed{1{,}06 = \beta}$$

$$\alpha = \frac{\iint v^3 dA}{\bar{V}^3 A} = \frac{\int_0^5 [(0{,}5) + 0{,}85 y^{0{,}5}]^3 dy}{(1{,}76)^3 (5)} = \frac{0{,}125y\Big|_0^5 + \frac{3(0{,}5)^2(0{,}85)}{1{,}5} y^{1{,}5}\Big|_0^5 + \frac{3(0{,}5)(0{,}85)^2}{2} y^2\Big|_0^5 + \frac{0{,}85^3}{2{,}5} y^{2{,}5}\Big|_0^5}{27{,}52}$$

$$\boxed{\alpha = 1{,}18}$$

IVta. PARTE (25 PUNTOS):

La constricción en el canal rectangular mostrado en la figura es suficientemente gradual y lisa como para despreciar la pérdida de energía. En ella no existen cambios en el ancho del canal, sino únicamente en su nivel. Conocidas las condiciones en la sección 1, determinar las de la sección 2, despreciando las pérdidas de energía. Determinar también el tirante crítico y la Energía mínima. Califique a los tirantes resultantes según el régimen correspondiente. Grafique Y vs. E. Tome $\alpha = 1$.



$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \qquad \mathbf{E_{mín} = 1.5 * y_c}$$

Datos:

$q = 3\ m^3/s/m$

$y_1 = 2.10m$

V_1:

$\Delta Z = 0.25$

Ec. de la Continuidad

$Q_1 = Q_2$

$A_1 V_1 = A_2 V_2$

$\cancel{b} y_1 V_1 = \cancel{b} y_2 V_2$

$q_1 = q_2 = y_1 V_1$

$V_1 = \frac{q_1}{y_1}$

Ecuación de Bernoulli: $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ ∴

$$Z_1 + y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + y_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g}$$

$$y_1 + \frac{q^2}{2g(y_1^2)} = \overbrace{(Z_2 - Z_1)}^{\Delta Z} + y_2 + \alpha \frac{q^2}{2g y_2^2}$$

Reemplazando los valores y reordenando la ecuación:

$$y_2^3 - 1.95 y_2^2 + 0.46 = \phi$$

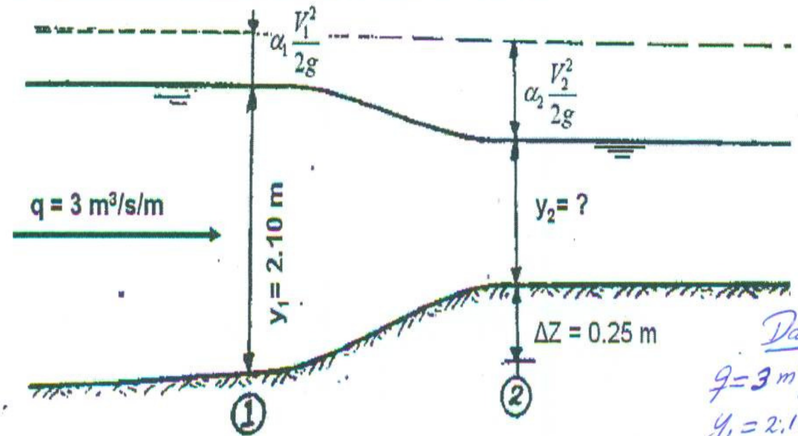
$$\begin{cases} y_{2_a} = -0.44\ m \quad \times \quad \rightarrow \text{¡físicamente sin sentido!} \\ y_{2_b} = 0.58\ m \\ y_{2_c} = 1.81\ m \end{cases} \text{aceptables}$$

Cálculo del tirante crítico:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{3^2}{9.8}} = \boxed{0.97\ m} \quad ; \quad E_{mín} = 1.5(0.97) = \boxed{1.46 m}$$

IVta. PARTE (25 PUNTOS):

La constricción en el canal rectangular mostrado en la figura es suficientemente gradual y lisa como para despreciar la pérdida de energía. En ella no existen cambios en el ancho del canal, sino únicamente en su nivel. Conocidas las condiciones en la sección 1, determinar las de la sección 2, despreciando las pérdidas de energía. Determinar también el tirante crítico y la Energía mínima. Califique a los tirantes resultantes según el régimen correspondiente. Grafique Y vs. E. Tome $\alpha = 1$.



$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \qquad \textbf{E}_{\textbf{mín}} = 1.5 * y_c$$

Datos:

$q = 3\ m^3/s/m$

$y_1 = 2.10\,m$

$V_1 \to$ Ec. de la Continuidad

$\Delta Z = 0.25$

$Q_1 = Q_2$

$A_1 V_1 = A_2 V_2$

$\cancel{b} y_1 V_1 = \cancel{b} y_2 V_2$

$q_1 = q_2 = y_1 V_1$

$V_1 = \frac{q_1}{y_1}$

Ecuación de Bernoulli: $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ ∴

$$Z_1 + y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + y_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g}$$

$$y_1 + \frac{q^2}{2g(y_1^2)} = \overbrace{(Z_2 - Z_1)}^{\Delta Z} + y_2 + \alpha \frac{q^2}{2g y_2^2}$$

Reemplazando los valores y reordenando la ecuación:

$$y_2^3 - 1.95\, y_2^2 + 0.46 = \phi$$

$y_{2_a} = -0.44\ m$ X → ¡físicamente sin sentido!

$y_{2_b} = 0.58\ m$

$y_{2_c} = 1.81\ m$

$\}$ aceptables

Cálculo del tirante crítico:

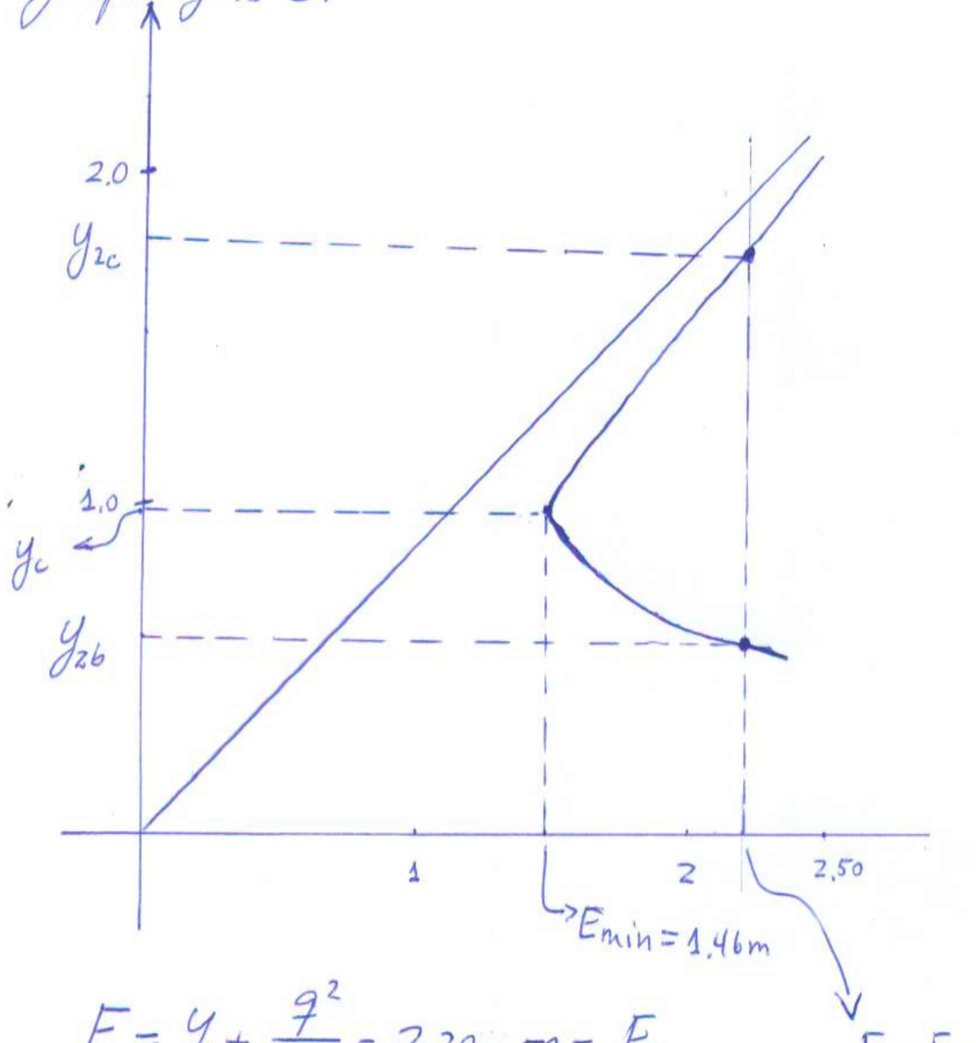
$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{3^2}{9.8}} = \boxed{0.97\,m} \quad ; \quad E_{min} = 1.5(0.97) = \boxed{1.46\,m}$$

Conclusiones:

$y_c > y_{2b} \Rightarrow y_{2b}$ esta en régimen supercrítico

$y_c < y_{2c} \Rightarrow y_{2c}$ está en régimen subcrítico.

Gráfico y vs E:



$$E = y_1 + \frac{q^2}{2g y_1^2} = 2.20 \ m = E_2$$