ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Año: 2015	Período: Segundo Término Académico
Materia: Álgebra Lineal	Profesor:
Evaluación: Primera	Fecha: Diciembre 10 2015

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ………..…………… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora *ordinaria* para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma ***NÚMERO DE MATRÍCULA:……………….……………...*** ***PARALELO:…………***

TEMA 1 [10 PUNTOS]

Considere la matriz $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

a) Encuentre una base y determine la dimensión del Núcleo de A

b) Determine si el vector $v=\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ pertenece a la Imagen de A. Justifique su respuesta

<u>TEMA 2</u> [5 PUNTOS]

Defina formalmente "conjunto linealmente dependiente de vectores"

<u>TEMA 3</u> [5 PUNTOS]

Sea el espacio vectorial real $V = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \in R^3 / a > 0 \;\; y \;\; b + c = 0 \right\}$ con las operaciones:

$$v_1 \oplus v_2 = \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 a_2 \\ b_1 + b_2 + 1 \\ c_1 + c_2 - 1 \end{pmatrix}$$

$$\alpha \bullet v = \alpha \bullet \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^{\alpha} \\ \alpha\, b - 1 + \alpha \\ \alpha\, c + 1 - \alpha \end{pmatrix}; \alpha \in R$$

a) Encuentre el vector nulo n_V y el vector inverso aditivo del vector $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

b) Pruebe que la suma es una operación cerrada en V

TEMA 4 **[10 PUNTOS]**

Califique cada proposición que se enuncia a continuación como verdadera o falsa. Justifique sus respuestas.

a) Sea V el espacio vectorial de las funciones continuas en el intervalo $[-\pi,\pi]$. Considere el subespacio de V: $H = gen\left\{1+\cos^2(x), sen^2(x), \frac{3}{5}, \cos(2x), sen(2x)\right\}$

Entonces $\dim H = 4$

b) Sea S un conjunto finito linealmente dependiente en un espacio vectorial V. Sea $S' \subset S$ tal que $S' \neq \phi$. Entonces S' es linealmente dependiente en V

TEMA 5 **[10 PUNTOS]**

Sea el espacio vectorial real $V = P_2$. Sean los subespacios de V:

$$H = \{p(x) \in P_2 \,/\, p(-1) = 2p(1)\}$$
$$W = gen\{2x^2 - x - 3,\ 2x - 1 - x^2\}$$

a) Encuentre una base y determine la dimensión de $H \cap W$
b) Encuentre una base y determine la dimensión de $H + W$

<u>TEMA 6</u> [10 PUNTOS]

Considere las bases ordenadas del espacio vectorial $V = D_{2x2}$:

$$B_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \right\}$$

a) Si $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, encuentre $[A]_{B1}$

b) Determine la matriz C de cambio de base de B_1 a B_2

c) Encuentre $[A]_{B2}$ usando la matriz de cambio de base C del literal b