



Yo,....., me comprometo a realizar el examen en forma individual, solo puedo usar lápiz, esferográfico, y calculadora sencilla y el material que se me otorgue en el examen, cualquier otro material debo guardarlo en mi mochila y ponerla en parte anterior del aula. Como constancia del compromiso adquirido firmo a continuación

..... N° Matrícula:

Tema 1

Un anuncio de hamburguesas indica que un cliente puede ordenar su hamburguesa con alguno, con ninguno de los siguientes ingredientes o con todos: catsup, mostaza, mayonesa, lechuga, tomate, cebolla, pepinillos, queso o champiñones. ¿Cuántas órdenes diferentes de hamburguesa se pueden servir?

Tema 2

Determine el coeficiente de x^9y^3 en los desarrollos de (a) $(x + y)^{12}$, (b) $(x + 2y)^{12}$ y (c) $(2x - 3y)^{12}$.

Tema 3

- a) ¿Cuántas soluciones enteras no negativas tiene la pareja de ecuaciones $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_7 = 37, x_1 + x_2 + x_3 = 6$?
- b) ¿Cuántas de las soluciones de la parte (a) tienen $x_1, x_2, x_3 > 0$?

Tema 4

11. David tiene un conjunto de 180 bloques distintos. Cada uno de estos bloques está hecho de madera o plástico y viene en alguno de tres tamaños (pequeño, mediano, grande), cinco colores (rojo, blanco, azul, amarillo, verde) y seis formas (triangular, cuadrado, rectangular, hexagonal, octagonal, circular). ¿Cuántos de los bloques de este conjunto difieren

- a) del bloque *pequeño, rojo, de madera, cuadrado* en exactamente una forma? (Por ejemplo, el bloque *pequeño, rojo, de plástico, cuadrado* es uno de esos bloques.)
- b) del bloque *grande, azul, de plástico, hexagonal* en exactamente dos formas? (Por ejemplo, el bloque *pequeño, rojo, de plástico, hexagonal* es uno de esos bloques.)

Tema 5

Demuestre lo siguiente mediante inducción matemática.

$$1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n - 1)^3 = n^2(2n^2 - 1)$$

Demuestre que para cualquier $n \in \mathbb{Z}^+, n > 9 \Rightarrow n^3 < 2^n$.

Tema 6

- a) Encuentre tres enteros positivos a, b, c tales que $31 \mid (5a + 7b + 11c)$.
- b) Si $a, b, c \in \mathbb{Z}$ y $31 \mid (5a + 7b + 11c)$, demuestre que (i) $31 \mid (21a + 17b + 9c)$ y (ii) $31 \mid (6a + 27b + 7c)$.
- c) Si $n \in \mathbb{N}$, demuestre que $3 \mid (7^n - 4^n)$.