



Escuela Superior Politécnica del Litoral
Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas
Departamento de Matemáticas

Año: 2015 Período: Segundo Término
Materia: Estadística Profesor: _____
Evaluación: Tercera Fecha: 18 de febrero de 2016

COMPROMISO DE HONOR

Yo, _____, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada. **Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.**

“Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar”.

Firma: _____ Número de matrícula: _____ Paralelo: _____

1. Se está realizando un estudio del virus del Zika, en el que se capturan a 30 mosquitos de un sector de la ciudad de Guayaquil para ver qué proporción tienen el virus del Zika. Supongamos que de los 30 mosquitos, 10 tienen el virus del Zika, pero los investigadores no saben esta información. En vista de los costos de detectar el virus en un mosquito, el equipo decide hacer las pruebas de laboratorio en 12 de mosquitos de los 30.

(a) (7 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de los mosquitos seleccionados tenga el virus del Zika?

(b) (7 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que todos los mosquitos seleccionados tengan el virus del Zika?



(c) (7 puntos) ¿Cuántos mosquitos con el virus del Zika se espera observar en los mosquitos seleccionados?

2. Después de quedar en cinta, el mosquito hembra se alimenta de sangre, la cuál la digiere durante dos o tres días a medida que va desarrollando los huevecillos. Después de poner los huevecillos busca quedar en cinta nuevamente y el ciclo se vuelve a repetir hasta que luego de un par de semanas se muere. Suponga que el número de veces que una hembra pica a un ser humano en una semana es Poisson con parámetro ($\lambda = 1$).

(a) (9 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que un mosquito hembra pique más de 3 personas?

- (b) (15 puntos) Si en una pequeña comuna de 20 habitantes hay dos enfermos de Zika, ¿Cuál es la probabilidad (4 decimales de precisión) de que en una semana un mosquito pique al menos a un enfermo? (SUGERENCIA: Si un mosquito pica Y veces en una semana, el número de personas infectadas que pica X sería binomial con $n = Y$ y $p = 2/20$ [probabilidad condicional de X dado Y]. Como Y es poisson, habría que aplicar la ley de probabilidad total para $Y = 0, 1, 2, 3, \dots$. Recuerde la ley probabilidad total dice que, dada una partición del espacio muestral, $P(A) = \sum P(A|E_i)P(E_i)$. No es necesario llegar hasta infinito porque sólo se pide precisión a 4 decimales)

- (c) (10 puntos) ¿Cuál es la probabilidad condicional de que un mosquito haya picado a más de 3 personas dado que tiene el virus del Zika, y por ende, ha picado al menos a un enfermo? (SUGERENCIA: Teorema de Bayes)

3. Algunas enfermedades suelen detectarse indirectamente por medio de una prueba de sangre en la que se mide la presencia de algún anticuerpo en particular. Nuestro cuerpo naturalmente tiene ciertos anticuerpos aunque no tenga ninguna enfermedad, sin embargo estos se elevan cuando hay alguna enfermedad presente. Un ejemplo es el *Helicobacter Pylori* y el indicador de sus anticuerpos en la sangre es IgG. Una persona tiene IgG, aunque no tenga una infección de *Helicobacter Pylori*. Sin embargo, al adquirir la infección, el IgG aumenta. Suponga que el indicador sigue una distribución normal con desviación estándar 1, y que su media es menor o igual que 7 en el caso de un paciente sano. Los médicos suelen concluir que el paciente puede tener una infección de *Helicobacter Pylori* si el indicador IgG es mayor que 8.5. Suponga que H_0 es que el paciente está sano y H_1 es que el paciente tiene *Helicobacter Pylori*.

(a) (10 puntos) En medicina se conoce la especificidad de una prueba como la probabilidad de declarar sano a un paciente sano, lo que viene a ser en estadística uno menos el nivel de significancia ($1 - \alpha$). ¿Cuál es la especificidad de la prueba? (SUGERENCIA: una muestra de sangre en un paciente sería una muestra de tamaño 1)

(b) (10 puntos) La sensibilidad de una prueba se define como la probabilidad de detectar la enfermedad, que viene siendo en estadística la potencia de la prueba. ¿Cuál es la sensibilidad de esta prueba si la persona tiene la bacteria y su media de IgG es de $\mu = 9$?

4. Se está desarrollando una insecticida que sea inofensivo para los humanos pero que mate al mosquito *Aedes*, para poder evitar la propagación del Zika, chikungunya y dengue. Para probar la efectividad del insecticida se hace un estudio en un laboratorio que recrea el ambiente natural del mosquito, y se sueltan 50 mosquitos. Luego de un rato se aplica el insecticida con una cierta dosis del compuesto (en miligramos) en estudio y se cuenta cuántos murieron. Los resultados se exponen a continuación:

Dosis	0	100	200	300	400	500
Muertos	1	8	15	20	27	32

- (a) (6 puntos) Calcule la media, mediana y varianza del número de mosquitos muertos en la muestra.

- (b) (19 puntos) Se desea explicar el número de mosquitos muertos en función de la dosis del insecticida. Para esto se emplea una técnica estadística llamada *regresión lineal simple*. Esta técnica consiste en aproximar la relación entre dos variables por medio de una línea recta. Suponga que x es la dosis del insecticida y Y es el número de mosquitos muertos. La aproximación de la línea recta está dada por $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, n$, donde β_0 es el intercepto, β_1 es la pendiente, ε_i es el error y n es el tamaño de la muestra. Los estimadores de β_0 y β_1 más comunes se llaman estimadores de *mínimos cuadrados* y están dados por las siguientes expresiones:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

Calcule para el experimento del insecticida el intercepto y la pendiente por el método de mínimos cuadrados.

Distribución normal estándar acumulada

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990