



**ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL**

**Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación (FIEC)**

**IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA DE CONTROL PARA  
BALANCEAR UNA BOLA EN UNA VIGA UTILIZANDO MATLAB**

**TÓPICO DE GRADUACIÓN**

Previa la obtención del Título de:

**INGENIERO EN ELECTRICIDAD ESPECIALIZACIÓN  
ELECTRÓNICA Y AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIAL**

Presentada por:

**DOUGLAS RENÉ PONCE LÓPEZ  
MAURICIO RICARDO BOADA HERRERA**

**GUAYAQUIL – ECUADOR**

**AÑO 2006**

## **AGRADECIMIENTO**

A los ingenieros JUAN DEL POZO Y SARA RIOS, Directores del Tópico, por su colaboración y ayuda incondicional en la realización del mismo. Al ingeniero EFRÉN HERRERA por su ayuda en el análisis final del proyecto. A nuestras familias, por su apoyo que ha sobrepasado todos los límites. A todos nuestros amigos por su amistad.

## DEDICATORIA

A **Anita María**; mi madre, por que su sacrificio y apoyo incondicional me demuestran el gran amor que tiene.

A **Lineth** y **Andrea Paola**; mis hermanas, las niñas de mis ojos.

A **Ariana**; mi sobrina, por la alegría que nos regalas.

Va por ellas...

**Mauricio Ricardo Boada Herrera**

## DEDICATORIA

Es mi anhelo dedicar y agradecer este trabajo, producto de mucho sacrificio y esfuerzo:

A **Dios** por permitirme culminar una etapa muy importante en mi vida.

A mis padres: **Alberto** y **Beatriz**, por su amor, comprensión, y apoyo incondicional con el fin de lograr a alcanzar esta meta.

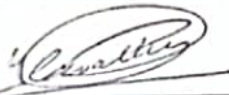
A mis hermanos: **Hernán, Danilo, Alberto** y **Carolina**, por apoyarme incondicionalmente.

Y a todas aquellas personas que de una u otra manera colaboraron para culminar mis estudios superiores.

**Douglas René Ponce López**

GRACIAS

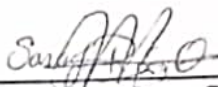
## TRIBUNAL DE GRADUACIÓN



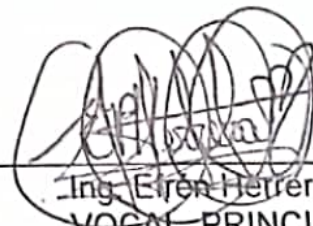
Ing. Holger Cevallos U.  
SUBDECANO DE LA FIEC  
PRESIDENTE



Ing. Sixifo Falcones Z.  
DIRECTOR DE TÓPICO



Ing. Sara Ríos O.  
VOCAL PRINCIPAL



Ing. Eiren Herrera M.  
VOCAL PRINCIPAL

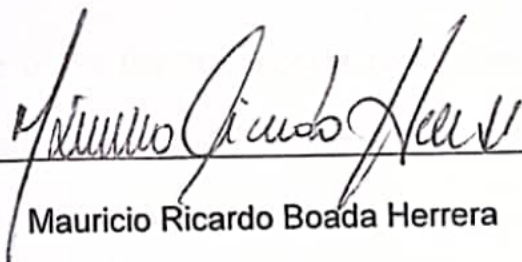
## DECLARACIÓN EXPRESA

"La responsabilidad del contenido de esta Tesis de grado, nos corresponden exclusivamente; y el patrimonio intelectual de la misma a la ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL"



---

Douglas René Ponce López



---

Mauricio Ricardo Boada Herrera

## RESUMEN

La Tesis se basa en la Implementación de un Sistema de Control para balancear una bola en una viga utilizando MATLAB, para lo cual vamos a controlar el ángulo que la viga forma con la horizontal para obtener la posición de equilibrio “deseada” de la bola.

El Sistema físicamente está constituido por dos computadores y la planta; uno es el computador principal (Host), el cual realiza el control de la planta mediante software, y el otro es el computador remoto (Target) para la adquisición de datos de la planta en tiempo real. La planta se compone de un motor DC, un sensor lineal para medir la posición de la bola en la viga, un sensor lineal para medir el ángulo en la carga, una fuente de poder, un drive para el motor DC, engranes, soportes metálicos, una viga, una bola de acero inoxidable, software de MATLAB, una tarjeta de adquisición 6024E, un bloque conector CB-68LP.

La técnica de control que se utilizó fue la conocida como control en cascada, en la que se utilizan dos controladores; puesto que hay un lazo interno y uno externo que deben ser controlados.

Se analizarán los modelos matemáticos y ecuaciones en función del tiempo que describen el proceso en términos de la posición de la bola sobre la viga. Por tratarse de un sistema no lineal, las ecuaciones serán linealizadas y luego llevadas al campo de la frecuencia por medio de la Transformada de Laplace para posteriormente obtener el diagrama de bloques general del sistema.

Las simulaciones se usarán para verificar la exactitud de las ecuaciones linealizadas, se plantea utilizar el software del MATLAB con varias de sus funciones; tales como Simulink (Simulador), Identificador de Sistemas (System Identification) y el xPC Target para realizar la adquisición de datos de la planta en tiempo real.

Realizadas las ecuaciones y la identificación de la planta, se obtendrán los modelos matemático y una aproximación real del sistema respectivamente.

Posteriormente, utilizaremos teoría de controladores, para realizar el análisis y ajuste de los controladores de la planta; ya sean estos del tipo proporcional, integral, derivativo o una combinación de ellos para elegir aquellos controladores que darán estabilidad al proceso.



Como la etapa de adquisición es netamente experimental, cada prueba será sometida a un análisis de estabilidad y ajustes de los controladores de la planta.

Concluida la etapa de diseño y calibración de los controladores, se han propuesto prácticas teóricas-experimentales didácticas aplicando MATLAB, para los estudiantes que tomarán el Curso de Laboratorio de Control Automático.

# ÍNDICE GENERAL

	Pág.
RESUMEN.....	VII
ÍNDICE GENERAL.....	X
ABREVIATURAS.....	XVI
SIMBOLOGÍA.....	XVII
ÍNDICE DE FIGURAS.....	XIX
ÍNDICE DE TABLAS.....	XXV
INTRODUCCIÓN.....	1

## CAPITULO 1

1. DESCRIPCIÓN Y ESQUEMA DEL SISTEMA DE CONTROL DEL CONJUNTO BOLA Y VIGA.....	4
1.1. Generalidades .....	4
1.2. Descripción y esquema del sistema .....	6
1.2.1. Característica del sistema de control.....	13
1.3. Elementos del sistema.....	17
1.3.1. Descripción del motor DC.....	18
1.3.2. Descripción del sensor de posición del ángulo.....	19
1.3.3. Descripción del sensor de posición de la bola.....	21

1.3.4. Descripción del drive para el motor.....	22
1.3.5. Descripción de la fuente regulada de 5 V <sub>DC</sub> Y 12 V <sub>DC</sub> para los sensores y el drive del motor.....	25
1.3.6. Descripción de los engranes.....	26
1.3.7. Descripción de los soportes metálicos.....	28
1.3.8. Descripción de la bola.....	29
1.3.9. Descripción del programa MATLAB.....	31
1.3.10 Descripción de la tarjeta PCI-6024E de National Instruments.....	33
1.3.11 Descripción del bloque conector CB-68LP.....	35
1.3.12 Descripción del conector bus de datos Serie E.....	36
1.3.13 Descripción del xPC Target.....	36
1.3.14 Descripción del computador local.....	38
1.3.15 Descripción del computador remoto.....	39

## CAPITULO 2

2. ANÁLISIS MATEMÁTICO DEL SISTEMA Y ESTRATEGIA DE AJUSTE PARA EL CONTROLADOR DEL SISTEMA BOLA Y VIGA.....	41
2.1. Generalidades.....	41
2.2. Modelo Matemático del Sistema.....	43
2.2.1. Diagrama de bloques del sistema interno identificado.....	69
2.2.2. Análisis de Estabilidad del sistema interno identificado.....	70
2.2.2.1. Método de Routh-Hurwitz.....	70

2.2.2.2. Análisis de Error de Estado Estacionario.....	77
2.3 Implantación del controlador en la operación del lazo interno.....	81
2.3.1 Identificación de la función de transferencia del conjunto motor, amplificador y taco-generador en el lazo interno.....	83
2.3.2. Diseño del controlador del sistema interno.....	102
2.3.3. Ajuste del Controlador.....	104
2.3.3.1. Modelo Matemático.....	104
2.3.3.2. Modelo Real.....	105
2.3.4 Uso del Controlador Proporcional Integral Derivativo (PID) en el lazo interno .....	119
2.4. Implantación del controlador en la operación de la planta total .....	130
2.4.1. Diseño del controlador del sistema total.....	136
2.4.2. Uso del Controlador Proporcional Derivativo (PD) en la Planta Total .....	144
2.4.3. Ajuste del Controlador.....	148
2.4.3.1. Modelo Matemático.....	148

### CAPITULO 3

3. DESARROLLO DE PRÁCTICAS PARA ESTUDIANTES.....	157
3.1. Prepráctica.....	157
3.1.1. Objetivos.....	158
3.1.2. Teoría.....	158

3.1.3.	Ejercicios.....	163
3.2	Práctica: Ajuste del Controlador .	172
3.2.1.	Objetivos.....	173
3.2.2.	Ejercicios.....	174
3.2.3.	Equipos.....	176
3.2.4	Procedimiento Experimental.....	177

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

ANEXOS

BIBLIOGRAFÍA

## ABREVIATURAS

cm.	Centímetros.
V	Voltaje.
AC	Corriente alterna.
A.	Amperios.
W	Unidad de potencia.
Hz	Hertzios.
P.W.M.	Modulador por ancho de pulso (siglas en inglés).
R.P.M.	Revoluciones por minutos.
Rad.	Radianes.
Amp.	Amperios.
Seg.	Segundo
Min.	Minutos.
DC.	Corriente Directa.
$\Omega$	Ohmios.
H	Henrios.
C	Centígrados.
gr.	Gramos.
mm.	Milímetros.
Kg.	Kilogramos.

## SIMBOLOGÍA

$T$	Periodo de la señal generadora por el P.W.M.
$T1$	Tiempo del ancho del pulso del flanco positivo del P.W.M.
$K_m$	Constante de voltaje del motor DC.
$K_\tau$	Constante de torque del motor DC
$R_a$	Resistencia de armadura.
$I_a$	Corriente de armadura.
$L_a$	Inductancia de armadura
$\eta$	Eficiencia del motor y engranes ( $\eta_m \cdot \eta_{eng}$ )
$\eta_m$	Eficiencia del motor.
$\eta_{eng.}$	Eficiencia de los engranes.
$T_m$	Torque del motor DC.
$T_L$	Torque producido por la carga.
$J_m$	Inercia del rotor del motor DC.
$B_m$	Coefficiente de fricción del motor DC.
$J_L$	Inercia de la carga.
$B_L$	Coefficiente de fricción de la carga.
$J_{eq}$	Inercia total referido a la carga
$B_{eq}$	Coefficiente de fricción total referido a la carga.
$\theta_m$	Ángulo de rotación del eje del motor DC.
$\theta_L$	Ángulo de rotación de la carga
$\theta$	Ángulo visto en el engrane mayor para análisis teórico.
$V_i$	Voltaje aplicado al motor DC para análisis matemático.
$E_m$	Fuerza contraelectromotriz.
$n_L$	Número de dientes del engrane mayor.
$N_m$	Número de dientes del engrane menor.
$N_g$	Relación del número de dientes ( $n_L/n_m$ )
$\tau_M$	Constante de tiempo del motor.
$K_M$	Constante de respuesta del motor.

Kamp.	Constante de amplificación del drive.
Va	Voltaje del sensor de ángulo.
Vb	Voltaje del sensor de posición para la bola.
X	Posición de la bola en la viga.
V <sub>ma</sub>	Voltaje aplicado al conjunto amplificador y motor DC.
V <sub>tarj</sub>	Voltaje de aplicado a la tarjeta de adquisición.
V <sub>m</sub>	Voltaje aplicado al motor para análisis experimental.
V <sub>pot</sub>	Velocidad proporcionado por el tacogenerador.
L	Longitud de la viga.
$\alpha$	Ángulo de la viga que forma con la horizontal.
g	Aceleración de la gravedad (980 cm/seg <sup>2</sup> )
J	Momento de inercia de la bola.
M	masa de la bola.
R	Radio de la bola.
d	Distancia del centro del engrane mayor al brazo.
F <sub>tx</sub>	Fuerza debido al movimiento de traslación de la bola.
F <sub>rx</sub>	Fuerza debido a la rotación de la bola.
T <sub>r</sub>	Torque debido a la rotación de la bola.
$\omega_b$	Aceleración angular de la bola.
$v_b$	Velocidad angular de la bola.
$\frac{\partial}{\partial t}$	
$\frac{\partial}{\partial t}$	Derivada parcial.
$\frac{\partial^2}{\partial t^2}$	Segunda derivada.
$\frac{\partial x^2}{\partial t^2}$	Segunda derivada de la posición de la bola en función de t.
$\frac{\partial x}{\partial t}$	Derivada de posición de la bola en función de t.
V <sub>ref</sub>	Voltaje referencial ingresado al sistema.
K	Constante de proporcionamiento del controlador de ángulo.
V <sub>s</sub>	Voltaje proporcionado por el sensor de ángulo.
°	Grados.
e <sub>ss</sub>	Error de Estado Estacionario
P(S)	Ecuación característica en lazo abierto del sistema.



S	Factor polinomio en función de la frecuencia.
T(S)	Función de Transferencia del sistema en lazo cerrado.
Gp	Función de Transferencia de la planta.
Gs	Función de Transferencia del sensor.
Gc	Función de Transferencia del controlador.
K	Ajuste del controlador proporcional.
$\lim_{s \rightarrow 0}$	Límite de la función, cuando se aproxima a un parámetro al valor de cero.
E(S)	Error actuante.

## ÍNDICE DE FIGURAS

		Pág.
Figura 1.1.1	Gráfico del sistema bola y viga.	5
Figura 1.2.1	Equipo implementado del sistema bola y viga.	8
Figura 1.2.2	Representación gráfica del sistema.	9
Figura 1.2.3	Localización de los ángulos $\theta$ y $\alpha$ .	10
Figura 1.2.4	Esquema simplificado del sistema de control.	12
Figura 1.3.1.1	Motor DC de la planta.	18
Figura 1.3.2.1	Sensor de ángulo SF22AC.	20
Figura 1.3.3.1	Partes del sensor de posición.	21
Figura 1.3.3.2	Sensor de posición.	22
Figura 1.3.4.1	Drive del motor DC.	23
Figura 1.3.4.2	Modulación por ancho de pulso o PWM.	24
Figura 1.3.5.1	Fuente de alimentación.	25
Figura 1.3.6.1	Engranajes usados en el sistema.	26
Figura 1.3.6.2	Dimensión de los engranajes.	27
Figura 1.3.7.1	Dimensión de los componentes mecánicos (vista frontal).	28
Figura 1.3.7.2	Dimensión de los componentes mecánicos (vista lateral).	29
Figura 1.3.8.1	Bola y parte del riel metálico (viga).	29
Figura 1.3.9.1	Presentación del programa Matlab.	32
Figura 1.3.10.1	Tarjeta PCI-6024E de National Instruments.	34
Figura 1.3.11.1	Bloque conector CB-68LP.	35
Figura 2.1.1	Esquema del sistema de Regulación y Control.	42
Figura 2.2.1	Gráfico de la Planta.	43

Figura 2.2.2	Curva que relaciona el voltaje de entrada al motor sobre la corriente y la velocidad sobre la corriente.	46
Figura 2.2.3	Circuito eléctrico del motor DC controlado por corriente de armadura en el dominio del tiempo.	47
Figura 2.2.4	Esquema del sistema de engranes acoplado al motor DC en el dominio del tiempo.	50
Figura 2.2.5	Curva característica de respuesta de un sistema de primer orden ante una entrada de tipo escalón.	55
Figura 2.2.6	Diagrama de bloques del tacómetro.	56
Figura 2.2.7	Diagrama de identificación para el motor.	57
Figura 2.2.8	Curva característica del sensor de ángulo, relacionando ángulo vs voltaje.	62
Figura 2.2.9	Curva característica del sensor de posición para la bola, relacionando posición vs voltaje.	64
Figura 2.2.10	Curva característica del voltaje de la tarjeta PCI6024E a la entrada del motor DC (etapa amplificadora).	66
Figura 2.2.1.1	Diagrama de bloque del sistema interno identificado sin perturbación.	69
Figura 2.2.2.1.1	Diagrama de bloque reducido.	71
Figura 2.2.2.2.1	Diagrama de bloque del sistema.	77
Figura 2.3.1.1	Sistema en lazo abierto variando el voltaje de entrada.	85
Figura 2.3.1.2	Ventana IDENT del Matlab.	86
Figura 2.3.1.3	Ventana IMPORT DATA.	87
Figura 2.3.1.4	Carga de datos en la ventana.	88
Figura 2.3.1.5	Proceso de Identificación.	89
Figura 2.3.1.6	Señal de Entrada ( $V_m$ ) y Señal de Salida ( $V_{pot}$ ) en SYSTEM IDENTIFICATION.	90
Figura 2.3.1.7	A) Modelo estimados. B) Porcentaje de aceptación de los modelos de Salida.	91
Figura 2.3.1.8	A) Selección del modelo OE221. B) Estimación del modelo OE221 en la venta IDENT.	93

Figura 2.3.1.9	Modelo de salida estimado OE221.	94
Figura 2.3.1.10	Modelo OE221.	95
Figura 2.3.1.11	Función de Transferencia del modelo OE221	96
Figura 2.3.1.12	Función de Transferencia del modelo en Z	97
Figura 3.3.1.13	Función de Transferencia en transformada de Laplace del modelo identificado.	98
Figura 2.3.1.14	Función de Transferencia del modelo matemático.	99
Figura 2.3.1.15	Función de Transferencia del modelo identificado	100
Figura 2.3.2.1	Herramienta SISO.	102
Figura 2.3.3.1.1	Presentación del Programa de Matlab.	105
Figura 2.3.3.1.2	Ventana inicial del Simulink.	107
Figura 2.3.3.1.3	Diseño del sistema de Regulación y Control de Ángulo aplicando Simulink.	108
Figura 2.3.3.1.4	A) Aplicación del Editor de Matlab. B) Función de Transferencia del modelo identificado (Vpot/Vm).	112 112
Figura 2.3.3.1.5	A) Esquema básico SISO. B) Diagrama Reducido de posición de ángulo.	113 113
Figura 2.3.3.1.6	A) Ventana gráfica de SISO. B) Acercamiento de las raíces dominantes. C) F. T. de la planta reducida por el SISO. D) Polos y ceros de la F. T. de la planta interna.	114 114 115 115
Figura 2.3.3.1.7	A) Limite del Sobrenivel Porcentual. B) Respuesta Escalón al ajuste de K.	116 117
Figura 2.3.4.1	Inserción de ceros en el Controlador.	120
Figura 2.3.4.2	A) Ajuste del segundo cero del controlado PID. B) Acercamiento del segundo cero agregado a la Raíces dominantes del sistema.	123 124
Figura 2.3.4.3	Respuesta del sistema en el ajuste del tiempo de estabilidad.	125
Figura 2.3.4.4	A) Límite de estabilidad del Lugar Geométrico de la Raíces. B) Acercamiento de la posición de los polos dominantes al límite de estabilidad.	126 126

Figura 2.3.4.5	Oscilación de la respuesta del sistema disminuyendo el tiempo de estabilidad < 8.8 s.	127
Figura 2.3.4.6	Respuesta al escalón del sistema en lazo cerrado Con el ajuste del controlador PID.	129
Figura 2.4.1	Modelo bola y viga.	130
Figura 2.4.2	Diagrama de fuerzas para la bola.	132
Figura 2.4.1.1	Diseño del sistema de Control de Posición para la bola aplicando Simulink.	137
Figura 2.4.1.2	A) Aplicación del Editor de Matlab. B) Función de Transferencia del modelo identificado (V/X).	139 140
Figura 2.4.1.3	A) Esquema básico SISO. B) Diagrama Reducido de posición de la bola en la viga.	141 141
Figura 2.4.1.4	A) Ventana gráfica de SISO. B) Acercamiento de las raíces dominantes. C) F. T. de la planta reducida por el SISO. D) Polos y ceros de la F.T. de la planta Total en lazo abierto.	142 142 143 143
Figura 2.4.2.1	Inserción del cero al controlador.	145
Figura 2.4.2.2	A) Limite del Sobrenivel Porcentual. B) Respuesta Escalón al ajuste de K.	146 147
Figura 2.4.3.1.1	A) Ajuste del cero del controlador del Sistema. B) Acercamiento del cero agregado a las raíces dominantes del sistema.	149 149
Figura 2.4.3.1.2	Respuesta del sistema en el ajuste del tiempo de estabilidad.	150
Figura 2.4.3.1.3	A) Límite de estabilidad del Lugar Geométrico de la Raíces. B) Acercamiento de la posición de los polos dominantes al limite de estabilidad.	151 152
Figura 2.4.3.1.4	Oscilación de la respuesta del sistema aumentando el tiempo de estabilidad > 72 s.	153
Figura 2.4.3.1.5	Respuesta al escalón del sistema total en lazo cerrado con el ajuste del controlador PD.	155

Figura 2.4.3.1.6	A) Respuesta del sistema total en lazo cerrado Frente a una perturbación (golpear la bola).	156
	B) Sistema en el punto de control.	156
Figura 3.1.2.1	Diagrama de bloques de un sistema en cascada.	159
Figura 3.1.2.2	Sistema Bola y Viga.	160
Figura 3.1.2.3	Diagrama simplificado de la geometría del sistema bola y viga.	161
Figura 3.1.3.1	Diagrama de bloques usado para obtener el controlador del lazo interno.	164
Figura 3.1.3.2	Respuesta al escalón del controlador del lazo interno.	165
Figura 3.1.3.3	Diagrama en Simulink del ejercicio B.	167
Figura 3.1.3.4	Respuestas ante una perturbación del tipo escalón para diferentes valores de K.	
	A) $K=0.7$	168
	B) $K=3$	168
	C) $K=10$	168
Figura 3.1.3.5	Trayectoria de las raíces de la planta en el lazo externo.	170
Figura 3.1.3.6	Simulación de la Planta Completa.	171
Figura 3.1.3.7	Respuesta al escalón de la planta completa controlada.	171
Figura 3.2.1	Configuración del sistema Bola y Viga en lazo cerrado.	172
Figura 3.2.2.1	Polos y ceros de la F.T. del lazo interno de la planta.	174
Figura 3.2.2.2	A) Ajuste del controlador.	175
	B) Respuesta al escalón.	175
Figura 3.2.4.1	Parámetros de los controladores de la planta completa.	177
Figura 3.2.4.2	Parámetros para el offset del ángulo.	177
Figura 3.2.4.3	Perturbación aplicada a la bola una vez que se halla en equilibrio.	178
Figura 3.2.4.1	Respuestas del sistema ante la perturbación.	179

## ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla I	Datos de placa del motor DC.....19
Tabla II	Datos del sensor de ángulo.....21
Tabla III	Características del conjunto bola y viga.....30
Tabla IV	Voltaje aplicado al motor DC para proporcionar diferentes velocidades.....45
Tabla V	Voltaje del sensor a diferentes ángulos.....61
Tabla VI	Voltaje del sensor a diferentes posiciones de la bola.....63
Tabla VII	Voltaje del motor vs voltaje de la tarjeta.....65
Tabla VIII	Ceros y polos de la función de transferencia de la planta interna.....76

## **INTRODUCCIÓN**

La ESPOL comprometida con la ciencia y el desarrollo tecnológico en correspondencia a mejorar la calidad humana a través de los aportes académicos y profesionales en el campo tecnológico; demanda que sus estudiantes al egresar y obtener el título profesional realicen un proyecto tecnológico; y como estudiantes egresados, actores de este proceso nos comprometimos a realizar el proyecto sobre “Implementación de un Sistema de Control para Balancear una Bola en una Viga utilizando MATLAB”, el mismo que tiene como finalidad proyectar un proceso didáctico de aprendizaje del Laboratorio de



Control Automático; de la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Computación (FIEC) aplicando el Programa MATLAB.

En el desarrollo de la tesis se utilizó el paquete de software llamado MATLAB, el cual nos ha facilitado el cálculo y el análisis con aplicaciones importantes como un Simulador (Simulink) y un Identificador de Sistemas (System Identification).

El control implementado en este tipo de sistema fue un lazo de doble realimentación, más conocido como control en cascada, el cual es diferente al sistema de control con realimentación que emplea un solo controlador; pues emplea dos controladores. Uno interno llamado esclavo o secundario y el otro externo llamado maestro o primario.

En el sistema interno, el sensor de ángulo transmite señales eléctricas (analógicas) al computador, que sirven para comparar y procesar con los algoritmos y simulaciones creados en el software de MATLAB, y por medio de la tarjeta de adquisición de datos PCI-6024E transmite las señales eléctricas al motor DC y por ende controla la posición del ángulo visto en el engrane mayor (carga), hasta obtener el ángulo deseado del sistema. Para el sistema externo, se aplica el mismo principio al sensor de posición de la bola a lo largo de la viga.

Cabe señalar que se procedió a comprar la planta ensamblada, por cuanto necesitábamos que este tipo de sistema este muy bien construido, para no tener problemas en el futuro como por ejemplo mal acople de piezas y dispositivos de medición mal alineados; investigando en internet encontramos un empresa que se dedica a producir este tipo de plantas en Hong Kong llamada GOOGOL TECHNOLOGY (HK) LIMITED, y la importamos por medio del departamento de suministro de la ESPOL.

# **CAPÍTULO 1**

## **1. DESCRIPCIÓN Y ESQUEMA DEL SISTEMA DE CONTROL PARA EL CONJUNTO BOLA Y VIGA**

### **1.1. Generalidades.**

El sistema de la bola y la viga fue construido con el propósito de estudiar uno de los problemas más difíciles en control automático, como es el diseño de control de sistemas inestables. El problema consiste en que los sistemas inestables verdaderos son generalmente peligrosos y no se pueden reproducir en condiciones reales en el laboratorio.

Por este motivo, se lo propuso como proyecto de t3pico de graduaci3n, el objetivo principal del sistema es equilibrar la bola sobre el punto medio de la viga, es decir a 20 cm. del extremo de la viga.

El conjunto bola y viga se observa en la figura 1.1.1, el cual es un mecanismo simple, compacto y seguro, pero conserva las caracter3sticas din3micas importantes de un sistema inestable, lo que lo convierte en un experimento que no debe faltar en ning3n laboratorio de control autom3tico del mundo.

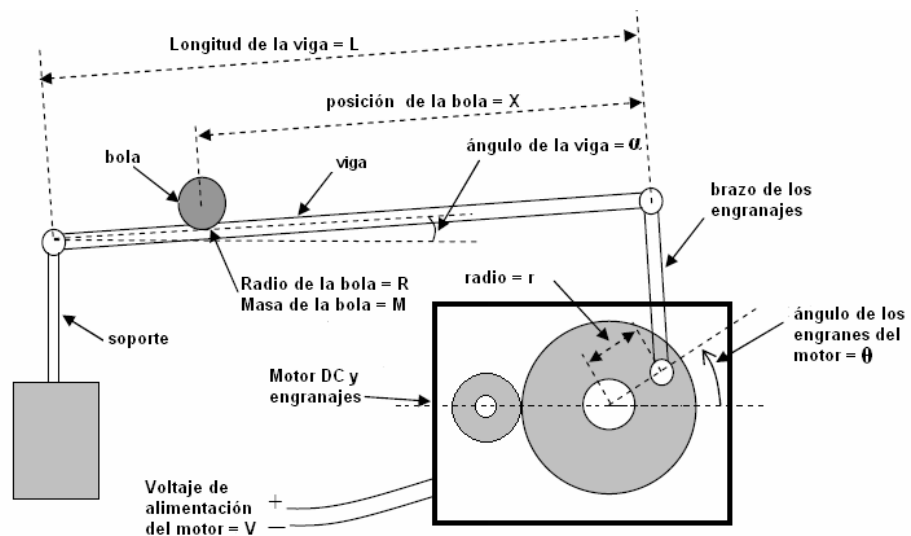


FIGURA 1.1.1. GRAFICO DEL SISTEMA BOLA Y VIGA

Dada la versatilidad del sistema de control de la bola y viga este nos permite la interacci3n del estudiante con elementos reales de

control, además ofrece un sistema de control que permite la demostración de las teorías impartidas en clase. Se implementaron las más nuevas tecnologías de adquisición y control por computadora, haciendo uso del MATLAB el mismo que nos permite controlar la planta desde el monitor de una computadora, a través de la programación de una interfase gráfica.

Prácticamente se ha creado un controlador vía software con las mismas características matemáticas de un controlador real pero con las ventajas de poder modificarlo y de una permanente calibración. Además hay que agregar que la acción de control se ejecuta en tiempo real usando el sistema de adquisición de datos y simulación que nos ofrece el software.

## **1.2. Descripción y esquema del sistema.**

El control implementado en este tipo de sistema fue un lazo de doble realimentación, más conocido como control en cascada, el cual es diferente al sistema de control con realimentación que emplea un solo controlador; pues emplea dos controladores. Uno interno llamado esclavo o secundario y el otro externo llamado maestro o primario.

En este tipo de esquema la acción del controlador maestro fija el punto de ajuste para el controlador esclavo, es decir el resultado que produce el controlador maestro es el punto de ajuste (referencia) que debe seguir el controlador esclavo. A diferencia de lo que ocurre en un esquema de realimentación en el que el punto de ajuste se fija externamente.

Para nuestro sistema la función del lazo secundario es controlar la posición del ángulo de la viga, y el primario se encarga de controlar la posición de la bola a lo largo de la viga, a pesar de que una perturbación se haga presente en el sistema. Cuando la bola es perturbada (mover la bola en cualquier dirección a lo largo de la viga), el sistema comienza a reaccionar, hasta que la bola llegue a su posición de partida (referencia).

La figura 1.2.1 presenta el equipo del sistema implementado.



FIGURA 1.2.1. EQUIPO IMPLEMENTADO DEL SISTEMA BOLA Y VIGA

La viga es básicamente un potenciómetro lineal y la bola hace las veces de cursor del potenciómetro; es decir, en base al valor medido de resistencia se obtiene una señal de voltaje analógica directamente proporcional a la posición de la bola a lo largo de la viga, la cual es ingresada al computador por medio de la tarjeta de adquisición de datos, con la ayuda del bloque conector CB-68LP de entradas y salidas de voltaje. En la figura 1.2.2 se observa la representación gráfica del sistema de control para la bola y viga.

Al sistema ingresamos un punto de operación o posición deseada, por software desde el programa en el monitor del computador

principal, esta entrada representa en escala la posición de la bola que se ingresa al sistema, el controlador debe procesar las variables para ajustar las condiciones de equilibrio del sistema para obtener la posición deseada de la bola sobre la viga con y sin perturbaciones, a esta posición la llamaremos posición obtenida (simulada).

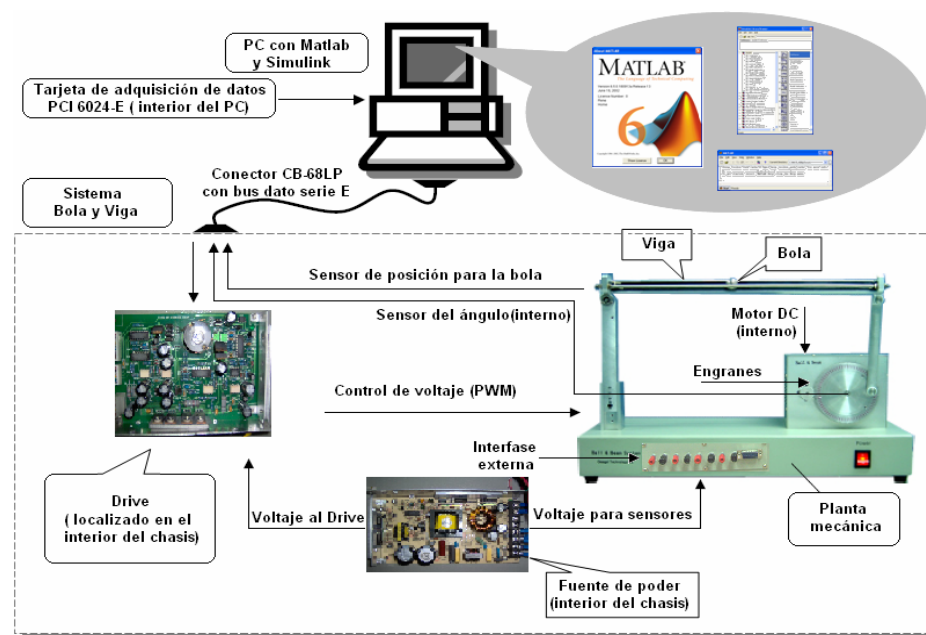


FIGURA 1.2.2. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL SISTEMA DE CONTROL PARA LA BOLA Y VIGA.

El sistema de control para el conjunto constituido por la bola y viga funciona de la siguiente manera; el lazo interno es un control de posición del ángulo  $\theta$  visto en el engrane mayor (carga), que a su vez por medio de cierta relación de ángulos, se puede obtener un



control del ángulo que la viga forma con la horizontal " $\alpha$ ", el cual espera la señal proveniente de la posición de la bola para comenzar a actuar. La figura 1.2.3. muestra en detalle la localización de los ángulos  $\theta$  y  $\alpha$ .

Se debe tomar en cuenta que la señal de entrada es el voltaje de alimentación suministrado al motor DC; proveniente de la salida analógica de la tarjeta de adquisición de datos; y la salida es el ángulo del motor referido a la carga, en este caso el engrane mayor; el ángulo de la viga es suministrado por un potenciómetro que se encuentra acoplado a dicho engrane; este potenciómetro hace la tarea de sensor; el cual transmite una señal de voltaje analógica directamente proporcional a dicho ángulo.

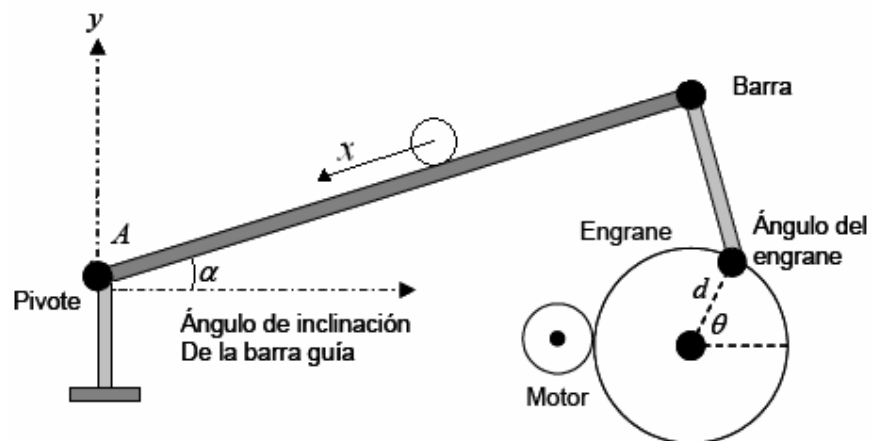


FIGURA 1.2.3. LOCALIZACIÓN DE LOS ÁNGULOS  $\theta$  y  $\alpha$  .

La dinámica del controlador ya sea proporcional, integral, derivativa o una combinación de las mismas usada en el lazo interno debe igualar el voltaje de entrada hacia el motor con el voltaje de salida proporcionado por el sensor del ángulo, sin importar la perturbación que se presente, para obtener el punto de operación del sistema interno estabilizado. En este instante el sistema se encuentra en equilibrio.

Cuando el sistema se encuentra estabilizado en el punto de control, se aplica una perturbación al sistema, ya sea por medio de software o por medio manual como por ejemplo mover el brazo que está acoplado al engrane mayor; dicho controlador efectuará su función y llevará al sistema a su estado inicial o estable.

El lazo externo también es un control de posición, tomando en cuenta el modelo del sistema interno en lazo cerrado con su respectivo controlador. La dinámica del controlador a diseñar debe igualar la posición de entrada expresada en voltios, con el voltaje de salida proveniente del sensor para la bola, sin importar la perturbación que se haga presente para obtener el punto de operación del sistema principal o externo estabilizado. En este instante el sistema se encuentra en equilibrio.

Para efecto del control de posición de la bola sobre la viga (cuya longitud es de 40 cm.) el sistema de control permite ubicar a la bola en su posición inicial esto es a 20 cm. desde el extremo de la viga (en la mitad de la misma), pero además nos permite reubicarla aproximadamente 5 cm. a cada lado es decir tenemos una banda que va desde los 15 hasta los 25 cm. Para conseguir esto nuestra señal de referencia debe ajustarse en función de la posición deseada en centímetros. Un esquema simplificado del sistema de control se muestra en la figura 1.2.4.

La otra posibilidad para que el sistema opere es sometiéndolo a una perturbación manual que desplace la bola una pequeña distancia (alrededor de 5 cm. del punto medio de la viga), el control del sistema reaccionará reubicando la bola en su posición inicial esto es en el centro de la viga.

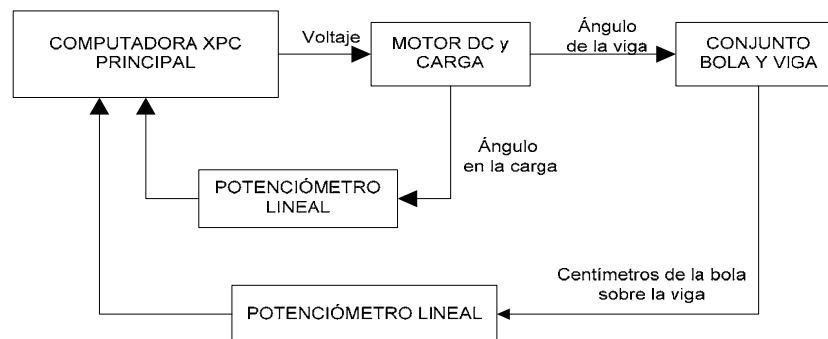


FIGURA 1.2.4. ESQUEMA SIMPLIFICADO DEL SISTEMA DE CONTROL PARA LA BOLA Y VIGA.

En el momento en que la perturbación actúa sobre el sistema, cada controlador ejecuta su acción de control para volver a estabilizar al mismo, es decir él deberá procesar las variables de entrada y salida para mantener el punto de operación.

### **1.2.1. Características del sistema de control.**

Para el caso de estudio del conjunto bola y viga y debido a las variables que hay que controlar, es necesario que apliquemos la técnica de control en cascada.

En este caso la técnica de control empleada rechaza las perturbaciones, la presencia de una perturbación (como lo es golpear la bola) tiene un efecto sobre la variable de salida o variable controlada (posición de la bola). Este tipo de control utiliza la medida de variables internas (auxiliares) para detectar rápidamente el efecto de las perturbaciones e iniciar la acción correctiva.

En el control en cascada se generan dos lazos de control, uno interno llamado esclavo o secundario y uno externo llamado maestro o primario.

Un requisito importante para que la aplicación del esquema de control en cascada presente ventajas sobre un controlador retroalimentado puro, depende de las respuestas dinámicas de los lazos antes mencionados, la respuesta dinámica del lazo interno (esclavo o secundario) tiene que ser más rápida que la correspondiente respuesta dinámica del lazo externo (maestro o primario).

Al cumplir este requisito, se mejora notablemente el desempeño del esquema de control a lazo cerrado del sistema total. Por esta razón se acostumbra emplear un controlador puramente proporcional para el control del lazo interno; este controlador se sintoniza de manera tal que la respuesta obtenida sea lo más rápida posible, siempre y cuando se sujete a las restricciones de estabilidad sobre los valores de la ganancia del controlador. Para el control del lazo externo podría emplearse un controlador PI, PD o PID dependiendo del tipo de planta a controlar.

En nuestro caso si se cumple con esta condición, el lazo interno es el encargado de controlar la posición del ángulo que la viga forma con la horizontal y el lazo externo se

encarga de controlar la posición que la bola ocupe sobre la viga.

El tipo de estructura de control en cascada es muy utilizada a nivel industrial. Los controladores industriales tienen entradas y modos específicos para que funcionen como maestros o como esclavos.

En la planta hay límites extremos de inestabilidad definidos en la viga; si la posición deseada es mayor a 25cm. el sistema tiene un comportamiento diferente al esperado; es decir la bola se posiciona lejos del valor deseado (el error de estado estable se incrementa), igual si la posición es menor a 15cm. Esto se debe a que la planta pierde su comportamiento lineal cuando trabaja con ángulos grandes que forma la viga con la horizontal. Por lo que el punto de operación para el control de posición de la viga está en el rango de 15 cm. a 25 cm.

Uno de los objetivos de la mayoría de los sistemas de control es que la respuesta de salida del sistema siga una señal de referencia específica en forma exacta en el estado estable.

La diferencia entre la salida y la referencia en estado estable se define como error en estado estable.

Un sistema de control es estable, si partiendo de un estado de reposo definido, pasa a un nuevo estado de reposo bajo la acción de un cambio de su referencia. Además si las condiciones del sistema cambian, estos cambios o perturbaciones, no deberían afectar en su estado estable.

Para lograr este objetivo es necesario el dimensionamiento de un sistema controlador, que realice la acción correctiva, garantizando de acuerdo a las especificaciones del sistema, el obtener una situación estable deseada.

En base al desarrollo y la disponibilidad de un software de computadora amigable y poderoso como MATLAB ha sido posible establecer los parámetros de ajuste para el controlador que logren que el sistema se torne estable.

### 1.3. Elementos del sistema.

El sistema de control para la bola y viga consta de las siguientes partes:

- Motor DC.
- Sensor de posición del ángulo.
- Sensor de posición para la bola.
- Drive para el motor DC.
- Fuente regulada de 5 y 12 V DC para el motor y sensores.
- Engranajes acoplados al motor.
- Soportes metálicos.
- Programa MATLAB.
- Tarjeta de adquisición PCI 6024-E de National Instruments.
- Bloque conector CB-68LP.
- Conector bus de datos Serie E.
- Computador Principal (Host).
- Computador Remoto (Target).



### 1.3.1. Descripción del motor DC.

Este tipo de motor es usado debido a que posee una inercia muy baja, ofreciendo un cambio de giro bastante rápido. La figura 1.3.1.1 muestra el motor usado en la planta.

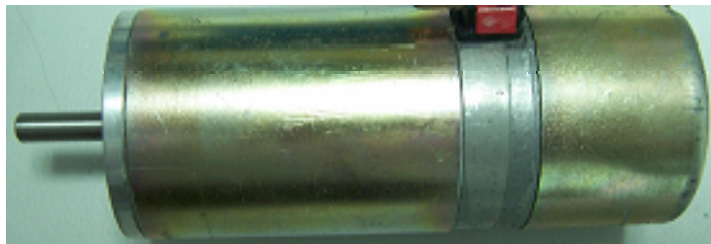


FIGURA 1.3.1.1. MOTOR DC DE LA PLANTA

Este motor posee las características, mostradas en la tabla 1. Se puede notar que no tenemos los valores de la constante de voltaje y torque del motor así como tampoco la inercia y coeficiente de fricción del mismo. Estas constantes las encontraremos identificando el sistema en un capítulo posterior.

TABLA I.  
**DATOS DE PLACA DEL MOTOR DC**

Parámetro	Valor
Voltaje	0 a 24 VDC
Resistencia	11.5 $\Omega$
Inductancia	0.2 mH
Potencia	50 W
Velocidad	3000 RPM

### **1.3.2. Descripción del sensor de posición del ángulo.**

El sistema de la bola y la viga cuenta con un sensor para la posición angular del engrane mayor (carga) acoplado al motor DC, el cual es un potenciómetro que convierte la señal de variación del ángulo en una señal de voltaje analógico. La conexión entre el eje del motor y el potenciómetro es a través de los engranes.

Debido a que el sensor solo trabaja para ciertos ángulos, se procedió a utilizar el rango entre 0.1 VDC a 2.9 VDC.

El rango de voltaje que se ha usado es tomando en cuenta el punto de operación, para nuestra planta.

El potenciómetro es de tipo lineal y proporciona un voltaje de salida analógico que varía linealmente alrededor del punto de operación a medida que se cambia el ángulo en base a una referencia. El sensor descrito se puede observar en la figura 1.3.2.1

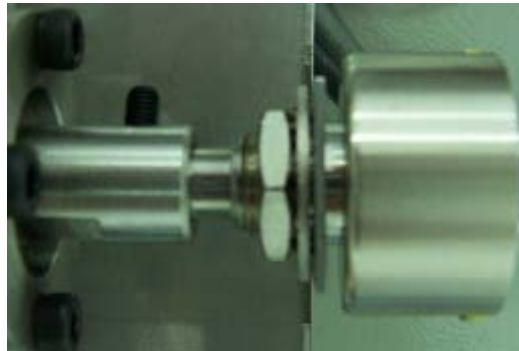


FIGURA 1.3.2.1. SENSOR DE ÁNGULO SF22AC

El sensor de ángulo posee las características, mostradas en la tabla 2. El máximo voltaje de alimentación es de 24 VDC, si se sobrepasa este valor podría causar daños al potenciómetro.

TABLA II.

**DATOS DEL SENSOR DE ÁNGULO**

Parámetro	Valor
Resistencia	$5\text{ K}\Omega \pm 15\%$
Linealidad	$\pm 1.5\%$

**1.3.3. Descripción del sensor de posición de la bola.**

Este sensor es un potenciómetro lineal, consiste de un material conductor, una varilla de acero y la bola misma que es la encargada de cerrar el circuito.

Este dispositivo convierte la señal de variación de posición en una señal de voltaje analógico entre 0 VDC a 5 VDC. En la figura 1.3.3.1 se muestra como se alimenta al sensor y la entrada de voltaje que ingresa a la tarjeta.

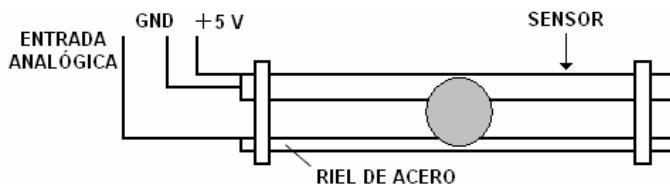


FIGURA 1.3.3.1. PARTES DEL SENSOR DE POSICIÓN

El voltaje de salida varía linealmente a medida que la bola cambia de posición a lo largo de la viga, es este voltaje el que ingresa a la entrada analógica de la tarjeta. El sensor descrito se puede observar en la figura 1.3.3.2.



FIGURA 1.3.3.2. SENSOR DE POSICIÓN

#### **1.3.4. Descripción del drive para el motor.**

Para controlar el motor se utiliza un drive, mostrado en la figura 1.3.4.1. La técnica utilizada para controlar la variación de voltaje que ingresa al motor es el uso de la Modulación del Ancho de Pulso (PWM).



FIGURA 1.3.4.1. DRIVE DEL MOTOR

Por medio de esta técnica se controla la variación de voltaje del motor y así se puede controlar la velocidad de rotación, es decir que la tensión aplicada será una onda cuadrada periódica de modo que las revoluciones por minuto del motor corresponderán (aproximadamente) a la siguiente fórmula:

$$\text{RPM} = (\text{DC} * \text{RPM}_{24\text{V}_{\text{DC}}}) / 100\%$$

Donde  $\text{RPM}_{24\text{V}_{\text{DC}}} = 3000$  (la nominal del motor a  $24\text{V}_{\text{DC}}$ ), y DC es el ciclo de trabajo (por sus siglas en inglés “duty cycle”), dado en % de la tensión (onda cuadrada periódica de 0 V y  $24\text{V}_{\text{DC}}$ ) aplicada al motor:

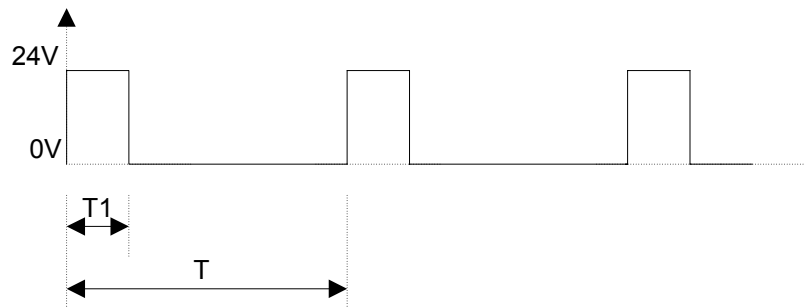


FIGURA 1.3.4.2. MODULACIÓN POR ANCHO DE PULSO O  
PWM

Donde:

$T_1$  es el ancho variable de la onda y

$T$  es el período la onda

$$DC = (T_1/T) \cdot 100\%$$

Ejemplo: Si  $DC=50\%$ , las RPM serán 1500. Casos extremos:

Si  $DC=0$  el motor esta apagado,  $DC=100\%$  el motor gira a

3000RPM. Realmente no es una relación lineal entre el DC y

las RPM, pero eso se puede corregir experimentalmente

modificando el programa de control del sistema.

### 1.3.5. Descripción de la fuente regulada de 5 V<sub>DC</sub> y 12 V<sub>DC</sub> para los sensores y el drive del motor.

La fuente usada para acoplar la señal de salida de cada uno de los sensores a la tarjeta de adquisición de datos, se muestra en la figura 1.3.5.1.

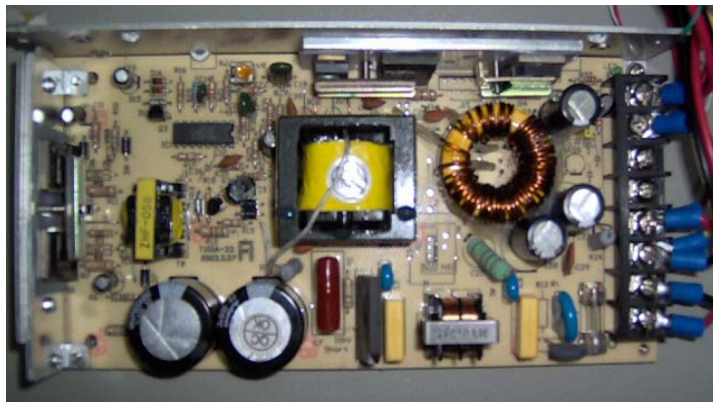


FIGURA 1.3.5.1. FUENTE DE ALIMENTACIÓN

Esta fuente proporciona voltajes a cada sensor y al drive que controla al motor. Para los sensores de ángulo y posición el voltaje de alimentación es de 5 V<sub>DC</sub>, en cambio para el drive del motor es de 12 V<sub>DC</sub>.



### 1.3.6. Descripción de los engranes.

Los engranes están elaborados con aluminio, debido a que este material presenta un peso bastante despreciable, con lo cual al calcular los parámetros que involucren la inercia de los engranes, estos no influyen mayormente en el análisis. La figura 1.3.6.1 muestra los engranes usados en la planta.

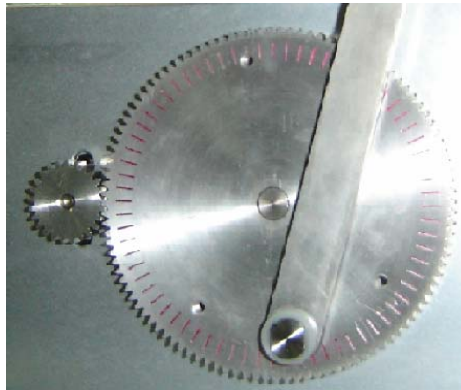


FIGURA 1.3.6.1. ENGRANES USADOS EN LA PLANTA

A continuación, trataremos de dar una breve reseña del aluminio. El aluminio es el tercer elemento más común encontrado en la corteza terrestre. El aluminio puro es un metal suave, blanco y de peso ligero.

El aluminio puede ser fuerte, ligero, dúctil y maleable. Es un excelente conductor del calor y de la electricidad; el valor de su densidad es de  $2.7 \text{ gramos/cm}^3$  y las temperaturas de fusión y ebullición son de  $660^\circ \text{ C}$  y  $2.467^\circ \text{ C}$ , respectivamente. No se altera en contacto con el aire ni se descompone en presencia de agua, debido a que su superficie queda recubierta por una fina capa de óxido que lo protege del medio. Pero una de las mayores ventajas del aluminio es que puede ser reciclado una y otra vez sin perder su calidad ni sus propiedades.

Los engranes tienen las siguientes dimensiones, mostradas en la figura 1.3.6.2. El número de dientes del engrane menor es de 25, y el número de dientes del engrane mayor es de 108.

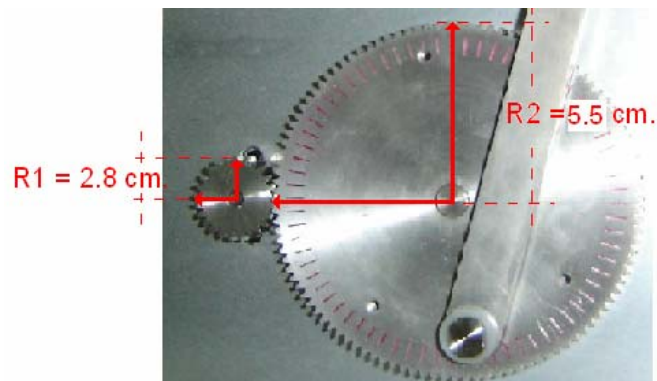


FIGURA 1.3.6.2. DIMENSIONES DE LOS ENGRANES

### 1.3.7. Descripción de los componentes metálicos.

Se usan los siguientes componentes metálicos con sus respectivas dimensiones, mostradas en las figuras 1.3.7.1 y 1.3.7.2. El modelo no está a escala y las unidades están expresadas en centímetros.

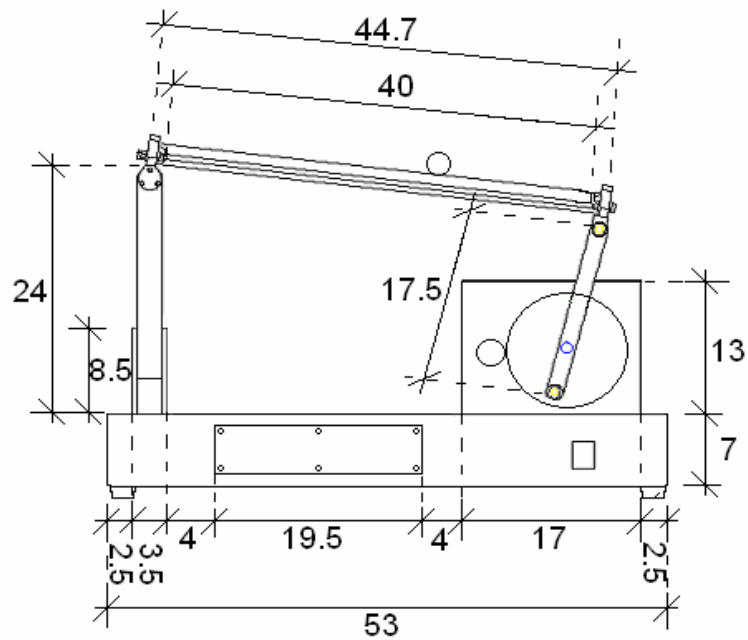


FIGURA 1.3.7.1. DIMENSIONES DE LOS COMPONENTES METALICOS (VISTA FRONTAL)

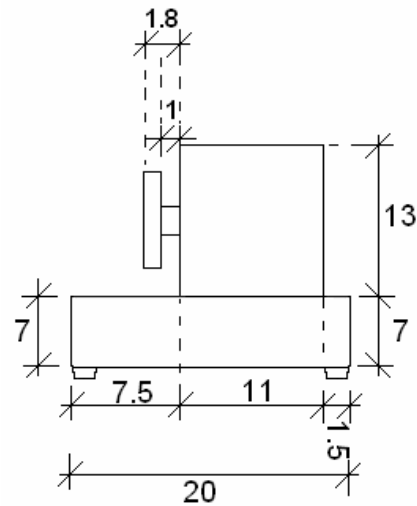


FIGURA 1.3.7.2. DIMENSIONES DE LOS COMPONENTES METALICOS (VISTA LATERAL)

### 1.3.8. Descripción de la bola.

La bola es de acero inoxidable, su superficie es perfectamente lisa y cromada. Con esto se pretende que la bola esté libre de rodar sobre el riel metálico (viga) y que en lo posible no se pierda contacto con dicho riel.

El peso de la bola es de 28gr. y su diámetro es de 19mm. La figura 1.3.8.1 nos muestra la bola y parte del riel metálico.



FIGURA 1.3.8.1. BOLA Y PARTE DEL RIEL METÁLICO  
(VIGA)

Finalmente la tabla 3, nos muestra las características resumidas de la planta.

TABLA III.

**CARACTERÍSTICAS DEL CONJUNTO BOLA Y VIGA**

Parámetro	Valor
Longitud disponible para el movimiento de la bola	40cm.
Longitud de la planta	53cm.
Ancho de la planta	20cm.
Altura de la planta	35cm.
Relación de los engranes	25/108
Diámetro de la bola	19mm.
Peso de la bola	28gr.
Peso de la planta	7Kg.
Voltaje de entrada	110 -120Vac.
Corriente de Entrada	3A.

### **1.3.9. Descripción del programa MATLAB.**

MATLAB es el nombre abreviado de “Matrix Laboratory”. El cual es un programa enfocado hacia el análisis numérico y matemático, y cuenta con características muy especiales como por ejemplo: la continuidad entre valores enteros, reales y complejos. Lo anterior significa que no hay necesidad de declarar las variables antes de ser utilizadas, ya que todas son tratadas por igual. También la biblioteca de funciones que viene incluida con MATLAB es mucho más amplia que la de cualquier otro lenguaje de programación; incluye varias herramientas gráficas, incluido una interfaz gráfica de usuario “GUI” y también se puede vincular con otros lenguajes de programación. Todo lo anterior son sólo algunas de las características del software utilizado. La pantalla de inicio y la ventana de comandos del programa MATLAB se observa en la figura 1.3.9.1.

MATLAB posee un lenguaje de programación propio y una de sus capacidades más atractivas es la amplia variedad de gráficos en dos y tres dimensiones que puede realizar.

Es un entorno fácil de usar, donde los problemas y las soluciones son expresados como se escriben matemáticamente, sin la programación tradicional.

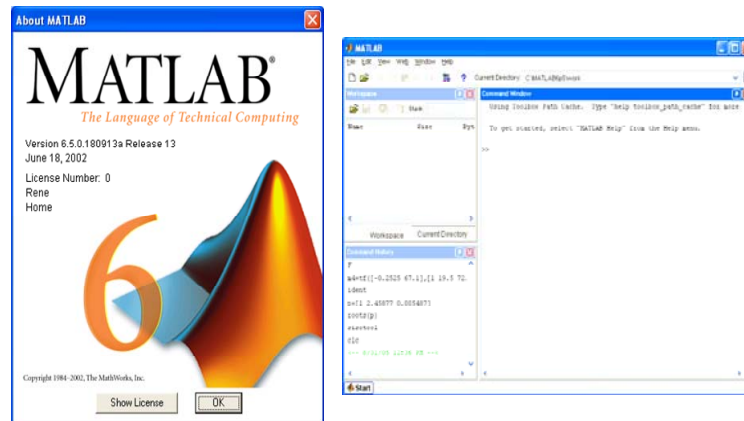


FIGURA 1.3.9.1. PANTALLA DE INICIO Y VENTANA DE COMANDOS DEL PROGRAMA MATLAB.

MATLAB se utiliza para investigación y para resolver problemas prácticos de ingeniería y matemáticas, con un gran énfasis en aplicaciones de control y procesamiento de señales. MATLAB también proporciona una serie de soluciones específicas denominadas Cajas de Herramientas (TOOLBOXES). Estas son muy importantes para la mayoría de los usuarios de MATLAB y son conjuntos de funciones que

extienden el entorno MATLAB para resolver clases particulares de problemas (Ver Anexo A, MATLAB).

Para esta aplicación usaremos, la Caja de Herramientas del Sistema de Control (Control System Toolbox), Simulink, xPC Target y otras funciones más del MATLAB que son herramientas fundamentales para obtener el diseño y controlador del sistema en tiempo real.

#### **1.3.10. Descripción de la tarjeta de adquisición PCI 6024-E de National Instruments.**

La tarjeta PCI-6024E de National Instruments es una arquitectura completa para adquisición de datos (Ver anexo B).

Es un sistema modular que permite la comunicación entre la computadora y los procesos, es un sistema de entrada y salida de datos, la principal característica de este sistema es trabajar en el campo cerca de los procesos dejando el monitoreo y control en posiciones remotas.



Esta interfase convierte a la computadora en importante instrumento de análisis de datos, control y monitoreo, en tiempo real. Dispone de entradas y salidas analógicas, entradas y salidas digitales, disparo digital, contadores y temporizadores.

La tarjeta de adquisición de datos toma 200.000 muestras por segundo (200Ks/s), además la adquisición se inicia por software.



FIGURA 1.3.10.1. TARJETA PCI – 6024E DE NATIONAL INSTRUMENTS.

Los canales analógicos trabajan con voltajes desde  $-10 V_{DC}$  a  $+10 V_{DC}$ , los canales digitales con voltajes de  $-5 V_{DC}$  y  $+5 V_{DC}$ ; y la corriente de salida de la tarjeta es de 65 mA máximo.

### 1.3.11. Descripción del bloque conector CB-68LP.

El bloque conector CB-68LP se puede observar en la figura 1.3.11.1; cuenta con una gran variedad de borneras de entrada y salida, tanto analógicas como digitales, que permite efectuar conexiones con una gran gama de sensores para adquisición de datos, como termocúplas, sensores transductores eléctricos de nivel, presión, flujo, y así mismo con una gran variedad de elementos de control como transductores de corriente a presión, válvulas de control, etc.; mediante módulos de salidas analógicas y digitales (Ver anexo B).



FIGURA 1.3.11.1. BLOQUE CONECTOR CB – 68LP.

### **1.3.12 Descripción del conector Bus de Datos Serie E.**

El Bus de datos de 68 pines Serie E, es elemental para comunicar el bloque conector CB-68LP con la tarjeta de adquisición PCI-6024E, además permite la comunicación entre la computadora remota (Target) y los demás módulos del sistema (Ver anexo B).

Características Técnicas:

- Bus plano de 68 pines y terminales para el bloque conector y la computadora.
- El largo del bus de datos es de 1 m.
- Cable para trabajar con la serie E.

### **1.3.13. Descripción del xPC Target.**

El xPC Target es una solución para prototipos, probando, y desplegando sistemas en tiempo real, que usan el hardware de PC estándar.

Para controlar y monitorear la planta se utiliza un computador remoto (Target PC), manejado desde un computador principal (Host PC), para ejecutar las aplicaciones en tiempo real.

En este ambiente usted usa su computadora de escritorio como un computador principal con el programa de MATLAB, Simulink, y Stateflow (función optativa de asignaciones y creaciones de variables de estado), para crear modelos usando bloques de Simulink. Después de crear su modelo, usted puede ejecutar las simulaciones en tiempo no real.

El xPC Target permite agregar bloques de entrada y salida al modelo, y utiliza el computador principal con el Real-Time del Workshop (opción de ejecución en tiempo real) y un compilador de C/C++ para crear el código ejecutable.

El código ejecutable se descarga al computador principal y al computador remoto, en el cual ejecuta el xPC kernel (parte principal del software del Target PC) en tiempo real del xPC Target. Después de descargar el código ejecutable, se puede correr y probar la aplicación Target en tiempo real.

### **1.3.14 Descripción del computador principal o local (Host).**

Usted puede usar cualquier PC que ejecuta una plataforma de Microsoft Windows apoyado por MathWorks (empresa dueña de la licencia y productos de MATLAB) como el PC principal o local (Host), (Ver anexo C).

También debe contener una disquetera de 3.5 pulgada, y un puerto serial libre o una tarjeta de red Ethernet.

El PC local puede ser uno de lo siguientes PC: un computador de escritorio estándar o un computador de notas.

El PC local normalmente es su computadora de escritorio donde usted instala MATLAB, Simulink, Stateflow, Stateflow Coder, Workshop de Tiempo-Real, el xPC Target, y la opción xPC Target Embedded. Una computadora de notas también es un PC local viable.

### **1.3.15. Descripción del computador remoto (Target).**

El xPC Target apoya a uno o más PCs remotos (Target PCs) con un computador local o principal (Host). Un PC remoto puede ser cualquier PC con un Intel 386/486/Pentium o AMD, el procesador de K5/K6/Athlon como computadora remoto. También debe contener una disquetera libre para disquete de 3.5 pulgada, y un puerto serial libre o una tarjeta de red Ethernet. Usando el xPC Target Embedded Option, se puede transferir los archivos del disquete de 3.5 pulgada a un disco duro o memoria flash.

Un PC remoto puede ser una PC de escritorio, esta computadora es inicializada desde un disco especial creado por el xPC Target.

Cuando usted inicializa o arranca el PC remoto, desde el disco remoto de arranque (target of booteo) se describe la creación del disco remoto de arranque, el xPC Target usa los recursos en el PC remoto (CPU, RAM, y puerto serial o tarjeta de red) sin cambiar los archivos guardados en la unidad de disco duro.

Después de que se usa la computadora de escritorio como un PC local, y ya no se desea realizar más aplicaciones se hace lo siguiente; usted reinicia su computadora sin el disco remoto de arranque y el computador se inicializa normalmente con su aplicación de origen, para cualquier tarea que desee realizar.

# CAPÍTULO 2

## 2. ANÁLISIS MATEMÁTICO DEL SISTEMA Y ESTRATEGIA DE AJUSTE PARA EL CONTROLADOR DEL SISTEMA BOLA Y VIGA.

### 2.1. Generalidades.

El primer paso importante en el análisis y diseño del sistema de control de la bola y viga fue el modelado matemático de cada una de las etapas que conforman el sistema.

Se definió el conjunto de variables, que a su vez están interrelacionadas a través de leyes físicas establecidas. Los estudios de los sistemas de control dependen fuertemente del uso y aplicación de las matemáticas, y en este caso no fue la excepción.



Por razones prácticas, para establecer una clase de análisis aplicable, se hicieron suposiciones y aproximaciones de forma que puedan ser estudiados utilizando la teoría de sistemas lineales. A continuación detallaremos el esquema del sistema de regulación y control de la bola y viga, figura 2.1.1

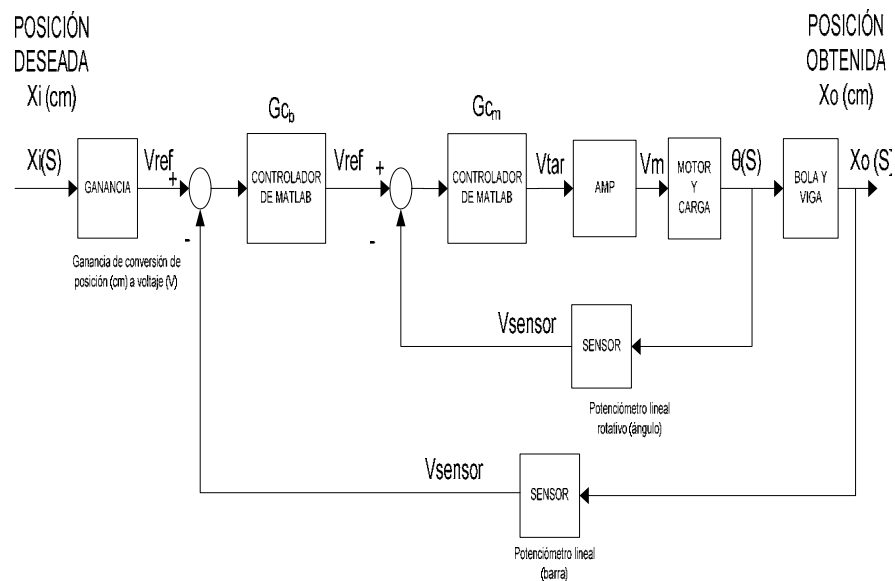


FIGURA 2.1.1. ESQUEMA DEL SISTEMA DE REGULACIÓN Y CONTROL DE LA BOLA Y VIGA.

## 2.2. Modelo Matemático del Sistema.

Se ha comprobado que las técnicas de la transformada de Laplace y la linealización son particularmente útiles para el análisis de la dinámica de procesos y diseño de sistemas de control, debido a que proporcionan una visión general del comportamiento de gran variedad de procesos e instrumentos.

En la figura 2.2.1., que mostramos a continuación se muestran los componentes físicos de la planta.



FIGURA 2.2.1. GRÁFICO DE LA PLANTA.

## **MODELADO DEL MOTOR DC.**

Para poder obtener el modelo matemático del motor DC de imanes permanentes se procedió primeramente a identificar las constantes del motor para poderlas reemplazar en la función de transferencia que relaciona el voltaje de entrada con la velocidad de salida del eje del motor.

Ante la falta de información de las características internas del motor DC, nos vimos obligados a determinar dichas constantes de manera estática sin carga en la salida; para esto aplicamos diferentes voltajes a la entrada del motor, obteniendo diferentes velocidades. También se tomaron datos de la corriente suministrada al motor DC.

En la tabla IV, se describen las mediciones que se realizaron para dicha prueba, los voltajes aplicados al motor DC van desde  $1 V_{DC}$  a  $10 V_{DC}$  en pasos de  $1 V_{DC}$ , y también desde  $-1 V_{DC}$  a  $-10 V_{DC}$  en pasos de  $1 V_{DC}$ , de donde se obtuvieron las curvas graficadas más adelante.

TABLA IV.  
**VOLTAJE APLICADO AL MOTOR DC PARA PROPORCIONAR  
 DIFERENTES VELOCIDADES.**

<b>PARÁMETROS DE VOLTAJE APLICADO AL MOTOR DC RESPECTO A LA VELOCIDAD</b>						
<b>Vi(V)</b>	<b>W(rpm)</b>	<b>W(rad/seg)</b>	<b>Ia(A)</b>	<b>Ia(mA)</b>	<b>W/Ia(rad/segA)</b>	<b>Vi/Ia(V/mA)</b>
10	934,5	97,84215	0,05885	58,85	1662,568394	169,923534
9	838,4	87,78048	0,05900	59,00	1487,804746	152,542373
8	728,5	76,27395	0,05915	59,15	1289,500423	135,249366
7	641,4	67,15458	0,05915	59,15	1135,326796	118,343195
6	542,2	56,76834	0,05945	59,45	954,892178	100,925147
5	451,2	47,24064	0,05965	59,65	791,963789	83,822297
4	342,2	35,82834	0,05990	59,90	598,135893	66,777963
3	245,8	25,73526	0,06000	60,00	428,921000	50,000000
2	128,5	13,45395	0,06050	60,50	222,379339	33,057851
1	0	0,00000	0,06095	60,95	0,000000	16,406891
-1	0	0,00000	-0,06100	-61,00	0,000000	16,393443
-2	-136,8	-14,32296	-0,06000	-60,00	238,716000	33,333333
-3	-262,8	-27,51516	-0,05980	-59,80	460,119732	50,167224
-4	-354,6	-37,12662	-0,05965	-59,65	622,407712	67,057837
-5	-463,8	-48,55986	-0,05945	-59,45	816,887207	84,111363
-6	-558,8	-58,50636	-0,05925	-59,25	987,449114	101,265823
-7	-645,8	-67,61526	-0,05920	-59,20	1142,149662	118,243243
-8	-735,5	-77,00685	-0,05895	-58,95	1306,307888	135,708227
-9	-844,8	-88,45056	-0,05870	-58,70	1506,823850	153,321976
-10	-945,4	-98,98338	-0,05845	-58,45	1693,471001	171,086399

Una de las ecuaciones que debemos graficar es la mostrada a continuación.

$$\frac{V_i}{I_a} = \frac{\omega}{I_a} K_m + R_a \quad (2.1)$$

El gráfico de la figura 2.2.2, nos muestra los valores obtenidos, tanto para la constante de velocidad ( $K_m$ ), como la resistencia de armadura ( $R_a$ ) del motor.

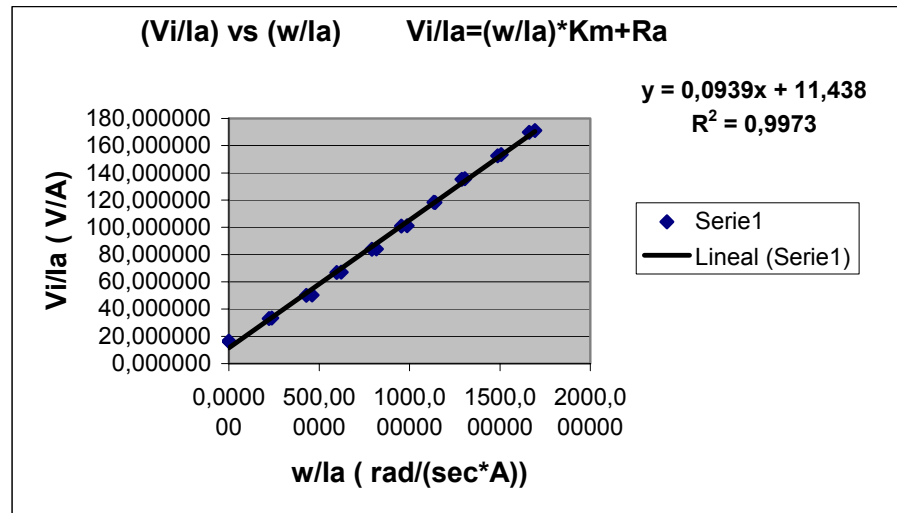


FIGURA 2.2.2. CURVA QUE RELACIONA EL VOLTAJE DE ENTRADA AL MOTOR SOBRE LA CORRIENTE Y LA VELOCIDAD SOBRE LA CORRIENTE.

Los valores obtenidos de la curva mostrada en la figura 2.2.2, son los siguientes:

$$K_m = 0.0939 \text{ [V-seg/rad]} = 0.009833185 \text{ [V/rpm]} \approx 9.83 \text{ [V/Krpm]}$$

$$R_a = 11.438 \text{ } \Omega$$

Donde:

$K_m$  : es la constante de voltaje del motor DC.

$R_a$  : es la resistencia de armadura del motor DC.

Estos valores se usarán en el análisis matemático de todo el conjunto, tomando en cuenta los engranes, pero no tomaremos en cuenta el brazo ni la bola. Para hacer esto necesitamos el modelo matemático que involucra los engranes.

Entonces procedemos a analizar el gráfico de la figura 2.2.3, donde se observa el modelo del motor DC de imanes permanentes, usado para nuestro análisis y su respectivo sistema de engranes y carga.

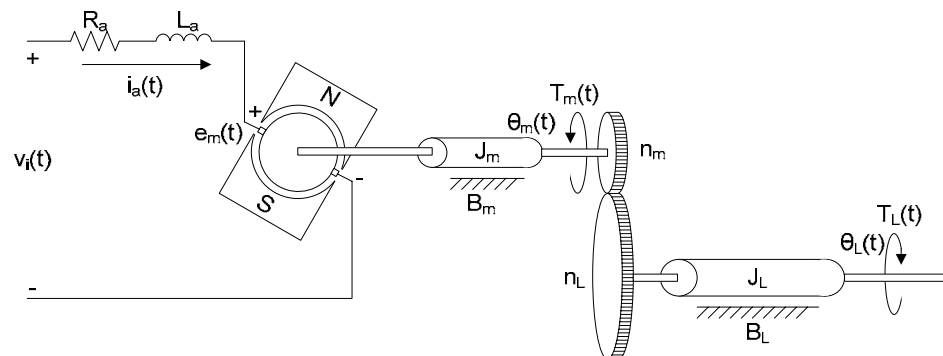


FIGURA 2.2.3 CIRCUITO ELÉCTRICO DEL MOTOR DC CONTROLADO POR CORRIENTE DE ARMADURA EN EL DOMINIO DEL TIEMPO.

Para un motor DC de excitación separada con corriente de campo constante o de imanes permanentes, la armadura produce un torque proporcional a la corriente de armadura dada por la ecuación 2.2. La eficiencia del juego de engranes así como la eficiencia de rotación del motor, podrían afectar la salida de torque, por esta razón deben ser tomadas en cuenta, para nuestro análisis, como lo muestra la ecuación 2.3.

$$v_i = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_m \quad (2.2)$$

$$T_m(t) = \eta K_\tau i_a(t) \quad (2.3)$$

Las ecuaciones 2.2 y 2.3, pueden ser expresadas en el dominio de Laplace como:

$$I_a = \frac{1}{R_a + L_a s} [V_i(s) - E_m(s)] \quad (2.4)$$

$$T_m(s) = \eta K_\tau I_a(s) \quad (2.5)$$

Donde  $\eta$  es la eficiencia del motor multiplicada por la eficiencia de los engranes y  $K_\tau$  es la constante de torque del motor. Si la constante de torque esta en Nm/A, entonces es numéricamente igual a  $K_m$ , de este modo nos queda la ecuación 2.6 en el dominio s,

a partir de la ecuación 2.5. Asumimos la eficiencia del motor y la de los engranes como 0.85 y 0.95 respectivamente.

$$T_m(s) = \eta K_m I_a(s) \quad (2.6)$$

La FEM del motor es proporcional a la velocidad angular y la corriente de campo. Como la corriente de campo es constante, entonces la FEM esta dada por la ecuación 2.7 y representada en la ecuación 2.8 en el dominio s.

$$e_m(t) = K_m \omega_m(t) \quad (2.7)$$

$$E_m(s) = K_m \Omega_m(s) \quad (2.8)$$

En el esquema mostrado en la figura 2.2.4, se muestra el sistema de engranes acoplado al motor DC, y sus respectivas variables en el dominio del tiempo; tomando en cuenta la inercia del motor ( $J_m$ ), la inercia de la carga ( $J_L$ ), el coeficiente de fricción del motor ( $B_m$ ), el coeficiente de fricción de la carga ( $B_L$ ); y la relación entre el número de dientes del engrane menor y número de dientes del engrane mayor.



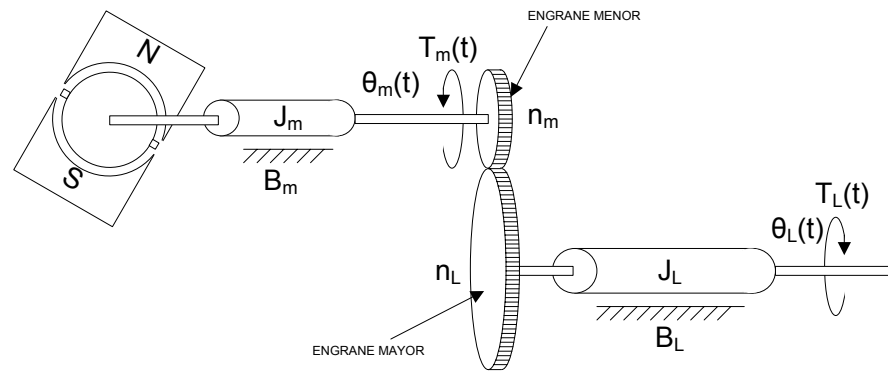


FIGURA 2.2.4 ESQUEMA DEL SISTEMA DE ENGRANES  
ACOPLADO AL MOTOR DC EN EL DOMINIO DEL TIEMPO.

Primeramente se obtiene la relación de dientes de los engranes  $N_g$ , que en este caso es igual a 4.32; resultado de la siguiente ecuación.

$$N_g = \frac{n_L}{n_m} \quad (2.9)$$

Donde:

$n_L$ : es el número de dientes del engrane mayor.

$n_m$ : es el número de dientes del engrane menor.

Ahora referimos tanto la inercia del motor y el coeficiente de fricción al secundario, que en nuestro caso es el engrane mayor. Las

ecuaciones 2.10 y 2.11 son la inercia y el coeficiente de fricción equivalentes en el dominio del tiempo respectivamente.

$$J_{eq} \frac{d\omega_L}{dt} = (N_g^2 (J_m) + J_L) \frac{d\omega_L}{dt} \quad (2.10)$$

$$B_{eq} = N_g^2 B_m + B_L \quad (2.11)$$

Las ecuaciones descritas pueden ser representadas en el dominio de Laplace como se indica a continuación:

$$J_{eq} s = (N_g^2 (J_m) + J_L) s \quad (2.12)$$

$$B_{eq} = N_g^2 B_m + B_L \quad (2.13)$$

Tomando en cuenta el torque, el ángulo y numero de dientes de los engranes, se obtiene la ecuación 2.14, en el dominio de Laplace.

$$\frac{T_L(s)}{T_m(s)} = \frac{\theta_m(s)}{\theta_L(s)} = \frac{n_L}{n_m} = N_g \quad (2.14)$$

Sabemos que el torque de la carga, puede ser representado por la ecuación 2.15, y su representación en el dominio de la transformada de Laplace es la ecuación 2.16.

$$T_L = B_{eq} \omega_L + J_{eq} \frac{d\omega_L}{dt} \quad (2.15)$$

$$\Omega_o(s) = \frac{1}{B_{eq} + J_{eq}s} T_L(s) \quad (2.16)$$

La relación de las velocidades depende del número de dientes de cada engrane, en este caso puede ser representado en el dominio del tiempo por la ecuación 2.17, y su representación en Laplace por la ecuación 2.18.

$$\frac{\omega_m(t)}{\omega_L(t)} = N_g \quad (2.17)$$

$$\frac{\Omega_m(s)}{\Omega_L(s)} = N_g \quad (2.18)$$

En el dominio del tiempo el ángulo es representado como lo muestra la ecuación 2.19., y su representación en Laplace se ve en la

ecuación 2.20. Donde se observa el ángulo  $\theta$  en función de la velocidad  $\omega$ .

$$\theta_L = \frac{1}{s} \omega_L(t) \quad (2.19)$$

$$\theta_L = \frac{1}{s} \Omega_L(s) \quad (2.20)$$

Posteriormente se elabora un diagrama de bloques completo de la planta, y así poder obtener la función de transferencia de lazo cerrado que relaciona el voltaje de entrada al motor con el ángulo de salida en la carga.

La función de transferencia obtenida de la planta en lazo cerrado se muestra en la ecuación 2.21.

$$\frac{\theta_L(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{\eta K_m N_g}{R_a J_{eq}}}{s \left( s + \frac{B_{eq}}{J_{eq}} + \frac{\eta K_m^2 N_g^2}{R_a J_{eq}} \right)} \quad (2.21)$$

La ecuación 2.21 puede ser representada también como:

$$\frac{\theta_L(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{\eta K_m N_g}{R_a B_{eq} + \eta K_m^2 N_g^2}}{s \left( \frac{R_a J_{eq}}{R_a B_{eq} + \eta K_m^2 N_g^2} s + 1 \right)} \quad (2.22)$$

Donde:

$R_a$ : es la resistencia de armadura [ $\Omega$ ]

$L_a$ : es la inductancia de armadura [H]

$K_m$ : es la constante de voltaje del motor [V-s/rad.], [V/rpm]

$J_{eq}$ : es la inercia total referida a la carga [ $\text{Kg}\cdot\text{m}^2$ ]

$B_{eq}$ : es el coeficiente de fricción referido a la carga [N-m/(rad./seg.)]

$N_g$ : es la relación de dientes, donde  $N_g = N_L/N_m$

$\theta_L$ : es el ángulo de salida [rad.]

$V_i$ : es el voltaje aplicado al motor [V]

$\eta_m$ : es la eficiencia del motor

$\eta_{eng}$ : es la eficiencia de los engranes

$\eta$ : es la eficiencia total del sistema, es decir  $\eta = (\eta_m)(\eta_{eng})$

Procedemos a utilizar la ecuación 2.22, para obtener la inercia del motor. Pero para esto necesitamos saber el valor de la constante de tiempo del motor. En esta parte se aplicará la técnica de la respuesta al escalón al conjunto amplificador, motor, y tacogenerador; ya que la respuesta al escalón de un sistema de primer

orden sin retardo puede ser representada como lo muestra la figura 2.2.5.

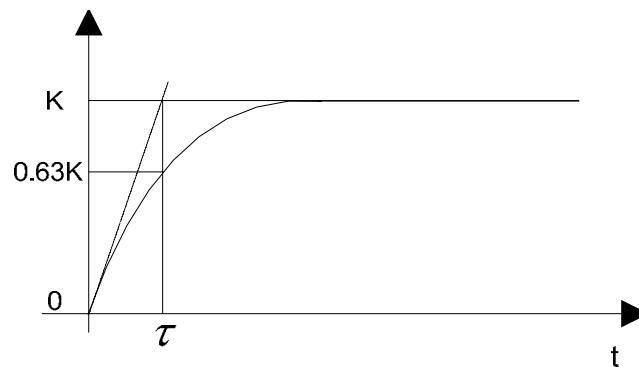


FIGURA 2.2.5 CURVA CARACTERÍSTICA DE RESPUESTA DE UN SISTEMA DE PRIMER ORDEN SIN RETARDO ANTE UNA ENTRADA DE TIPO ESCALÓN.

La ecuación que representa este tipo de respuesta es la mostrada a continuación:

$$G(s) = \frac{K_M}{1 + \tau_M s} \quad (2.23)$$

Iguamos la ecuación 2.22 y 2.23; para de esta manera se obtener las ecuaciones mostradas a continuación, de esta manera hallaremos la inercia y el coeficiente de fricción equivalentes.

$$K_M = \frac{\eta K_m N_g}{R_a B_{eq} + \eta K_m^2 N_g^2} \quad (2.24)$$

$$\tau_M = \frac{R_a J_{eq}}{R_a B_{eq} + \eta K_m^2 N_g^2} \quad (2.25)$$

En dicha prueba se uso un taco-generador, que convierte la señal de velocidad medida en el eje del motor en voltaje, y su diagrama de bloques es el mostrado en la figura 2.2.6

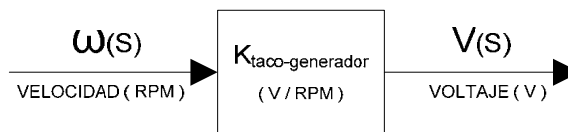


FIGURA 2.2.6 DIAGRAMA DE BLOQUES DEL TACO-  
GENERADOR

Para el proceso de identificación se uso la siguiente configuración en diagrama de bloques mostrada en la figura 2.2.7. Se observa el uso de un filtro a la entrada del voltaje que proviene del taco-generador, el cual sirve para disminuir el ruido presente en la medición y así poder obtener un mejor resultado en la curva de respuesta al escalón.

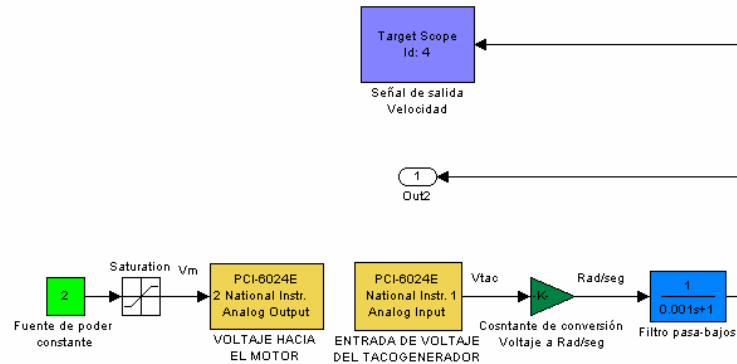


FIGURA 2.2.7 DIAGRAMA DE IDENTIFICACIÓN PARA EL MOTOR

Se debe tomar en cuenta que en la identificación del motor también está presente el drive del motor, el cual es una etapa de amplificación; es decir que para nuestro análisis existe una constante  $K_{amp}$ . proveniente de dicha etapa. Esta constante fue determinada individualmente, sometiendo al motor a diferentes voltajes vía software y tomando como resultado el voltaje de salida del drive. Este análisis se detalla más adelante.

Para nuestro análisis, obtuvimos el siguiente resultado:

$$\tau_M = 0.02 \text{ aproximadamente.}$$

Antes de realizar los cálculos pertinentes, se debe mencionar que las constantes de voltaje y torque del motor son aproximadamente iguales, cuando la constante del motor está en unidades de V-



rad/seg. y la constante de torque en unidades de N-m/A. Para transformar las unidades de  $K_m$  se usa la relación que existe entre RPM (revoluciones por minuto) y rad/seg. (radianes por segundo), mostrados en los datos anteriores.

$$\tau_M = \frac{R_a J_m}{R_a B_m + \eta K_m^2} \quad (2.26)$$

En este momento necesitamos saber el valor de la inercia del motor, para eso usamos la ecuación 2.26, donde se procede a despreciar el coeficiente de fricción viscosa del motor  $B_m$ ; para que el análisis sea mas sencillo.

Con la constante de tiempo obtenida experimentalmente, procedemos a despejar  $J_m$  de la ecuación 2.26, para poder obtener la inercia del motor, obteniendo como resultado el valor mostrado a continuación.

$$J_m = 1.3876e-005 \text{ [Nms}^2\text{]}, [\text{Kgm}^2]$$

Ahora procedemos a reemplazar los valores obtenidos de manera experimental y los teóricos dados por el fabricante. Los datos de las constantes son los siguientes:

$$R_a = 11.438 [\Omega]$$

$$L_a = 0.2e-03 [H]$$

$$K_m = 9.83e-03 [V/RPM] = 0.0939 [V\text{-seg}/\text{rad}]$$

$$K_\tau = 0.0939 [N\text{-m}/A]$$

$$J_m = 1.3876e-005 [Kg\text{-m}^2]$$

$$J_L = 3.018526576e-05 [Kg\text{-m}^2]; \text{ inercia de engranes y brazo}$$

$$J_{eq} = 2.8914e-004 [Kg\text{-m}^2], \text{ donde } J_{eq} = \eta^2(J_m) + J_L$$

$$N_g = 4.32$$

$$\eta_m = 0.85 \text{ asumimos este dato}$$

$$\eta_{eng} = 0.9 \text{ asumimos este dato}$$

$$\eta = 0.765, \text{ donde } \eta = \eta_m \times \eta_{eng}$$

Posteriormente se procedió a obtener por el mismo método experimental, descrito con anterioridad; la constante de tiempo en la carga (engrane mayor), dando como resultado el siguiente:

$$\tau_M = 0.035 \text{ aproximadamente.}$$

Con este valor obtenido, se procedió a utilizar la ecuación 2.25; para encontrar el coeficiente de viscosidad referido a la carga. Dicho valor nos ayudo para encontrar la función de transferencia del motor referida a la carga.

Resolviendo la ecuación 2.21, con los datos antes descritos, obtenemos la función de transferencia deseada, que relaciona el voltaje de entrada al motor y el ángulo de salida en la carga (engrane mayor).

$$\frac{\theta_L(s)}{V_i(s)} = \frac{93.83}{s(s+28.57)} \quad (2.22)$$

Cabe notar que la función de transferencia obtenida de forma matemática no es tan precisa, por cuanto ciertos valores fueron obtenidos experimentalmente y otros fueron asumidos; para que el análisis sea más sencillo.

Posteriormente se procedió a obtener la identificación del conjunto amplificador, motor y potenciómetro; para obtener una función de transferencia más real del sistema interno.

### MODELADO DEL SENSOR DE ÁNGULO

Para obtener la ecuación que modela el sensor de ángulo del motor, se tuvo que hacer mediciones de voltaje para diferentes ángulos en el engrane mayor y se lo representó por  $V_a$ .

TABLA V.

### VOLTAJE DEL SENSOR A DIFERENTES ÁNGULOS.

$\theta$ (ángulo en grados)	$V_a$ (voltaje del sensor en voltios)
-90	0,70
-85	0,76
-80	0,82
-75	0,89
-70	0,96
-65	1,03
-60	1,10
-55	1,19
-50	1,26
-45	1,33
-40	1,41
-35	1,51
-30	1,58
-25	1,67
-20	1,76
-15	1,83
-10	1,91
-5	1,97
0	2,00
5	2,07
10	2,14
15	2,23
20	2,31
25	2,39
30	2,47
35	2,56
40	2,62
45	2,71
50	2,78
55	2,85
60	2,93
65	3,01
70	3,09
75	3,15

80	3,26
85	3,34
90	3,41

La tabla representa los datos obtenidos de voltaje del sensor a diferentes ángulos obtenidos en el engrane mayor. A partir de los datos de la tabla V. obtenemos la siguiente gráfica.

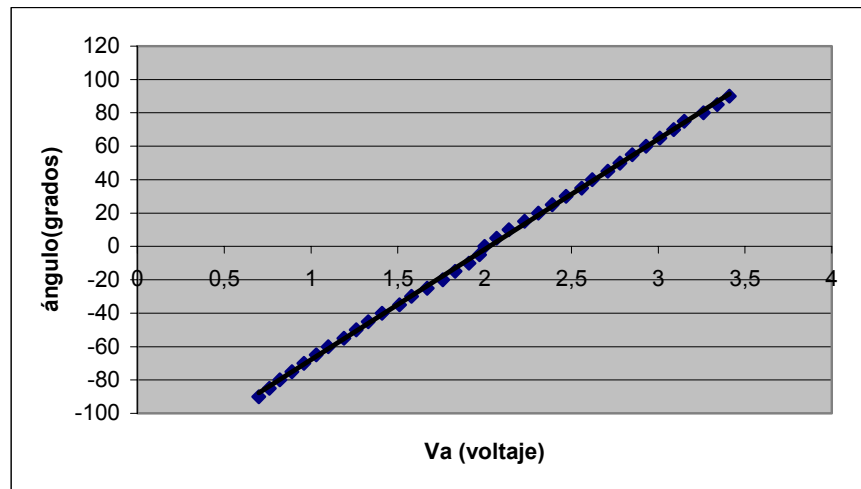


FIGURA 2.2.8 CURVA CARACTERÍSTICA DEL SENSOR DE ÁNGULO, RELACIONANDO ÁNGULO VS VOLTAJE.

De la figura 2.2.8., obtenemos la siguiente ecuación:

$$\theta_L(t) = 66.094 V_a(t) - 133.97 \text{ [Grados / V]} \quad (2.37)$$

Donde:

$V_a(t)$ : es el voltaje del sensor de ángulo. [V]

$\theta_L(t)$ : ángulo del engrane mayor. [grados]

La ecuación 2.37 expresada en términos de Laplace, nos quedaría de la siguiente manera:

$$\theta_L (s) = 66.094 V(s) \text{ ó } V(s) = (1/66.094) \theta_L (s)$$

### MODELADO DEL SENSOR DE POSICIÓN PARA LA BOLA

Para obtener la ecuación que modela este sensor, se tuvo que hacer mediciones de voltaje para diferentes posiciones de la bola sobre la viga y se lo represento por  $V_b$ .

TABLA VI.

### VOLTAJE DEL SENSOR A DIFERENTES POSICIONES DE LA BOLA.

X(distancia en cm)	Vb(voltaje del sensor en voltios)
0,0	0,06
2,5	0,36
5,0	0,65
7,5	0,98
10,0	1,27
12,5	1,57
15,0	1,88
17,5	2,20
20,0	2,50
22,5	2,82
25,0	3,12
27,5	3,42
30,0	3,72
32,5	4,05
35,0	4,35
37,5	4,66
40,0	4,97

Esta tabla representa los datos obtenidos de voltaje del sensor a diferentes posiciones de la bola. A partir de los datos de la tabla VI. obtenemos la siguiente gráfica.

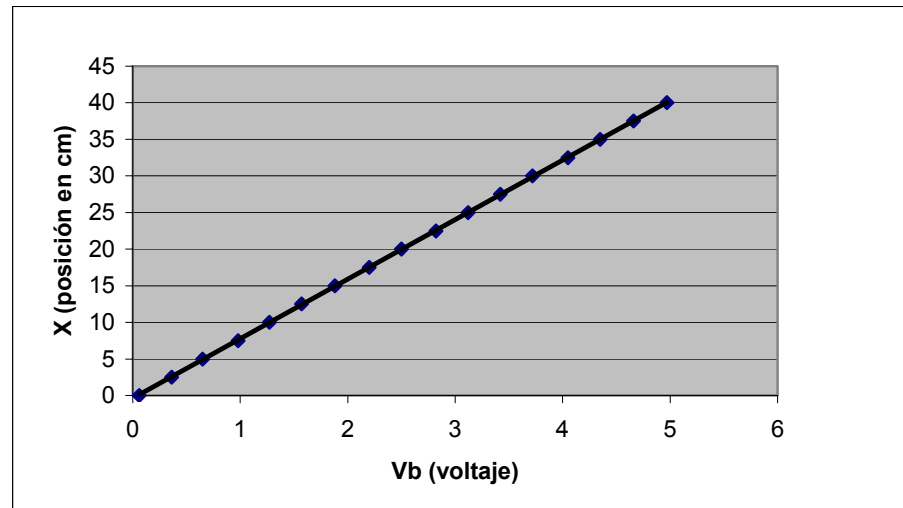


FIGURA 2.2.9 CURVA CARACTERÍSTICA DEL SENSOR DE POSICIÓN PARA LA BOLA, RELACIONANDO POSICIÓN VS VOLTAJE.

De la figura 2.2.9, obtenemos la siguiente ecuación:

$$X(t) = 8.135 V_b(t) - 0.3758 \text{ [cm / V]} \quad (2.38)$$

Donde:

$V_b(t)$ : es el voltaje del sensor. [V]

$X(t)$ : es la posición de la bola a lo largo de la viga. [cm.]

La ecuación 2.38 expresada en términos de laplace, nos quedaría de la siguiente manera:

$$X(s) = 8.135 V(s) \text{ ó } V(s) = (1/8.135)X(s)$$

### MODELADO DEL AMPLIFICADOR

Anteriormente se hablo algo de esta etapa, la cual es de amplificación solamente; es decir que para nuestro análisis existe una constante  $K_{amp}$  proveniente de dicha etapa.

Para obtener la ecuación característica que relaciona el voltaje proporcionada por la tarjeta de adquisición PCI 6024EC, y el voltaje a la entrada del motor, se procedió a tomar diferentes datos de voltajes de tarjeta de adquisición versus voltaje DC aplicado al motor.

TABLA VII.

#### VOLTAJE DEL MOTOR vs VOLTAJE DE LA TARJETA.

Vtarjeta	Vmotor
1,75	1,94
1,80	1,96
2,00	2,68
2,10	2,86
2,20	3,11
2,25	3,30
2,30	3,37
2,40	3,62
2,50	3,94
2,60	4,45
2,70	4,67
2,80	4,91
2,90	5,16
3,00	5,41



En la tabla VII. se detalla los diferentes voltajes de la tarjeta de adquisición versus voltaje aplicado al motor, de estos datos obtenemos la figura 2.2.10, que describe la curva característica de la etapa amplificadora.

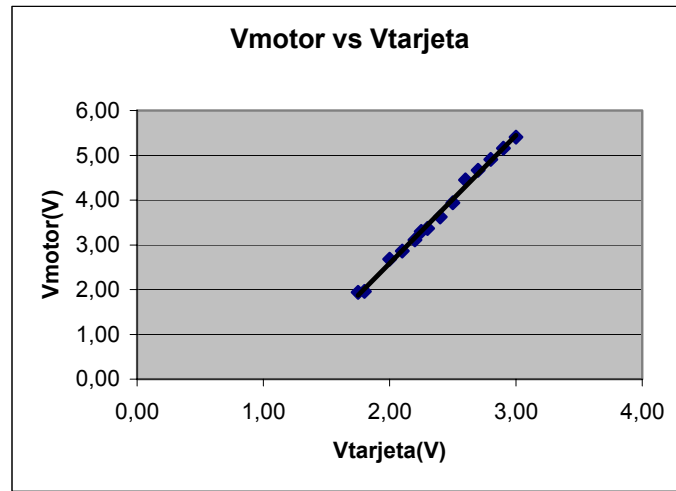


FIGURA 2.2.10 CURVA CARACTERÍSTICA DEL VOLTAJE DE LA TARJETA PCI6024E A LA ENTRADA DEL MOTOR (ETAPA AMPLIFICADORA).

Voltaje de la tarjeta versus el voltaje aplicado al motor:

$$V_m(t) = 2.8652( V_{tarj.}(t) ) - 3.1451 \quad [V] \quad (2.39)$$

Donde:

$V_m(t)$ : es el voltaje DC aplicado al motor.

$V_{tarj.}(t)$ : es el voltaje proporcionado por la tarjeta de adquisición que varía entre 1.75 a 3 V DC.

La ecuación 2.39 expresada en términos de laplace, nos quedaría de la siguiente manera:

$$V_m(s) = 2.8652V_{tar}(s) \quad \text{ó} \quad V_{tar}(s) = (1/2.8652)V_m(s)$$

La ecuación 2.39, es la ganancia de la etapa amplificadora que alimenta al motor DC. Se debe tener en cuenta que el rango de voltaje, suministrado por la tarjeta es proporcional al rango del ángulo donde el motor tiene que operar.

### **MODELO IDENTIFICADO DEL CONJUNTO MOTOR DC, AMPLIFICADOR Y TACO-GENERADOR.**

Para poder obtener un modelo más real de la planta, en el que se consideran todas las constantes y variables presentes en el sistema se procedió a utilizar el Identificador de Sistemas de MATLAB (System Identification), para realizar la identificación del conjunto amplificador, motor, potenciómetro, engranes, brazo, viga y bola; y así obtener la función de transferencia que relaciona el voltaje de entrada al amplificador y el voltaje de salida proveniente del

potenciómetro. En esta identificación obtuvimos un porcentaje de aceptación del 91 %, lo cual es bueno, pero obviamente mientras mayor sea el porcentaje de aceptación, mejor será la aproximación del modelo al modelo real.

Por tanto, se realiza otra identificación, para la cual usamos el conjunto amplificador, motor, taco-generador, engranes y brazo; para así obtener la función de transferencia que relaciona el voltaje de entrada al motor y la velocidad de salida en el engrane mayor. En esta prueba se obtuvo un porcentaje mucho mayor, el cual fue de 97.0679 % de aceptación o precisión.

Esta identificación se explica más adelante con todos los detalles necesarios para tener un buen entendimiento de dicho proceso.

La función de transferencia encontrada que relaciona el voltaje de entrada al amplificador y el voltaje que genera el taco-generador (sensor), expresado en velocidad (rad/seg) es la ecuación 2.40.

$$\frac{\omega_L(s)}{V_{ma}(s)} = \frac{18.04s + 7139}{s^2 + 82.95s + 1459} \quad (2.40)$$

Donde:

$\omega_L$  : es la velocidad del motor

$V_{ma}$  : es el voltaje de entrada al amplificador

Si expresamos dicha función de transferencia en términos de ángulo y no de velocidad, se obtiene la ecuación 2.41.

$$\frac{\theta_L(s)}{V_{ma}(s)} = \frac{18.04s + 7139}{s^3 + 82.95s^2 + 1459s} \quad (2.41)$$

Donde:

$\theta_L$  : es el ángulo de salida (rad)

### 2.2.1 Diagrama de bloques del sistema interno identificado

Definidas cada una de las funciones de transferencia de los componentes del sistema, y estableciendo las variables de entrada y salida a controlar, diseñamos el diagrama de bloque de nuestro sistema interno identificado.

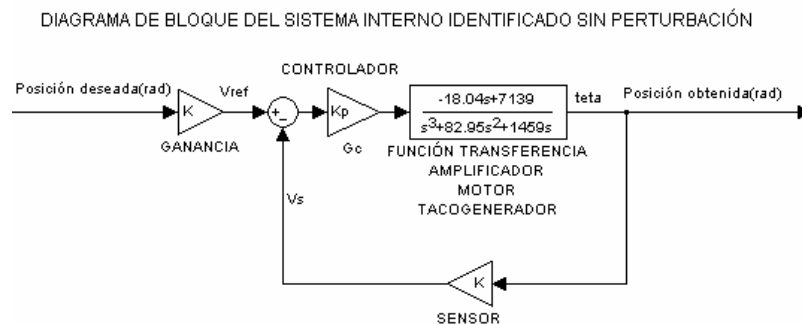


FIGURA 2.2.1.1. DIAGRAMA DE BLOQUE DEL SISTEMA INTERNO IDENTIFICADO SIN PERTURBACIÓN.

### **2.2.2. Análisis de estabilidad del sistema interno identificado.**

La estabilidad se puede determinar por diferentes métodos, algunos más generales que otros.

Existe la estabilidad robusta en los sistemas y un sistema es robusto si el análisis de estabilidad a partir del modelo matemático nominal se conserva en el sistema real, a pesar de las inexactitudes del modelo y de la influencia de perturbaciones, por lo que en el análisis de estabilidad aplicamos dos métodos de estabilidad; el método de Routh Hurwitz y el Error de Estado Estacionario expresado como “ $e_{ss}$ ”. Para tener un enfoque general de la estabilidad del modelo matemático del sistema y de esta manera tener bases para iniciar el ajuste del controlador analíticamente más adelante.

#### **2.2.2.1. Método de Routh Hurwitz.**

En el análisis de estabilidad del sistema diseñado, aplicamos el método de Routh-Hurwitz, que es un procedimiento para determinar el número de raíces de un

polinomio con parte real positiva sin necesidad de encontrar realmente las raíces por métodos iterativos. El criterio de Routh-Hurwitz establece que el número de raíces con parte real positiva es igual al número de cambios de signo en la primera columna de la tabla.

A partir de la figura 2.2.1.1, reducimos el diagrama de bloques como se muestra en la figura 2.2.2.1.1, para determinar la ecuación característica del sistema en lazo abierto.

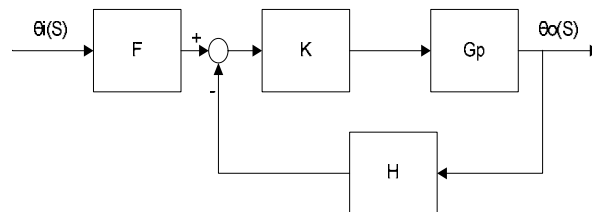


FIGURA 2.2.2.1.1. DIAGRAMA DE BLOQUE REDUCIDO.

La ecuación característica en lazo abierto la definimos como:

$$T(S) = K.F.Gp$$

Donde:

F: Es el prefiltro del sistema igual a 0.872736286.

K: Es la ganancia del controlador del sistema.

G<sub>p</sub>: Es la función de transferencia de la planta igual a:

$$G_p = \frac{-18.04s + 7139}{s^3 + 82.95s^2 + 1459s}$$

H: Es la ganancia de retroalimentación, en nuestro caso es la ganancia del sensor igual a 0.872736286.

La función de transferencia T(s) en lazo abierto es:

$$T(S) = K \times 0.872736286 \times \left( \frac{-18.04s + 7139}{s^3 + 82.95s^2 + 1459s} \right)$$

Entonces se define como P(S) la ecuación característica en lazo abierto del sistema:

$$P(S) = S^3 + 82.95S^2 + 1459S = 0$$

Aplicando el método de Routh-Hurwitz tenemos:

$$\begin{array}{l|llll}
 S^3 & 1 & 1459 & 0 \\
 S^2 & 82.95 & 0 & 0 \\
 S & 82.95 & 0 & \\
 1 & 0 & & 
 \end{array}$$

Observamos en la matriz de Routh-Hurwitz, que los signos de los términos de la primera columna son todos positivos, cumpliendo la condición de estabilidad, para todo valor de  $K > 0$ .

Además posee 3 raíces reales en el semi-plano izquierdo, por lo que concluimos que el sistema es estable en lazo abierto.

En el análisis del sistema en lazo cerrado tenemos:

$$T(S) = \frac{K.G_p.G_1}{1 + K.G_p.G_s}$$

$$P(S) = 1 + K.G_p.G_s = 0$$



$$1+K\left(\frac{-18.04s+7139}{s^3+82.95s^2+1459s}\right)\times 0.872736286=0$$

$$S^3+82.95S^2+1459S+K*0.872736286*(-18.04S+7139) = 0$$

Entonces se define como P(S) la ecuación característica en lazo cerrado del sistema:

$$P(S): S^3 + 82.95S^2 + S(1459-K*15.744162599) + K*6230.464345 = 0$$

Aplicando el método de Routh-Hurwitz tenemos:

$S^3$	1	$(1459-K*15.744162599)$
$S^2$	82.95	$6230.464345*K$
$S$	a	0
1	0	

Donde:

$$a = \frac{82.95(1459 - 15.744162599K) - 1(6230.464345K)}{82.95}$$

Resolviendo nos queda:

$$a = \frac{121024.05 - 7536.44263258K}{82.95} ; a > 0$$

Para  $a > 0$  entonces el valor de  $K$  para cumplir la condición de estabilidad es  $K < 16.0585114091$ .

Del análisis del método de Routh-Hurwitz, concluimos que el rango de  $K$  para que cumpla la condición de estabilidad del sistema en lazo cerrado va desde 0 hasta  $+\infty$  (más infinito), entonces observamos que el sistema en lazo abierto es estable.

Mientras que en el sistema en lazo cerrado el valor debe estar en el rango:

$0 < K < 16.0585114091$ , para mantener la condición de estabilidad.

La tabla VIII., hace una comparación entre los valores de los ceros y polos de la función de transferencia del modelo matemático y del modelo identificado de la planta.

TABLA VIII.

CEROS Y POLOS DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE LA PLANTA INTERNA.

<b>FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE LA PLANTA (Gp)</b>	<b>CEROS</b>	<b>POLOS</b>
MODELO MATEMÁTICO $\frac{93.83}{s(s + 28.57)}$	NO TIENE CEROS	0.00 -28.57
MODELO IDENTIFICADO $\frac{-18.04s + 7139}{s^3 + 82.95s^2 + 1459s}$	395.7317	0.00 -57.6359 -25.3141

### 2.2.2.2. Análisis de Error de Estado Estacionario.

En sí el Error es la diferencia entre la señal de referencia  $R(s)$  y la señal de salida  $C(s)$ . El análisis de Error de Estado Estacionario, se basa en que la respuesta del sistema a una entrada Escalón Unitario debe de ser igual a cero.

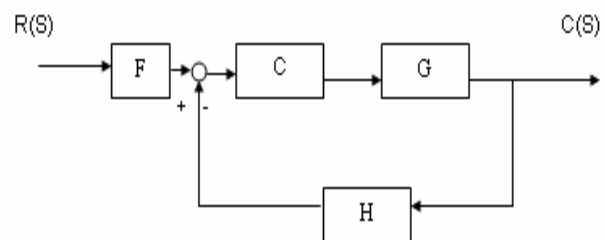


FIGURA 2.2.2.2.1. DIAGRAMA DE BLOQUE DEL SISTEMA.

Identificamos cada bloque de la gráfica 2.2.2.2.1.:

F: Prefiltro del sistema, y  $F = 0.872736286$

C: Controlador del sistema, en este caso es una constante igual a K.

G: Función de transferencia de la planta del modelo matemático, en este caso es;

$$G = \frac{-18.04s + 7139}{s^3 + 82.95s^2 + 1459s}$$

H: Es la retroalimentación del sistema, en este caso:  $H = 0.872736286$

R(S): Es la posición de ingreso al sistema en radianes, y en nuestro caso es una señal Escalón Unitario.

C(s): Es la posición obtenida resultante del sistema en radianes.

Donde  $H = F$ .

La función de transferencia resultante del sistema en lazo cerrado es:

$$T(S) = \frac{C(S)}{R(S)}$$

$$T(S) = \frac{F * C * G}{1 + C * H * G}$$

Por definición el Error de Estado Estacionario

“ $e_{ss}$ ”:

$$E(S) = R(S) - R(S) T(S)$$

$$E(S) = R(S) * [1 - T(S)]$$

$$E(S) = R(S) * \left[ \frac{1 + H * G * C - H * G * C}{1 + H * C * G} \right]$$

$$E(S) = R(S) * \left[ \frac{1}{1 + H * C * G} \right]$$

La condición para que el Error de Estado Estacionario sea cero es:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s * E(S), \quad \text{reemplazando } E(S)$$

tenemos:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s * \left[ \frac{1}{1 + H * C * G} \right] * R(S)$$

Donde R(S) es la entrada Escalón: R(S)=A/S

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s * \frac{A}{s} \left[ \frac{1}{1 + 0.872736286 * \frac{K(18.04s + 7139)}{s^3 + 82.95s^2 + 1459s}} \right]$$

$$e_{ss} = \frac{A}{1 + \infty}; \text{ y donde } A = 1.$$

$$e_{ss} = 0.00 \text{ cm.}$$

Entonces concluimos que el sistema es de tipo uno, por el motivo que el Error de Estado Estacionario es igual a cero, es decir posee un polo en el origen.

Cabe señalar que en el análisis partimos que el programa realizado en MATLAB nos debería proporcionar el cero, pero esto no es así, ya que se observara un error de estado estacionario presente en el sistema, con lo cual procederemos a colocar un cero, para desaparecer este error. Esto se detalla más adelante, donde se realizará el ajuste del controlador para obtener en realidad un sistema tipo 1, y de esta manera conseguir que el sistema tenga un Error de Estado Estacionario igual a cero, incorporando en su función de transferencia un polo en el origen para convertir la planta en tipo uno, cumpliendo con dicho cometido.

En cuanto a la respuesta dinámica del sistema, lo diseñaremos para que responda con un Sobrenivel porcentual menor al 5%.

Con relación al tiempo de estabilización, la estrategia de control a aplicarse deberá lograr que la respuesta en el tiempo sea lo más rápido posible (esto dependerá de la posición de los polos y ceros de la función de transferencia de lazo abierto). Más adelante detallaremos el procedimiento que se adoptó para cumplir estos requerimientos.

### **2.3. Implementación del controlador en la operación del lazo interno.**

Para determinar el controlador para el lazo interno de nuestro sistema utilizamos la herramienta SISO (single in - single out, en español una entrada – una salida) de MATLAB, esta herramienta es una interfaz gráfica (GUI) que nos ayuda analizar sistemas de control con retroalimentación.



Con la ayuda del Lugar Geométrico de las Raíces que nos proporciona el SISO de una manera gráfica, se puede utilizar este criterio para estabilizar el lazo de retroalimentación, para aplicar criterios de amortiguamiento y estabilidad. Además con la utilización de los diagramas de Bode se puede ajustar el ancho de banda del sistema, así mismo definir la ganancia y los márgenes de fase.

Antes de determinar el controlador para el lazo interno del sistema vamos a realizar la identificación en lazo abierto de dicho sistema.

Efectuamos la identificación del sistema interno por medio del Identificador de Sistemas (System Identification) , por la razón que deseamos comparar el modelo matemático obtenido por leyes y ecuaciones físicas con el modelo identificado y además tener una referencia de la ubicación de los polos de la función de transferencia.

La dinámica del modelo matemático obtenido a partir de leyes físicas no es un modelo exacto porque los cálculos se los realiza a través de tablas, gráficas y asunciones, y en consecuencia los parámetros hallados en este modelo son una aproximación del sistema, con un margen de error mínimo.

En cambio con la aplicación del Identificador de Sistemas de MATLAB, se obtiene un modelo más exacto, en sí, la identificación de sistemas se enfoca en la modelización de sistemas dinámicos a partir de datos experimentales, con la utilización de algoritmos, recolección de datos y cálculos aplicados a la vez en sistemas variables en el tiempo, obteniendo modelos continuos o discretos.

Con la aplicación de esta herramienta se tiene en cuenta las perturbaciones, fricción y ruido del sistema, hallando así una función de transferencia próxima a la función de transferencia real que modela la planta.

### **2.3.1. Identificación de la función de transferencia del conjunto motor, amplificador y taco-generator en el lazo interno.**

Con la utilización del Identificador de Sistemas (System Identification), que nos permite construir de forma exacta modelos simplificados de sistemas complejos, vamos a determinar la función de transferencia del lazo interno de la planta.

El Identificador de Sistemas posee herramientas para crear modelos matemáticos de los sistemas dinámicos basados en

datos observados en la entrada-salida en tiempo real. El Identificador de Sistemas proporciona una interfaz gráfica amigable que ayuda en la organización de datos y de modelos.

El sistema que vamos a identificar posee dos variables a controlar una de entrada y otra de salida. El análisis se lo realiza con el sistema a lazo abierto, sin el uso de un controlador y desarrollamos adquisición de datos, como se ilustra en la figura 2.3.1.1.

Para obtener la función de transferencia de la planta, primeramente generamos por medio del generador de señales y una fuente constante una señal cuadrada con amplitud de  $1.27 V_{DC}$  a  $2.87 V_{DC}$  y un período de  $0.25 s$ , con la finalidad de variar la velocidad en un rango aceptable, obteniendo de esta manera la función de transferencia que modela la salida del sistema ante diferentes variaciones.

En la figura 2.3.1.1, los datos de las variables  $V_m$  (voltaje de entrada al motor) y  $V_{pot}$  (velocidad proporcionado por el

taco-generador), son adquiridos por medio del bloque 1 y 2, llamados variables de entrada y salida respectivamente.

Para almacenar datos en las variables, hemos optado por el siguiente procedimiento: se debe escribir en la ventana de comandos de MATLAB el comando `tg.outputlog`.

```
>>datos = tg.outputlog;
```

Se debe tomar en cuenta que se puede utilizar diferentes nombres para los datos almacenados en `tg.outputlog`.

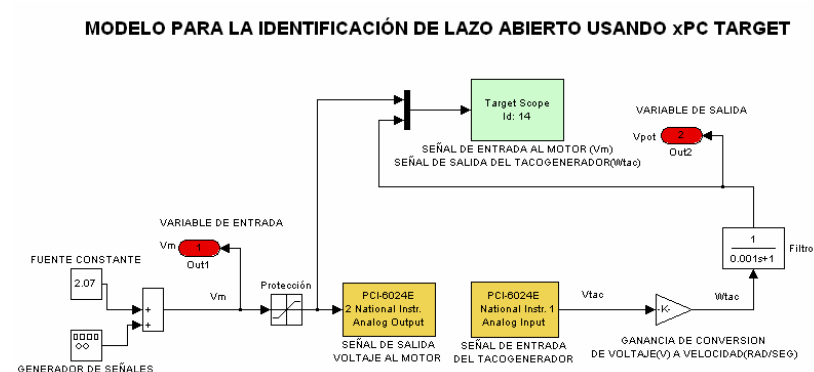


FIGURA 2.3.1.1 SISTEMA EN LAZO ABIERTO VARIANDO EL VOLTAJE DE ENTRADA.

La matriz `tg.outputlog`, almacena y recupera los datos de la variable de entrada ( $V_m$ ) y salida ( $V_{pot}$ ).

En la figura 2.3.1.6, se muestran las gráficas de las variables entrada y salida adquiridas ( $V_{pot}, V_m$ ), en tiempo real.

Las variables  $V_m$  y  $V_{pot}$  adquiridas en tiempo real, nos ayudan a obtener la función de transferencia de nuestro sistema con la aplicación del System Identification.

Para identificar el sistema realizamos los siguientes pasos:

En la pantalla de comandos de MATLAB se escribe:

```
>>Ident
```

Este comando `Ident` (Identificador), abre la ventana del Identificador de Sistemas, figura 2.3.1.2.

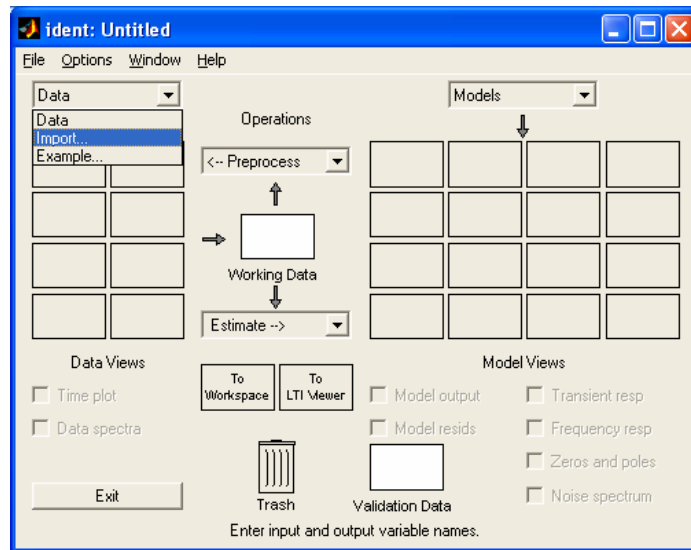


FIGURA 2.3.1.2. VENTANA IDENT DEL MATLAB.

Una vez aquí desplegamos el menú de la lista Data (Datos), para cargar los datos; seleccionamos Import (Importar), y aparece la siguiente ventana que se muestra en la figura 2.3.1.3.

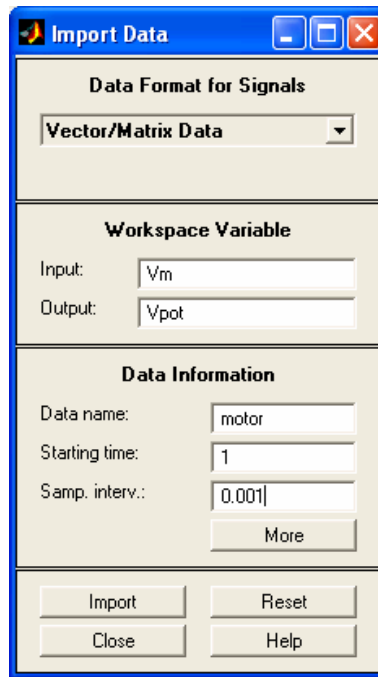


FIGURA 2.3.1.3. VENTANA IMPORT DATA.

En la casilla entrada (Input) colocamos el nombre de la variable de entrada, que es Vm, y en salida (Output) la variable de salida Vpot, en intervalo de muestreo (Samp. Interv), que es el tiempo de muestreo y que para nuestra identificación es 0.001s. Entonces hacemos click en el botón importar (Import) y se cargan los datos en la pantalla Ident como se muestra en la figura 2.3.1.4.

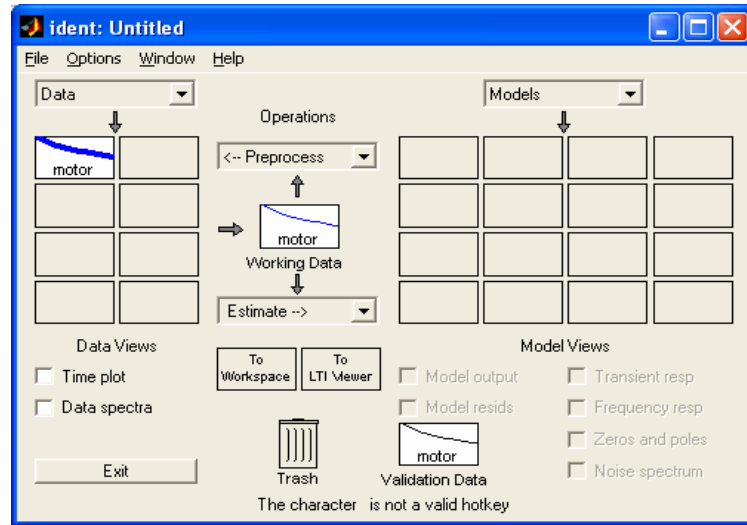


FIGURA 2.3.1.4. DATOS CARGADOS EN LA VENTANA IDENT.

En la ventana Ident, ubicamos el título Operaciones (Operations) y desplegamos el menú preprocesos (preprocess), seleccionamos la opción Quick Start, observará que las celdas de la vista de datos se cargan con los datos: motord, que son los datos sin constante de voltaje; motorde que es una porción de los datos los cuales el identificador de sistemas (System Identification) los va a utilizar para la estimación del modelo; motordv que es la siguiente porción de datos, con los cuales se va a realizar la validación del



modelo que genera el identificador de sistemas. En la figura 2.3.1.5., observamos los procesos de identificación.

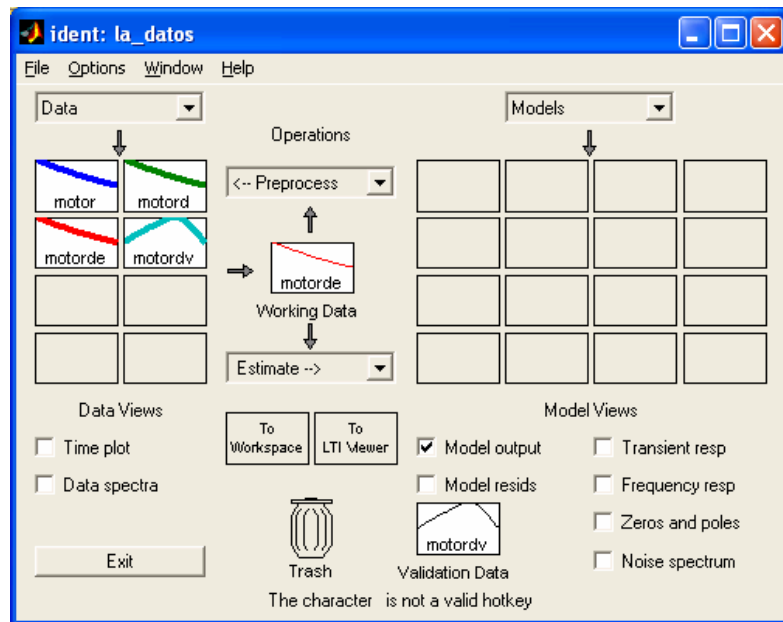


FIGURA 2.3.1.5. PROCESO DE IDENTIFICACIÓN.

Al iniciar el proceso de identificación, el identificador de sistemas muestra las señales de entrada y salida que se están cargando y validando como se detalla en la figura 2.3.1.6.

Desde la ventana Ident, figura 2.3.1.5, escogemos el menú desplegable estimar (estimate), y seleccionamos la opción Quick Start, esta opción realiza la estimación de los modelos

matemáticos del sistema, y los carga en los casilleros llamados vista de modelo (Model View), y se observa los modelos de la respuesta al impulso (imp), la respuesta de frecuencia del sistema (spad) y los modelos para un sistema en tiempo discreto (arxqs) y para un sistema continuo (n4s2).

En la figura 2.3.1.7, se especifica los modelos que proporciona el Identificador de sistemas.

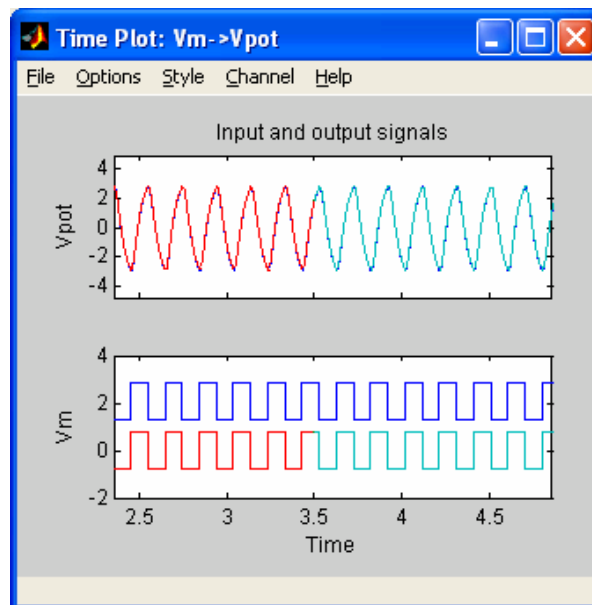
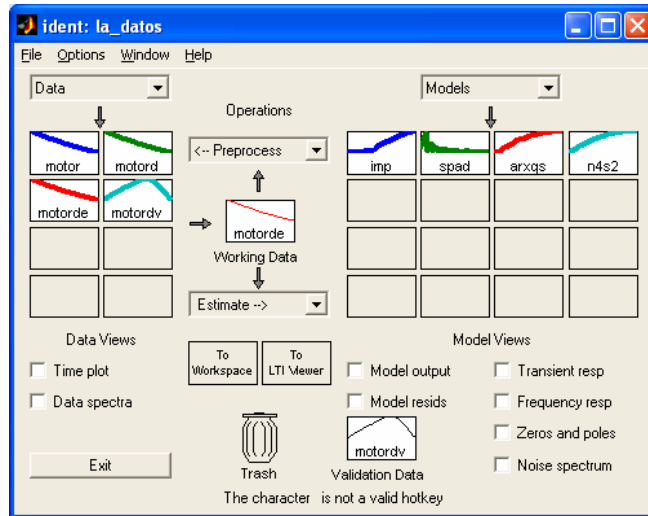
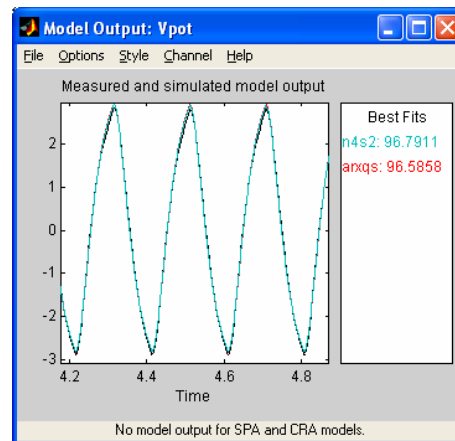


FIGURA 2.3.1.6. SEÑAL DE ENTRADA ( $V_m$ ) Y SEÑAL DE SALIDA ( $V_{pot}$ ) EN SYSTEM IDENTIFICACIÓN.

En la ventana llamada Model Output (modelo de salida) de la figura 2.3.1.7 (B), observamos que el mejor porcentaje de aceptación es del 96.7911 % con el modelo n4s2, según las variables de entrada y salida definidas.



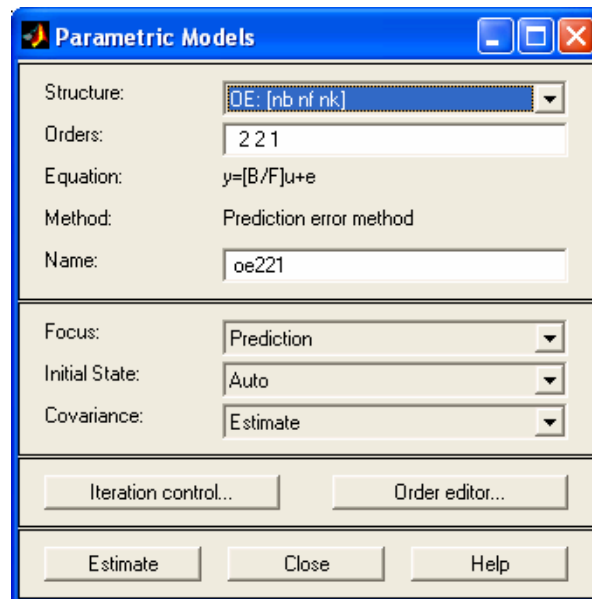
(A)



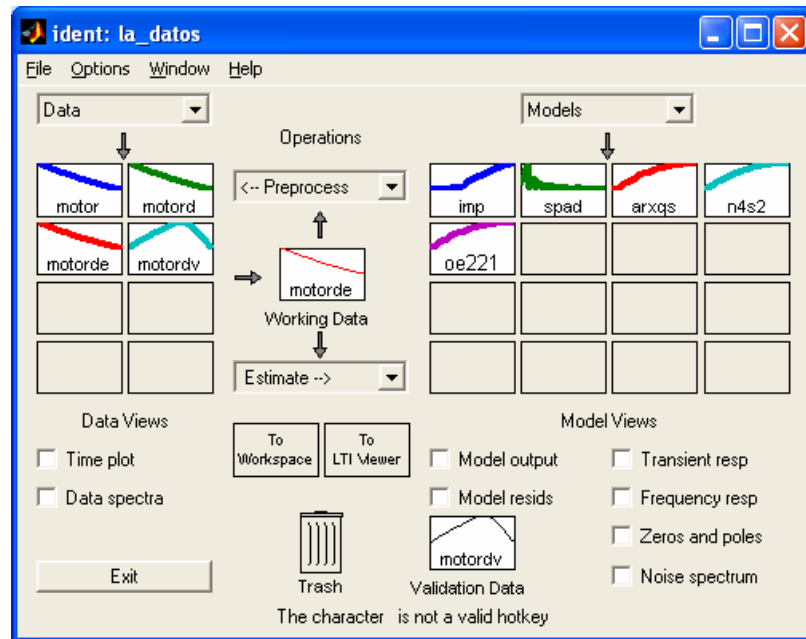
(B)

FIGURA 2.3.1.7. A) MODELOS ESTIMADOS; B) % DE ACEPTACIÓN DE LOS MODELOS DE SALIDA.

Desde la ventana Ident, escogemos el menú desplegable Estimate (estimar), seleccionamos la opción Parametrics models (Modelos paramétricos) y escogemos el modelo OE221 y hacemos click en el botón Estimate (estimar), entonces estimamos y se carga el modelo matemático OE221, como se muestra en la figura 2.3.1.8(A) y (B).



(A)



(B)

FIGURA 2.3.1.8. A) SELECCIÓN DEL MODELO OE221;  
 B) ESTIMACIÓN DEL MODELO OE221 EN LA VENTANA  
 IDENT.

Con esta identificación presentamos el modelo de salida, para observar el mejor porcentaje de aceptación (Best Fits) del modelo estimado que se aproxime a lo real.

En el sistema vamos a usar el modelo OE221, ya que es el modelo que mejor identifica un sistema con presencia de ruido, y tiene un porcentaje de aceptación del 97.0679%, que

es un porcentaje bastante bueno en el proceso de identificación.

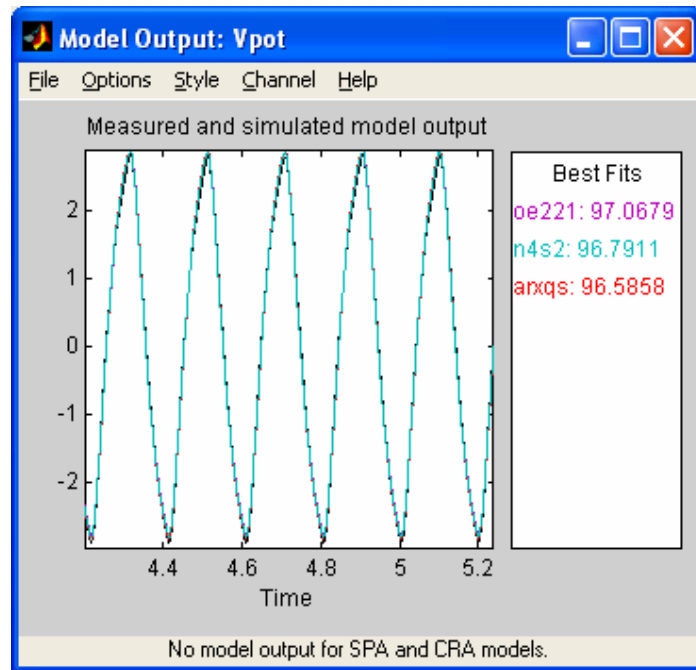


FIGURA 2.3.1.9. MODELO DE SALIDA ESTIMADO OE221.

Para trasladar el modelo OE221 al área de trabajo (workspace) del MATLAB, se debe arrastrar el modelo al icono ir al área de trabajo (To Workspace), el cual carga el modelo en el espacio de trabajo de MATLAB, como se detalla en la figura 2.3.1.10.

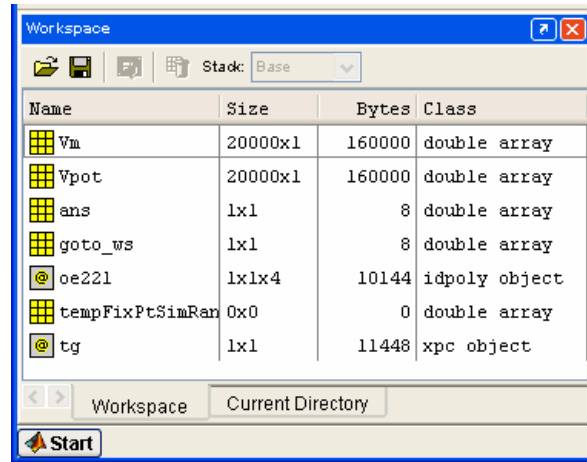
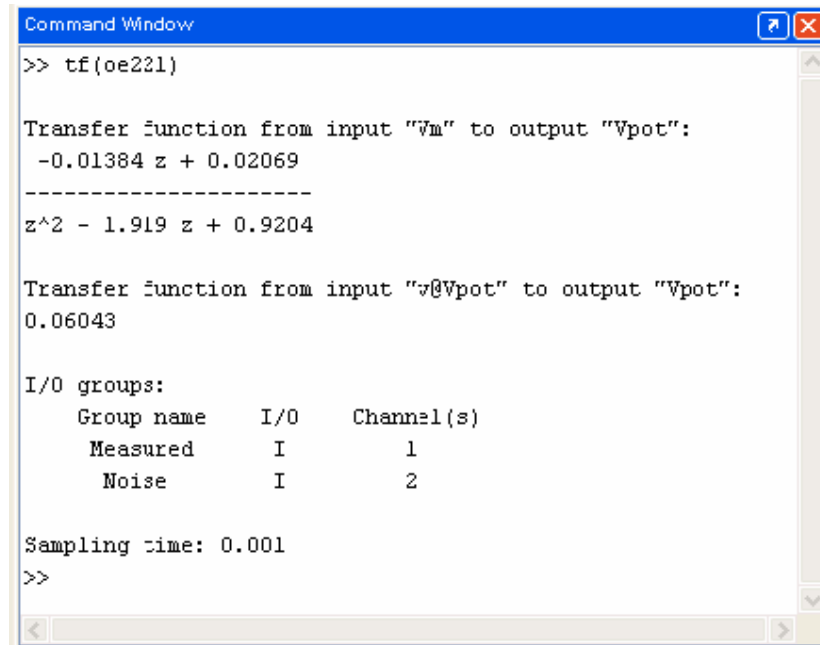


FIGURA 2.3.1.10. MODELO OE221.

Una vez el modelo en el área de trabajo, y para trabajar con el mismo se escribe en la ventana de comandos, lo siguiente:

```
>>tf(oe221)
```

Por lo que se muestra en la ventana de comando la función de transferencia del modelo en Transformada Z (discreta), figura 2.3.1.11.



```

Command Window
>> tf(oe221)

Transfer function from input "Vm" to output "Vpot":
  -0.01384 z + 0.02069
-----
  z^2 - 1.919 z + 0.9204

Transfer function from input "v@Vpot" to output "Vpot":
  0.06043

I/O groups:
  Group name    I/O    Channel(s)
  Measured      I        1
  Noise         I        2

Sampling time: 0.001
>>

```

FIGURA 2.3.1.11. FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DEL MODELO OE221.

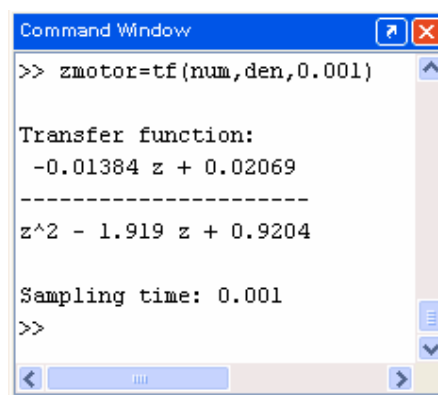
En la figura 2.3.1.11, la primera función de transferencia que se observa es la relacionada al sistema de acuerdo a la señal de entrada y salida, y la segunda es respecto al error del modelo estimado con respecto al modelo real. Almacenamos esta función de transferencia en una variable de la siguiente manera: en la ventana de comandos de MATLAB se escribe el nombre de la función de transferencia:

```
>>zmotor=tf(num,den,0.001);
```



Donde la variable de almacenamiento es `zmotor`, y donde `num`, y `den` es el numerador y denominador respectivamente de la función de transferencia que se necesita almacenar, observe la figura 2.3.1.12.

El tiempo de muestreo para la transformada Z es de 0.001seg.



```
Command Window
>> zmotor=tf(num,den,0.001)

Transfer function:
-0.01384 z + 0.02069
-----
z^2 - 1.919 z + 0.9204

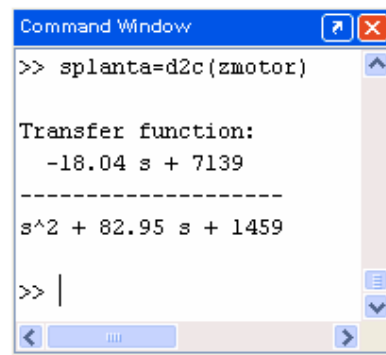
Sampling time: 0.001
>>
```

FIGURA 2.3.1.12. FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DEL MODELO EN TRANSFORMADA Z.

En la figura 2.3.1.13, se muestra la ventana de comandos de MATLAB con los procedimientos para determinar la función de transferencia en forma discreta.

La función de transferencia del modelo final que se requiere debe de estar en la Transformada de Laplace para realizar

los respectivos análisis, por lo que utilizamos el comando `d2c`, el cual nos permite pasar del campo discreto a continuo.



```

Command Window
>> splanta=d2c(zmotor)

Transfer function:
  -18.04 s + 7139
  -----
  s^2 + 82.95 s + 1459

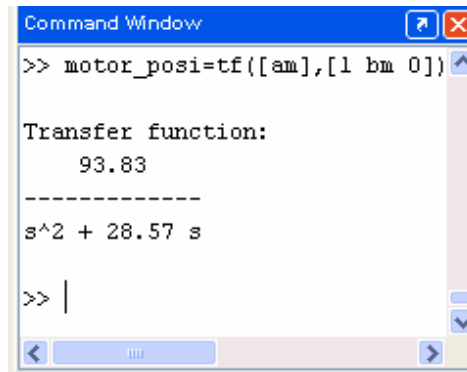
>> |
  
```

FIGURA 2.3.1.13. FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA EN TRANSFORMADA DE LAPLACE DEL MODELO IDENTIFICADO.

Hemos definido la variable `splanta` como la función de transferencia del modelo OE221 que modela la planta de nuestro sistema identificado a partir del modelo real en tiempo continuo. Así se concluye con la obtención de la función de transferencia del modelo identificado.

Podemos concluir que la función de transferencia obtenida con el identificador de sistemas es muy aproximada a la función de transferencia obtenida matemáticamente en el capítulo 2, como se ve en la figura 2.3.1.14. La diferencia

entre estas dos funciones está en que el modelo identificado nos proporciona una función de transferencia con un cero mientras que el modelo matemático no presenta ningún cero.



```

Command Window
>> motor_posi=tf([am],[1 bm 0])

Transfer function:
    93.83
-----
s^2 + 28.57 s

>> |

```

FIGURA 2.3.1.14. FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DEL MODELO MATEMÁTICO.

A pesar de que la función de transferencia obtenida matemáticamente no posee ningún cero, comparada con la función de transferencia identificada que posee un cero y dos polos, podemos decir que esto se debe a que en el análisis de la parte matemática no se consideran ciertas constantes como por ejemplo la inercia del brazo y viga. Esto sucede porque el identificador de sistemas para modelar un sistema siempre proporciona una función de transferencia de la forma  $n/(n+1)$ , ó  $n/n$ , para tratar de que el modelo identificado converja con el modelo matemático, ante variaciones de

señal en la entrada del sistema, ya que la estrategia del identificador de sistemas es mostrar una función de transferencia que modele nuestro sistema matemático con el mínimo error posible entre ambos modelos.

Cabe notar que para realizar el análisis, necesitamos obtener la función de transferencia que relaciona el voltaje que ingresa al motor y el ángulo de salida en la carga. Esto se puede lograr solamente con colocar una parte integral en la función de transferencia llamada splanta encontrada anteriormente, con lo cual obtenemos, la función de transferencia mostrada en la figura 2.3.1.15. A dicha función la llamaremos splanta\_pos.

```
>> splanta_pos  
  
Transfer function:  
  -18.04 s + 7139  
-----  
s^3 + 82.95 s^2 + 1459 s
```

FIGURA 2.3.1.15. FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DEL  
MODELO IDENTIFICADO.

### **2.3.2. Diseño del Controlador del Sistema interno.**

Para determinar el controlador del sistema de manera analítica utilizamos la herramienta SISO de MATLAB, la misma es una interfaz gráfica (GUI) que nos ayuda a analizar sistemas de control retroalimentado, es decir en lazo cerrado.

Aplicando la herramienta SISO, se puede ajustar de una manera gráfica las variaciones y la dinámica del compensador, que SISO lo define con la letra C y del prefiltro definido como F.

Con la ayuda del Lugar Geométrico de las Raíces que nos proporciona el SISO de una manera gráfica, se puede usar este criterio para estabilizar el lazo de retroalimentación así como también aplicar criterios de la calidad de la respuesta del sistema en el dominio del tiempo.

Se cuenta además con la utilización de los diagramas de Bode que nos ayudan a ajustar el ancho de banda del sistema, así mismo definir la ganancia y los márgenes de fase.

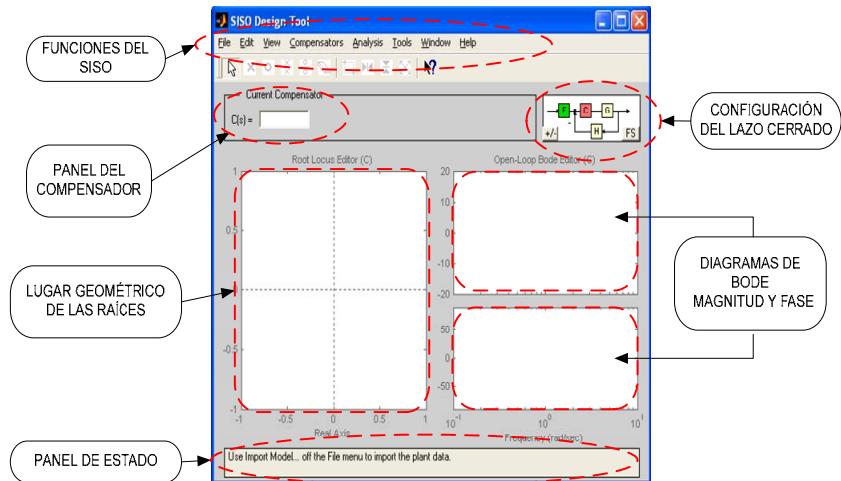


FIGURA 2.3.2.1. HERRAMIENTA SISO.

Con la utilización de algunas funciones del SISO, observamos el comportamiento del sistema, se puede ajustar el compensador y el prefiltro mediante la aplicación de una señal escalón a la entrada del lazo de retroalimentación.

Esta herramienta nos ofrece el criterio de diagrama de Nichols a lazo abierto o el diagrama de Bode, que se puede seleccionar desde el menú View (Ver). Las funciones que proporciona el SISO, están ligadas entre sí de una forma dinámica, es decir, si se cambia un parámetro en el Lugar Geométrico de las Raíces afecta inmediatamente los diagramas de Bode, Nichols y al análisis de la respuesta al

escalón, por lo que todas estas funciones nos ayudan a definir y elegir el controlador apropiado para que el sistema responda de una manera dinámica, rápida y precisa según las condiciones establecidas para el mismo.

### **2.3.3. Ajuste del Controlador.**

#### **2.3.3.1. Modelo Matemático.**

Para realizar un mejor análisis de la planta interna, partimos de nuestro modelo matemático para cumplir las expectativas del modelo que nos hemos impuesto, al resolver nuestro problema utilizando el modelo matemático también nos proporciona un mayor conocimiento del comportamiento del sistema, ganaremos experiencia y confianza para luego trabajar en el modelo real del cual obtendremos su función de transferencia mediante la utilización de la herramienta de MATLAB el Identificador de Sistemas (System Identification).

El modelo matemático obtenido, no es tan aproximado; debido a que se utilizaron ciertos valores asumidos. Esto da como resultado que el modelo no sea tan bueno y por lo tanto no podemos realizar un análisis de dicha parte.

#### **2.3.3.2. Modelo Real.**

En este capítulo, realizamos la identificación de la función de transferencia de la planta, ahora lo creamos en un programa que nos facilita el cálculo y simulación de sistemas de control.

El programa de aplicación para la simulación del sistema se llama MATLAB, este programa posee varias herramientas matemáticas, la cual es amigable su aplicación y ejecución, para procesos matemáticos y de control; por medio de diagramas de bloques, podemos obtener las diferentes simulaciones del sistema aplicando diferentes tipos de controladores, y así obtener la mejor respuesta de estabilidad de este diseño.



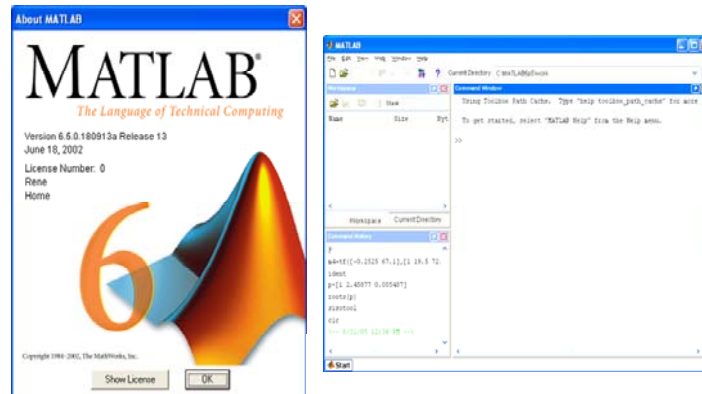


FIGURA 2.3.3.1.1. PRESENTACION DEL PROGRAMA DE MATLAB.

MATLAB se utiliza para investigar y para resolver problemas prácticos de ingeniería y matemáticas, con un gran énfasis en aplicaciones de control y procesamiento de señales. MATLAB también proporciona una serie de soluciones específicas denominadas cajas de herramientas (TOOLBOXES). Estas son muy importantes para la mayoría de los usuarios de MATLAB y son conjuntos de funciones que extienden el entorno MATLAB para resolver clases particulares de problemas.

Una de las herramientas importantes del MATLAB es Simulink (Ver Anexo B), y es en esta herramienta

donde se crean y ejecutan las simulaciones de los sistemas.

### **Diagrama de bloques del sistema en SIMULINK.**

Con la aplicación de la herramienta básica de MATLAB, Simulink, vamos a diseñar el diagrama de bloques del sistema, para simular y observar la respuesta de el sistema a diversas condiciones.

Simulink posee varias categorías de bloques que se muestran en la ventana inicial. El procedimiento de trabajo para la creación de un modelo será seleccionar los elementos adecuados entre las categorías que presenta Simulink, colocarlos sobre la ventana de diseño y establecer las conexiones entre ellos. La figura 2.3.3.1.2 muestra la ventana inicial de Simulink.

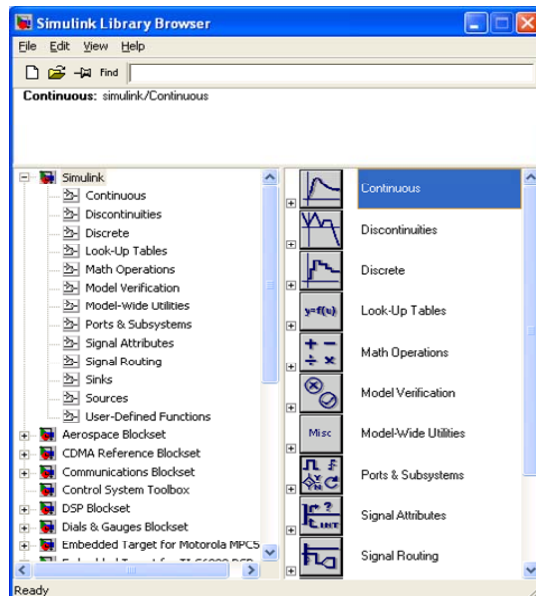
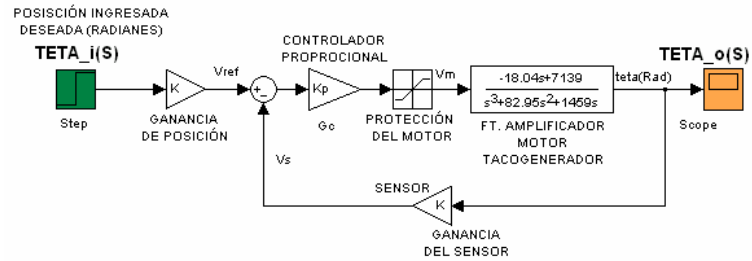


FIGURA 2.3.3.1.2. VENTANA INICIAL DEL  
SIMULINK.

Primeramente con la ayuda de la herramienta Simulink diseñamos el diagrama de bloque de el sistema interno; es decir, el control de posición para el ángulo como se menciona en el capítulo anterior, y posteriormente el diagrama de bloque del sistema total, agregando cada uno de los parámetros que se necesita para el diseño de este sistema. (Ver Anexo B, Simulink).

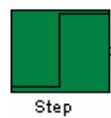
DIAGRAMA DE BLOQUES DEL SISTEMA INTERNO  
IDENTIFICADO SIN PERTURBACIÓN



1x

A 2.3.3.1.3. DISEÑO DEL SISTEMA DE  
REGULACIÓN Y CONTROL DE ÁNGULO  
APLICANDO SIMULINK.

En la figura 2.3.3.1.3, mostramos el diseño del sistema interno requerido, ahora definiremos cada uno de los bloques del sistema en Simulink.



Step

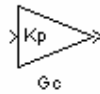
Bloque de la función STEP que representa el ángulo deseado.



GANANCIA DE POSICIÓN

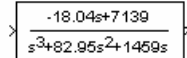
Bloque de ganancia de posición, es la conversión de radianes deseados a voltaje.

CONTROLADOR  
PROPORCIONAL



Bloque de la constante del controlador proporcional del sistema,  $K_p$  y es una constante de posición porque es un sistema de tipo cero.

FT. AMPLIFICADOR  
MOTOR  
TACOGENERADOR



Bloque de función de transferencia dinámica del motor DC, más el amplificador y el taco-generador.



Bloque de comparación de dos señales continuamente.



GANANCIA  
DEL SENSOR

Bloque de ganancia del sensor de ángulo.



Scope

Bloque llamado nivel obtenido, es un osciloscopio donde se genera la gráfica de respuesta del sistema en el tiempo.



PROTECCIÓN  
DEL MOTOR

Bloque de protección en caso de sobrevoltaje para el motor DC.

Finalizada la descripción de cada uno de los bloques que compone el sistema, se concluye el diseño del sistema de Control Interno del sistema Bola y Viga aplicando Simulink.

### **Análisis de la Estabilidad según el Lugar Geométrico de las Raíces.**

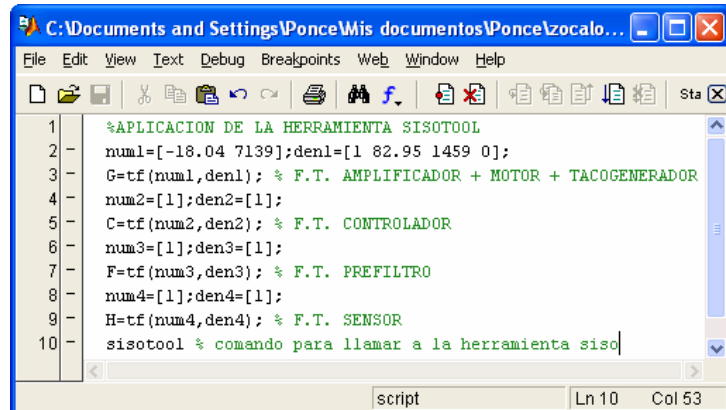
La herramienta gráfica SISO (Ver Anexo B, SISO), la cual nos ayuda a analizar la estabilidad del sistema según el Lugar Geométrico de las Raíces y por medio de sus funciones determinar el controlador en lazo cerrado que permita cumplir con las especificaciones de comportamiento para el sistema.

Una característica importante de esta herramienta es que nos proporciona la posibilidad de analizar el comportamiento del sistema al ir variando los parámetros de ajuste del controlador, por ejemplo, cambios en los valores de las constantes de los controladores:  $K_P$ ,  $K_I$  y  $K_D$ .

La gráfica de la señal de salida nos permite visualizar el cumplimiento con las especificaciones de respuesta en el dominio del tiempo: como el Tiempo de Estabilización y el Sobrenivel Porcentual.

Para aplicar la herramienta SISO necesitamos desarrollar un archivo editor en la herramienta m-file (archivo editor de MATLAB), para establecer e ingresar los parámetros de cada una de las funciones de transferencia que conforman el sistema, están definidos como:

- C: Función de transferencia del Controlador.
- G: Función de Transferencia de la Planta.
- H: Función de Transferencia de Retroalimentación.
- F: Función de Transferencia de entrada (Prefiltro).

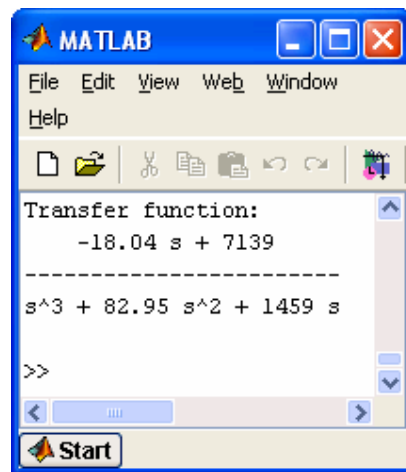


```

C:\Documents and Settings\Ponce\Mis documentos\Ponce\zocalo...
File Edit View Text Debug Breakpoints Web Window Help
1 %APLICACION DE LA HERRAMIENTA SISOTOOL
2 num1=[-18.04 7139];den1=[1 82.95 1459 0];
3 G=tf(num1,den1); % F.T. AMPLIFICADOR + MOTOR + TACOGENERADOR
4 num2=[1];den2=[1];
5 C=tf(num2,den2); % F.T. CONTROLADOR
6 num3=[1];den3=[1];
7 F=tf(num3,den3); % F.T. PREFILTRO
8 num4=[1];den4=[1];
9 H=tf(num4,den4); % F.T. SENSOR
10 sisotool % comando para llamar a la herramienta siso
script Ln 10 Col 53

```

(A)



```

MATLAB
File Edit View Web Window
Help
Transfer function:
  -18.04 s + 7139
-----
s^3 + 82.95 s^2 + 1459 s
>>
Start

```

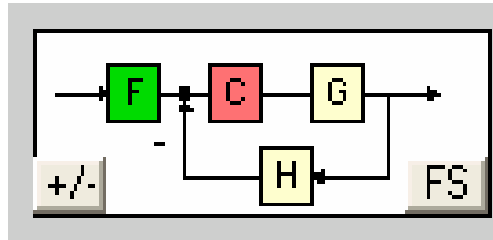
(B)

FIGURA 2.3.3.1.4. A) APLICACIÓN DEL EDITOR DE MATLAB; B) FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DEL MODELO IDENTIFICADO (Vpot/Vm)

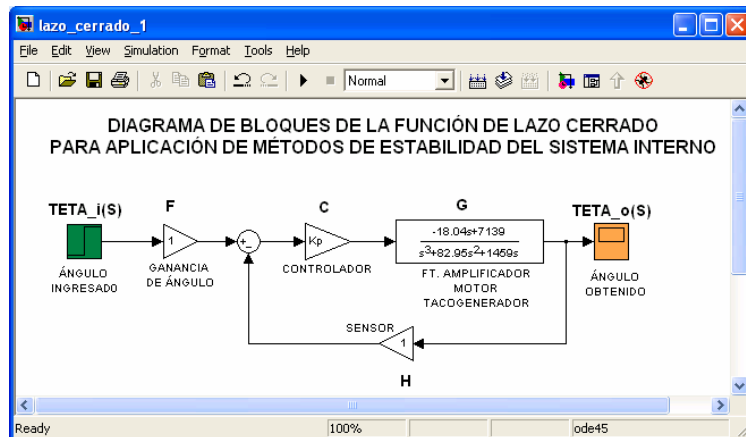
Se definen los parámetros de las funciones de transferencia como F, C, G y H, por la estrategia que



exige la herramienta SISO, ya que tiene un esquema básico que puede verse en la figura 2.3.3.1.5.



(A)

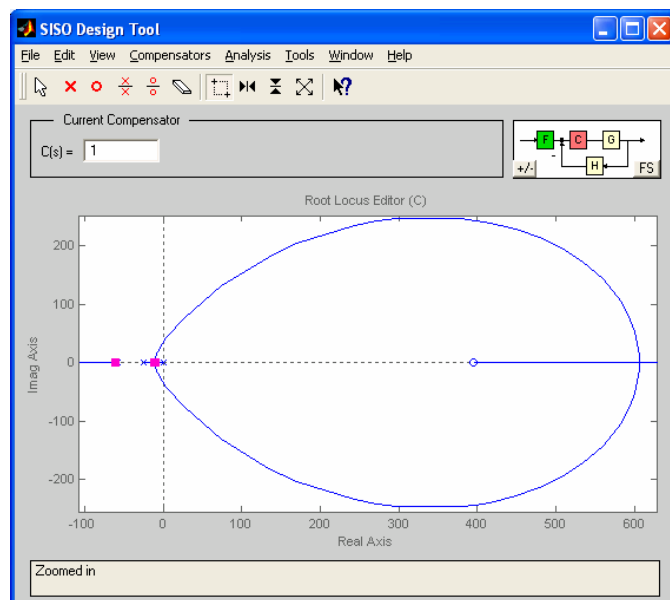


(B)

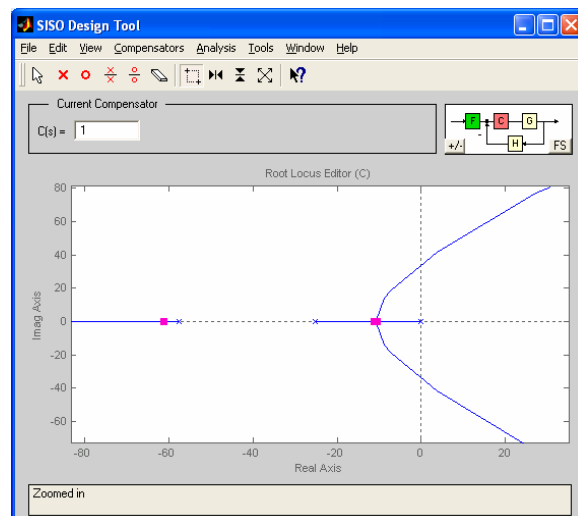
FIGURA 2.3.3.1.5. A) ESQUEMA BÁSICO SISO; B) DIAGRAMA REDUCIDO DE POSICIÓN DE ÁNGULO.

De la figura 2.3.3.1.4 (B), copiamos del editor de MATLAB las funciones de transferencia definidas, cargamos y ejecutamos en la ventana llamada

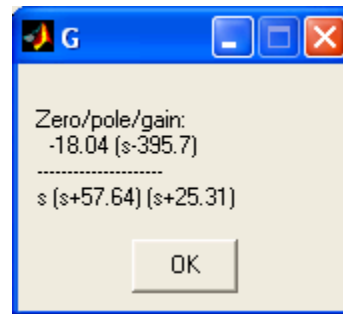
Workshop (ventana de comandos del MATLAB), la aplicación SISO, figura 2.3.3.1.6.



(A)



(B)



(C)

Plant Model: G	
Zeros:	Poles:
396	0
	-57.6
	-25.3

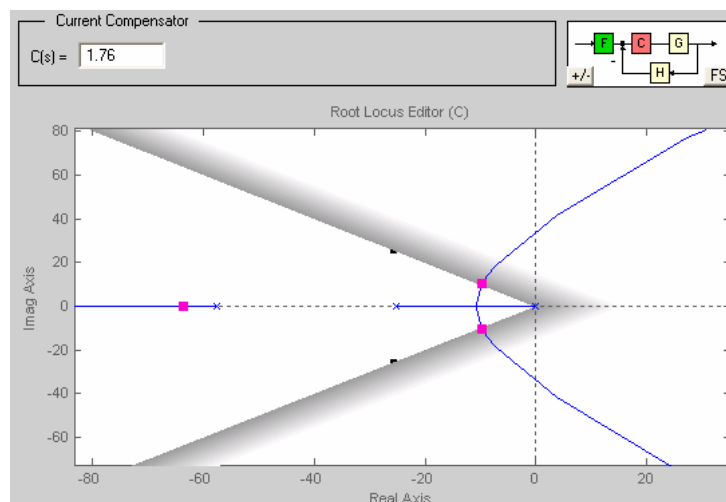
(D)

FIGURA 2.3.3.1.6. A) VENTANA GRÁFICA DE SISO; B) ACERCAMIENTO DE LAS RAÍCES DOMINANTES; C) F. T. DE LA PLANTA REDUCIDA POR EL SISO; D) POLOS Y CEROS DE LA F. T. DE LA PLANTA INTERNA.

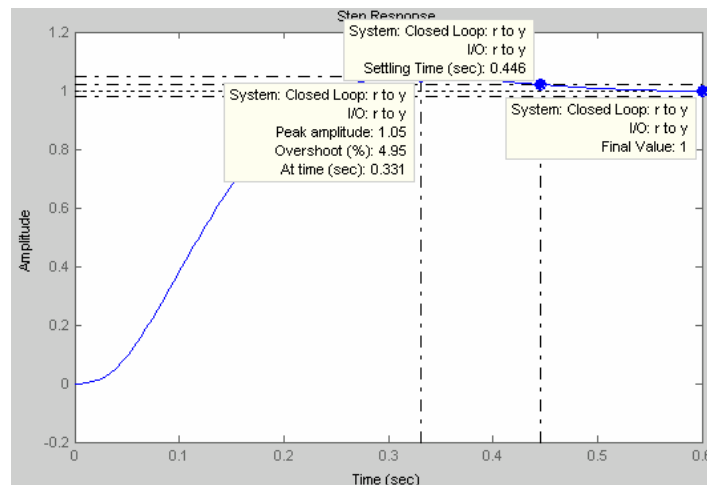
Con la aplicación SISO, figura 2.3.3.1.6, se observa el Lugar Geométrico de las Raíces del sistema, y el sistema tiene un par de raíces dominantes, las mismas que al aumentar la ganancia conducen el sistema a la inestabilidad.

Según la herramienta SISO, el valor de  $K$  (ganancia del controlador proporcional) que vuelve inestable el sistema es  $K > 14$ , y es aproximado al valor que se obtuvo con anterioridad con el método de Routh-Hurwitz.

Como primer paso de ajuste del sistema en lazo cerrado, quisiéramos que la respuesta del sistema a un cambio de referencia tipo Escalón, tenga un Sobrenivel Porcentual  $\leq 5\%$ .



(A)



(B)

FIGURA 2.3.3.1.7. A) LÍMITE DEL SOBRENIVEL PORCENTUAL; B) RESPUESTA ESCALÓN AL AJUSTE DE K.

Aplicando la herramienta SISO en la que hemos demarcado la zona límite que cumple con la condición de Sobrenivel Porcentual “SP” deseado y mostrando un acercamiento de las raíces dominantes, figura 2.3.3.1.7, podemos encontrar que el valor de la ganancia es 1.76, este valor de ganancia se define como la constante de proporcionalidad de velocidad  $K_v$ , ya que la función de transferencia de la planta es de tipo uno.

Analizando la Respuesta Escalón, figura 2.3.3.1.7 (B), con el valor de  $K = 1.76$ , observamos que el tiempo de estabilidad es de 0.446seg; y el error de estado estacionario es igual a cero. Pero en la práctica no basta solamente con un control proporcional si se quiere que el sistema responda con una dinámica más rápida, mejorando el Tiempo de Estabilización.

#### **2.3.4. Uso del controlador Proporcional Integral**

##### **Derivativo (PID) en el lazo interno.**

Se debe mencionar que el sistema es tipo 1, pero al proceder a identificar el conjunto amplificador, motor, y potenciómetro; para así poder asegurarnos que existe un polo en el origen, nos damos cuenta que la identificación de este sistema nunca proporciona un polo en el origen, con lo cual queda demostrado que existe una diferencia entre la parte teórica y la identificada. Esta demostración nos da la pauta que no es suficiente utilizar únicamente un control proporcional en este sistema.

Para mejorar el error de estado estacionario, llegamos a la conclusión que se necesita ubicar un polo en el origen, porque para tener un error de estado estacionario cero, se debería tener por lo menos una parte integral en la planta. Se debe tener en cuenta que se procede a utilizar el modelo identificado, asumiendo que no existe el polo en el origen; por esta razón se debe intentar utilizar otro modelo de controlador.

En este caso el modelo apropiado sería un controlador Proporcional Integral Derivativo (PID). Como demostraremos a continuación, se introducen dos ceros y un polo al controlador; el primer cero que se introduce al controlador es para eliminar el polo dominante de la planta; que en este caso debería ser el polo desconocido por nosotros, y el segundo cero que se coloca es para halar la trayectoria de las raíces hacia la izquierda, para disminuir el tiempo de respuesta. Mientras que el polo que agregamos, lo ubicamos en el origen para mantener la estabilidad del sistema, y el Error de Estado Estacionario " $e_{ss}$ " sea igual a 0.

El controlador Proporcional Integral Derivativo, deformará el gráfico del Lugar Geométrico de las Raíces de tal forma que las raíces dominantes se desplacen en el sentido deseado más hacia a la izquierda del plano S, figura 2.3.4.1.

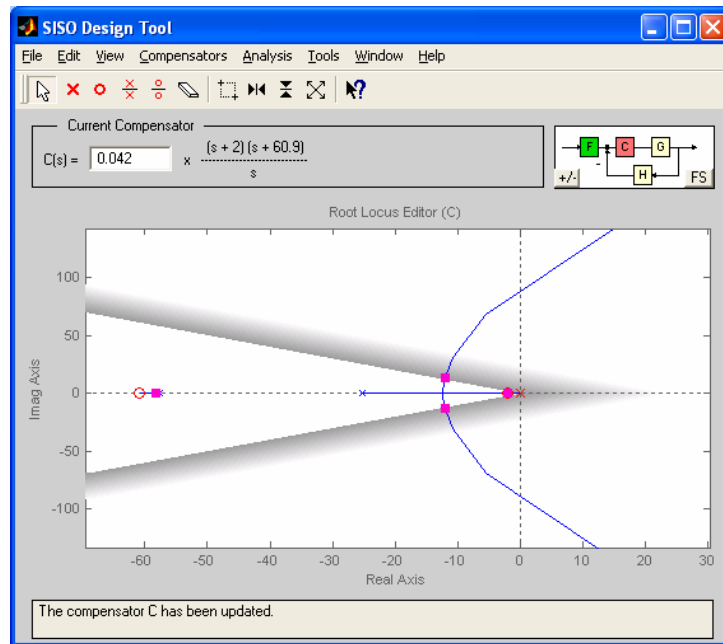


FIGURA 2.3.4.1. INSERCIÓN DE CEROS EN EL CONTROLADOR.

Se puede observar el efecto de los dos ceros del controlador Proporcional Integral Derivativo en el gráfico del Lugar Geométrico de las Raíces.

El efecto deseado se logra cuando ubicamos el primer cero con la misma magnitud del polo dominante del sistema, en

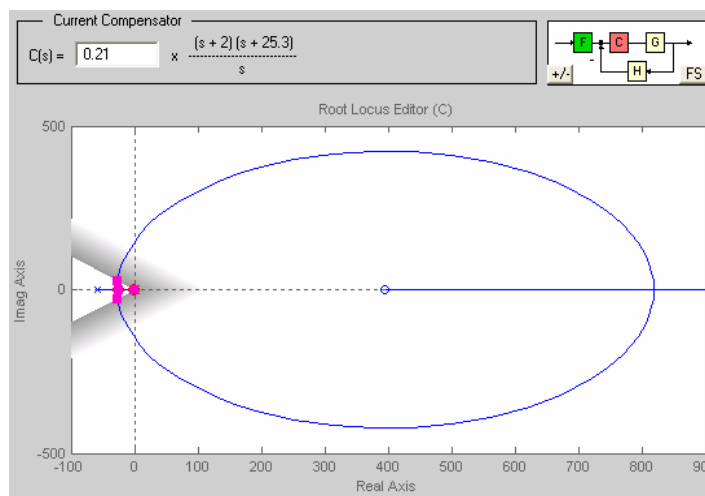


este caso asumimos el valor de -2 del plano S y el segundo cero se ubica en -60.9 para estabilizar el sistema en un tiempo considerable. Esto se puede observar en un acercamiento del gráfico del Lugar Geométrico de las Raíces, figura 2.3.4.2. Ahora es cuestión de un ajuste fino del cero de tal manera que las raíces dominantes cumplan con las especificaciones del Sobrenivel Porcentual “SP” y del Tiempo de Estabilización “ts” deseado. En este caso particular, deseamos un Sobrenivel Porcentual  $\leq 5\%$  y un tiempo de estabilización menor a 0.2 seg.

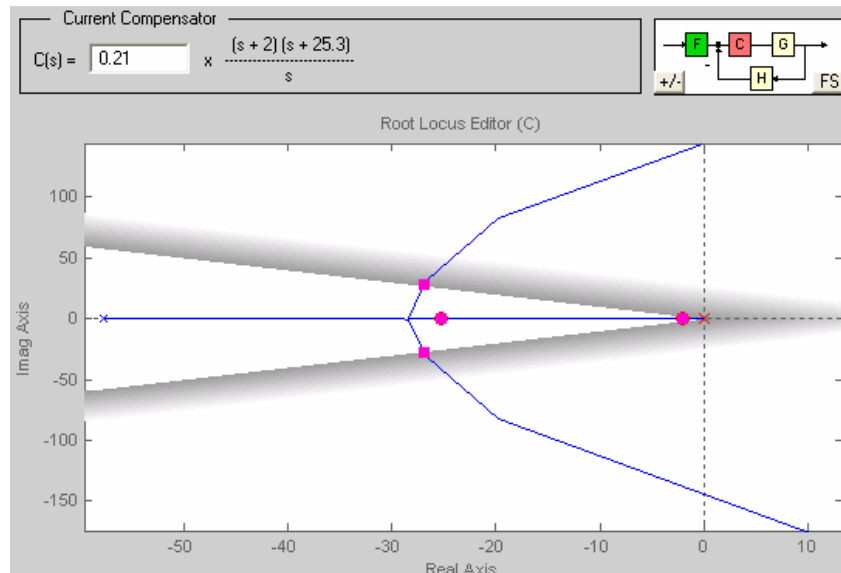
Se selecciona como estrategia de tiempo de estabilidad aproximado de 0.2 seg. en el sistema, figura 2.3.4.2, por la circunstancia que al agregar el cero en -31.1 del plano S en el controlador, y al moverlo cerca de la posición del segundo polo dominante de la planta en -25.3, el sistema tiene un tiempo de estabilidad menor a 0.3 seg. aproximadamente y este es un tiempo aceptable para iniciar el ajuste del sistema.

Al mover el cero a la derecha de este polo el sistema aumenta el tiempo de estabilidad a más de 0.4 seg., mientras que al mover levemente el cero del controlador a la izquierda

del polo dominante en  $-31.1$  del plano  $S$ , el tiempo de estabilidad disminuye a menos de  $0.3$  seg., figura 3.3.3.1.10. A continuación mostraremos la figura 2.3.4.2, la cual muestra una posición más adecuada para los ceros y el polo agregado al sistema.



(A)



(B)

FIGURA 2.3.4.2 A) AJUSTE DEL SEGUNDO CERO DEL CONTROLADOR PID; B) ACERCAMIENTO DEL SEGUNDO CERO AGREGADO A LAS RAÍCES DOMINANTES DEL SISTEMA.

Este es el menor tiempo de estabilidad que se obtiene en el sistema, manteniendo los parámetros de estabilidad propuestos, si el cero se continua moviendo más a la izquierda, el Sobrenivel Porcentual aumenta a más de 20% y el sistema tiende a oscilar, y si sobrepasamos la ganancia de 3.2 en el compensador, el sistema se vuelve inestable, ver figura 2.3.4.3.

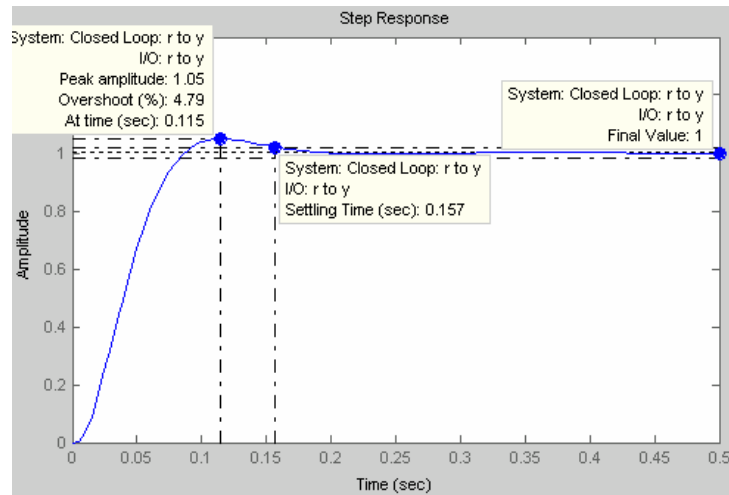
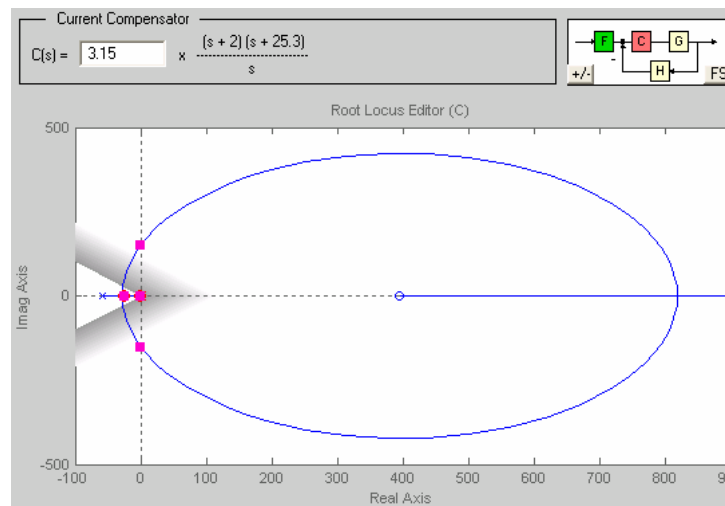
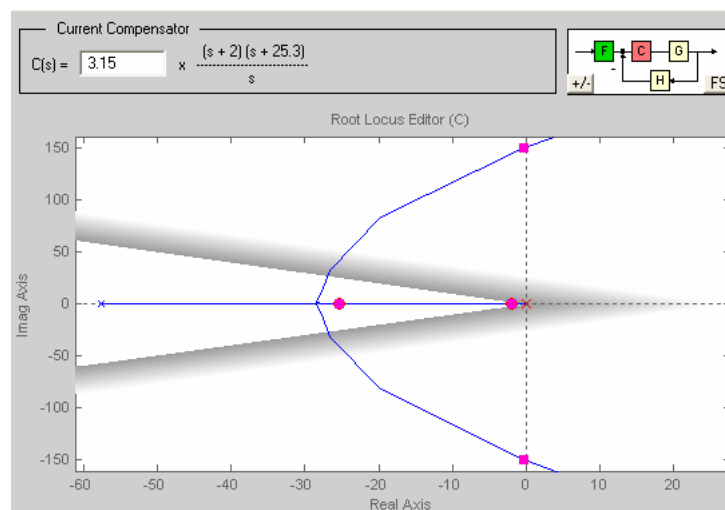


FIGURA 2.3.4.3. RESPUESTA DEL SISTEMA EN EL AJUSTE DEL TIEMPO DE ESTABILIDAD.

En la figura 2.3.4.4, se muestra el Lugar Geométrico de las Raíces del sistema en el instante que movemos los polos al límite de estabilidad e ingresan al rango de inestabilidad. Se observa que el segundo cero agregado al controlador al permanecer en el valor del segundo polo dominante en  $-25.3$ , y si el valor de la ganancia aumenta a un valor mayor que  $3.2$  el sistema se vuelve totalmente inestable.



(A)



(B)

FIGURA 2.3.4.4. A) LÍMITE DE ESTABILIDAD DEL LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES; B) ACERCAMIENTO DE LA POSICIÓN DE LOS POLOS DOMINANTES AL LÍMITE DE ESTABILIDAD.

Cuando los polos entran al rango de inestabilidad, la respuesta del sistema comienza a oscilar y el sistema se vuelve inestable, figura 2.3.4.5.

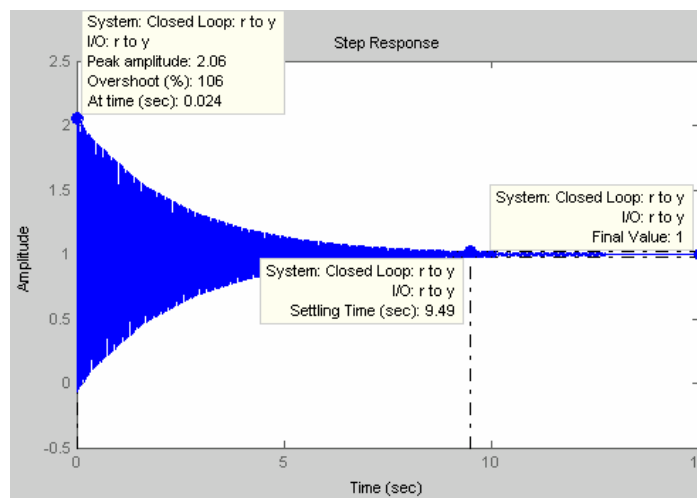


FIGURA 2.3.4.5. OSCILACIÓN DE LA RESPUESTA DEL SISTEMA DISMINUYENDO EL TIEMPO DE ESTABILIDAD > 9.4 Seg.

Entonces definimos el controlador del sistema como un controlador Proporcional Integral Derivativo PID, ya que el controlador PID estabiliza el sistema en menor tiempo, y el error de estado estacionario es cero; comparándolo al controlador Proporcional P, en el ajuste es aceptado.

Los ceros se encuentran ubicados en -25.3 y en -2 en el plano S, con una Ganancia de 0.21, y con un polo en el

origen. Para eliminar el efecto en la magnitud de la respuesta al cambio de la referencia en forma de Escalón Unitario producido por el cero del controlador, aplicamos un prefiltro con un polo de magnitud igual al cero del controlador, pero en este caso no es necesario ya que se mantiene la magnitud establecida de control de ángulo en radianes. A continuación definimos el controlador PID como lo muestra la herramienta SISO:

$$PID = 0.21 \times \left( \frac{(S + 25.3)(S + 2)}{S} \right)$$

Al desarrollar este producto, obtenemos los parámetros del controlador PID como:

$$PID = 5.733 + \frac{10.616}{S} + 0.21S$$

La figura 2.3.4.6, corresponde a la Respuesta al Escalón Unitario con el ajuste del controlador Proporcional Integral Derivativo del sistema.

La gráfica 2.3.4.6, el eje de las abscisas corresponde al tiempo de estabilidad en segundos y el eje de las ordenadas corresponde al voltaje del sistema en voltios.

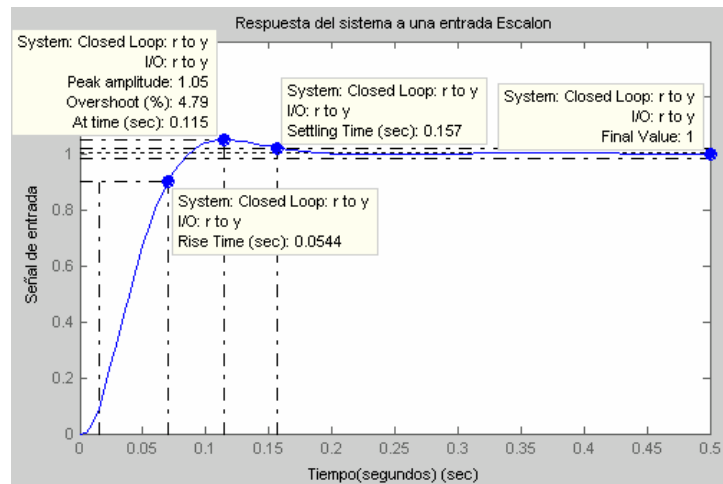


FIGURA 2.3.4.6. RESPUESTA A ESCALÓN DEL SISTEMA EN LAZO CERRADO CON EL AJUSTE DEL CONTROLADOR PID.

Esta gráfica, figura 2.3.4.6, nos muestra los valores de estabilidad en el punto de control de 1V. de voltaje a una entrada Escalón Unitaria como: el Sobrenivel Porcentual de 4.79%, el tiempo de estabilidad de 0.157 seg., con error de estado estacionario de 0.0 voltios.



## 2.4. Implementación del controlador en la operación de la planta total.

Para diseñar el controlador para el lazo externo, primeramente tendríamos que obtener las ecuaciones matemáticas de dicho modelo; las cuales procedemos a obtenerlas a continuación.

### MODELADO DE LA BOLA Y VIGA

Para poder obtener el modelo matemático de la bola y viga, asumiremos que la fricción presentada entre la bola y la viga es despreciable. El modelo del sistema se presenta en la figura 2.4.1

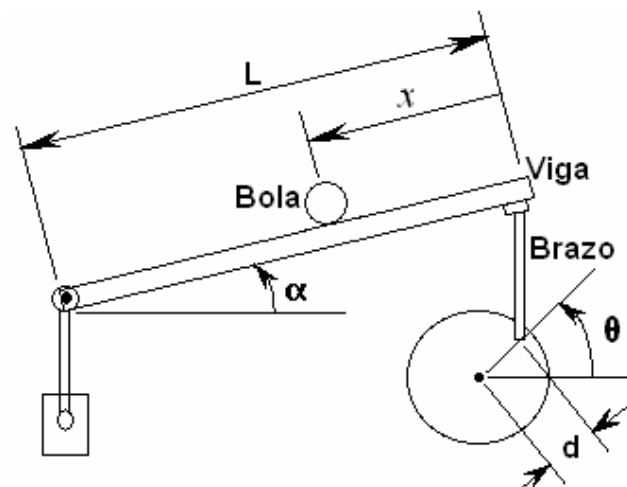


FIGURA 2.4.1 MODELO BOLA Y VIGA

Las constantes y variables definidas en el problema son las siguientes:

$M$  : masa de la bola = 28 gr.

$R$  : radio de la bola = 19 mm.

$d$  : distancia del centro del engrane mayor al brazo = 4 cm

$L$ : longitud de la viga = 40 cm

$\theta$  : ángulo del servo engranaje mayor

$\alpha$  : ángulo de la viga con respecto al eje  $x$

$g$ : aceleración de la gravedad =  $9.8 \text{ m/s}^2$

$J$ : momento de inercia de la bola =  $(2/5)MR^2$

$x$ : posición de la bola en la viga

El análisis de este modelo se lo toma en su forma mecánica, para simplificar el sistema y facilitar su diseño.

Las dos fuerzas que influyen en el movimiento de traslación de la bola, se observa en la figura 2.4.2; las cuales son:

$F_{tx}$  : fuerza debido al movimiento de traslación de la bola.

$F_{rx}$  : fuerza debido a la rotación de la bola.

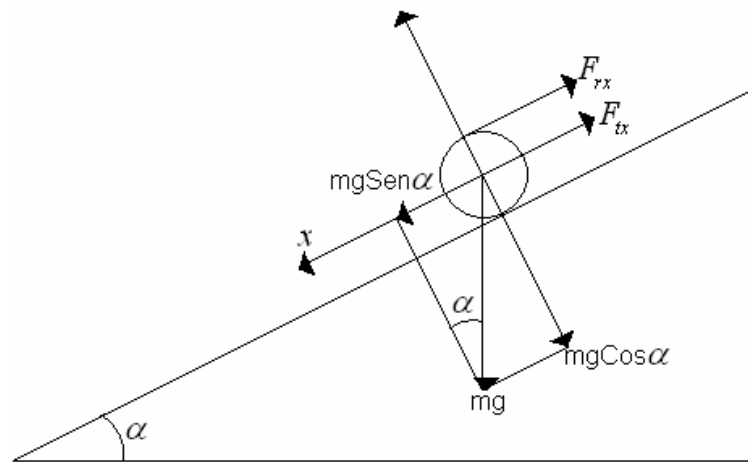


FIGURA 2.4.2. DIAGRAMA DE FUERZAS PARA LA BOLA

Sabiendo que la aceleración a lo largo del eje x es:  $\frac{d^2 x}{dt^2}$

Entonces la fuerza debido al movimiento de traslación es, la mostrada en la ecuación 2.40.

$$F_{tx} = m \ddot{x} \quad (2.40)$$

El torque debido a la rotación de la bola es:

$$T_r = F_{rx} R \quad (2.41)$$

También se puede expresar el torque en función de la velocidad angular.

$$T_r = J \omega_b \quad (2.42)$$

Sabemos que la aceleración angular y velocidad son:

$$\omega_b = \frac{\partial(v_b / R)}{\partial t} \quad (2.43)$$

$$v_b = \frac{\partial x}{\partial t} \quad (2.44)$$

Entonces relacionando las ecuaciones 2.42, 2.43 y 2.44, obtenemos:

$$T_r = F_{rx} R = J \frac{\partial^2(x/R)}{\partial t^2} \quad (2.45)$$

Despejando  $F_{rx}$ , nos queda:

$$F_{rx} = J \frac{\partial^2(x/R^2)}{\partial t^2} = \frac{J}{R^2} \ddot{x} \quad (2.42)$$

Sustituyendo el momento de inercia de la bola, descrita en la ecuación 2.43 en la ecuación 2.42, se obtiene la ecuación 2.44.

$$J = \frac{2}{5}mR^2 \quad (2.43)$$

$$F_{rx} = \frac{\partial \left( \frac{2mx}{5} \right)}{\partial t} = \frac{2}{5}m \ddot{x} \quad (2.44)$$

Aplicando la segunda ley de Newton para las fuerzas que actúan a lo largo del eje x, obtenemos:

$$F_{rx} + F_{tx} = mg \operatorname{Sen} \alpha \quad (2.45)$$

Sustituyendo  $F_{rx}$  y  $F_{tx}$  en la ecuación 2.45, obtenemos:

$$\frac{2}{5}m \ddot{x} + m \ddot{x} = mg \operatorname{Sen} \alpha \quad (2.46)$$

$$\ddot{x} = \frac{5}{7}g \operatorname{Sen} \alpha \quad (2.47)$$

Se puede notar que la ecuación 2.46, es no lineal, por lo que aplicaremos un criterio para tratar de que la ecuación sea lineal. El criterio para linealizar, es tratar de realizar una aproximación, dado que para ángulos pequeños el  $\text{Sen} \alpha = \alpha$ , entonces se obtiene la ecuación 2.48.

$$\ddot{x} = \frac{5}{7} g \alpha \quad (2.48)$$

Aplicando la transformada de Laplace, tenemos:

$$\frac{X(s)}{\alpha(s)} = \frac{(5/7)g}{s^2} \quad (2.49)$$

Sustituyendo el valor de la gravedad ( $g=9.8 \text{ m/seg}^2$ ), obtenemos la función de transferencia del modelo bola y viga. Esta función relaciona el ángulo de la viga, con la posición de la bola a lo largo de la viga.

$$\frac{X(s)}{\alpha(s)} = \frac{(5/7)g}{s^2} = \frac{7}{s^2} \quad (2.50)$$

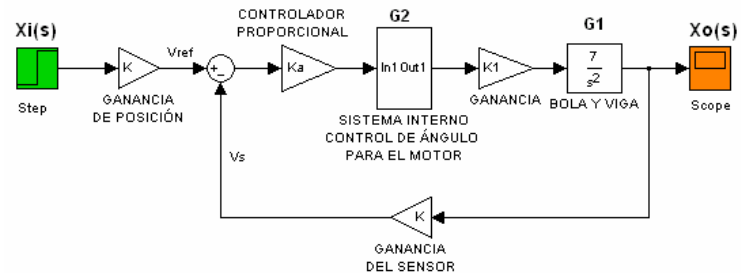
Como se observa en la ecuación 2.50, este modelo es un doble integrador, de naturaleza inestable.

Cabe hacer notar que entre más aproximado sea el modelo con respecto al sistema real, es necesario añadir más parámetros físicos que representan características del sistema, cuyas variables, traducidas como parámetros de las ecuaciones diferenciales del modelo del sistema aumentan la complejidad del mismo, lo cual la mayoría de las veces resulta inapropiado.

#### **2.4.1. Diseño del controlador del sistema total**

Como ya logramos obtener el controlador para el lazo interno, procedemos a realizar el análisis para el lazo externo. Con la ayuda de la herramienta Simulink diseñamos el diagrama de bloque de el sistema externo o total; es decir, el control de posición para la bola como se menciona en el capítulo uno, agregando cada uno de los parámetros que se necesiten para el diseño de este sistema.

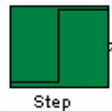
### DIAGRAMA DE BLOQUES DEL SISTEMA BOLA Y VIGA TOTAL



G2: DIAGRAMA DE BLOQUES DEL SISTEMA INTERNO IDENTIFICADO SIN PERTURBACIÓN

FIGURA 2.4.1.1. DISEÑO DEL SISTEMA DE CONTROL DE POSICIÓN PARA LA BOLA APLICANDO SIMULINK.

En la figura 2.4.1.1, mostramos el diseño del sistema total requerido, ahora definiremos cada uno de los bloques del sistema en Simulink.



Bloque de la función STEP que representa la posición deseada para la bola en la viga.



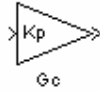
Bloque de ganancia de posición, es la conversión de centímetros deseados a voltaje.



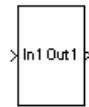
Bloque de ganancia del sensor, es la conversión de centímetros deseados a voltaje.



CONTROLADOR  
PROPORCIONAL



Bloque de la constante del controlador proporcional del sistema,  $K_a$  y es una constante de aceleración porque es un sistema tipo dos.



SISTEMA INTERNO  
CONTROL DE ÁNGULO  
PARA EL MOTOR1

Bloque de función de transferencia de lazo cerrado para el control de ángulo en el motor DC.



Bloque de comparación de dos señales continuamente.



Bloque de ganancia de conversión para trabajar con el voltaje, presente en la barra.



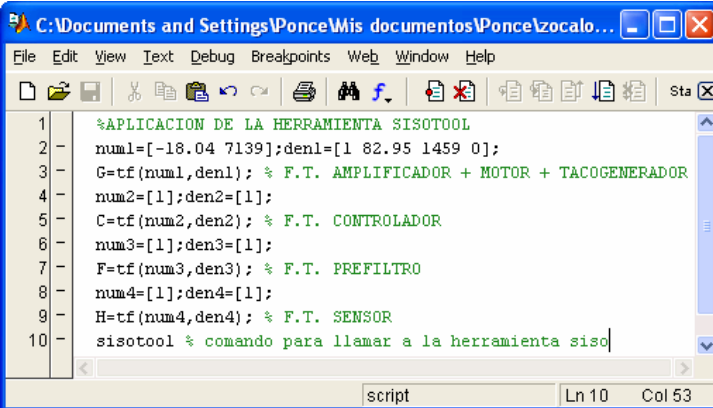
Scope

Bloque llamado posición obtenida, es un osciloscopio donde se genera la gráfica de respuesta del sistema en el tiempo.

Terminada la descripción de cada uno de los bloques que componen el sistema, se concluye el diseño del sistema de control total del sistema bola y viga aplicando Simulink.

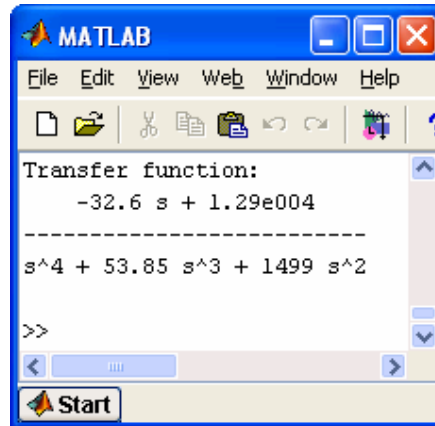
## Análisis de la Estabilidad según el Lugar Geométrico de las Raíces.

- Procedemos a escribir un archivo editor en la herramienta m-file (archivo editor de MATLAB), para establecer e ingresar los parámetros de cada una de las funciones de transferencia que conforman el sistema total; explicado anteriormente.



```
C:\Documents and Settings\Ponce\Mis documentos\Ponce\zocalo...
File Edit View Text Debug Breakpoints Web Window Help
[Icons] Sta X
1  %APLICACION DE LA HERRAMIENTA SISOTOOL
2  num1=[-18.04 7139];den1=[1 82.95 1459 0];
3  G=tf(num1,den1); % F.T. AMPLIFICADOR + MOTOR + TACOGENERADOR
4  num2=[1];den2=[1];
5  C=tf(num2,den2); % F.T. CONTROLADOR
6  num3=[1];den3=[1];
7  F=tf(num3,den3); % F.T. PREFILTRO
8  num4=[1];den4=[1];
9  H=tf(num4,den4); % F.T. SENSOR
10 sisotool % comando para llamar a la herramienta siso
script Ln 10 Col 53
```

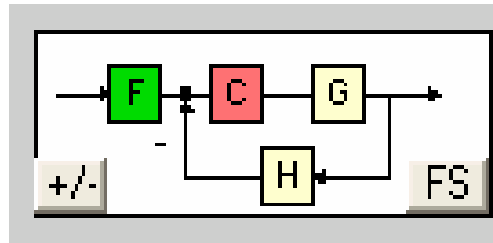
(A)



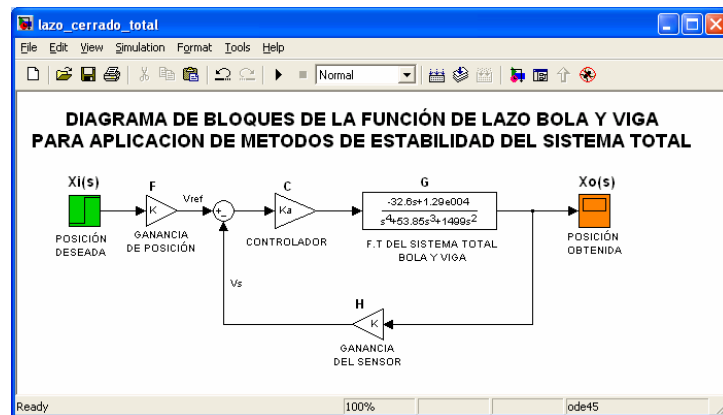
(B)

FIGURA 2.4.1.2. A) USO DEL EDITOR DE MATLAB; B)  
FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DEL MODELO TEORICO  
(V/X)

Se definen los parámetros de las funciones de transferencia como F, C, G y H, por la estrategia que exige la herramienta SISO, ya que tiene un esquema básico, como se muestra en la figura 2.4.1.3, para iniciar la aplicación de sus funciones.



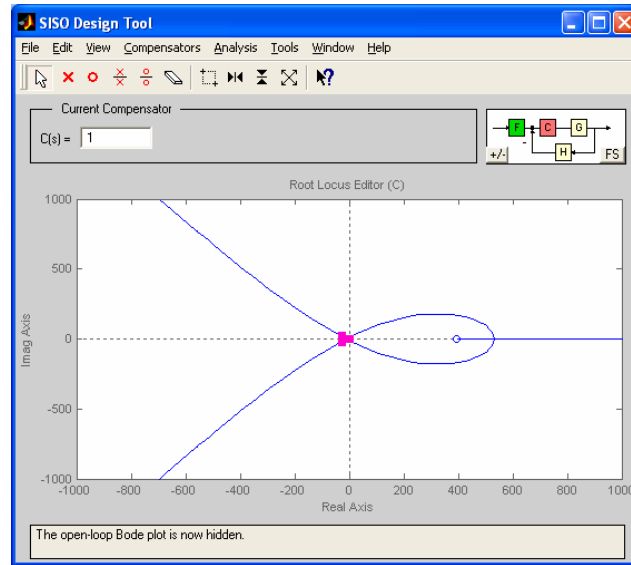
(A)



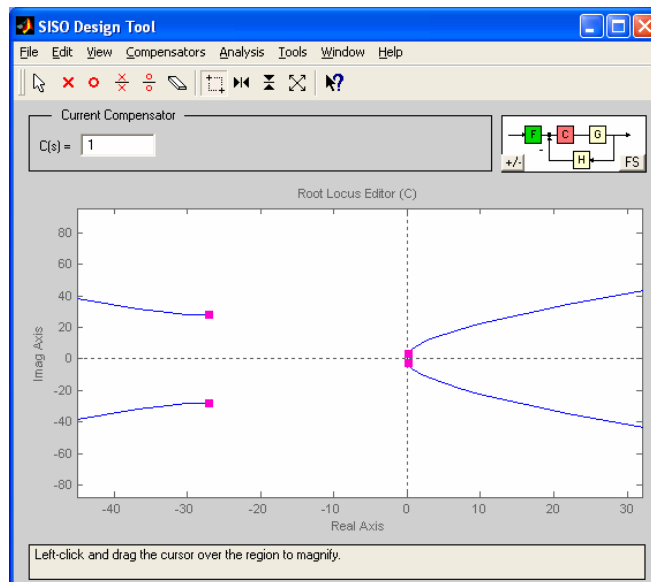
(B)

FIGURA 2.4.1.3. A) ESQUEMA BÁSICO SISO; B) DIAGRAMA REDUCIDO DE POSICIÓN DE LA BOLA EN LA VIGA.

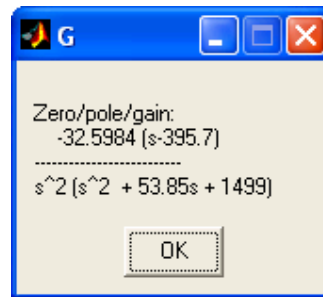
De la figura 2.4.1.2 (A), copiamos del editor de MATLAB las funciones de transferencia definidas, cargamos y ejecutamos en la ventana llamada Workshop (ventana de comandos del MATLAB), la aplicación SISO, figura 2.4.1.4.



(A)



(B)



(C)

Plant Model: G	
Zeros:	Poles:
396	0
	0
	-26.9 ± 27.8i

(D)

FIGURA 2.4.1.4. A) VENTANA GRÁFICA DE SISO; B) ACERCAMIENTO DE LAS RAÍCES DOMINANTES; C) F. T. DE LA PLANTA REDUCIDA POR EL SISO; D) POLOS Y CEROS DE LA F. T. DE LA PLANTA TOTAL EN LAZO ABIERTO.

Con la aplicación SISO, figura 2.4.1.4, se observa el Lugar Geométrico de las Raíces del sistema, y el sistema es inestable; sin importar el valor de la ganancia. Esto se debe al doble integrador producto de la dinámica de la bola en la viga.

### **2.4.2. Uso del controlador Proporcional Derivativo (PD) en la Planta Total.**

En este caso el modelo apropiado sería un controlador Proporcional Derivativo (PD), por cuanto el sistema presenta una parte integral. Como demostraremos a continuación, se introduce un cero al controlador; cuya función es la de halar las trayectorias de las raíces hacia la izquierda, para que el sistema se haga estable.

El controlador Proporcional Derivativo, deformará el gráfico del Lugar Geométrico de las Raíces de tal forma que las raíces dominantes se desplacen en el sentido deseado más hacia a la izquierda del plano S, figura 2.4.2.1.

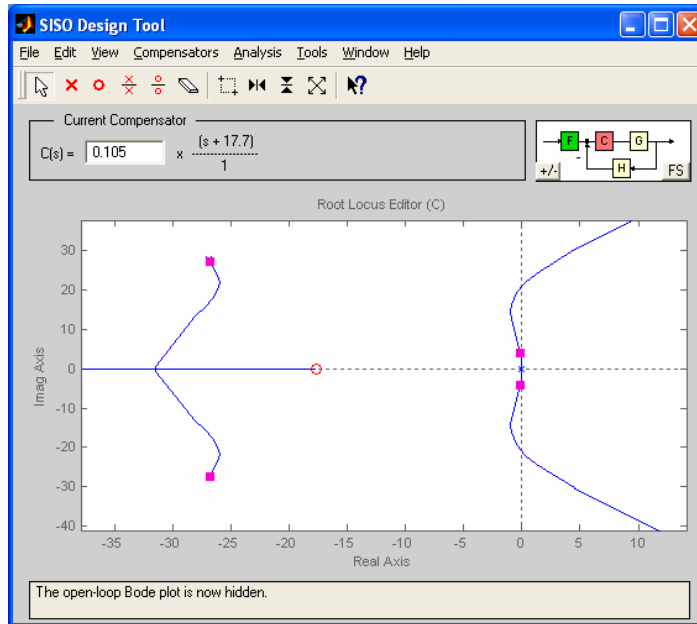


FIGURA 2.4.2.1. INSERCIÓN DEL CERO EN EL CONTROLADOR.

Se puede observar el efecto del cero del controlador Proporcional Derivativo en el gráfico del Lugar Geométrico de las Raíces.

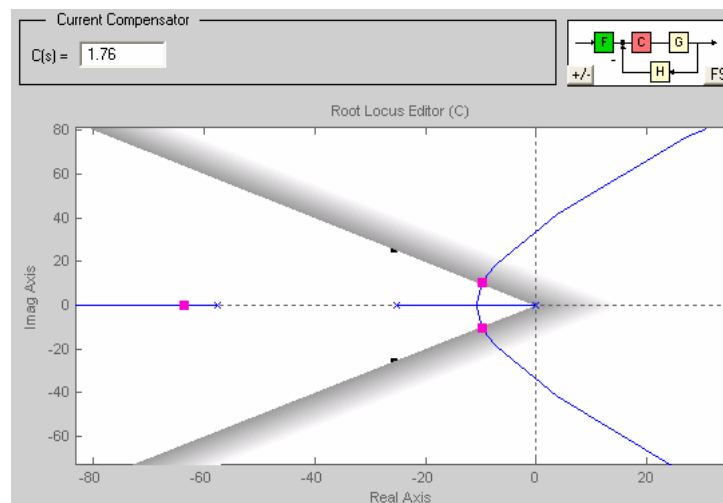
El efecto deseado se logra cuando ubicamos el cero en -17.7 para estabilizar el sistema en un tiempo considerable. Ahora es cuestión de un ajuste fino del cero de tal manera que las raíces dominantes cumplan con las especificaciones del Sobrenivel Porcentual "SP" y del Tiempo de Estabilización "ts" deseado. En este caso particular, deseamos un

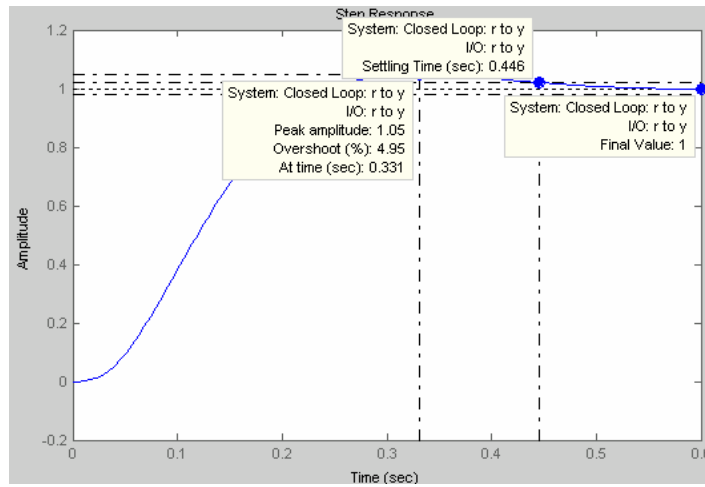


Sobrenivel Porcentual  $\leq 70\%$  y un tiempo de estabilización menor a 10 seg.

Se selecciona como estrategia de tiempo de estabilidad aproximado de 10 seg. en el sistema, figura 2.4.2.2. Al proceder a mover el cero más cerca del origen, el sistema tiende a ser más estable; y el tiempo de estabilización mejora.

Como primer paso de ajuste del sistema en lazo cerrado, quisiéramos que la respuesta del sistema a un cambio de referencia tipo Escalón, tenga un Sobrenivel Porcentual  $\leq 70\%$ .





(B)

FIGURA 2.4.2.2. A) LÍMITE DEL SOBRENIVEL PORCENTUAL; B) RESPUESTA ESCALÓN AL AJUSTE DE K.

Aplicando la herramienta SISO en la que hemos demarcado la zona límite que cumple con la condición de Sobrenivel Porcentual “SP” deseado, y mostrando un acercamiento de las raíces dominantes, figura 2.4.2.2, podemos encontrar que el valor de la ganancia es 0.22, y el cero se encuentra en -5.42.

### **2.4.3. Ajuste del Controlador.**

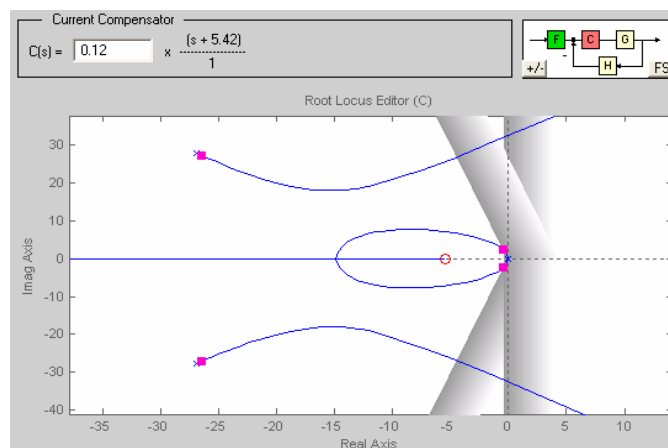
#### **2.4.3.1. Modelo Matemático.**

Partimos de el modelo matemático para cumplir las expectativas del modelo que nos hemos impuestos, al resolver este problema utilizando el modelo matemático para la bola y viga, también nos proporciona un mayor conocimiento del comportamiento

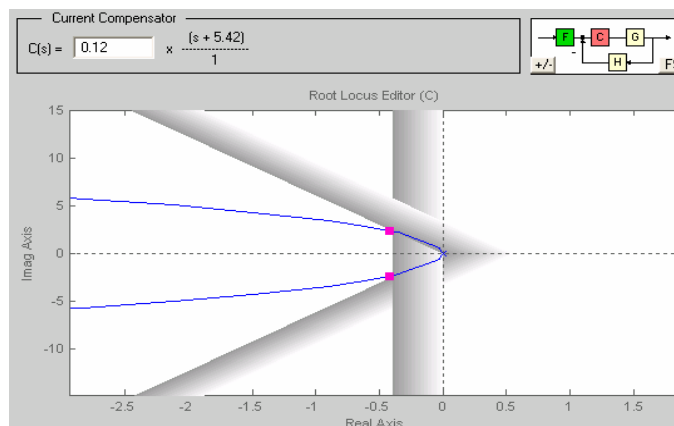
Analizando la Respuesta Escalón, figura 2.4.2.2 (B), con dicho valor, observamos que el tiempo de estabilidad es de 4.95 seg.; siendo un tiempo muy bueno, pero dicha rapidez puede producir que el sistema interno reaccione muy rápido; produciendo que la bola salte de la viga y se pierda contacto con ella.

Para solucionar este problema se obliga a que el sistema tenga un tiempo de estabilización mucho mayor, como por ejemplo de 10 seg.

A continuación mostraremos la figura 2.4.3.1.1, la cual muestra una posición más adecuada para el cero agregado al sistema.



(A)



(B)

FIGURA 2.4.3.1.1. A) AJUSTE DEL CERO DEL CONTROLADOR PD; B) ACERCAMIENTO DEL CERO AGREGADO A LAS RAÍCES DOMINANTES DEL SISTEMA.

Este es un tiempo de estabilización mas alto pero mejor, manteniendo los parámetros de estabilidad propuestos, si el cero se continua moviendo más a la izquierda; es decir mas cerca de los dos polos que se encuentran en el origen, el Sobrenivel Porcentual disminuirá bastante; produciendo que el sistema no reaccione, y si sobrepasamos la ganancia de 4.45 en el compensador, el sistema se vuelve inestable, figura 2.4.3.1.2.

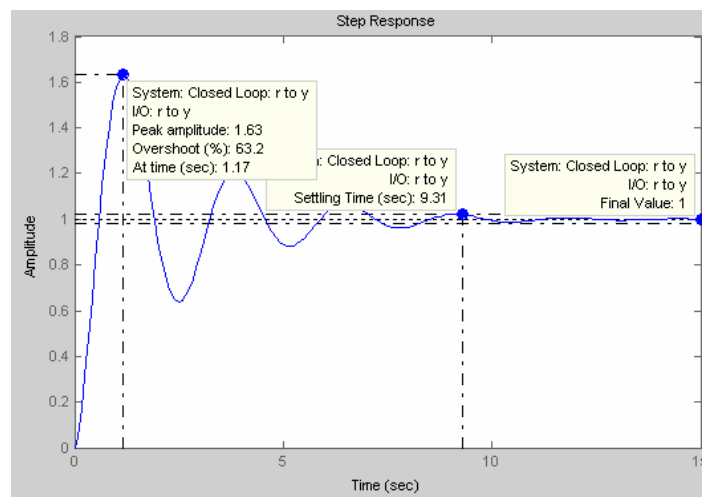
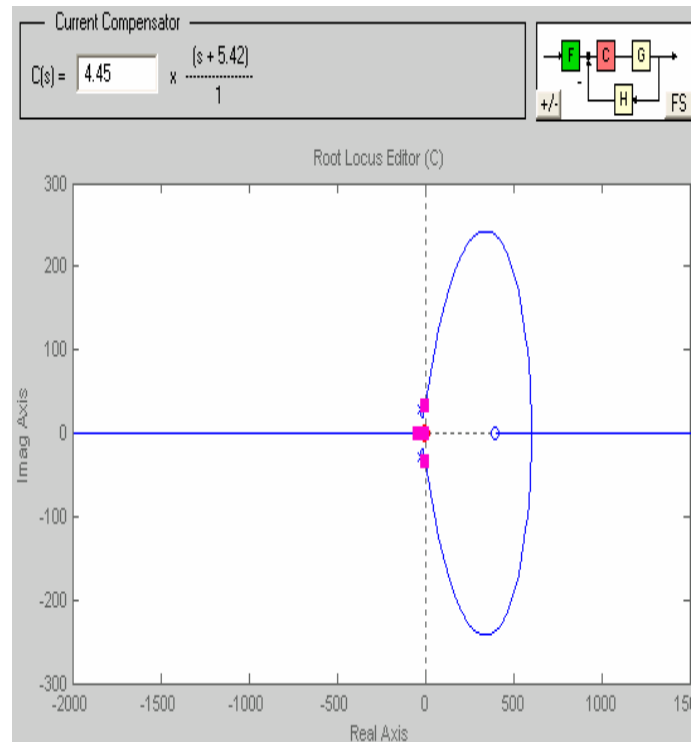


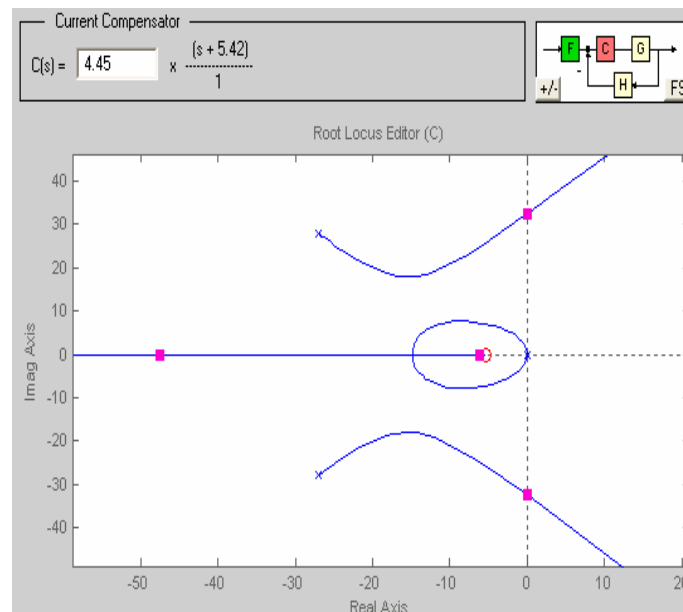
FIGURA 2.4.3.1.2. RESPUESTA DEL SISTEMA EN EL AJUSTE DEL TIEMPO DE ESTABILIDAD.

En la figura 2.4.3.1.3, se muestra el Lugar Geométrico de las Raíces del sistema en el instante que movemos los polos al límite de estabilidad e

ingresan al rango de inestabilidad. Se observa que si el valor de la ganancia aumenta a un valor mayor que 4.45 el sistema se vuelve totalmente inestable.



(A)



(B)

FIGURA 2.4.3.1.3. A) LÍMITE DE ESTABILIDAD DEL LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES; B) ACERCAMIENTO DE LA POSICIÓN DE LOS POLOS DOMINANTES AL LÍMITE DE ESTABILIDAD.

Cuando los polos entran al rango de inestabilidad, la respuesta del sistema comienza a oscilar y el sistema se vuelve inestable, figura 2.4.3.1.4.

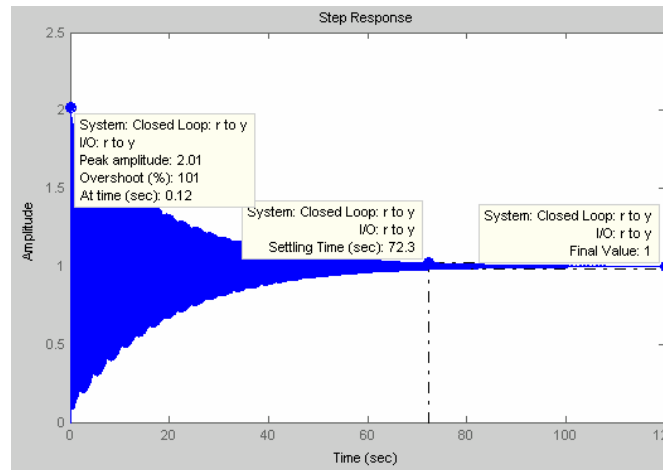


FIGURA 2.4.3.1.4 OSCILACIÓN DE LA RESPUESTA DEL SISTEMA AUMENTANDO EL TIEMPO DE ESTABILIDAD > 72 Seg.

El cero se encuentran ubicados en -5.42, con una Ganancia de 0.12. A continuación definimos el controlador PD como lo muestra la herramienta SISO:

$$PD = 0.12 \times (S + 5.42)$$

Al desarrollar este producto, obtenemos los parámetros del controlador PD como:

$$PD = 0.6504 + 0.12S$$



La figura 2.4.3.1.5, corresponde a la Respuesta al Escalón Unitario con el ajuste del controlador Proporcional Derivativo del sistema.

En esta gráfica, el eje de las abscisas corresponde al tiempo de estabilidad en segundos y el eje de las ordenadas corresponde al voltaje del sistema en voltios.

También, se muestran los valores de estabilidad en el punto de control de 2.5V. de voltaje y para una entrada Escalón Unitaria, estos valores son:

Sobrenivel Porcentual de 63.2% y tiempo de estabilidad de 9.31seg., con error de estado estacionario de 0.0 voltios.

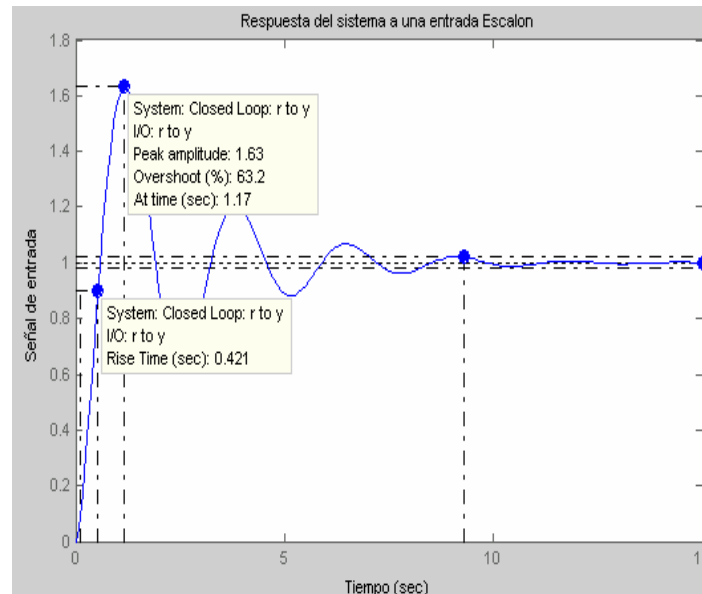
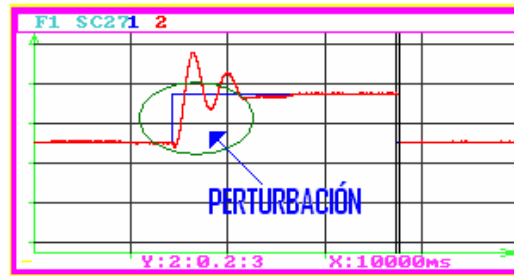


FIGURA 2.4.3.1.5. RESPUESTA A UNA ENTRADA ESCALÓN DEL SISTEMA TOTAL EN LAZO CERRADO CON EL AJUSTE DEL CONTROLADOR PD.

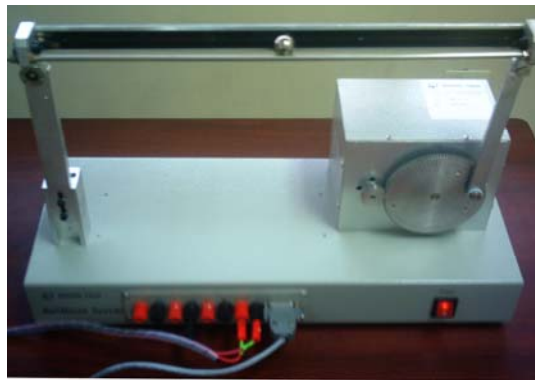
Esto concluye la etapa de diseño, ajuste y calibración de los controladores para la planta tanto en su lazo interno y en su lazo externo.

La figura 2.4.3.1.6 muestra respectivamente la respuesta real del sistema usando xPC Target y también su ubicación final en el punto de control para

la bola (20cm. medidos a partir de cualquier extremo de la viga), luego de haber sido perturbada.



(A)



(B)

FIGURA 2.4.3.1.6. A) RESPUESTA DEL SISTEMA TOTAL EN LAZO CERRADO FRENTE A UNA PERTURBACIÓN (GOLPEAR LA BOLA), B) SISTEMA EN EL PUNTO DE CONTROL.

# CAPÍTULO 3

## 3. DESARROLLO DE PRÁCTICAS PARA ESTUDIANTES.

### 3.1 Prepráctica.

En esta prepráctica se analizará el comportamiento de un sistema en cascada, el cual posee dos lazos de control; uno interno (esclavo) y el otro externo (maestro). La planta en el lazo interno tiene dominancia de segundo orden, en cambio la planta en el lazo externo es de naturaleza inestable.

También se destaca el uso de dos controladores independientes para ajustar la respuesta de este sistema para que tenga un comportamiento estable deseado.

Para nuestros propósitos se debe iniciar primeramente el análisis de la planta en el lazo interno, con la función de transferencia obtenida por medio del identificador de sistemas de Matlab para luego proceder al análisis de la planta en el lazo externo.

### **3.1.1 Objetivos:**

1. Usando la función de transferencia identificada que modela el comportamiento de la planta en el lazo interno, es decir la posición para el ángulo de la viga (eje del motor), determinar el controlador que asegura un comportamiento estable del sistema.
2. Determinar el tipo de controlador necesario para ajustar el comportamiento del lazo externo, para un cambio de referencia de tipo escalón.

### **3.1.2 Teoría:**

Un control en cascada es la combinación de dos controladores, donde la señal de salida de un controlador se convierte en el punto de ajuste del otro.

El control en cascada es usado cuando se presentan dos o más variables disponibles, pero solo una de ellas es manipulada.

Hay dos lazos en el diagrama de bloques de la Figura 3.1.2.1. El lazo interno se llama lazo secundario o esclavo y el lazo externo se llama lazo primario o maestro.

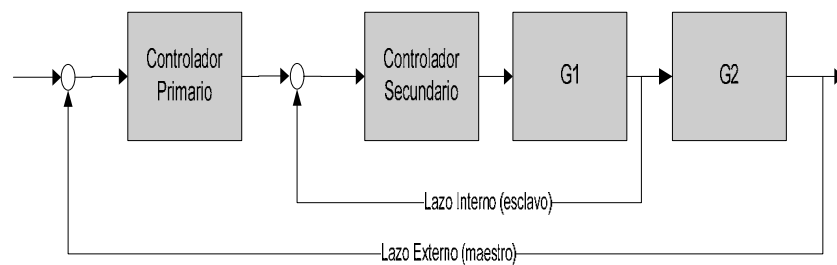


FIGURA 3.1.2.1 DIAGRAMA DE BLOQUES DE UN SISTEMA EN CASCADA.

**Condiciones que deben cumplirse en un sistema que desee controlarse con un control tipo cascada:**

1. Debe haber una relación bien definida entre las variables medidas, primaria y secundaria.
2. Los disturbios esenciales deben actuar en el lazo interno.
3. El lazo interno debe ser más rápido que el lazo externo.

La figura 3.1.2.2 muestra un diagrama de la configuración del sistema bola y viga, básicamente es un motor acoplado a un conjunto que denominaremos “bola y viga”, el motor es el encargado de controlar la viga a la misma que se acopla mediante dos engranes, sobre la viga la bola es libre de rodar a lo largo de toda su longitud.

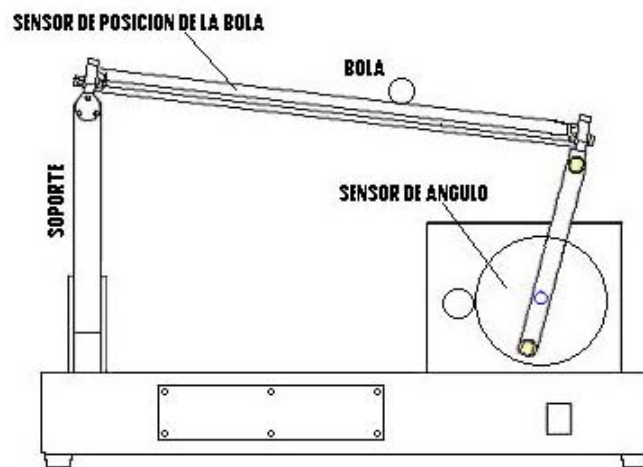


FIGURA 3.1.2.2. SISTEMA BOLA Y VIGA.

El propósito del controlador es posicionar la bola en el medio de la viga (esto es a 20cm.de cualquiera de sus extremos) pero manipulando la posición angular del motor y junto con este el de la viga.

Claramente identificamos los dos lazos de control para este sistema y de los cuales previamente ya habíamos hablado, el lazo interno (esclavo) se encargará de controlar la posición

del ángulo de la viga y el lazo externo (maestro) se encargará de controlar la posición de la bola sobre la viga misma.

Se pueden identificar dos funciones de transferencia que relacionan las variables involucradas en este sistema:

$$G_1(s) = \frac{\text{Voltaje de salida del Sensor de Ángulo}}{\text{Voltaje de entrada hacia el Motor}} = \frac{V_\theta}{V_{in}} \quad (3.1)$$

Y,

$$G_2(s) = \frac{\text{Voltaje de salida del Sensor de Posición}}{\text{Voltaje de salida del Sensor de Ángulo}} = \frac{V_x}{V_\theta} \quad (3.2)$$

### Dinámica del conjunto Bola y Viga.

Un diagrama simplificado de la geometría de este conjunto se muestra en la siguiente figura:

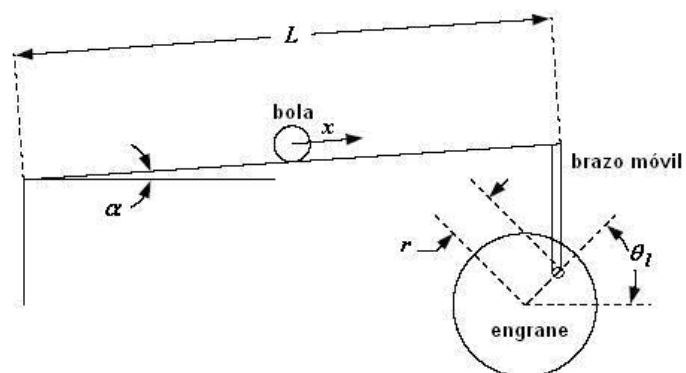


FIGURA 3.1.2.3. DIAGRAMA SIMPLIFICADO DE LA GEOMETRIA DEL SISTEMA BOLA Y VIGA.



Del diagrama de cuerpo libre se puede obtener la siguiente ecuación:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{5}{7}g \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (3.3)$$

La cual describe el movimiento del centro de masa de la bola. Se puede notar que la ecuación hallada es no lineal, para linealizarla usaremos la relación  $\text{Sen}\alpha = \alpha$ , que se cumple para ángulos pequeños.

$$\ddot{x} = \frac{5}{7}g\alpha \quad (3.4)$$

Aplicando la transformada de Laplace, tenemos:

$$\frac{X(s)}{\alpha(s)} = \frac{(5/7)g}{s^2} \quad (3.5)$$

Sustituyendo el valor de la gravedad ( $g=9.8 \text{ m/seg}^2$ ), obtenemos la función de transferencia del modelo bola y viga. Esta función relaciona el ángulo de la viga, con la posición de la bola a lo largo de la viga.

$$\frac{X(s)}{\alpha(s)} = \frac{7}{s^2} \quad (3.6)$$

### 3.1.3 Ejercicios de la prepráctica:

#### Ejercicio A:

A partir de la función de transferencia identificada que relaciona el voltaje aplicado al motor con el voltaje de salida del tacogenerador, que viene a ser la velocidad del eje del motor.

$$G(s) = \frac{W(s)}{V_{in}(s)} = \frac{-18.04s + 7139}{s^2 + 82.95s + 1459} \quad (3.7)$$

Encontrar la relación que hace que esta función de transferencia asocie la posición del eje del motor (ángulo de la viga) con el voltaje aplicado al motor.

Recordamos que:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}, \text{ en el dominio del tiempo; y que } \theta = \frac{1}{s}\omega, \text{ en el}$$

dominio de la frecuencia, tenemos la función de transferencia:

$$G_1(s) = \frac{V_\theta(s)}{V_{in}(s)} = \frac{1}{s} * \frac{-18.04s + 7139}{s^2 + 82.95s + 1459}$$

$$G_1(s) = \frac{-18.04s + 7139}{s^3 + 82.95s^2 + 1459s} \quad (3.8)$$

Usando la herramienta SIMULINK y la figura 3.1.3.1 verificar que el controlador hallado hace al sistema estable con un

tiempo de estabilización de 1 segundo y un sobre nivel porcentual menor o igual que el 5%.

La ecuación para el PID es:

$$PID = 5.814 + \frac{10.812}{s} + 0.204s \quad (3.9)$$

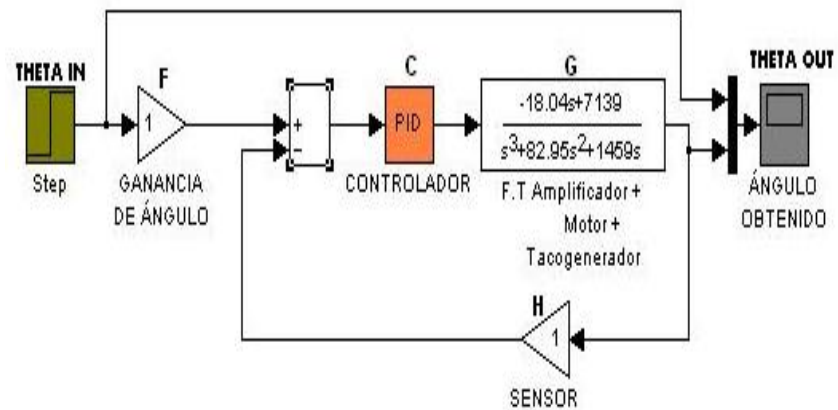


FIGURA 3.1.3.1. DIAGRAMA DE BLOQUES USADO PARA OBTENER EL CONTROLADOR DEL LAZO INTERNO.

Al usar simulink, la respuesta que se obtiene del controlador es la esperada, los resultados lo muestran la figura 3.1.3.2.

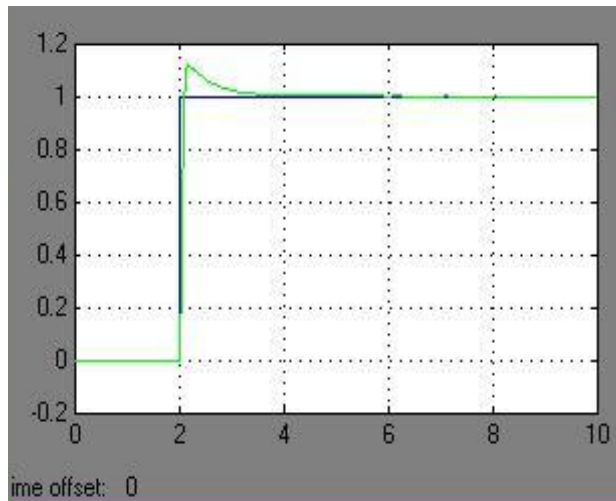


FIGURA 3.1.3.2. RESPUESTA AL ESCALÓN DEL CONTROLADOR DEL LAZO INTERNO.

### Ejercicio B:

Una función de transferencia de segundo orden similar a la obtenida para el lazo interno de la planta; ecuación 3.7 es la que se muestra a continuación:

$$G(s) = \frac{10(s+0.05)}{(s-2)^2} \quad (3.10)$$

La misma que corresponde al ángulo de avance de un helicóptero.

Diseñe un controlador  $G_c(s)$  tal que la respuesta tenga  $0.707 \leq \xi \leq 1$  y un tiempo de estabilización menor o igual a 2 seg. De ser posible especifique rangos para los parámetros del controlador.

Analizaremos inicialmente la respuesta que tiene el sistema en lazo cerrado sin introducir ningún controlador.

$$1 + \frac{10(s+0.05)}{(s-2)^2} = 0$$

De la ecuación anterior tenemos que:

$$s^2 + 8s + 4.5 = 0$$

$$2\xi\omega_n = 8$$

$$\omega_n^2 = 4.5$$

Verifiquemos si se cumplen las restricciones:

$$t_s = \frac{4}{\xi\omega_n} < 2 \rightarrow \xi\omega_n > 2$$

$$\omega_n^2 = 4.5 \rightarrow \omega_n = 2.12 \rightarrow \xi = 1.88$$

De las ecuaciones anteriores, se puede ver que el tiempo de estabilización sí se cumple pero no así la referente a  $\xi$ , primero intentaremos con un controlador proporcional.

$$1 + \frac{10K(s+0.05)}{(s-2)^2} = 0 \rightarrow s^2 + (10K-2)s + (4+0.5K) = 0$$

Ahora se tiene;

$$2\xi\omega_n = 10K - 2 \rightarrow \xi\omega_n = 5K - 1 > 2 \rightarrow K > 0.6(\text{obligatorio})$$

$$\omega_n^2 = 4 + 0.5K$$

Verificamos el cumplimiento de las restricciones:

$$t_s = \frac{4}{\xi\omega_n} < 2 \rightarrow \xi\omega_n = 5K - 1 > 2 \rightarrow K > 0.2$$

Escogemos  $\xi = 1$  para verificar que se cumplen todas las restricciones;

$$\xi = 1 \rightarrow \omega_n > 2 \rightarrow 4 + 0.5K > 4 \rightarrow K > 0$$

Por lo tanto, un controlador del tipo proporcional cuyo valor de  $K$  sea mayor que 0.6 cumplirá con nuestros requerimientos. Realizaremos una simulación en SIMULINK para comprobar los resultados obtenidos.

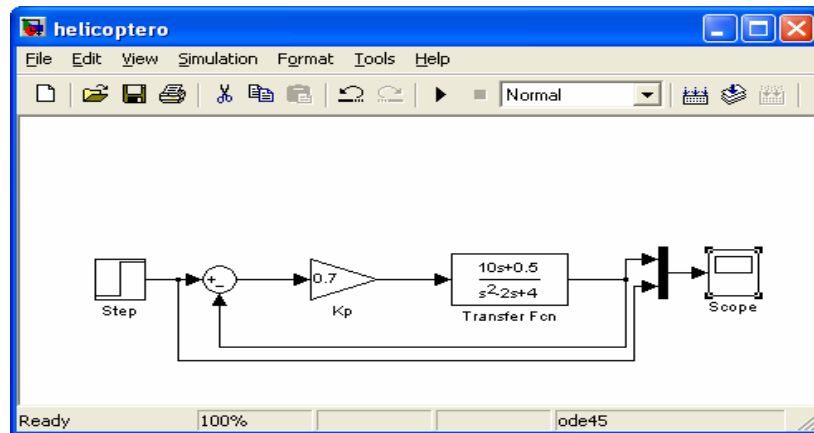
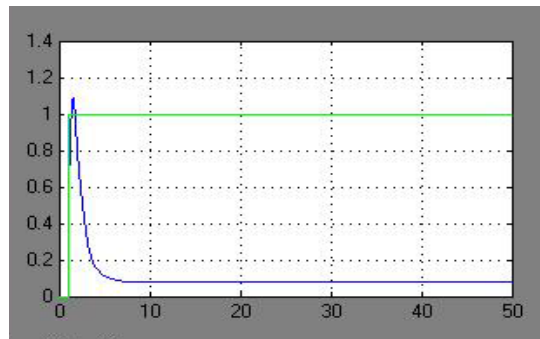
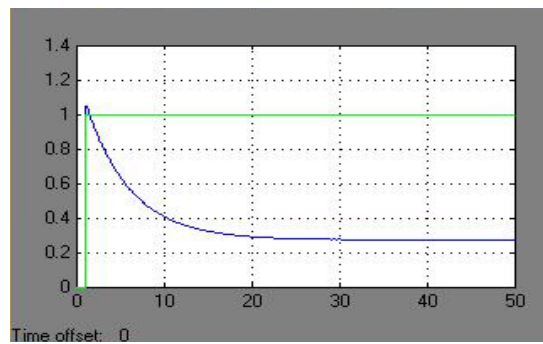


FIGURA 3.1.3.3. DIAGRAMA EN SIMULINK DEL EJERCICIO B.

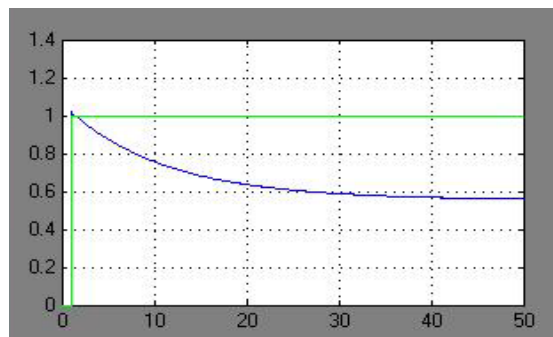
Los siguientes gráficos muestran la respuesta ante una perturbación del tipo escalón para diferentes valores de  $K$ .



(A)



(B)



(C)

FIGURA 3.1.3.4. RESPUESTAS ANTE UNA PERTURBACIÓN DE TIPO ESCALÓN PARA DIFERENTES VALORES DE  $K$  (A)  $K=0.7$ , (B)  $K=3$  y (C)  $K=10$ .

De la figura 3.1.3.4 se observa que las condiciones propuestas se cumplen pero se observa que el sistema tiene un error de estado estable considerable y que va disminuyendo a medida que se aumenta el valor de  $K$  pero que no se hace cero.

### **Ejercicio C:**

La función de transferencia para la planta en el lazo externo es la ecuación 3.6. Use SISOTOOL y grafique la trayectoria de las raíces que demuestra que ésta es totalmente inestable.

Luego de usar SISO, se encuentra la trayectoria de las raíces para el lazo externo.



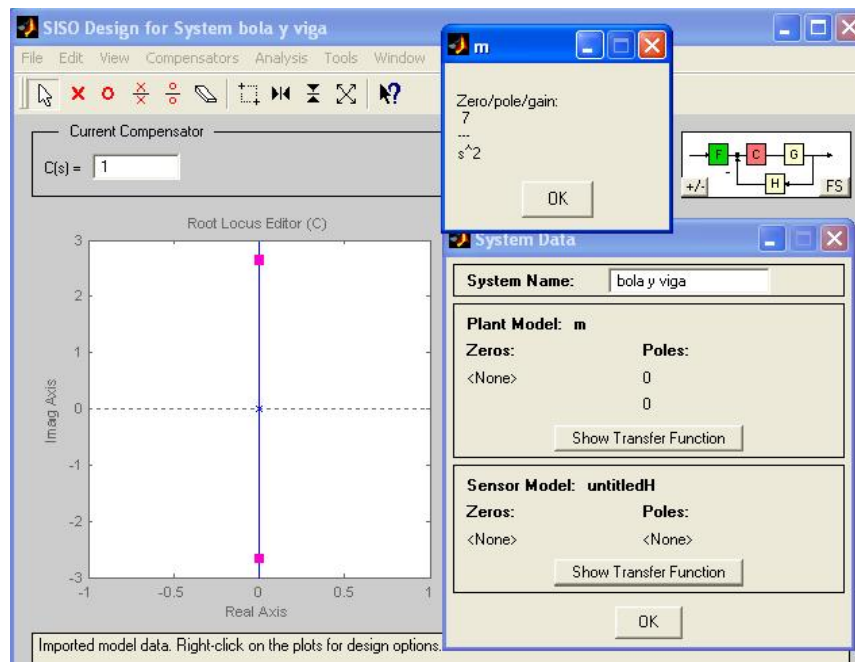


FIGURA 3.1.3.5. TRAYECTORIA DE LAS RAÍCES DE LA PLANTA EN EL LAZO EXTERNO.

#### Ejercicio D:

Use SIMULINK para simular la planta completa que se muestra en el diagrama de bloques de la siguiente figura, con el controlador para el lazo externo que tiene la forma de la ecuación 3.11.

$$PD = 0.97318 + 0.494s \quad (3.11)$$

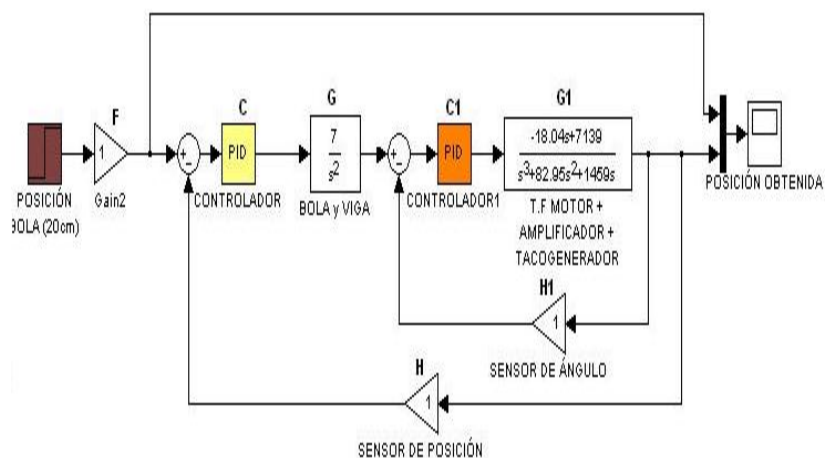


FIGURA 3.1.3.6. SIMULACIÓN DE LA PLANTA COMPLETA.

El resultado obtenido de la simulación se lo puede observar en la figura 3.1.3.7.

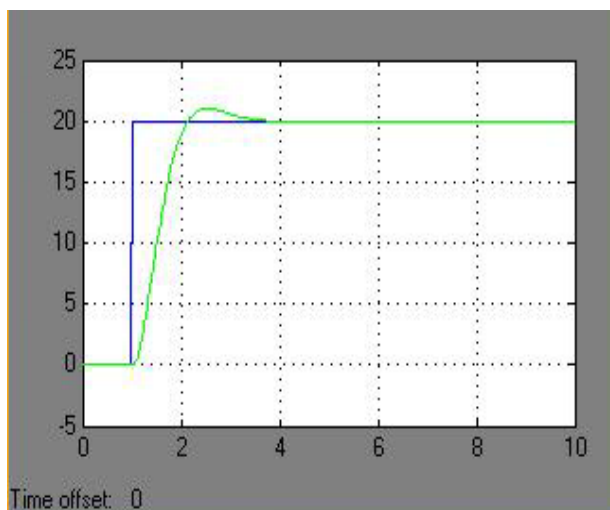


FIGURA 3.1.3.7. RESPUESTA AL ESCALÓN DE LA PLANTA COMPLETA CONTROLADA.

### 3.2 Práctica.

Un diagrama de bloques de la configuración de control propuesta se muestra en la siguiente figura:

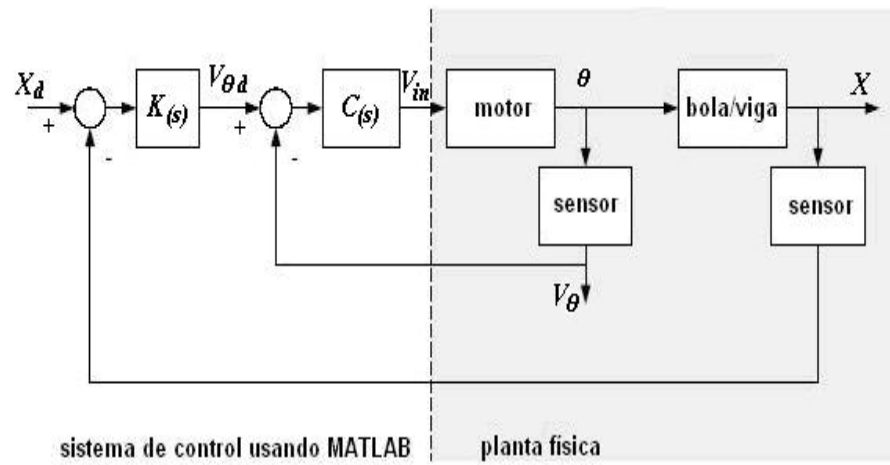


FIGURA 3.2.1. CONFIGURACION DEL SISTEMA BOLA Y VIGA EN LAZO CERRADO.

Hay dos fases en el proceso del diseño del controlador; en la primera de ellas, el lazo interno, es decir el control de posición del motor es diseñado, este diseño a de tomar en cuenta que su respuesta tiene que ser relativamente más rápida que el lazo de control para la bola y la viga. Una vez completada esta etapa, el sistema del motor ya controlado puede verse como parte de la dinámica de la planta.

Ahora, porque la dinámica se ha diseñado para ser rápida, la dinámica del sistema entero puede verse como un sistema de segundo-orden. Es más, incluso puede considerarse como una función de transferencia de ganancia constante de  $V_{\theta d}$  a  $V_{\theta}$  dado que el sistema se estabiliza rápidamente. La segunda fase es diseñar el lazo externo, es decir, el control de “posición” para la bola, para que la dinámica de la bola se controle apropiadamente.

### **3.2.1 Objetivos:**

Los objetivos para esta práctica de laboratorio son obtener un entendimiento completo sobre:

1. Diseñar un sistema de control para un sistema de segundo orden basado en especificaciones del dominio del tiempo.
2. Calibrar los dos lazos de control de la planta, el lazo interno que controla la posición del eje del motor y el lazo externo que controla la posición de la bola sobre la viga.

### 3.2.2 Ejercicios:

#### Ejercicio A:

Dada la función de transferencia identificada del lazo interno de la planta (ecuación 3.7), use SISO para obtener los polos y ceros de esta función de transferencia.

Plant Model: g	
Zeros:	Poles:
396	0
	-57.6
	-25.3

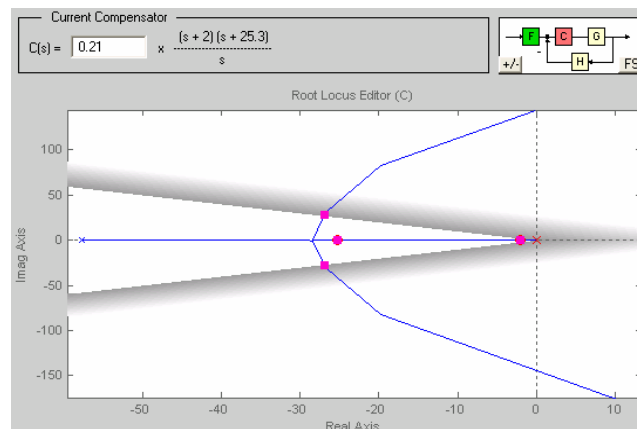
FIGURA 3.2.2.1. POLOS Y CEROS DE LA F.T. DEL LAZO INTERNO DE LA PLANTA.

Ahora obtendremos el controlador apropiado para que el sistema responda con un  $SP \leq 5\%$  y un tiempo de estabilización  $t_s \leq 0.2 \text{ seg}$ .

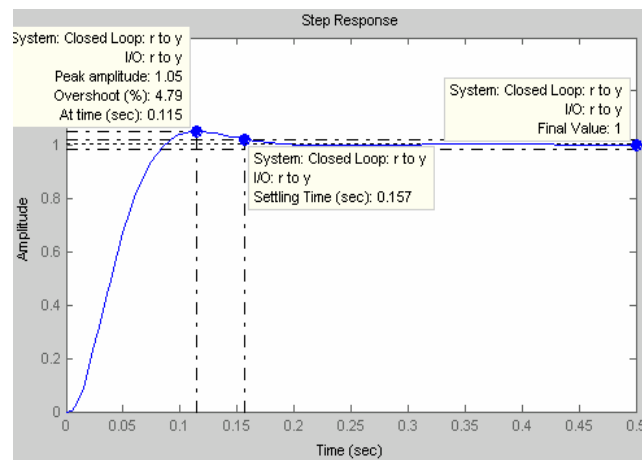
El método que usaremos para cumplir nuestros propósitos es el conocido como *reubicación de polos*, por lo que seguiremos los siguientes pasos:

1. Agregue un cero y un polo de la misma magnitud, asuma -2.

2. Coloque otro cero para que el sistema se estabilice en un tiempo considerable; alrededor del polo hallado anteriormente, -25.3.
3. Finalmente ajuste la trayectoria de las raíces hasta obtener las condiciones propuestas.



(A)



(B)

FIGURA 3.2.2.2. A) AJUSTE DEL CONTROLADOR, B) RESPUESTA AL ESCALÓN.

### **3.2.3 Equipos:**

1. Dos computadores.
2. Un diskette de xpctarget para el computador designado como "ESTACION02".

### **3.2.4 Procedimiento Experimental:**

Observaremos el comportamiento del sistema bola y viga constituido básicamente por un motor y el conjunto denominado "bola y viga". Usaremos MATLAB para la generación de señales y de gráficos.

1. Encender el computador "ESTACIÓN10" y ejecutar MATLAB.
2. Encender el computador "ESTACIÓN02" con el diskette del xpctarget puesto en la diskettera.
3. Abrir el archivo de Simulink "bola-viga".

4. Verificar los parámetros de cada uno de los dos controladores.

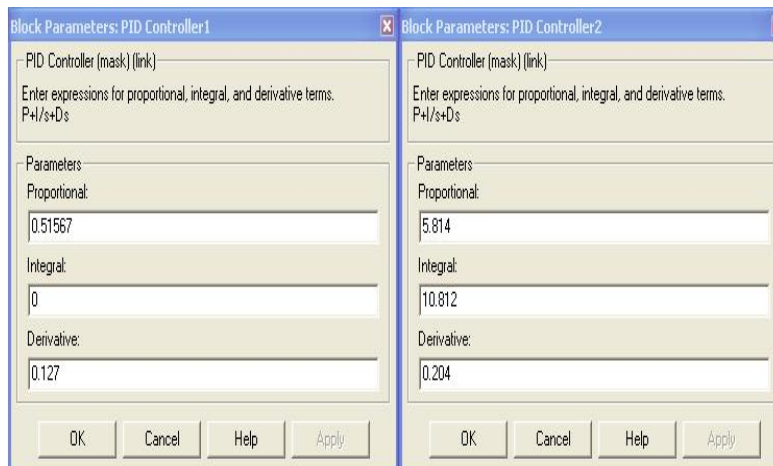


FIGURA 3.2.4.1. PARÁMETROS DE LOS CONTROLADORES DE LA PLANTA COMPLETA.

5. Verificar los parámetros para el offset del ángulo.

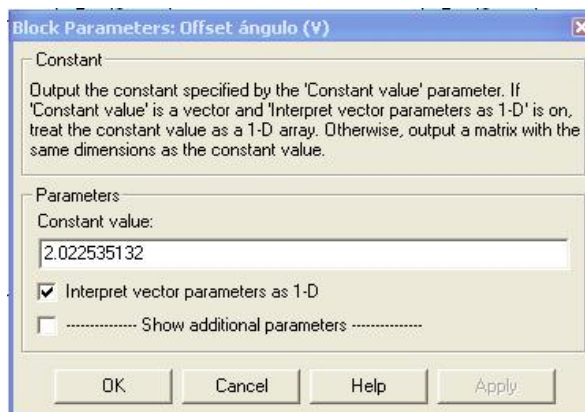


FIGURA 3.2.4.2. PARÁMETROS PARA EL OFFSET DEL ÁNGULO.

6. Haga clic en el botón “build all”.



7. En la ventana de comandos de MATLAB ejecutar el comando *xpcrctool*.
8. Antes de iniciar la aplicación, debe sostener la viga en posición horizontal y ubicar la bola en medio de la misma.
9. En la ventana del *xpcrctool* haga clic en el botón “start target application”.
10. Observará que puede dejar de sostener la viga y como el controlador la mantiene en equilibrio.
11. Dé un ligero golpe a la bola en cualquier dirección.



FIGURA 3.2.4.3. PERTURBACIÓN APLICADA A LA BOLA  
UNA VEZ QUE SE HALLA EN EQUILIBRIO.

12. Espere a que el controlador actúe y observe los resultados.

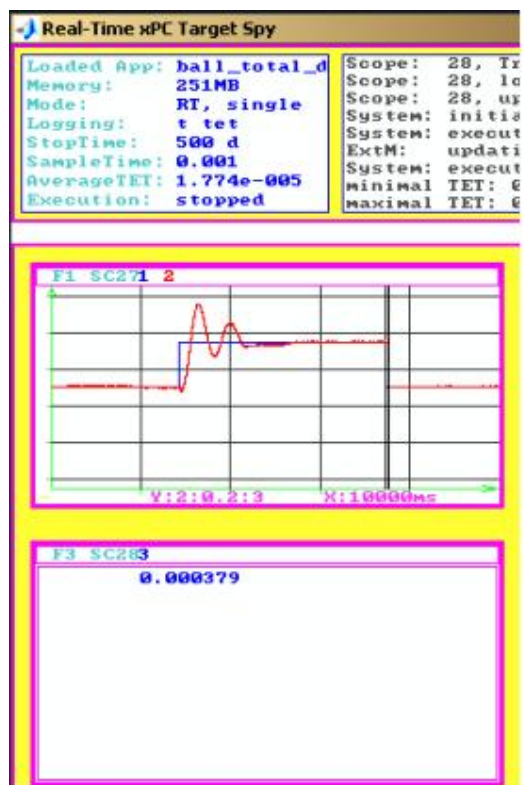


FIGURA 3.2.4.4. RESPUESTA DEL SISTEMA ANTE LA PERTURBACIÓN.

## CONCLUSIONES

1. Este proyecto servirá para demostrar a los estudiantes de la facultad algunas de las capacidades de los sistemas de control. Los estudiantes podrán cambiar los parámetros de los controladores y observar cómo afectan en la respuesta dinámica del sistema.
2. Para controlar este tipo de planta, se ha usado un Controlador en Cascada, con un lazo maestro o externo y un lazo esclavo o interno, el lazo interno controla la posición del ángulo visto en la carga (engrane mayor) y este debe ser considerablemente más rápido que el lazo externo que controla la posición de la bola, para que la dinámica del lazo interno no afecte la respuesta en lazo cerrado del sistema total.
3. Se diseñó un controlador PID para estabilizar el sistema interno (esclavo) en lazo cerrado, aunque el modelo a controlar teóricamente es de tipo uno, se implementó este controlador porque el sistema

presento error de estado estacionario; entonces se llego a la conclusión que existen factores que impiden que el sistema sea de tipo uno.

4. Se diseño un controlador PD para estabilizar el sistema total en lazo cerrado, pero el sistema muestra error de estado estacionario; debido a la diferencia que existe entre la fricción estática y dinámica de la bola.
5. Para las perturbaciones externas comúnmente conocido como ruido proveniente de la medida de los sensores de posición, de dispositivos conectados a la línea de alimentación ó debido a defectos mecánicos en el sistema se implementaron filtros digitales pasa bajas, los cuales atenúan significativamente dichas perturbaciones, estos filtros fueron implementados vía software, por economía y facilidad de diseño.
6. El sistema es definitivamente no lineal, por lo tanto un controlador lineal tendrá diferentes comportamientos para diferentes posiciones de la bola. La bola es parte de la planta, la posición de la bola es la variable a controlar y por tanto no puede considerarse una perturbación.

7. El uso de tecnología de última generación en el campo de la adquisición de datos y programación facilita los estudios y cálculos necesarios para la implementación del sistema de control y se logró reemplazar dispositivos convencionales, demostrando que es posible, mediante software mejorar sistemas tradicionales y alcanzar alta confiabilidad y eficiencia.

## RECOMENDACIONES

1. Al momento de iniciar el experimento se debe limpiar muy bien y con mucho cuidado el sensor para la posición de la bola, por cuanto se pueden obtener falsas lecturas y provocar que el sistema reaccione diferente a lo esperado; debido al mal contacto entre la bola y viga producto de la suciedad.
2. Un filtro debe usarse para reducir el ruido en la medición del sensor de la bola. Si se reduce el ancho de banda del filtro se altera la respuesta en lazo cerrado, hay que tener mucho cuidado en la selección del filtro puesto que un excesivo retardo podría resultar que el sistema total en lazo cerrado se torne inestable.
3. Se debe tener muy en cuenta que los estudiantes solamente podrán cambiar los parámetros de los controladores, con la ayuda del ayudante del laboratorio de control designado y observar cómo

afectan a la respuesta del sistema. Por cuanto un estudiante que no se encuentre familiarizado con el sistema, podría descalibrarlo.

4. Para el control del lazo externo, se puede utilizar un controlador PID, probando con valores pequeños de  $K_i$  y esperar a ver que sucede, pero la bola nunca se posicionará con error cero, por eso se recomienda  $K_i = 0$ .

## **ANEXO A**

### ***Matlab & Simulink***

#### **MATLAB**

Matlab por sus siglas en inglés significa Matrix Laboratory, fue inicialmente concebido para proporcionar fácil acceso a las librerías LINPACK y EISPACK, las cuales representan hoy en día dos de las librerías más importantes en computación y cálculo matricial. Éste programa fue creado para trabajar principalmente con matrices aunque también permite la posibilidad de trabajar con números reales y complejos.

A Matlab se le puede considerar como un lenguaje de programación (como C++) enfocado hacia el análisis numérico y matemático, y cuenta con características muy especiales como por ejemplo: la



continuidad entre valores enteros, reales y complejos. Lo anterior significa que no hay necesidad de declarar las variables antes de ser utilizadas, ya que todas son tratadas por igual. También la biblioteca de funciones que está incluida con MatLab es mucho más amplia que la de cualquier otro lenguaje de programación; incluye abundantes herramientas gráficas, incluido una GUI y también se puede vincular con otros lenguajes de programación: Todo lo anterior son sólo algunas de las características de MatLab.

Ha llegado el momento de iniciar el Matlab en su ordenador. Observará una pantalla similar a la siguiente (esta pantalla puede variar un poco dependiendo de la versión):

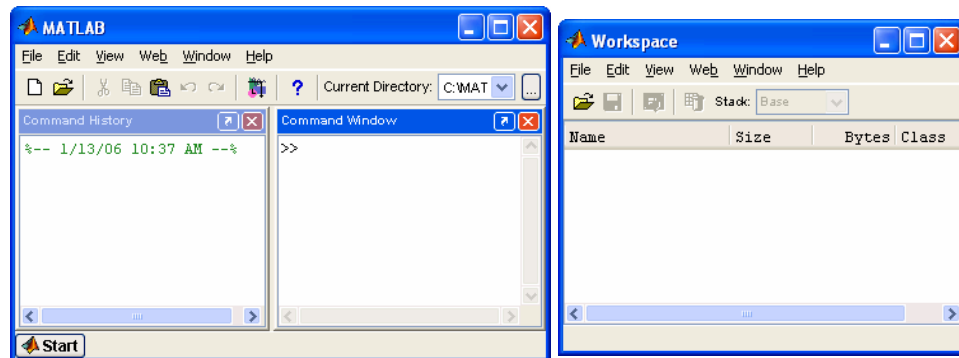


FIGURA 1. VENTANA DE COMANDOS (COMMAND WINDOW) Y ESPACIO DE TRABAJO (WORKSPACE) DEL ENTORNO MATLAB.

La figura anterior, muestra los siguientes elementos:

**La ventana del área de trabajo (workspace):** en ella se muestran las variables con las que estamos trabajando actualmente. Esta ventana tiene en su parte inferior una pestaña llamada directorio actual (Current Directory) que nos mostrará nuestro directorio actual de trabajo y los archivos que contiene.

**La ventana del historial de comandos (command history):** es la ventana en la cual se almacenan los comandos que hemos introducido de manera cronológica.

**La ventana de comandos (command window):** es por medio de la cual introducimos los datos y observamos los resultados. Cuando se muestra el símbolo " » " en esta ventana, significa que el programa está listo para que empecemos a introducir comandos.

Siendo MatLab la plataforma de trabajo se ha utilizado el **Simulink** para poder realizar las simulaciones por medio de diagramas de bloques.

## **SIMULINK**

Es una extensión de MATLAB que usa una interfaz manejo de icono para la construcción de una representación de diagrama de bloque de un proceso.

Un diagrama de bloque simplemente es una representación gráfica de un proceso (qué está compuesto de una entrada, el sistema, y un rendimiento).

Una de las razones por qué MATLAB es relativamente fácil usar, es que los “elementos de solución de la ecuación” se proporciona para nosotros, y nosotros accedemos a éstos a través de una interfaz de línea de orden (CLI); sin embargo, SIMULINK usa una interfaz del usuario gráfica (GUI) que nos ayuda a resolver las simulaciones de un proceso.

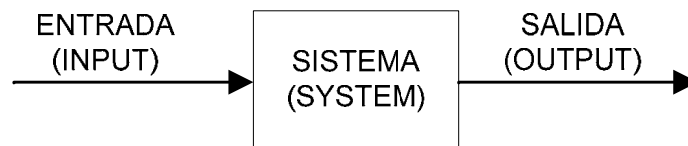


FIGURA 2. DIAGRAMA DE BLOQUES TÍPICO DE UN PROCESO.

En lugar de que se codifique en MATLAB, nosotros conectamos simplemente "los iconos" juntos para construir el diagrama del bloque. El "los iconos" representa las posibles entradas al sistema, las partes de los sistemas, o rendimientos del sistema.

SIMULINK le permite al usuario simular los sistemas fácilmente de lineal y nonlinear, las ecuaciones del diferencial ordinarias.

La simulación dinámica empaqueta (como MATLAB, SIMULINK, etc.) está usándose cada vez más frecuentemente en las industrias del proceso químicas para la simulación del proceso y plan de sistema de mando.

SIMULINK trabaja bajo programación de iconos (programación orientada a objetos) lo cuál permite una simulación dinámica al usuario, realizando una representación de diagrama de bloque de un proceso.

Las secciones del diagrama del bloque son representadas por iconos que están disponible en varias "ventanas" que el usuario abre (a través del pulsar el botón doble en el icono).

El diagrama del bloque está compuesto de iconos que representan secciones diferentes del proceso (las entradas, modelos del estado-espacio, funciones

de transferencia, rendimientos, etc.) y conexiones entre los iconos (qué se hace dibujando una línea que conecta los iconos).

Una vez el diagrama del bloque es construido, uno tiene que especificar los parámetros en los varios bloques, por ejemplo la ganancia de una función del traslado.

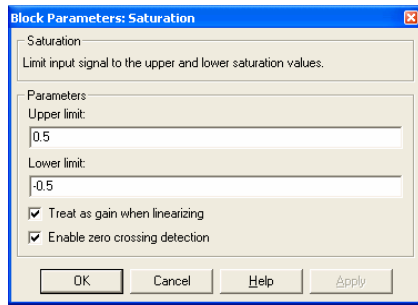
Para usar SIMULINK el estudiante debe comenzar una sesión de MATLAB (pulse el botón en el botón de MATLAB).

Una vez MATLAB ha puesto en marcha, se puede escribir simulink (letras minúsculas) en la línea de comando de MATLAB seguido por ENTER; también puede dar un click directo en el icono de Simulink que se encuentra en la barra superior de trabajo de MATLAB.

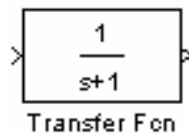
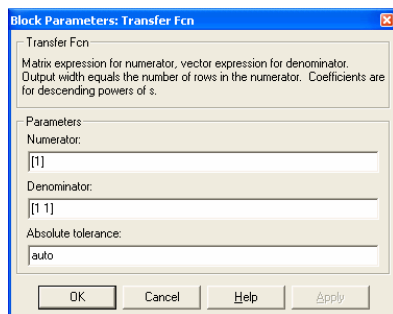
Una ventana de SIMULINK debe aparecer brevemente, con los iconos siguientes: Fuentes, Discreto, Lineal, Nonlinear, Conexiones, los Extras (dependerá si existen más ventanas de la versión del programa).

Después se va al menú archivo, en esta ventana se escoge Nuevo para empezar construyendo la representación de diagrama de bloque del sistema de interés.

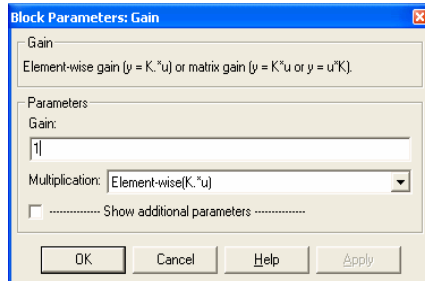
A continuación detallaremos cada icono utilizado en el diagrama de bloque, especificando su funcionamiento y principal parámetro de control.



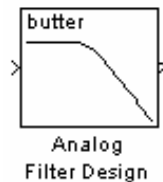
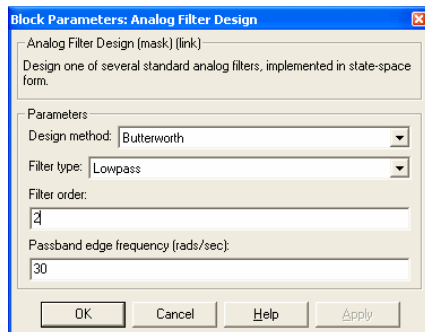
**Saturation:** Es usado con la finalidad que la salida no sea superior e inferior a los valores pre – establecidos. Los parámetros principales de configuración de este bloque son: límite superior y límite inferior que son los máximos valores permitidos de salida.



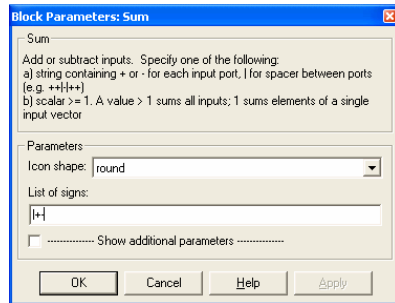
**Transfer Fcn:** Este bloque nos facilita una Función de transferencia con una ganancia K y un polo. Los parámetros principales de este bloque son la ganancia del numerador K, y los dos valores del denominador que selecciona la posición del polo. Este bloque ha sido utilizado en la tesis con dos finalidad: controlador PI y filtro de señales de entrada.



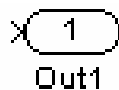
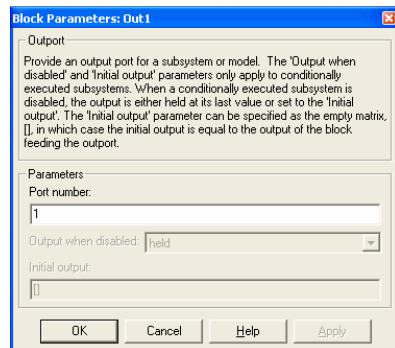
**Gain:** Este bloque multiplica la señal de entrada por el valor que haya sido predeterminado. El parámetro principal de este bloque es la ganancia que puede ser: positiva, negativa o quebrados. En la tesis es utilizada en muchos casos como: adaptación de señales, amplificaciones de señales, conversiones y ajustes.



**Analog Filter Design:** Este bloque tiene similar característica Transfer Fcn, trabaja como un filtro, pero tiene una característica especial; ya que es un filtro analógico Butterworth de segundo orden, y es pasabajo (Lowpass). Este bloque es utilizado con la finalidad de eliminar ruidos de baja frecuencia en las señales de entrada y salida del sistema, como la del sensor de posición para la bola.

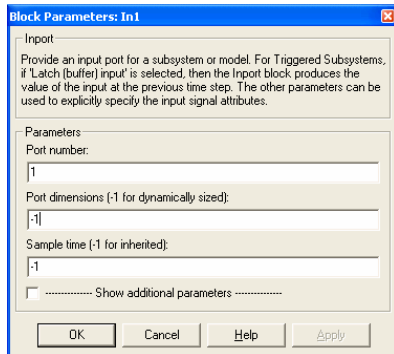


**Sum:** El bloque sum es usado para sumar dos señales. Su principal parámetro de modificación es la cantidad de sumatorias que se desea, esto se especifica colocando la cantidad de signos + (más) como sumando se tenga dentro del sistema; también se puede colocar signos – (menos). En la tesis es utilizado como sumador y comparador.

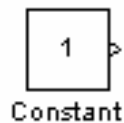
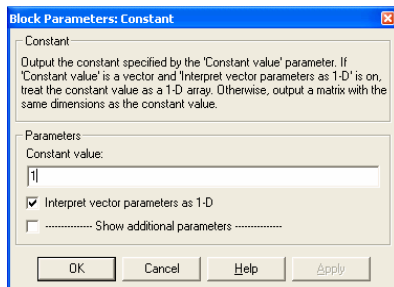


**Output:** Es un puerto de salida muy utilizado para realizar bloques de agrupaciones. El puerto de salida siempre trabaja junto con un puerto de entrada en los bloques de agrupación y el parámetro a modificarse es precisamente el número del puerto.

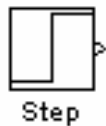
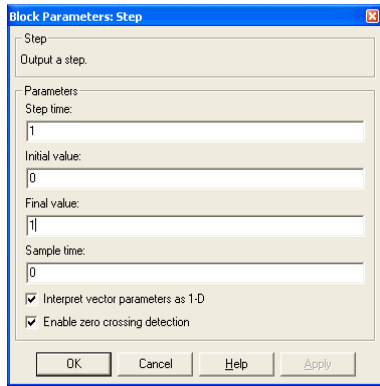




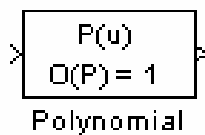
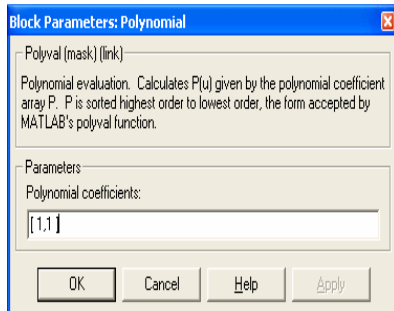
**Inport:** Es una entrada para sub – subsistema y modelos, es el complemento del outport y es usado en nuestra tesis en los bloques de agrupación. Su parámetro de modificación principal es el número del puerto.



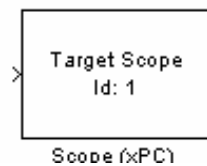
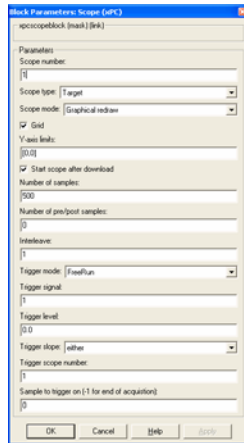
**Constant:** Este bloque entrega una valor constante que puede ser utilizada en cualquier operación matemática o como valores especificado de algún sistema. Su principal parámetro de modificación es el valor de la constante que puede ser cualquier número real. En nuestra tesis es el nivel ingresado en centímetros.



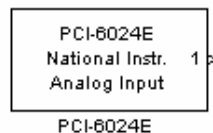
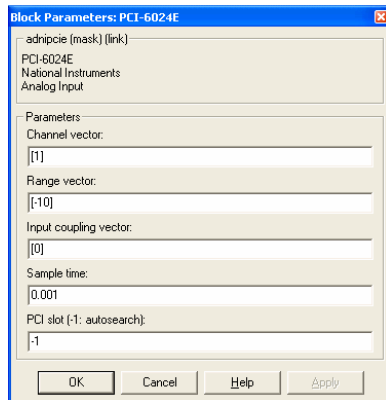
**Step:** Este bloque envía una señal tipo escalón. Sus parámetros principales de modificación son: el tiempo de ingreso de la señal y la amplitud del mismo (valor máximo y valor mínimo). Es usado también como perturbación pero de un sólo paso.



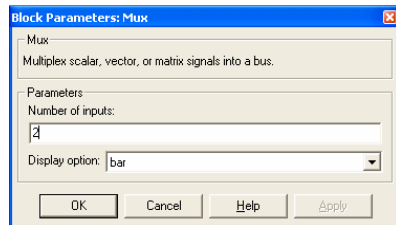
**Polynomial:** Este bloque es utilizado para escribir funciones matemáticas de diferente orden, el cuál toma como valor de la variable la señal que ingresa al bloque. El parámetro principal de modificación son las constantes de la función, y es usada dentro de la tesis para realizar conversión de señales.



**Scope(xPC):** El bloque del Osciloscopio, nos permite visualizar una señal de Simulink en tiempo real con la aplicación xPC target. Los parámetros principales de modificación son: forma de presentar la señal, número de muestra tomadas, modo de disparo.



**PCI-6024E:** Este bloque simula la tarjeta de ingreso y salida de señales National Instrument 6024E. Por medio de este bloque se realiza la interface de entrada y salida de señales entre Simulink y el sistema físico. Sus principales parámetros son el canal o puerto y el rango de trabajo.



**MUX:** Este bloque nos permite conectar diferentes señales para poderlas observar en el osciloscopio, tomando datos de entrada y salida al mismo momento si se requiere. El bloque acepta las siguientes señales: escalar, vector o matriz.

Existen más bloques, pero los mencionados son aquellos que se han utilizado en el desarrollo de la tesis; en cada uno de los listado que aparecen en Simulink la cantidad de bloques pueden variar dependiendo de la versión del programa que se esté utilizando y de la licencia que se haya comprado.

## **ANEXO B**

### **Tarjeta de Adquisición de datos**

#### **Tarjeta PCI-6024E**

La tarjeta PCI-6024E de National Instruments es una arquitectura completa para adquisición de datos.

Es un sistema modular que permite la comunicación entre la computadora y los procesos, es un sistema de entrada y salida de datos, la principal característica de este sistema es trabajar en el campo cerca de los procesos dejando el monitoreo y control en posiciones remotas.

Esta interfase convierte a la computadora en importante instrumento de análisis de datos, control y monitoreo, en tiempo real.

Dispone de: entradas y salidas analógicas, entradas y salidas digitales, disparo digital, contadores y temporizadores.

Características técnicas:

- 200 K s/s, 12 bits de resolución, 16 entradas analógicas de tierra común.
- 2 salidas analógicas.
- 2 contadores timer de 24 bits.
- 8 líneas digitales de I/O de 5V/TTL.
- Disparo Digital.
- Configurable por software.
- Disponible para PCI, PCMCIA, PXI y SCXI.

La tarjeta de adquisición de datos toma 200.000 muestras por segundo (200Ks/s), además la adquisición se inicia por software.

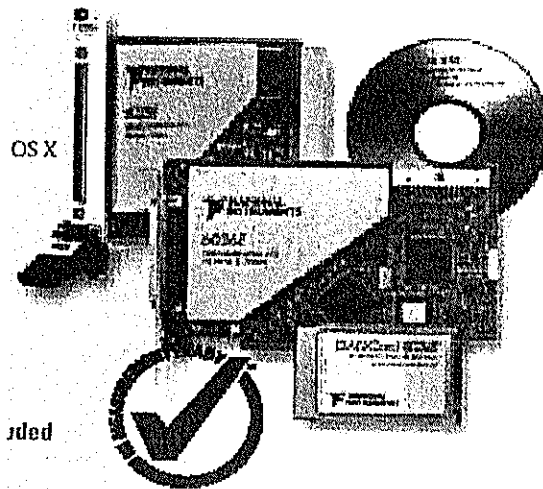


FIGURA 1. TARJETA PCI – 6024E DE NATIONAL INSTRUMENTS.

Esta tarjeta opera con los siguientes sistemas: Windows 2000/NT/XP, el Real Time funcionando con el programa de LabVIEW o con el programa de MATLAB, o con Linux.

Además esta tarjeta es compatible con los lenguajes de programación de Visual Basic y C/C++.

El voltaje de entrada y salida analógico que soporta la tarjeta PCI-6024E está en el rango entre 0 a 10V DC, y la corriente que soporta está en el rango de 250 a 750mA.

La tarjeta PCI-6024E posee el bloque conector CB-68LP y el bus conector de datos Serie E, para la comunicación de datos entre la tarjeta y el bloque conector.

### **Bloque conector CB-68LP.**

El bloque conector CB-68LP cuenta con una gran variedad de borneras de entrada y salida (I/O), tanto analógicos como digitales, que permite efectuar conexiones con una gran gama de sensores para adquisición de datos, como termocúplas, RTD, sensores transductores eléctricos de nivel, presión, flujo, y asimismo con una gran variedad de elementos de control como transductores de corriente a presión válvulas de control, etc., mediante módulos de salidas analógicas y digitales.

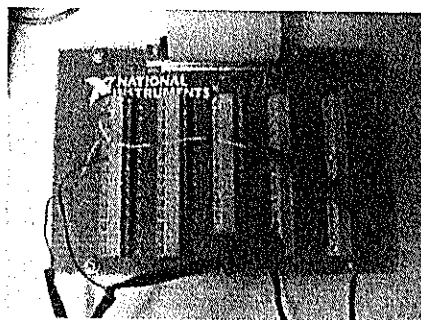


FIGURA 2. BLOQUE CONECTOR CB – 68LP.



### Características Técnicas:

- Tiene 68 terminales por bornera.
- Soporta flujo de corrientes máxima de 160 mA por bornera.
- Soporta voltaje de I/O entre 0 V a 10 V por bornera.
- El voltaje máximo de I/O es de 10 V.
- Esta montada en una placa para fácil montaje de campo.
- No se encuentra blindado, como ocurre con otros modelos.
- Dimensiones del bloque conector: 14.35 cm. por 10.74 cm.

El bloque conector posee una tabla de descripción de cada una de las 68 borneras, para la habilitación correcta de cada entrada y salida.

ACH8	34	68	ACH0
ACH1	33	67	AIGND
AIGND	32	66	ACH9
ACH10	31	65	ACH2
ACH3	30	64	AIGND
AIGND	29	63	ACH11
ACH4	28	62	AISENSE
AIGND	27	61	ACH12
ACH13	26	60	ACH5
ACH6	25	59	AIGND
AIGND	24	58	ACH14
ACH15	23	57	ACH7
DAC0OUT <sup>2</sup>	22	56	AIGND
DAC1OUT <sup>2</sup>	21	55	AOGND <sup>2</sup>
EXTREF <sup>2</sup>	20	54	AOGND <sup>2</sup>
DIO4	19	53	DGND
DGND	18	52	DIO0
DIO1	17	51	DIO5
DIO6	16	50	DGND
DGND	15	49	DIO2
5 V	14	48	DIO7
DGND	13	47	DIO3
DGND	12	46	SCANCLK
PFI0/TRIG1	11	45	EXTSTROBE*
PFI1/TRIG2	10	44	DGND
DGND	9	43	PFI2/CONVERT*
5 V	8	42	PFI3/GPCTR1_SOURCE
DGND	7	41	PFI4/GPCTR1_GATE
PFI5/UPDATE*	6	40	GPCTR1_OUT
PFI6/WFTRIG	5	39	DGND
DGND	4	38	PFI7/STARTSCAN
PFI9/GPCTR0_GATE	3	37	PFI8/GPCTR0_SOURCE
GPCTR0_OUT	2	36	DGND
FREQ_OUT	1	35	DGND

† No Connect on Devices without Analog Output

## 68-Pin E Series 16 AI Channels

FIGURA 3. DESCRIPCIÓN DE BORNERAS DEL BLOQUE

CONECTOR CB-68LP.

## **Bus de Datos Serie E.**

El Bus de datos de 68 pines Serie E, sirve para intercomunicar el bloque conector CB-68LP con la tarjeta de adquisición PCI-6024E, además permite la comunicación entre la computadora y los demás módulos del sistema.

### **Características Técnicas:**

- Bus plano de 68 pines y terminales para el bloque conector y la PC.
- El largo del bus de datos es de 1 m.
- Cable para trabajar con la serie E.

## **Adquisición de Datos del Sistema**

Para iniciar la adquisición de datos del sistema, se procede desde el diseño del sistema en Simulink, en este caso no detallaremos los pasos para diseñar el sistema en Simulink, por lo que explicaremos los procedimientos del diseño a partir del diseño del sistema en Simulink. Los pasos para la adquisición de datos de la planta son los siguientes:

Paso 1:

Desde la ventana del Simulink Library Browser, figura 4, se selecciona la función del xPC Target para habilitarla los diferentes bloques del xPC Target.

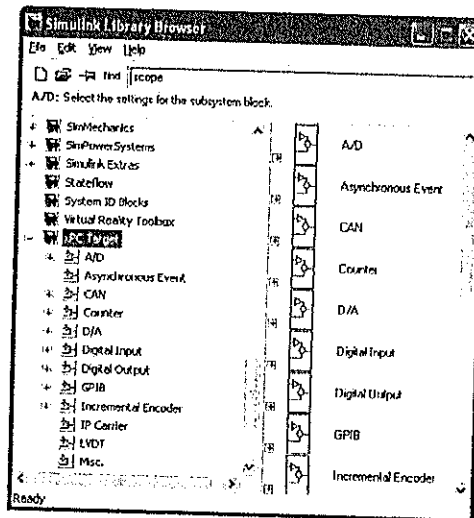


FIGURA 4. SELECCIÓN DE LA FUNCIÓN xPC TARGET.

Paso 2:

La librería del xPC Target posee varias funciones. Seleccionamos el bloque para habilitar las entradas y salidas analógicas de nuestro sistema, los dispositivos conectados al sistema son: el motor DC, el sensor de ángulo y el sensor lineal para la bola.

El bloque D/A del xPC Target, figura 5, sirve para habilitar la entrada analógica, y se escoge el bloque de National Instruments, para

seleccionar la opción PCI-6024E, este bloque es para la habilitación de los sensores.

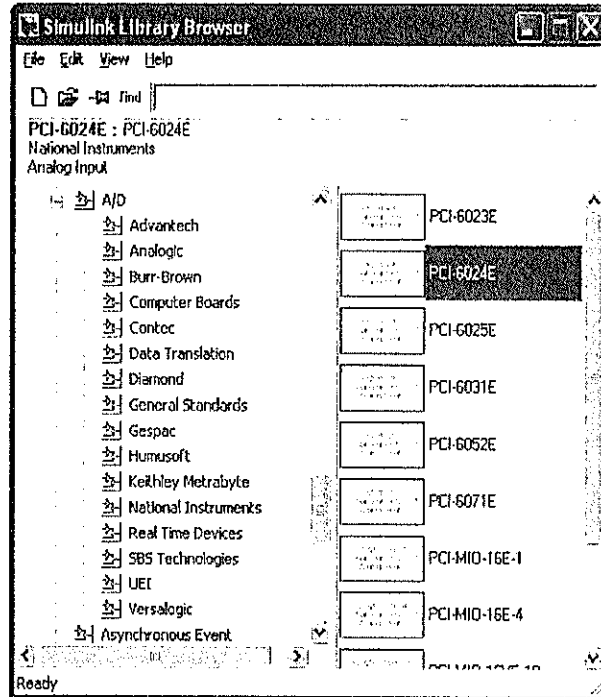


FIGURA 5. SELECCIÓN DEL BLOQUE DE ENTRADA ANALÓGICA PARA LA TARJETA PCI-6024E.

Así mismo seleccionamos el bloque para habilitar la salida analógica, en este caso es el voltaje de control del motor DC que va a la entrada de la etapa amplificadora y de allí al motor.

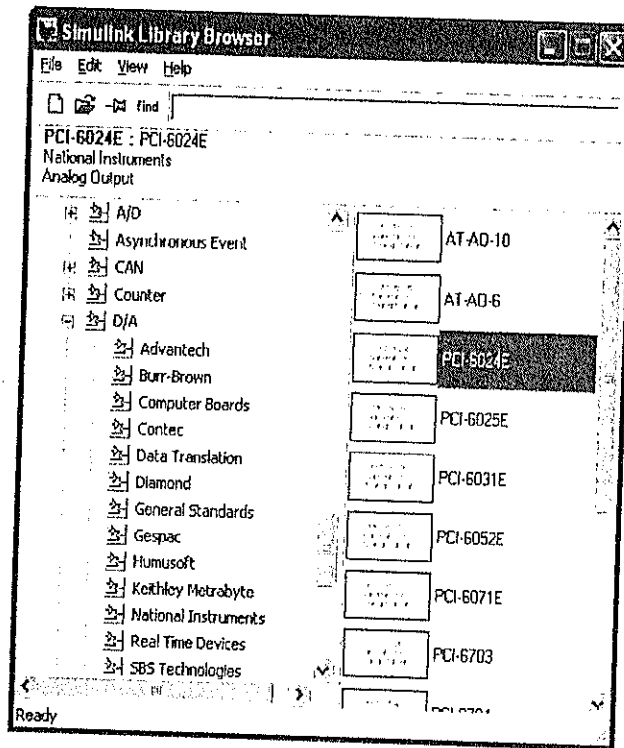


FIGURA 6. SELECCIÓN DEL BLOQUE DE SALIDA ANALÓGICA PARA LA TARJETA PCI-6024E.

Cada uno de los bloques seleccionados como entrada y salida analógica del sistema se los conecta al diagrama de bloque del Simulink.

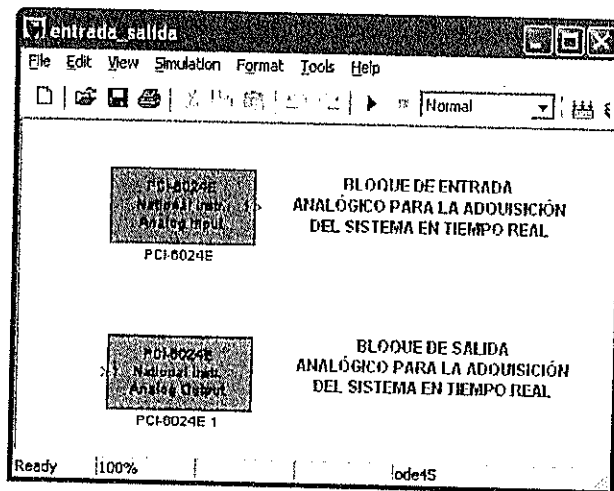


FIGURA 7. BLOQUES DE ENTRADA Y SALIDA ANALÓGICO PARA HABILITARLOS AL SISTEMA DISEÑADO EN SIMULINK.

Paso 3:

Conexión de los bloques de entrada y salida analógica al sistema, y habilitación de los osciloscopio xPC Target para el monitoreo de las señales de entrada y salida.

Paso 4:

Ingresamos los parámetros para los bloques de osciloscopios xPC Target, como se muestra en la figura 8.

De igual manera se ingresa los parámetros para los demás bloques de los osciloscopios Target, que muestrean las señales del sistema en

tiempo real, acorde a la escala que se desea observar la señal adquirida.

Block Parameters: Nivel Adquirido

xpscopeblock (mask) (link)

Parameters

Scope number: 1

Scope type: Target

Scope mode: Numerical

Grid

Y-axis limits: [0,0]

Start scope after download

Number of samples: 500

Number of pre/post samples: 0

Intersleave: 1

Trigger mode: FreeRun

Trigger signal: ?

Trigger level: 0.0

Trigger slope: either

Trigger scope number: 1

Sample to trigger on (-1 for end of acquisition): 0

OK Cancel Help Print

FIGURA 8. INGRESO DE PARÁMETROS PARA EL OSCILOSCOPIO xPC TARGET.

Paso 5:

El diseño del sistema para la adquisición de datos se lo tiene definido como se muestra en la figura 9, y ahora habilitamos el Computador Principal (Host PC) y el Computador remoto (Target PC), para iniciar la adquisición de datos del sistema en tiempo real, por medio de la comunicación entre ambos PC.



Paso 6:

Creamos el disco de arranque para el target PC desde el computador principal. El disco de arranque (booteo) incluye las especificaciones del xPC Target kernel para comunicación serial o TCP/IP.

Con este disquete de arranque lo insertamos al target PC, para habilitar el computador con las características de nuestro sistema.

#### MODELO PARA CONTROL DE POSICION DE LA BOLA EN LA VIGA USANDO xPC TARGET

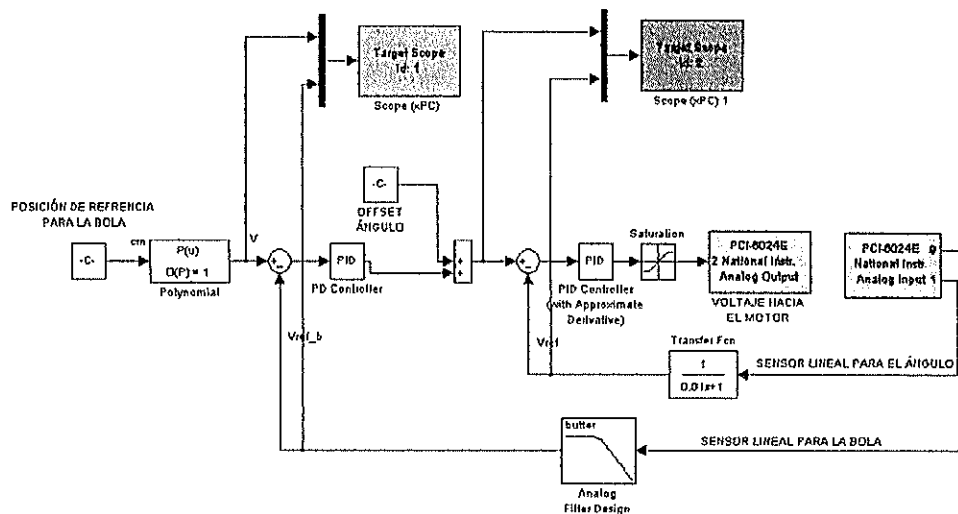


FIGURA 9. DISEÑO DEL SISTEMA PARA LA ADQUISICIÓN DE DATOS EN TIEMPO REAL.

Paso 7:

En el sistema diseñado habilitando las entradas y salidas analógicas correctamente, y estableciendo comunicación entre el Computador

Principal con el Computador Remoto, iniciamos la adquisición del sistema de la siguiente manera:

En el Computador Principal, en la pantalla del sistema creado en Simulink, figura 9, se hace click en la pestaña Simulación (Simulation) y se escoge la opción Parámetros de Simulación (Simulation Parameters), como se observa en la figura 10, y se abre la ventana de Simulación de Parámetros.

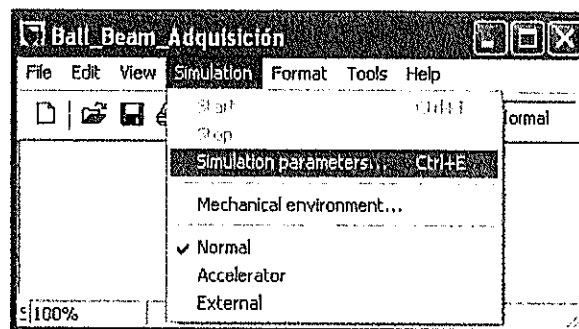


FIGURA 10. HABILITACIÓN DE LA VENTANA DE PARÁMETROS DE SIMULACIÓN.

En esta ventana se escoge la opción de Real-Time Workshop, y dentro de este menú en la pestaña Categoría (Category), se escoge la opción Configuración Target (Target Configuration), figura 11.

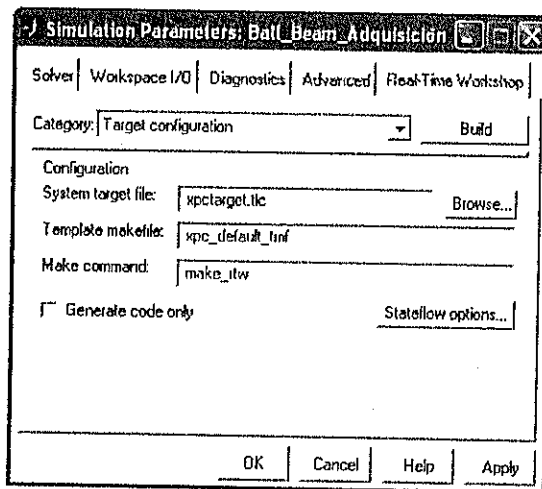


FIGURA 11. SELECCIÓN DE LA OPCIÓN REAL-TIME WORKSHOP

En la ventana mostrada en la figura 11, se hace click en el botón Browse y se escoge la opción xPC Target, como muestra la figura 12.

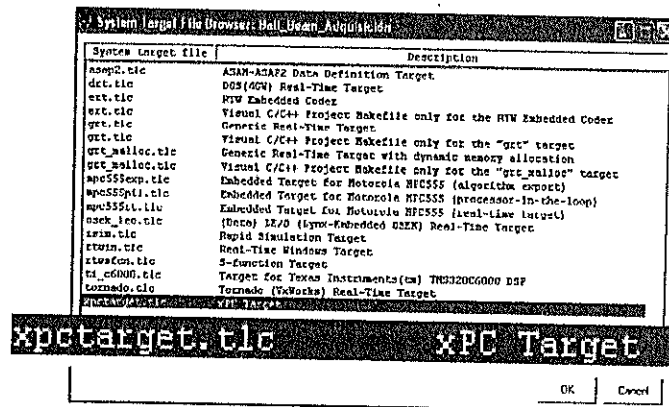


FIGURA 12. VENTANA DE PARÁMETROS DEL xPC TARGET.

En la figura 12, se hace click en el botón OK, y se carga los parámetros del archivo del xPC Target.

Paso 8:

En la ventana de Simulación de Parámetros, se hace click en la opción Resolver (Solver), para escoger los parámetros y métodos de adquisición, para observar las señales en el osciloscopio Target.

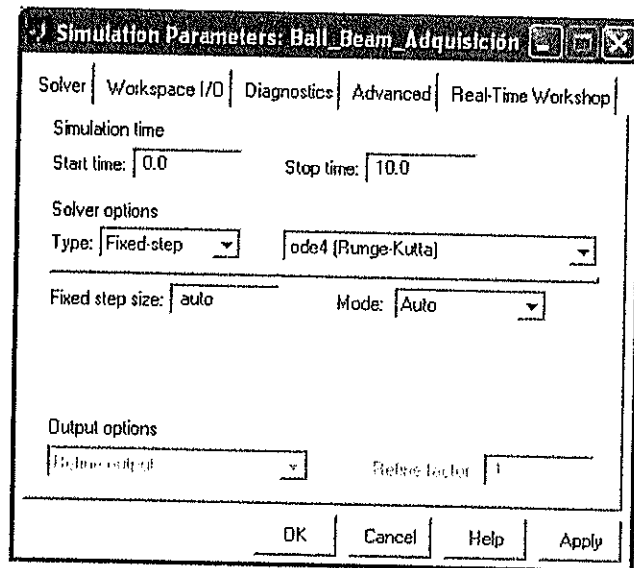


FIGURA 13. SELECCIÓN DE LA OPCIÓN SOLVER PARA PRESENTAR LOS VALORES EN TIEMPO REAL.

En la ventana de la figura 13, se ingresa los parámetros necesarios para la adquisición de datos del sistema en tiempo real. En la pestaña tipo (type) seleccionamos Fixed-Step y se escoge el método matemático ode4 (Runge Kutta). Hacemos click en el botón OK y la función xPC Target acepta los parámetros.

Paso 9:

Se escoge nuevamente la opción Real-Time Workshop, y hacemos click en el botón Construir (Build).

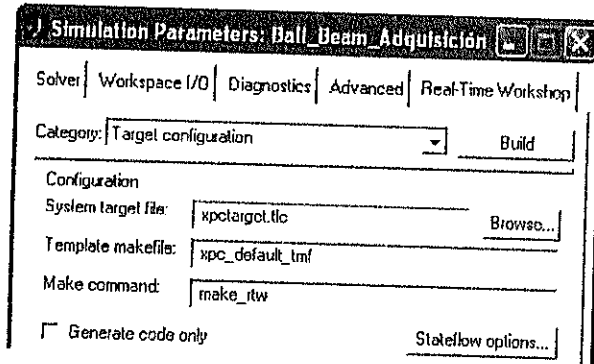


FIGURA 14. CONSTRUCCIÓN Y DESCARGA DEL xPC TARGET.

Se construye el proceso para generar el C code, compila, enlaza y descarga la Aplicación Target al Target PC.

Paso 10:

Finalizando la carga de la Aplicación Target, hacemos click en la pestaña de comandos de Matlab, y procedemos a escribir xpcrctool; de esta manera se presenta el xPC Target Remote Control Tool. Esta herramienta nos permite controlar el encendido y apagado de nuestro sistema en tiempo real. Otra forma de activar nuestro sistema es usar el comando +tg y se lo detiene con el comando -tg, con esto podremos observar en el computador remoto las gráficas de las señales de entradas y salidas del sistema total en tiempo real.

## **ANEXO C**

### ***Herramientas de Matlab***

El programa de MATLAB, posee varias funciones elementales para el desarrollo y análisis de procesos de control en tiempo real y no real. Las funciones que nos proporciona el MATLAB son: el xPC Target, Real Time Workshop, y el C Compiler.

#### **xPC Target**

El xPC Target es una solución para el control de procesos y plantas, probando y desplegando sistemas en tiempo-real, que usan el hardware de PC normal. Es un ambiente que utiliza un Target PC (computador de aplicación o remoto), controlado desde un Host PC

(computador administrador o controlador), para ejecutar las aplicaciones en tiempo-real.

En este ambiente usted usa su computadora de escritorio como un Host PC con MATLAB, Simulink. Después de crear su modelo, usted puede ejecutar las simulaciones en tiempo no real.

El xPC Target permite agregar bloques de entrada y salida a su modelo y entonces usa el Host PC con el Time-Real del Workshop (opción de ejecución en Tiempo-Real) y un compilador de C/C++ (lenguaje de programación) para crear el código ejecutable. El código ejecutable se transmite o descarga desde el Host PC al Target PC, que ejecuta el xPC kernel (esencia del xPC) del Tiempo-Real Target. Después de transmitir el código ejecutable, usted puede correr y probar su aplicación Target en el tiempo real:

Requisitos del hardware: el software del xPC Target requiere un Host PC, un Target PC, y, para la habilitación de entradas y salidas, el Target PC debe tener conectado y habilitado el Bloque conector CB-68LP con la tabla característica de las borneras de conexión. Sin

embargo, el Target PC puede ser un PC de escritorio normal, PC industrial, PC/104, PC/104+, o computadora de Compact PCI.

Requisitos del software: el software del xPC Target requiere el compilador de C/C++ Visual a un Microsoft (Versión 5.0, 6.0, o 7.0) o un Watcom compilador de C/C++ (la Versión 10.6 o 11.0). Además, el xPC Target requiere MATLAB, Simulink, y el Workshop de Tiempo-Real.

### **Características del xPC Target**

El ambiente del software del xPC Target incluye muchas características para el control de planta, test, y desplegar los sistemas en tiempo-real.

Este punto incluye los temas siguientes:

El Kernel (software que administra y descarga la aplicación Target) del Real-Time BIOS, BIOS-extensión, kernel, y cargador.

La Aplicación del modelo en Tiempo-Real de Memoria y tiempo de ejecución de tarea (task).



Adquisición de señal: monitoreo de señal, señal que registra el Workspace (ventana de ejecución) de MATLAB, y trazado de señal en el Host PC o en la pantalla del Target PC.

Cambio de parámetros en tiempo real o tuning: Cuando se ejecuta la simulación del sistema, se puede variar los parámetros, las escrituras interactivas y procedimientos del sistema con esta opción.

Aplicación del Real-Time o Tiempo-Real: el Workshop del Tiempo-Real, el Workshop de Real-Time, el xPC Target, y un compilador de C, crean una aplicación de Tiempo-Real (Aplicación Target) desde Simulink.

Las aplicaciones Target crearon ejecutar en un PC normal sin usar un sistema operativo de Windows, solo con la utilización del Workshop y el xPC Target en Tiempo-Real ejecutar la Aplicación Target.

La Aplicación Target en el tiempo real en el Target PC tiene las siguientes características:

Modelo de memoria: la aplicación Target se compila la aplicación como un Windows NT con el modelo de memoria plana. Este ejecutable se convierte entonces a una imagen conveniente para el xPC Target, y proporciona totalmente 32-bit de poder sin consumir tiempo, el segmento de 16-bit que cambia y extiende el DOS (Sistema Operativo de Microsoft).

Además no confía en el DOS o cualquier otro sistema operativo de Microsoft.

Tiempo de ejecución de tarea: la aplicación Target posee una gran velocidad para la ejecución de tarea del tiempo-real.

Un diagrama de bloque pequeño puede correr con un tiempo de la muestra tan rápido como 10  $\mu$ s (100 kHz), el tamaño del modelo, complejidad, y el hardware del Target PC afectan la velocidad máxima (el tiempo de la muestra mínimo) de ejecución.

El Ambiente del hardware: consiste de un computador Host, la computadora Target, la entrada y salida del bloque conector en la computadora Target, y un cable serial o conexión de la red entre el Host y las computadoras Target, apoyados por el xPC Target ayudarán

que usted prepare un ambiente de desarrollo que satisfice sus necesidades.

### **Computador Principal (Host).**

Usted puede usar cualquier PC que ejecuta una plataforma de Microsoft Windows apoyado por MathWorks como el computador principal.

También debe contener una disquetera de 3.5 pulgada, y un puerto serial libre o una tarjeta de red Ethernet.

El computador principal puede ser uno de lo siguientes PC: un PC de escritorio o un PC de notas.

El computador principal normalmente es su computadora de escritorio donde usted instala MATLAB, Simulink, Workshop de Tiempo-Real, el xPC Target, y la opción xPC Target Embedded. Una computadora de notas también es un computador principal viable.

### Requisitos de software para el Computador Principal:

La tabla siguiente lista el mínimo software requerido para el xPC Target sobre su computador principal.

SOFTWARE	DESCRIPCIÓN
Sistema de Operación: MATLAB, Simulink, Real Time Workshop	Plataforma de Microsoft Windows, suministrado por MathWorks MATLAB versión 7.0.1 Simulink Versión 6.1
Lenguaje C como compilador.	Microsoft Visual C/C++ Versión profesional 5.0, 6.0 o 7.0. Watcom C/C++ Versión 11.0.
xPC Target.	xPC Target Versión 2.6.1.

### Requisitos del hardware para el Computador Principal:

La tabla siguiente lista los recursos mínimos que requiere el xPC Target sobre el computador principal.

HARDWARE	DESCRIPCIÓN
Comunicación.	Un puerto serial libre (COM1 o COM2) con conector de 9 o 25 pin, o un tarjeta de red Ethernet.
CPU.	Pentium, Athlon, u otra.
Periféricos.	Un drive de disco duro con 60MB de espacio libre.  Un drive de disquetera de 3.5 pulgadas, y un drive de Cd-Rom.
RAM.	128MB o más.

### **Computador Remoto (Target).**

El xPC Target apoya a uno o más Target PCs con un computador principal. Un computador remoto puede ser cualquier PC con un Intel 386/486/Pentium o AMD, el procesador de K5/K6/Athlon como computadora Target. También debe contener una disquetera libre para disquete de 3.5 pulgada, y un puerto serial libre o una tarjeta de red Ethernet. Usando el xPC Target Embedded Option, se puede transferir

los archivos del disco duro a un disquete de 3.5 pulgada o memoria flash.

Un computador remoto puede ser uno de los siguientes computadores:

PC de Escritorio: esta computadora es inicializada desde un disco especial creado por el xPC Target. Cuando usted inicializa o arranca el Target PC, desde el disco target de arranque (booteo), el xPC Target usa los recursos en el Target PC (CPU, RAM, y puerto serial o tarjeta de red) sin cambiar los archivos guardados en la unidad de disco duro.

Después de que se usa la computadora de escritorio como un computador remoto, y ya no se desea realizar más aplicaciones se hace lo siguiente; usted reinicia su computadora sin el disco target de arranque (booteo) y el computador se inicializa normalmente con su aplicación de origen, para cualquier tarea que desea realizar.

PC industrial: esta computadora se inicializa o arranca desde un disco especial Target de arranque creado, o, usando el xPC Target Embedded Opción, desde un disco duro o memoria flash. Al usar un

Target PC industrial, usted puede seleccionar PC104, PC104+, Compact PCI, o computadora de simpli-board (SBC) como el hardware.

Usted no necesita ningún hardware Target especial. Sin embargo, el Target PC debe ser un sistema totalmente compatible y debe contener un puerto serial o una tarjeta de red Ethernet compatible con el xPC Target.

### **Creación del Disco de Arranque del Computador Remoto.**

Creamos el disco de arranque (booteo) para el computador remoto desde el computador principal. El disco de arranque remoto (booteo Target) incluye las especificaciones del xPC Target kernel para comunicación serial o TCP/IP. Con este disco damos arranque a nuestro Target PC.

Primeramente, en la Ventana de Comandos(Command Window) de MATLAB se escribe: `xpcsetup` (Comando de habilitación del Setup del MATLAB), entonces la ventana del xPC Target Setup se abre.

Antes de crear el disco de arranque se tienen que verificar las direcciones IP, tanto del computador remoto (Target) como los del computador principal (Host).

Luego, se hace click en el botón Creación de disquete de arranque (BootDisk).

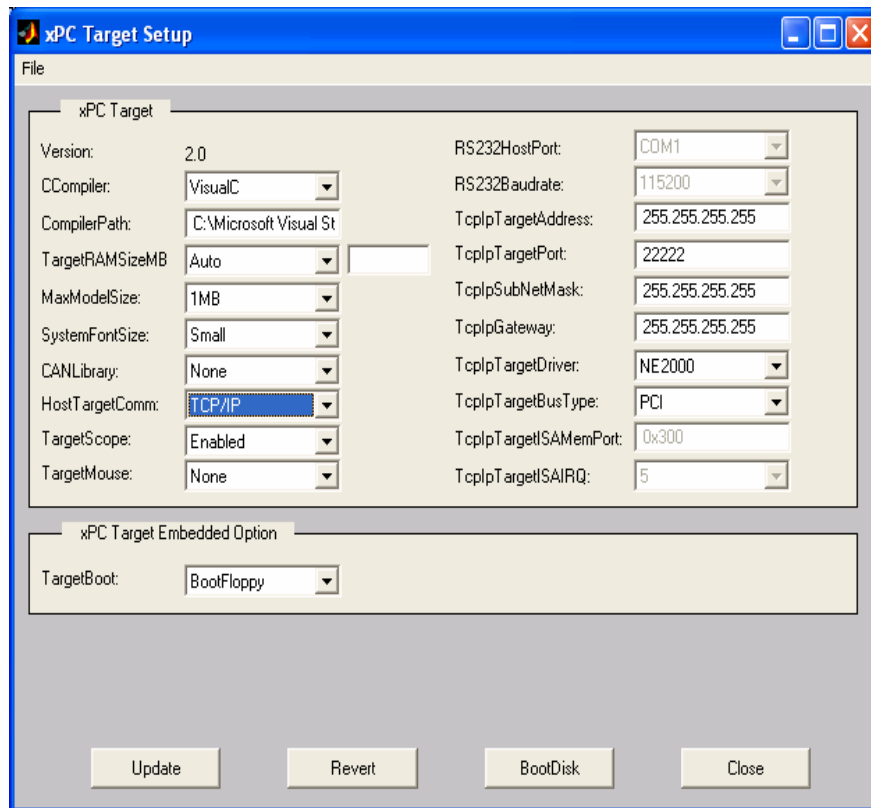


FIGURA 1. MENÚ INICIAL PARA LA CREACIÓN DEL DISCO DE ARRANQUE (BOOTFLOPPY).



El siguiente mensaje se muestra:

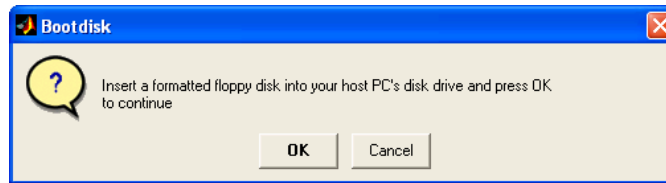


FIGURA 2. CONFIRMACIÓN PARA LA CREACIÓN DEL DISCO DE ARRANQUE.

Acto seguido, se ingresa un disquete de 3.5 pulgadas formateado en la disquetera del computador principal, se hace click en el botón OK. El xPC Target muestra la siguiente ventana mientras crea el disquete de arranque. El proceso tarda de 1 a 2 minutos.

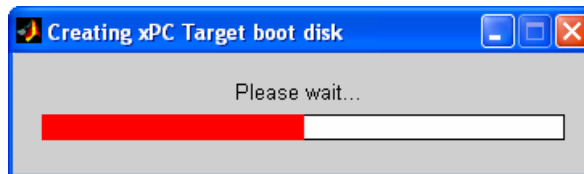


FIGURA 3. ETAPA FINAL DEL PROCESO DE CREACIÓN DEL DISCO DE ARRANQUE.

Finalmente, se cierra la ventana del xPC Target Setup y se retira el disquete de arranque del xPC Target del computador principal insertamos este disquete de arranque al computador remoto para activar el computador remoto que nos servirá para monitorear el comportamiento y las respuestas del sistema.

## BIBLIOGRAFÍA

### a) Libros

1. Carlos A. Smith, Armando B. Corripio, Control Automático de Procesos (Limusa S.A., Grupo Noriega; 1997).
2. Richard C. Dorf, Robert H. Bishop, Modern Control Systems (9na. Edición, Prentice Hall)
3. K. Ogata, Ingeniería de Control Moderna (Prentice Hall)
4. Matlab, the Lenguaje of technical Computing, Simulink, Power System Blockset, xPC Target Applications, 2000)

### b) Referencia de Internet

1. Compañía Mathworks, Junio 2005, Massachussets  
<http://www.mathworks.com/company/>