ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

PRIMERA EVALUACIÓN DE FÍSICA A
DICIEMBRE 10 DE 2014

SOLUCIÓN

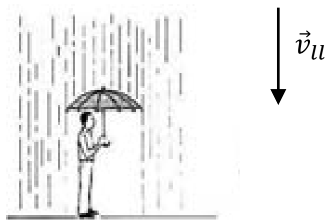
TEMA 1 (8 puntos)

Una persona corre con una rapidez constante de 4.5 m/s sobre una pista horizontal mientras llueve y las gotas de agua caen verticalmente con una rapidez de 6.0 m/s. Ambos valores se miden con respecto al suelo.

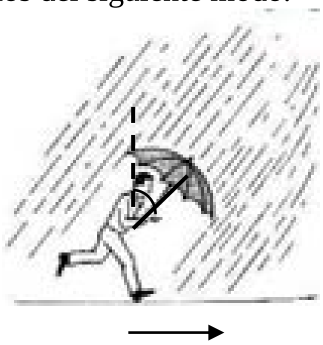
a) ¿Con qué rapidez ve caer la lluvia dicha persona? (4 puntos)

b) ¿Qué ángulo respecto de la vertical deberá inclinar su paraguas para mojarse lo menos posible? (4 puntos)

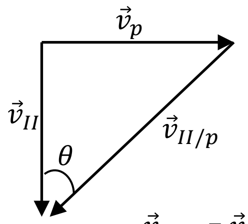
Para una persona parada (fija en tierra) las gotas de lluvia caen verticalmente a razón de v_{ll} = 6.0 m/s y por consiguiente ubica su paraguas verticalmente para no mojarse.



Pero, cuando la persona corre hacia la derecha ve caer las gotas de lluvia en otra dirección, la cual determinaremos del siguiente modo.



$v_p = 4.5\ m/s$



$\vec{v}_{II/p} = \vec{v}_{II} - \vec{v}_p$

Del triángulo de velocidades con $\vec{v}_{II}(\downarrow)\ y\ \vec{v}_p(\rightarrow)$, deducimos que se ve caer las gotas con la velocidad relativa $\vec{v}_{II/p}(\swarrow)$, cuyo módulo lo determinamos mediante

$$v_{II/p} = \sqrt{v_{II}^2 + v_p^2} = \sqrt{6^2 + 4.5^2}$$

$$\boxed{\therefore v_{II/p} = 7.5\ m/s}$$

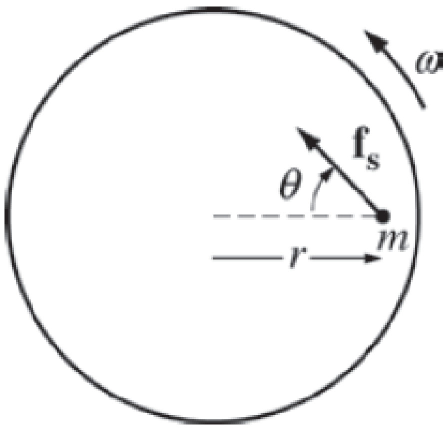
Respecto al ángulo (θ) que debe inclinar el paraguas para mojarse lo menos posible debe inclinado en la dirección de la velocidad relativa $\vec{v}_{II/p}$. Del gráfico tenernos que

$$tan\theta = \frac{v_p}{v_{II}} = \frac{4,5}{6} = \frac{3}{4}$$

$$\boxed{\therefore \quad \theta = 37°}$$

TEMA 2 (8 puntos)

Una pequeña partícula de masa m está en reposo sobre una plataforma circular horizontal que es libre de girar alrededor de un eje vertical a través de su centro. La partícula se encuentra en un radio r desde el eje, como se muestra en la figura. La plataforma comienza a girar con aceleración angular constante α. Debido a la fricción entre la partícula y la plataforma, la partícula permanece en reposo con respecto a la plataforma. Cuando la plataforma ha alcanzado una rapidez angular ω, la fuerza de fricción estática $\mathbf{f}_s$ forma un ángulo θ con la dirección radial. Determine, en términos de m, r, α y ω, en ese instante:



a) la aceleración radial de la partícula (2 puntos)

$$a_{rad} = \omega^2 r$$

b) la aceleración tangencial de la partícula (2 puntos)

$$a_{tan} = \alpha r$$

c) el valor de θ (4 puntos)

$$F_{rad} = m a_{rad} \quad \Rightarrow \quad f_s cos\theta = m\omega^2 r$$

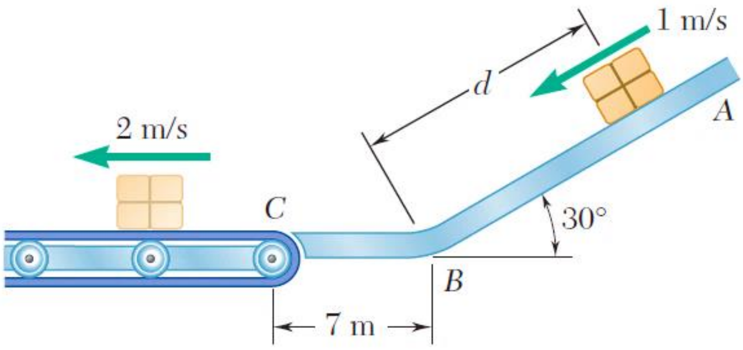
$$F_{tan} = m a_{tan} \quad \Rightarrow \quad f_s sen\theta = m\alpha r$$

$$\frac{f_s sen\theta}{f_s cos\theta} = \frac{m\alpha r}{m\omega^2 r}$$

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{\alpha}{\omega^2}\right)$$

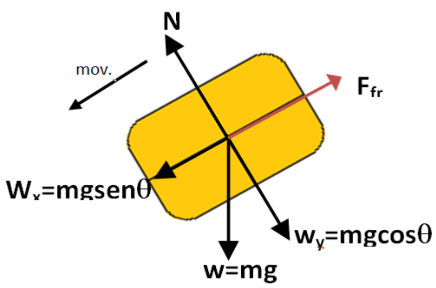
TEMA 3 (12 puntos)

Los paquetes que se muestran en la figura se lanzan hacia abajo sobre un plano inclinado en A con una rapidez de 1 m/s. Los paquetes se deslizan a lo largo de la superficie *ABC* hacia una banda transportadora que se mueve con una rapidez de 2 m/s. Si se sabe que μ_k = 0.25 entre los paquetes y la superficie desde A hasta C. Los paquetes deben llegar al punto C con una rapidez de 2 m/s.

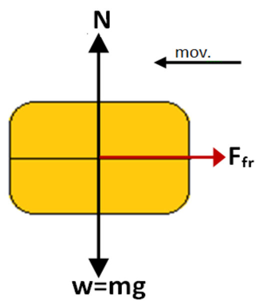


a) Realice el diagrama de cuerpo libre para el paquete cuando se encuentra en la superficie AB y en la superficie BC (2 puntos)

Cuando se encuentra en la superficie AB



Cuando se encuentra en la superficie BC



b) Determine la rapidez de la caja en el punto B (5 puntos)

Durante la trayectoria B-C hay pérdida de energía mecánica debido a la fricción que actúa en sentido contrario al movimiento. Tomando como nivel de referencia

$$W_{FNC\ BC} = \Delta E_{BC}$$
$$-\mu N_{BC} d_{BC} = E_C - E_B$$
$$-\mu(mg)d_{BC} = (K_C + U_C) - (K_B + U_B)$$
$$-\mu(mg)d_{BC} = \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2$$
$$-\mu(mg)d_{BC} - \frac{1}{2}mv_C^2 = -\frac{1}{2}mv_B^2$$
$$v_B = \sqrt{v_C^2 + 2\mu g d_{BC}}$$

$$v_B = 6.2\ m/s$$

c) ¿Cuál debe ser la distancia d para que los paquetes lleguen a C con v = 2 m/s? (5 puntos)

Durante la trayectoria A-B hay pérdida de energía mecánica debido a la fricción que actúa en sentido contrario al movimiento. Tomamos como nivel de referencia el punto B.

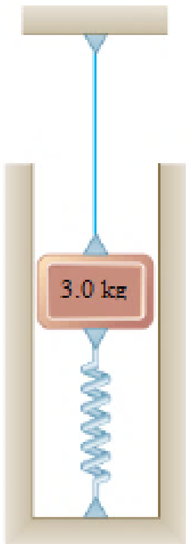
$$W_{FNC\ AB} = \Delta E_{AB}$$
$$-\mu N_{AB} d_{AB} = E_B - E_A$$
$$-\mu(mg\cos 30º)d_{AB} = (K_B + U_B) - (K_A + U_A)$$
$$-\mu(mg\cos 30º)d_{AB} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 - mgd_{AB}sen30º$$

$$d_{AB} = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2g(sen30º - \mu cos30º)}$$

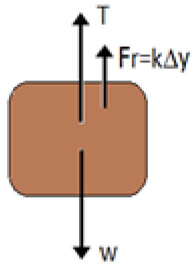
$$d_{AB} = 6.7\ m$$

TEMA 4 (12 puntos)

Un bloque de 3.0 kg está unido a un cable y a un resorte como se muestra en la figura. La constante del resorte es k = 14 N/m y la tensión en el cable es de 15 N.



a) Realice el diagrama de cuerpo libre del bloque (1 punto)



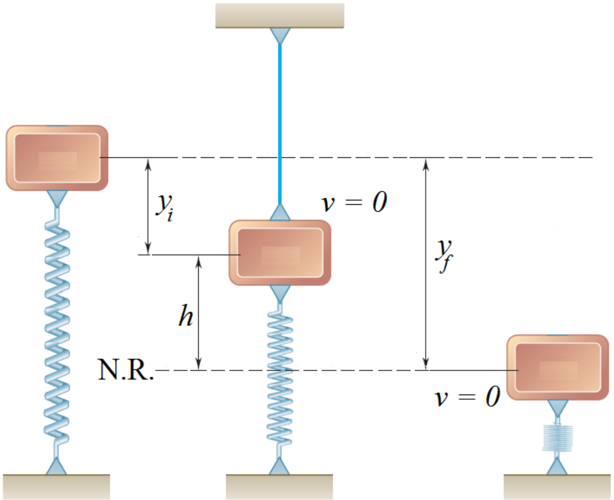
b) ¿Cuál es la deformación del resorte si el bloque se encuentra en equilibrio? (3 puntos)

$$\sum F_Y = 0$$
$$w - T - Fr = 0$$
$$w - T = k\ y_A$$
$$y_A = \frac{w - T}{k}$$
$$y_A = 1.03\ m \downarrow$$

En cierto instante se corta el cable. En estas condiciones, determine:

c) la máxima deformación del resorte (3 puntos)

Cuando se corta el cable, el bloque queda sometido a la fuerza de la gravedad y a la fuerza de restauración producida por el resorte.



Resorte sin deformar — Instante en que se corta la cuerda — Instante en que se detiene (Deformación máxima)

La deformación máxima ocurre cuando la velocidad es cero, por lo tanto usamos el método energético entre el punto donde se corta la cuerda (resorte comprimido una distancia y_i) hasta el punto donde la velocidad es cero, donde el resorte se ha comprimido una distancia y_f, y el bloque ha descendido una distancia $h = y_f - y_i$.

$$E_i = E_f$$

$$mg\,(y_f - y_i) + \frac{1}{2}k\,{y_i}^2 = \frac{1}{2}k\,{y_f}^2$$

$$mgy_f - mgy_i + \frac{1}{2}k\,{y_i}^2 = \frac{1}{2}k\,{y_f}^2$$

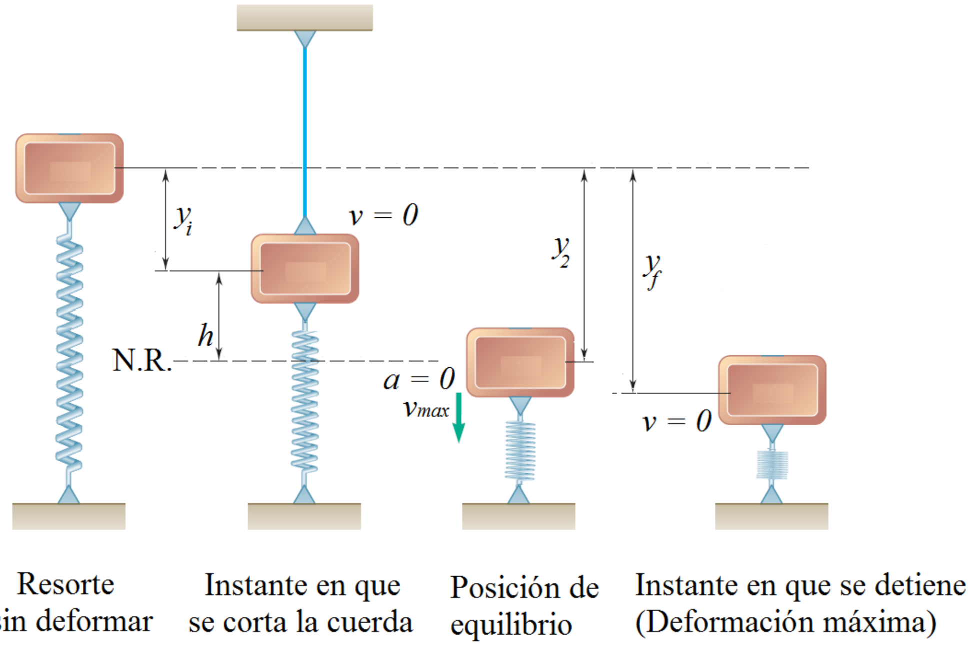
$$(3)(9.8)y_f - (3)(9.8)(1.03) + (0.5)(14)(1.03)^2 = (0.5)(14)\,{y_f}^2$$

$$7{y_f}^2 - 29.4\,y_f + 22.86 = 0$$

$$y_f = 3.17\;m \downarrow$$

d) la rapidez máxima del bloque (5 puntos)

La rapidez máxima ocurre cuando la aceleración es cero, por lo que se necesita encontrar la deformación del resorte donde ocurre esto, es decir cuando se igualan en magnitud la fuerza del peso y la fuerza del resorte, con esa deformación se utiliza el método energético entre el punto donde se corta la cuerda y el punto donde la aceleración es cero para determinar la rapidez máxima.



$$\sum F_y = 0$$

$$k\, y_2 = mg$$

$$y_2 = 2.10\ m$$

$$E_i = E_f$$

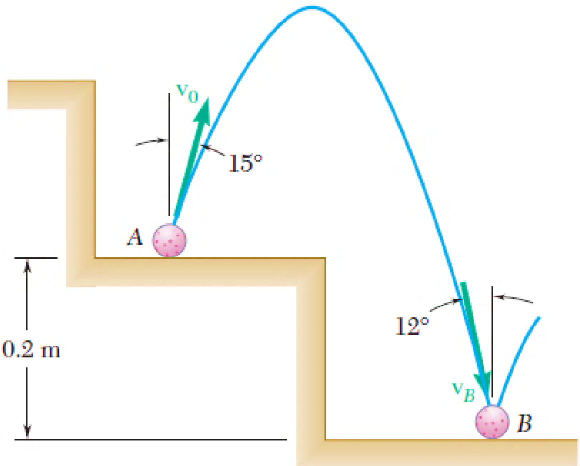
$$mg\,(y_2 - y_i) + \frac{1}{2}k\, y_i^{\,2} = \frac{1}{2}k\, y_2^{\,2} + \frac{1}{2}m\, v_{max}^{\,2}$$

$$(3)(9.8)(2.10 - 1.03) + (0.5)(14)(1.03)^2 = (0.5)(14)(2.10)^2 + (0.5)(3)v_{max}^{\,2}$$

$$v_{max} = 2.31\ m/s$$

TEMA 5 (10 puntos)

Una pelota se deja caer sobre un escalón en el punto A y rebota con velocidad $\boldsymbol{v_o}$ a un ángulo de 15° con la vertical. Si justo antes de que la pelota rebote en el punto B su velocidad $\boldsymbol{v_B}$ forma un ángulo de 12° con la vertical. Determine:



a) La razón de las rapideces $\frac{\boldsymbol{v_B}}{\boldsymbol{v_o}}$ (4 puntos)

La componente horizontal de la velocidad es constante:

$$(v_o)_x = (v_B)_x$$
$$v_o.sen\ 15° = v_B.sen12°$$
$$\frac{v_B}{v_o} = \frac{sen\ 15°}{sen\ 12°}$$
$$\frac{v_B}{v_o} = 1.24$$

b) El valor de $\boldsymbol{v_o}$ (6 puntos)

Analizando la componente vertical de la velocidad, donde actúa la aceleración de la gravedad:

$$(v_B)_y{}^2 = (v_o)_y{}^2 - 2g\Delta Y$$
$$(-v_B.cos\ 12°)^2 = (+v_o.cos\ 15°)^2 - 2g(-20.32x10^{-2})$$

Esta última expresión combinada con el resultado obtenido en el literal anterior:

$$(-1.24.v_o.cos\ 12°)^2 = (+v_o.cos\ 15°)^2 - 2g(-20.32x10^{-2})$$

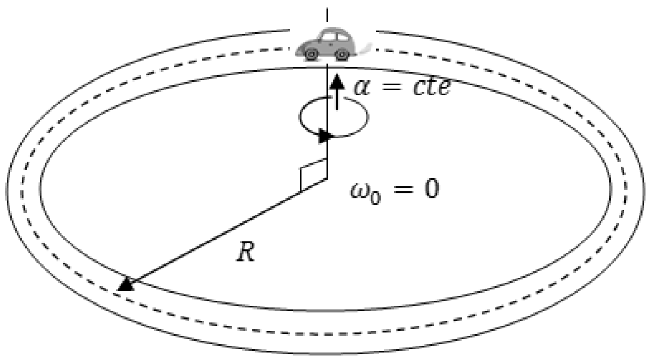
De donde despejando y evaluando para v_o:

$$v_o = \sqrt{\frac{2(9.8)(20.32x10^{-2})}{(1.24.cos\ 12°)^2 - cos^2 15°}}$$
$$v_o = 2.72\ m/s$$

TEMA 6 (9 puntos)

Un piloto sale a probar su automóvil en una pista circular y se observa que, partiendo desde el reposo, recorre la pista con aceleración angular constante y la primera vuelta la realiza en 10 min.

a) ¿Cuál es la magnitud de la aceleración angular? (3 puntos)



Por condición del problema se sabe que cuando el automóvil da una vuelta transcurren

$$t = 10\,\text{min} = 600\ s$$

Donde el radio de giro R barre un ángulo $\theta = 2\pi\ rad$; entonces el módulo de la aceleración angular α se puede calcular con

$$\theta_1 = \cancel{\omega_0} + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\Longrightarrow 2\pi = \frac{1}{2}\alpha(600)^2$$

$$\Longrightarrow \alpha = \frac{4\pi}{(600)^2} rad/s^2$$

$$\Longrightarrow \alpha = 3.45\ \times\ 10^{-5}\ rad/s^2$$

b) Determine el tiempo que tarda en recorrer la tercera vuelta (6 puntos)

Sean t_2 y t_3 el tiempo que transcurre desde el instante que el automóvil inicia su movimiento hasta que termina la segunda y tercera vuelta respectivamente t_x el tiempo que tarda el automóvil en dar la tercera vuelta. Se deduce que

$$t_x = t_3 - t_2$$

Como cuando transcurre t_2 el radio de giro R barre un ángulo $\theta_2 = 2(2\pi) = 4\pi\ rad$, entonces

$$\theta_2 = \cancel{\omega_0 t} + \frac{1}{2}\alpha t_2^2$$

$$\Rightarrow 4\pi = \frac{1}{2}\alpha t_2^2$$

Despejando t_2

$$t_2 = \sqrt{\frac{8\pi}{\alpha}} = 600\sqrt{2}\ s$$

Asimismo cuando ha transcurrido t_3 el radio de giro barre una ángulo de

$$\theta_3 = 3(2\pi) = 6\pi rad$$

De esta manera

$$\theta_3 = \cancel{\omega_0 t_3} + \frac{1}{2}\alpha t_3^2$$

$$\Rightarrow 6\pi = \frac{1}{2}\alpha t_3^2$$

Despejando t_3

$$t_3 = \sqrt{\frac{12\pi}{\alpha}} = 600\sqrt{3}\, s$$

Finalmente:

$$t_x = 600\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)s$$

$$\boxed{t_x = 10\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)\text{min} \approx 3.2 min}$$

TEMA 7 (11 puntos)

Cuando un tren está viajando a lo largo de una línea recta a razón de 2.0 m/s, éste comienza a acelerar con $\boldsymbol{a = kv^{-4}}$ **(m/s²),** donde v está en m/s y k = 60.

a) ¿Cuáles son las unidades de k? (1 punto)

$k = a/v^{-4} = av^4$

$[k] = (m/s^2)(m/s)^4$

$[k] = m^5/s^6$

b) Determinar la rapidez del tren 3.0 s después de acelerar (5 puntos)

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$dt = \frac{dv}{a}$$

$$\int_0^3 dt = \int_2^v \frac{dv}{60v^{-4}}$$

$$3 - 0 = \frac{1}{300}(v^5 - 32)$$

$$v = 3.9\ m/s$$

c) Determinar la posición del tren 3.0 s después de acelerar (5 puntos)

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dt}\frac{dx}{dx} = \frac{dx}{dt}\frac{dv}{dx} = v\frac{dv}{dx}$$

$$adx = vdv$$

$$dx = \frac{vdv}{a}$$

$$dx = \frac{1}{60}v^5\,dv$$

$$\int_0^x ds = \frac{1}{60}\int_2^{3.9} v^5 dv$$

$$x = \left.\frac{1}{60}\,\frac{v^6}{6}\right)\Bigg|_{2}^{3.9}$$

$$x = \; 9.6\,m$$