ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

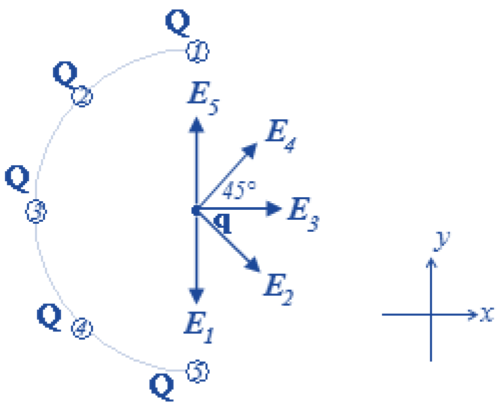
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Año:2015	Período: Segundo Término
Materia: Física C	Profesor:
Evaluación: Tercera	Fecha: Febrero 17 del 2016

SOLUCIÓN

PREGUNTA 1 (8%)

Cinco cargas puntuales positivas iguales Q están igualmente espaciadas en un semicírculo de radio R como indica la figura. Determinar la fuerza (magnitud y dirección) que se ejerce sobre una carga puntual positiva q localizada en el centro del semicírculo.



Por la simetría de las cargas, las componentes del campo eléctrico en el centro del semicírculo a lo largo del eje de las *y* se anulan.

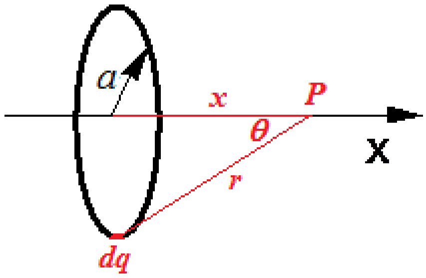
El campo eléctrico resultante estará a lo largo del eje de las *x*. Teniendo en cuenta que todos los campos tienen la misma magnitud:

$$\vec{E} = (1 + 2cos45°)k\frac{Q}{R^2}\hat{\imath}$$

La fuerza sobre la carga q es:

$$\vec{F} = q\vec{E} = \left(1 + \sqrt{2}\right)k\frac{qQ}{R^2}\hat{\imath}$$

PREGUNTA 2 (12%)
Una carga total Q se distribuye uniformemente sobre un anillo aislante de radio a.



a) Determine el campo eléctrico, en función de x, para puntos que se encuentran a lo largo del eje del anillo. (6%)

La magnitud del campo eléctrico en P debido al segmento de carga dq es:

$$dE = k\frac{dq}{r^2}$$

Este campo tiene una componente $dE_x = dEcos\theta$ a lo largo del eje y una componente $dE_\perp$ perpendicular al eje. Sin embargo, el campo resultante en P debe estar sobre el eje x debido a que la suma de las componentes perpendiculares de todos los segmentos de carga es igual a cero.

El campo total en el punto P será:

$$E = \int k\frac{dq}{r^2}\left(\frac{x}{r}\right) = \int \frac{kx}{(x^2+a^2)^{3/2}}dq$$

$$E = \frac{kQx}{(x^2+a^2)^{3/2}}$$

b) Encuentre los valores de x para los cuales el campo eléctrico tiene la máxima intensidad. (6%)

Utilizando el criterio de la primera derivada:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{kQx}{(x^2+a^2)^{3/2}}\right) = 0$$

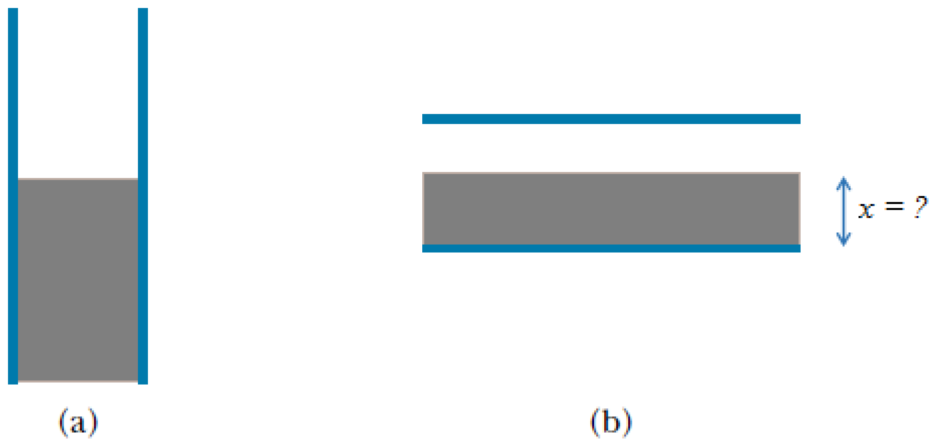
$$\frac{\partial}{\partial x}\left[x(x^2+a^2)^{-3/2}\right] = 0$$

$$(x^2+a^2)^{-3/2} + x\left(-\frac{3}{2}\right)(x^2+a^2)^{-5/2}(2x) = 0$$

$$1 - \frac{3x^2}{x^2+a^2} = 0$$

$$x = \pm\frac{a}{\sqrt{2}}$$

PREGUNTA 3 (12%)
Un capacitor de placas paralelas vertical está lleno a la mitad con un dieléctrico para el cual la constante dieléctrica es 2.00 (figura a). Cuando este capacitor se pone horizontalmente, ¿qué espesor de éste debe llenarse con el mismo dieléctrico (figura b) de modo que los dos capacitores tengan igual capacitancia? La distancia entre las placas del capacitor es 6.00 cm



La orientación vertical establece dos capacitores en paralelo, con la capacitancia equivalente:

$$C_p = \varepsilon_0 \frac{A/2}{d} + \kappa\varepsilon_0 \frac{A/2}{d} = \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)\varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

donde A es el área de cualquiera de las placas y d es la separación de las placas.

La orientación horizontal produce dos capacitores en serie. Si x es el espesor del capacitor horizontal lleno de dieléctrico, la capacitancia equivalente es:

$$\frac{1}{C_s} = \frac{x}{\kappa\varepsilon_0 A} + \frac{d-x}{\varepsilon_0 A} = \frac{x(1-\kappa)+\kappa d}{\kappa\varepsilon_0 A} \Rightarrow C_s = \frac{\kappa\varepsilon_0 A}{x(1-\kappa)+\kappa d}$$

Como se requiere que $C_p = C_s$, se obtiene:

$$\left(\frac{\kappa+1}{2}\right)\varepsilon_0 \frac{A}{d} = \frac{\kappa\varepsilon_0 A}{x(1-\kappa)+\kappa d}$$

$$\frac{\kappa+1}{2d} = \frac{\kappa}{x(1-\kappa)+\kappa d}$$

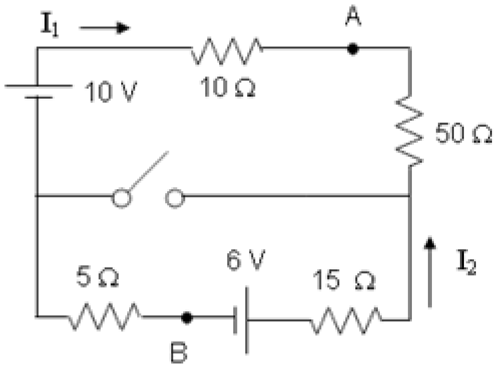
$$\frac{3}{2d} = \frac{2}{2d-x}$$

$$x = \frac{2}{3}d$$

$$x = 4.00\ cm$$

PREGUNTA 4 (24%)

Considere el siguiente circuito:



a) Con el interruptor abierto, determine el valor de la corriente I_1 (Un signo positivo significa que la corriente tiene la dirección de la flecha.) (6%)

Aplicando la segunda regla de Kirchhoff:

$$10 - 10I_1 - 50I_1 - 15I_1 - 6 - 5I_1 = 0$$

$$I_1 = 0.05\ A\ \text{(la dirección dada es correcta)}$$

b) Una vez que el interruptor es <u>*cerrado*</u>, ¿cuál es el valor de la potencia disipada en el resistor de 50 Ω? (6%)

Aplicando la segunda regla de Kirchhoff en la malla superior:

$$10 - 10I_1 - 50I_1 = 0$$

$$I_1 = 0.17\ A\ \text{(la dirección dada es correcta)}$$

$$P_{50\Omega} = RI_1^2 = (50)(0.17)^2$$

$$P_{50\Omega} = 1.45\ W$$

c) ¿Cuánta corriente pasa a través del interruptor <u>*cerrado*</u>? (6%)

Aplicando la segunda regla de Kirchhoff en la malla inferior:

$$-5I_2 + 6 - 15I_2 = 0$$

$$I_2 = 0.30\ A\ \text{(la dirección dada es correcta)}$$

Aplicando la primera regla de Kirchhoff:

$$I_{int} = I_1 + I_2$$

$$I_{int} = 0.35\ A\ (hacia\ la\ izquierda)$$

d) Con el interruptor <u>*cerrado*</u>, ¿cuál es la diferencia de potencial, $V_A - V_B$? (6%)

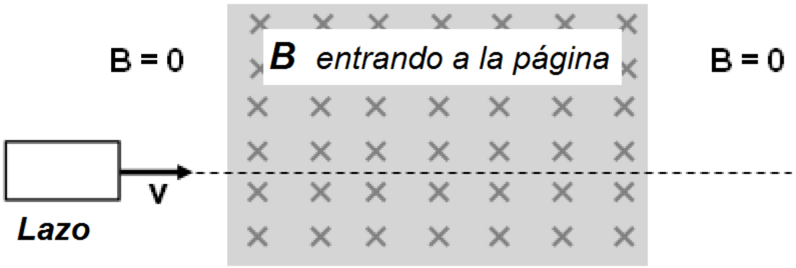
Aplicando la segunda regla de Kirchhoff:

$$V_A - V_B = 6 - (15)(0.30) + (50)(0.17)$$

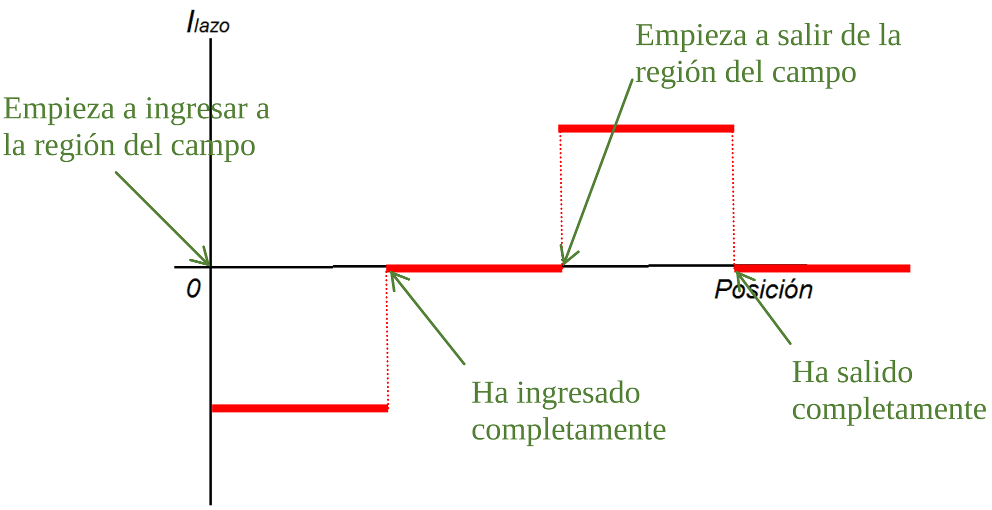
$$V_A - V_B = 10\ V$$

PREGUNTA 5 (12%)

Un lazo rectangular de alambre viaja a la derecha con <u>*velocidad constante*,</u> iniciando el movimiento en una región donde no hay campo magnético, el campo magnético en la región sombreada es uniforme y apunta hacia el interior de la página.



a) En el plano mostrado realice un gráfico de la corriente en el lazo (I_{lazo}) como una función de su posición a medida que viaja desde la izquierda, ingresa a la región del campo y la abandona. Note: Una corriente positiva significa que circula en sentido horario. (6%)



b) Suponga que la espira tiene dimensiones de 20 cm × 30 cm y una resistencia de 0.50 Ω. El campo magnético tiene un valor de 0.70 T. Determine la velocidad de la espira de tal forma que la corriente máxima inducida en ella sea de 5 A. (6%)

La fem de movimiento inducida, según la ley de Faraday es Blv y de acuerdo a la ley de Ohm, esta fem es igual a Ri.

$$\varepsilon = Blv = Ri$$

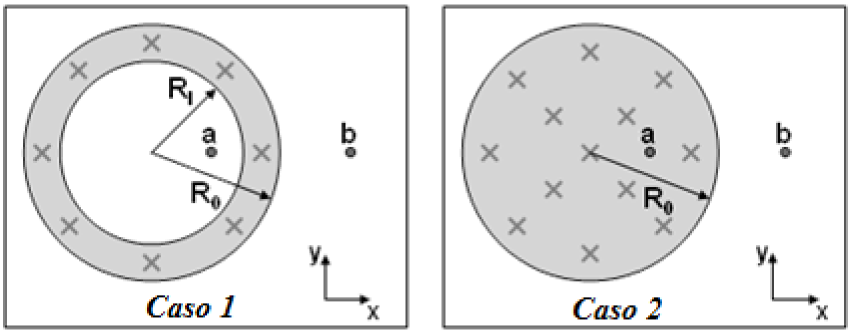
$$v = \frac{Ri}{Bl} = \frac{(0.50)(5)}{(0.70)(0.20)}$$

$$v = 18\ m/s$$

PREGUNTA 6 (20%)

Considere los dos casos mostrados abajo. En cada caso un conductor transporta la misma corriente total I = 2 amperios al interior de la página, y en cada caso la corriente se encuentra uniformemente distribuida sobre la sección transversal del conductor.

En el caso 1 el conductor es un cascarón cilíndrico de radio exterior R_0 = 10 cm y radio interior R_1 = 7.5 cm. En el caso 2 el conductor es un cilindro sólido y con el mismo radio exterior R_0 = 10 cm.



a) Compare B_1(a), la **magnitud** del campo magnético en el punto **a** (r = 5 cm) en el Caso 1, con B_2(a), la **magnitud** del campo magnético en el punto **a** (r = 5 cm) en el Caso 2. *Explique si es mayor, menor o igual.* Considere los conductores infinitamente largos (6%)

Al ser los conductores infinitamente largos podemos analizar estas situaciones a través de la ley de Ampère: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_n$, donde I_n es la corriente encerrada por la trayectoria amperiana.

De aquí podemos observar que, para una trayectoria amperiana circular de radio a, en el caso 1 no se encierra ninguna corriente mientras que en el caso 2 encierra parte del conductor y por ende hay una corriente encerrada diferente de cero.

De lo anterior se deduce entonces que $B_1(a) = 0$ y $B_2(a) \neq 0$, por lo que B_1(a) es menor que B_2(a).

b) Para el Caso 2, encuentre una expresión literal para el valor del campo magnético en un punto en el interior del cilindro (r < Ro). (6%)

Como la corriente está distribuida de manera uniforme:

$$\frac{I_n}{\pi r^2} = \frac{I}{\pi R_0^2} \Rightarrow I_n = \frac{r^2}{R_0^2} I$$

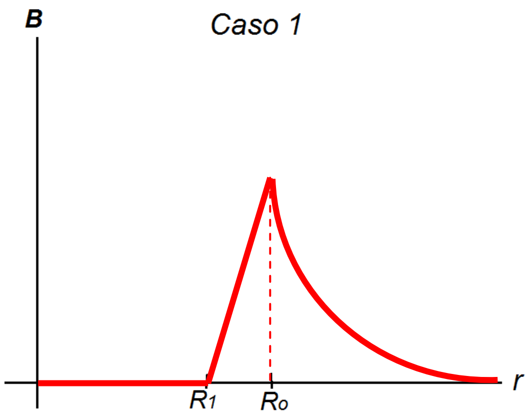
Aplicando la ley de Ampère:

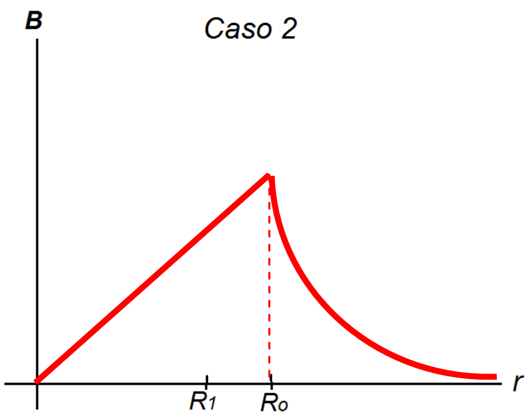
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_n$$

$$\oint B dl = B \oint dl = B(2\pi r) = \mu_0 \frac{r^2}{R_0^2} I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R_0^2} r$$

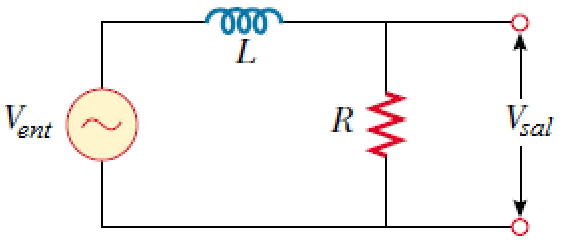
c) Realice el gráfico de *B=B(r)*, para los casos 1 y 2. (8%)

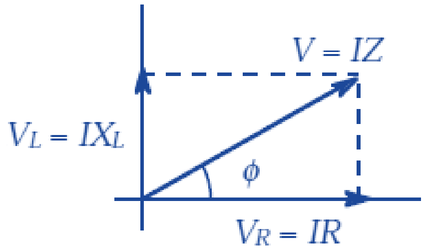




PREGUNTA 7 (12%)

Considere el circuito que se muestra en la figura adjunta. El voltaje de entrada se describe por la expresión (10 V)sen(200t) (en unidades del SI). Asumiendo que L = 500 mH, encuentre





a) el valor de R tal que el voltaje de salida se retrase 30° con respecto al voltaje de entrada. (6%)

$$tan\phi = \frac{V_L}{V_R} = \frac{I(\omega L)}{IR} = \frac{\omega L}{R}$$

$$R = \frac{\omega L}{tan\phi} = \frac{(200)(0.500)}{tan30°}$$

$$R = 173\ \Omega$$

b) la amplitud del voltaje de salida. (6%)

$$cos\phi = \frac{V_R}{V} = \frac{V_{sal}}{V_{ent}}$$

$$V_{sal} = V_{ent} cos\phi$$

$$V_{sal} = (10.0\ V)cos30°$$

$$V_{sal} = 8.66\ V$$