

Investigación de Operaciones (ICM-02246): Examen del Primer Parcial

Carrera: Ingeniería en Auditoría y Contaduría Pública Autorizada

Fecha: Martes 9 de Diciembre de 2014 **Instructor:** Luis I. Reyes Castro

COMPROMISO DE HONOR

Yo, _____, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y que cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándolo. Además, ni debo consultar ningún texto o material aparte de las notas que el instructor del curso me ha autorizado a traer a este examen. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso como constancia de haberlo leído y aceptado.

Firma: _____ **Número de matrícula** _____

Problema 1.1. Amalia es una estudiante de primer semestre de la ESPOL, quien dispone de 12 horas diarias que puede dedicar a estudiar, a divertirse, o a cualquier otra actividad. Ella sabe que si estudia mucho y se divierte muy poco va a caer en una depresión clínica, y que si estudia muy poco y se divierte mucho va a reprobar sus clases. Ella estima que para pasar todas sus clases sin problemas necesita estudiar por lo menos dos horas más del tiempo que dedica a la diversión. Más aún, el médico de la universidad le ha sugerido no estudiar más de 8 horas diarias para prevenir la posibilidad de que sufra una crisis nerviosa por estrés. En vista de que su presupuesto diario es de 8 dólares, también es relevante el hecho que ella en promedio se toma una taza de café de un dólar por cada dos horas de estudio y una cerveza de dos dólares por cada dos horas de diversión.

Finalmente, para Amalia el tiempo que dedica a estudiar es tan valioso como el tiempo que dedica a divertirse, pues ambos tiempos le traerán buenos recuerdos en el futuro.

- [3 Puntos] Formule el PL que Amalia necesita resolver para organizar su día.
- [3 Puntos] Utilice el método de solución gráfico para resolver este PL. Adicionalmente, indique si la solución óptima es degenerada.

□

Problema 1.2. [5 Puntos] Banco del Sur S.A. está entrando al mercado ecuatoriano con cinco sucursales en el área metropolitana de Guayaquil: Una en la Avenida 9 de Octubre, una en Urdesa, una en el Norte, una en el Sur, y una en Samborondón. El banco dispone de 20 millones de dólares para ejecutar sus primeros préstamos. Para estimar el interés efectivo de los préstamos en cada sucursal, *i.e.*, la tasa de interés promedio después de considerar los distintos tipos de préstamos que el público solicita y las deudas incobrables, el banco ha contratado a tres equipos independientes de estadistas quienes produjeron los estimados mostrados en la siguiente tabla.

| Sucursal | Equipo 1 | Equipo 2 | Equipo 3 |
|--------------|----------|----------|----------|
| 9 de Octubre | 7.46 | 7.37 | 7.27 |
| Urdesa | 10.89 | 10.63 | 10.81 |
| Norte | 8.20 | 8.56 | 8.62 |
| Sur | 11.77 | 12.09 | 11.50 |
| Samborondón | 9.05 | 9.16 | 9.68 |

En vista de las ligeras discrepancias en los estimados de estas tasas efectivas, el banco desea maximizar su ganancia mínima con respecto los tres escenarios pronosticados por los equipos. Adicionalmente, el banco ha establecido que en cada sucursal se debe poner a disposición del público no menos del 10% y no más del 50% del monto total a prestarse.

Formule un PL para determinar una política de inversión óptima. □

Nota: Si se le hace más conveniente puede dejar el PL expresado algebraicamente, siempre y cuando defina cuidadosamente todos los juegos de variables de decisión y de coeficientes (*e.g.*, costos) que utilice.

Problema 1.3. BaPaSA (Bananas y Papayas Sociedad Anónima) es una distribuidora de frutas tropicales que provee a varios supermercados de Guayaquil. La empresa se encuentra planificando su programa de compra y almacenamiento para los cuatro meses venideros, pues ha firmado contratos para abastecer mensualmente de 20,000 kg de banano y 12,000 kg de papaya a sus clientes. Los precios estimados a los que la empresa puede adquirir estas frutas de las haciendas que la proveen están dados en la siguiente tabla.

| Fruta | Mes 1 | Mes 2 | Mes 3 | Mes 4 |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| Banano | \$1.10 | \$1.25 | \$1.40 | \$1.35 |
| Papaya | \$0.80 | \$0.55 | \$0.70 | \$0.70 |

En cuanto al almacenamiento, la empresa cuenta con una cámara de refrigeración con capacidad de 10,000 kilogramos de fruta que puede ser operada a un costo de \$0.14 por kilogramo por mes.

- [5 Puntos] Formule este problema como un PL.
- [3 Puntos] Ahora suponga que RefriPat Cía Ltda., una empresa chilena que opera cámaras de refrigeración en la Patagonia, se ha acercado a la gerencia de BaPaSA para ofrecerle sus servicios. Dada la cercanía de las instalaciones de RefriPat a la Antártica, la empresa puede almacenar frutas a un costo de \$0.08 por kilogramo por mes. El transporte en barco ida y vuelta a la Patagonia corre por cuenta de RefriPat, por lo que esta empresa no ofrece su servicio por menos de dos meses seguidos, *e.g.*, BaPaSA puede entregar fruta a RefriPat en el primer mes y recibirla en el tercero o cuarto pero no en el segundo. Con esto en mente, modifique el PL anterior para modelar las oportunidades de almacenamiento adicional que RefriPat ofrece.

□

Nota: Si se le hace más conveniente puede dejar el PL expresado algebraicamente, siempre y cuando defina cuidadosamente todos los juegos de variables de decisión y de coeficientes (*e.g.*, costos) que utilice.

Problema 1.4. * [5 Puntos] Una compañía camionera en Nebraska contrata trabajadores temporales para abastecer la demanda de fletes durante los últimos tres meses del año. Se ha estimado que este mes la demanda mínima de trabajadores temporales durante los siete días de la semana es de 20, 14, 10, 15, 18, 10 y 12 trabajadores, respectivamente. Cada trabajador es contratado para que labore 5 días consecutivos.

Para desarrollar una política óptima de contratación podemos formular un PL con siete variables de decisión no-negativas $\{x_t\}_{t \in \llbracket 7 \rrbracket}$, donde x_t representa el número de trabajadores temporales que laboran desde el día t hasta el día $t + 4$. Por ejemplo, x_1 cuenta los trabajadores que comienzan el lunes y trabajan hasta el viernes, x_2 cuenta los trabajadores que comienzan el martes y trabajan hasta el sábado, x_3 cuenta los trabajadores que comienzan el miércoles y trabajan hasta el domingo, y así sucesivamente. Por conveniencia, permitiremos que los sub-índices de las variables se envuelvan, *e.g.*, diremos que $x_0 = x_7$, que $x_{-1} = x_6$, que $x_{-2} = x_5$, y así sucesivamente.

Las restricciones de este problema requieren que el número de trabajadores que laboran en cualquier día sea mayor o igual a la demanda mínima. Nótese que los trabajadores que laboran en el día t son aquellos que comienzan el día t , junto con aquellos que comenzaron el día $t - 1$, y así sucesivamente hasta aquellos que comenzaron el día $t - 4$. Matemáticamente, si d_t es la demanda mínima de trabajadores el día t entonces tenemos las restricciones:

$$\sum_{k \in \{0,1,2,3,4\}} x_{t-k} \geq d_t, \quad \forall t \in \llbracket 7 \rrbracket$$

Finalmente, el objetivo es minimizar el número total de trabajadores contratados:

$$\sum_{t \in \llbracket 7 \rrbracket} x_t$$

Con esto en mente, implemente este PL en PuLP y encuentre su solución óptima. □

Nota: Este problema ha sido escogido para que sea humanamente posible implementar las variables, restricciones y objetivo de manera explícita (*i.e.*, enumerándolas todas) o implícita (*i.e.*, generándolas mediante lazos).

*Problema 2.4C-4 del texto guía.

Problema 1.5. [2 Puntos Extra] Considérese el siguiente problema de regresión lineal de menores desviaciones absolutas con regularización ℓ_1 :

$$\min_{a \in \mathbb{R}^P, b \in \mathbb{R}} \frac{1}{M} \left[\sum_{m \in [M]} \left| Y_m - \left(\left(\sum_{i \in [P]} a^{[i]} X_m^{[i]} \right) + b \right) \right| \right] + \lambda \left[\sum_{i \in [P]} |a^{[i]}| \right]$$

Nótese que en este problema se busca pronosticar la variable $Y \in \mathbb{R}$ ajustando una función afín del vector de variables observables $X \in \mathbb{R}^P$ de la forma $a'X + b$, donde $a \in \mathbb{R}^P$ y $b \in \mathbb{R}$, para lo cual tenemos disponible un juego de M muestras $\{(X_m, Y_m)\}_{m \in [M]}$. Finalmente, la constante $\lambda \in \mathbb{R}_{>0}$ sirve para forzar al optimizador a elegir un estimador con pocos coeficientes diferentes de cero.

Formule este problema de estimación como un PL.