



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Año: 2015	Período: Segundo Término
Materia: Estadística Matemática I	Profesor: Christian E. Galarza, M.Sc.
Evaluación: Tercera	Fecha: 17 de Febrero de 2016

COMPROMISO DE HONOR

Yo, _____ al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora *ordinaria* para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

“Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar”.

Firma: _____ **Número de matrícula:** _____ **Paralelo:** _____

Tema 1. [20 puntos] Demostraciones:

(a) Dada una población infinita, demuestre que $E[\bar{X}] = \mu$ y $\text{var}[\bar{X}] = \sigma^2/n$.

(b) Sean X_1, X_2, \dots, X_n variables aleatorias i.i.d., continuas con función de densidad común f y función de distribución F . Sea $Y_n = \max\{X_1, \dots, X_n\}$. Demuestre que la función de densidad del máximo está dada por

$$f_{Y_n}(x) = nf(x)[F(x)]^{n-1}, x \in \mathfrak{R}.$$

□

Tema 2. [15 puntos] Sea X una v.a. con distribución exponencial con media β . Se define una nueva variable aleatoria como $Y = [X] + 1$, donde $[X]$ denota la parte entera de X . Obtenga la distribución de Y .

□

Tema 3. [25 puntos] Sean X y Y variables aleatorias independientes, con distribución común $N(0, 1)$. Pruebe que $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$ y $\Phi = \arctan(Y/X)$ también son independientes, $\Phi \sim U(0, 2\pi)$ y R tiene una distribución Rayleigh, i.e., con densidad

$$f_R(r) = r \exp\{-r^2/2\}, r > 0.$$

□

Tema 4. [20 puntos] Suponga que el tiempo en horas que un estudiante necesita para aprender una tema de Geografía es una variable aleatoria con distribución Normal. Si el 84,13 % de los alumnos usan más de 3 horas y solamente el 2,28 % se toman más de 9 horas para aprender el tema:

(a) ¿Cuáles son los parámetros de la distribución?

(b) Si se registran los tiempos de estudios de 36 estudiantes de un determinado curso, ¿Cuál es la probabilidad que el tiempo promedio dedicado al tema sea menor a 4 horas?

□

Tema 5. [20 puntos] El doce por ciento de la población es zurda.

(a) Aproxime la probabilidad de que haya por lo menos 50 zurdos en una escuela con 500 alumnos.

(b) Determine el tamaño de muestra necesario n para que con un 99% de confianza, el error de estimación $|\hat{p} - p|$ para el porcentaje real de zurdos en la escuela sea a lo mucho 5%.

□

Tema 6. [20 puntos] El gerente de producción de Bellevue Steel, fabricante de sillas de ruedas, desea comparar el número de sillas de ruedas defectuosas producidas en el turno matutino con el del turno vespertino. Una muestra de la producción de 6 turnos matutinos y 8 vespertinos reveló el número de defectos siguiente:

<i>Matutino</i>	9	8	7	6	3	7		
<i>Vespertino</i>	8	10	7	11	9	12	14	9

(a) ¿La variabilidad del número de defectos en las ruedas se puede considerar igual para ambos turnos? Use $\alpha = 0,05$.

(b) Usando el resultado obtenido en (a), ¿existe alguna diferencia en el número medio de defectos por turno? Construya un intervalo del 98% de confianza.

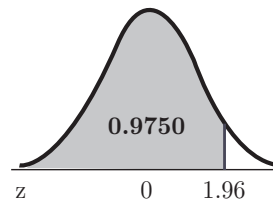
□

Tablas:

gl_1	gl_2	$F_{(0,995)}$	$F_{(0,975)}$	$F_{(0,950)}$	$F_{(0,050)}$	$F_{(0,025)}$	$F_{(0,005)}$
5	7	0.070	0.146	0.205	3.972	5.285	9.522
6	8	0.095	0.179	0.241	3.581	4.652	7.952
7	5	0.105	0.189	0.252	4.876	6.853	14.200
8	6	0.126	0.215	0.279	4.147	5.600	10.566

gl	$t_{(0,050)}$	$t_{(0,025)}$	$t_{(0,010)}$	$t_{(0,005)}$
10	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.753	2.131	2.602	2.947

DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE UNA V.A. NORMAL (0,1)



x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000