# ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
## FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

### DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

| | |
|---|---|
| Año: 2015 | Período: Segundo Término Académico |
| Materia: Álgebra Lineal | Profesor: |
| Evaluación: Segunda | Fecha: Febrero 4 de 2016 |

### COMPROMISO DE HONOR

Yo, ______________________________________________ al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y guardarlo donde se me indique, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándome. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

***Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.***

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

***FIRMA:*** ____________________ ***NÚMERO DE MATRÍCULA:*** ______________ ***PARALELO:*** ______

## TEMA 1 [15 PUNTOS]

Sea $T : P_2 \to R^3$ una transformación lineal con regla de correspondencia:

$$T\left(a x^2 + bx + c\right) = \begin{pmatrix} a-b+2c \\ 3a+b+c \\ a+3(b-c) \end{pmatrix}$$

a) Encuentre una base y determine la dimensión del Núcleo de $T$

b) Encuentre una base y determine la dimensión de la Imagen de $T$

c) Encuentre la representación matricial de $T$ con las bases ordenadas $B_1 = \left\{1, x, x^2\right\}$ de $P_2$ y $B_2 = \left\{\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$ de $R^3$

**TEMA 2 [5 PUNTOS]**

**Defina formalmente "Producto Interno"**

**TEMA 3 [6 PUNTOS]**

Sea $T: C^2 \to C^2$ una transformación lineal tal que $T\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{z_1} + z_2 \\ \overline{z_2} + z_1 \end{pmatrix}$ donde $C^2$ es el espacio vectorial de todos los pares ordenados complejos. Pruebe que:

$$\forall X \in C^2 \; (ToT)(X) = 2\overline{T(X)}$$

**TEMA 4** [12 PUNTOS]

Encuentre la matriz ortogonal $Q$ que diagonaliza ortogonalmente a la matriz simétrica:

$$A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$$

**TEMA 5** **[12 PUNTOS]**

Sea el espacio vectorial $V = R^3$. Sea el subespacio de $V$:

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in R^3 / x + y + z = 0 \right\}$$

a) Encuentre una base y determine la dimensión de $H^{\perp}$.

b) Dado el vector $v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \in R^3$. Encuentre un vector $h \in H$ y un vector $p \in H^{\perp}$ tal que $v = h + p$