|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| image1 | **ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**FACULTAD DE CIENCIASNATURALES Y MATEMÁTICAS**ALGEBRA LINEAL**II TÉRMINO ACADÉMICO AÑO 2014 | image2  |

SEGUNDA EVALUACIÓN Febrero 19 de 2015

|  |  |
| --- | --- |
|

|  |
| --- |
| **COMPROMISO DE HONOR**Yo, ………………………………………………………………………………..………… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y guardarlo, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándome. Además no debo consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada. ***Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.******FIRMA:…………………………………………..…………………………….* *NÚMERO DE MATRÍCULA:………………….....……….….PARALELO:……..*** |

 |

**TEMA 1 (15 puntos)**

Sea el espacio vectorial $V=R^{3}$. Sea el subespacio de $V$:

$$W=\left\{\left(\begin{matrix}a\\b\\c\end{matrix}\right)\in R^{3} / 2a-b-c=0\right\}$$

a) Encuentre una base y determine la dimensión del complemento ortogonal de $W$

b) Considere el vector $v=\left(\begin{matrix}1&-1&-1\end{matrix}\right)\in R^{3}$. Encuentre un vector $w\in W$ y un vector $p\in W^{⫠}$ tal que $v=w+p$

|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIO** | **PUNTAJE** |
| **Encontrar la base de** $W^{⫠}$ | **4** |
| **Determinar la dimensión de** $W^{⫠}$ | **1** |
| **Encontrar uno de los dos vectores** $w$ **o** $p$ **aplicando proceso de ortonormalización y definición de proyección ortogonal** | **8** |
| **Aplicar teorema de proyección para determinar el vector que falta** | **2** |

**TEMA 2 (15 puntos)**

Sea la matriz $A=\left(\begin{matrix}5&-6&-6\\-1&4&2\\3&-6&-4\end{matrix}\right)$. Encuentre, de ser posible, la matriz invertible $C$ que diagonaliza a la matriz $A$ y la matriz diagonal $D$ que es semejante a la matriz $A$

|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIO** | **PUNTAJE** |
| **Encontrar los valores propios de** $A$ | **5** |
| **Encontrar las bases de los espacios propios de** $A$ | **5** |
| **Construir la matriz** $C$ | **3** |
| **Construir la matriz** $D$ | **2** |

**TEMA 3 (15 puntos)**

Sea la transformación lineal $T:P\_{1}\rightarrow R^{3}$ con regla de correspondencia:

$$T\left(a+bx\right)=\left(\begin{matrix}2a-b\\a+4b\\5a+2b\end{matrix}\right)$$

a) Encuentre una base y determine la dimensión del Kernel de $T$ y de la Imagen de $T$

b) Encuentre la representación matricial de $T$ respecto a la base $B\_{1}=\left\{2-x, 1+x\right\}$ de $P\_{1}$ y a la base $B\_{2}=\left\{\left(\begin{matrix}1&1&0\end{matrix}\right), \left(\begin{matrix}1&0&1\end{matrix}\right), \left(\begin{matrix}0&1&1\end{matrix}\right)\right\}$ de $R^{3}$

|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIO** | **PUNTAJE** |
| **Encontrar base de Kernel de** $T$ | **3** |
| **Encontrar la Nulidad de** $T$ | **1** |
| **Encontrar base de Imagen de** $T$ | **3** |
| **Encontrar el rango de** $T$ | **1** |
| **Encontrar la matriz asociada a** $T$ | **7** |

**TEMA 4 (16 puntos)**

Sea $T: P\_{1}\rightarrow P\_{1}$ un operador lineal tal que $T\left(1+x\right)=3+5x$ y $T\left(3-x\right)=5+3x$

a) Encuentre la regla de correspondencia de $T$

b) Encuentre, de ser posible, una base $B^{\*}$ de $P\_{1}$ tal que la matriz asociada a $T$ respecto de $B^{\*}$ sea una matriz diagonal $D$

|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIO** | **PUNTAJE** |
| **Encontrar la regla de correspondencia de** $T$ | **8** |
| **Encontrar los valores propios de** $T$ | **4** |
| **Construir la base** $B^{\*}$ | **4** |

**TEMA 5 (9 puntos)**

Defina:

a) Transformación Lineal Diagonalizable.-

b) Valor y Vector Propio de una Matriz.-

c) Complemento Ortogonal de un Subespacio.-

|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIO** | **PUNTAJE** |
| **Por cada definición 3 puntos** | **9** |

**NOTA:** Si el estudiante enuncia un teorema en vez de la definición dada en clase se le asigna la calificación de CERO.