



ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL.
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANISTICAS
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

PRIMERA EVALUACIÓN DE MÉTODOS ESTADÍSTICOS II

Nombre y Apellidos del estudiante:.....**RUBRICA**.....

Fecha: JULIO del 2015

Profesores: M.Sc. Wendy Plata A., M.Sc. Rosa Tapia A., Ph.D. David Sabando Vera.

| | |
|---|--|
| <p>COMPROMISO DE HONOR</p> <p>Yo,..... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.</p> <p><i>Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.</i></p> <p align="center">_____</p> <p align="center">Firma</p> <p>NÚMERO DE MATRÍCULA:.....</p> <p>PARALELO:.....</p> | <p><i>"Como estudiante de la FCSH me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni deajo copiar".</i></p> <p>FIRMA DEL ESTUDIANTE</p> |
|---|--|

PRIMER tema: (10 %) (10 puntos)

Marcar como verdadero o falso los siguientes enunciados:

| | verdadero | falso |
|---|-----------|----------|
| a) El valor esperado de un experimento se obtiene calculando el valor del promedio aritmético sobre todos los resultados posibles del experimento. | | X |
| b) El valor de una variable aleatoria suele poder predecirse antes que tenga lugar determinada ocurrencia. | | X |
| c) Cualquier acción que minimice la perdida esperada minimizará también la ganancia esperada. | | X |
| d) La desviación estándar de la media disminuye en proporción directa con el tamaño de la muestra. | | X |
| e) Con un tamaño creciente de la muestra, la distribución muestral de la media se acerca a la normalidad, sin importar la distribución de la población. | X | |

| Desempeño | | | | |
|---|---|--|--|--|
| Insuficiente | Regular | Regular | Satisfactorio | Excelente |
| No valora correctamente ninguna proposición | Contesta correctamente una proposición. | Contesta correctamente dos proposiciones | Contesta correctamente tres o cuatro proposiciones | Contesta correctamente cinco proposiciones |
| 0 | 2 | 4 | 6-8 | 10 |



ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL.
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANISTICAS
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

SEGUNDO tema (30 %)

Sean X y Y dos variables aleatorias continuas y se tiene la siguiente función:

$$f(x; y) = \begin{cases} k(x + y), & 0 \leq x \leq y < 1 \\ 0, & \text{cualquier otro caso} \end{cases}$$

- a) Determine el valor de k para que $f(x; y)$ sea una función de densidad conjunta. (5 PUNTOS)

| Desempeño | | | |
|---|---|--|---------------------------|
| Insuficiente | Regular | Satisfactorio | Excelente |
| No realiza cálculos, ni propone las condiciones para que una función pueda ser de densidad. | Propone las condiciones para que una función pueda ser de densidad. | Realiza los cálculos para el cumplimiento de las condiciones para que una función pueda ser de densidad, pero no encuentra el valor de K . | Determina el valor de K |
| 0 | 1 - 2 | 3 - 4 | 5 |

- b) Determine las funciones de densidad marginales $f(x), h(y)$. (10 PUNTOS)

Marginal $f(x)$. (5 puntos)

| Desempeño | | | |
|---|---|---|---|
| Insuficiente | Regular | Satisfactorio | Excelente |
| No realiza cálculos, ni propone la definición para la determinación de la función marginal $f(x)$ | Propone la definición para la determinación de la marginal $f(x)$ | Propone la definición para la determinación de la marginal $f(x)$ y realiza los cálculos pero no encuentra la respuesta correcta. | Determina la función marginal $f(x)$ correctamente. |
| 0 | 1 - 2 | 3 - 4 | 5 |

Marginal $h(y)$. (5 puntos)

| Desempeño | | | |
|---|---|---|---|
| Insuficiente | Regular | Satisfactorio | Excelente |
| No realiza cálculos, ni propone la definición para la determinación de la función marginal $h(y)$ | Propone la definición para la determinación de la marginal $h(y)$ | Propone la definición para la determinación de la marginal $h(y)$ y realiza los cálculos pero no encuentra la respuesta correcta. | Determina la función marginal $h(y)$ correctamente. |
| 0 | 1 - 2 | 3 - 4 | 5 |

- c) ¿Son X y Y independientes? ¿Por qué? (5 PUNTOS)

| Desempeño | | | |
|---|---|---|---|
| Insuficiente | Regular | Satisfactorio | Excelente |
| No realiza cálculos, ni propone la condición para que dos variables aleatorias sean independientes. | Propone la condición para que dos variables aleatorias sean independientes. | Realiza los cálculos para verificar la condición para que dos variables aleatorias sean independientes. | Determina si las variables son independientes y argumenta su respuesta. |
| 0 | 1 - 2 | 3 - 4 | 5 |



ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL.

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANISTICAS
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

d) ¿Cuál es la probabilidad de $Y \leq 1 - X$? (10 PUNTOS)

| Desempeño | | | |
|----------------------------|--|--|--|
| Insuficiente | Regular | Satisfactorio | Excelente |
| No realiza ningún cálculo. | Propone la definición de la probabilidad a calcular. | Bosqueja la región A para el cálculo de la doble integral y los límites de integración, pero no encuentra la respuesta correcta. | Determina la probabilidad correcta solicitada. |
| 0 | 1 - 2 | 6 - 8 | 10 |

TERCER tema: (20%)

Sea X una variable aleatoria con función densidad de probabilidad: (20 PUNTOS)

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{cualquier otro caso} \end{cases}$$

a) Determine y grafique la función de distribución acumulada de X . (10 PUNTOS)

| Desempeño | | | |
|----------------------------|--|--|--|
| Insuficiente | Regular | Satisfactorio | Excelente |
| No realiza ningún cálculo. | Propone la definición para calcular $F(x)$. | Realiza los cálculos para encontrar $F(x)$ pero no encuentra la respuesta correcta ni realiza el gráfico pedido. | Determina correctamente $F(x)$ y su gráfico. |
| 0 | 1-2 | 6 - 8 | 10 |

b) Calcule $p(2 < X < 4)$; $p(X > 3)$; $p(X < 1)$ (10 puntos)

Para $p(2 < X < 4)$ (4 puntos)

| Desempeño | | | |
|----------------------------|--|--|--|
| Insuficiente | Regular | Satisfactorio | Excelente |
| No realiza ningún cálculo. | Propone la definición para calcular la probabilidad. | Realiza los cálculos para la probabilidad, pero la respuesta no es correcta. | Determina el valor de la probabilidad correctamente. |
| 0 | 1 | 2 - 3 | 4 |

Para $p(X > 3)$ (3 puntos)

| Desempeño | | | |
|----------------------------|--|--|--|
| Insuficiente | Regular | Satisfactorio | Excelente |
| No realiza ningún cálculo. | Propone la definición para calcular la probabilidad. | Realiza los cálculos para la probabilidad, pero la respuesta no es correcta. | Determina el valor de la probabilidad correctamente. |
| 0 | 1 | 2 | 3 |



ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL.
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANISTICAS
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

Para $p(X < 1)$ (3 puntos)

| Desempeño | | | |
|----------------------------|--|--|--|
| Insuficiente | Regular | Satisfactorio | Excelente |
| No realiza ningún cálculo. | Propone la definición para calcular la probabilidad. | Realiza los cálculos para la probabilidad, pero la respuesta no es correcta. | Determina el valor de la probabilidad correctamente. |
| 0 | 1 | 2 | 3 |

CUARTO tema: (20%)

La información del American Institute of Insurance indica que la cantidad media de seguros de vida por familia asciende a \$110 000, una desviación estándar de \$40 000. Si selecciona una muestra aleatoria de 50 familias.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar una muestra con una media de por lo menos \$112 000? (5 puntos)

| Desempeño | | | |
|----------------------------|--|--|--|
| Insuficiente | Regular | Satisfactorio | Excelente |
| No realiza ningún cálculo. | Plantea correctamente la expresión para el cálculo de la probabilidad. | Realiza los cálculos para la probabilidad, pero la respuesta no es correcta. | Determina el valor de la probabilidad correctamente. |
| 0 | 1 | 2 | 5 |

- b) ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar una muestra con una media de más de \$100 000? (5 puntos)

| Desempeño | | | |
|----------------------------|--|--|--|
| Insuficiente | Regular | Satisfactorio | Excelente |
| No realiza ningún cálculo. | Plantea correctamente la expresión para el cálculo de la probabilidad. | Realiza los cálculos para la probabilidad, pero la respuesta no es correcta. | Determina el valor de la probabilidad correctamente. |
| 0 | 1 | 2 | 5 |

- c) Determine la probabilidad de seleccionar una muestra con una media de más de \$110 000 e inferior a \$120 000. (5 puntos)

| Desempeño | | | |
|----------------------------|--|--|--|
| Insuficiente | Regular | Satisfactorio | Excelente |
| No realiza ningún cálculo. | Plantea correctamente la expresión para el cálculo de la probabilidad. | Realiza los cálculos para la probabilidad, pero la respuesta no es correcta. | Determina el valor de la probabilidad correctamente. |
| 0 | 1 | 2 | 5 |



ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL.
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANISTICAS
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

d) ¿Cuál es el valor promedio del seguro de las personas del primer cuartil que menos pagan? (5 puntos)

| Desempeño | | | |
|----------------------------|---|--|--|
| Insuficiente | Regular | Satisfactorio | Excelente |
| No realiza ningún cálculo. | Plantea correctamente la expresión para el cálculo del valor Z correspondiente. | Realiza los cálculos para encontrar el valor de la media pedido considerando el teorema de límite central, pero la respuesta no es correcta. | Determina el valor de la media pedido correctamente. |
| 0 | 1 | 2 | 5 |

QUINTO tema: (20%)

Una distribuidora mayorista de gasolina tiene tanques de almacenamiento al granel que contienen suministros fijos y se llenan cada lunes. De interés para el mayorista es la proporción de este suministro que se vende durante la semana. Durante varias semanas de observación, la distribuidora encontró que esta proporción podría ser modelada por una distribución de probabilidad con parámetros $\alpha = 4$ y $\beta = 2$. Encuentre la probabilidad de que la mayorista venda al menos 90% de su existencia en una semana determinada. **(20 puntos)**

Nota: para resolver el problema debe escoger la función distribución apropiada:

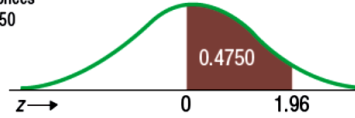
| | |
|----------------------|--|
| Función uniforme | $f(y) = \begin{cases} \frac{1}{\beta - \alpha}, & \alpha \leq y \leq \beta \\ 0, & \text{en otro punto} \end{cases}$ |
| Función Gamma | $f(y) = \begin{cases} \frac{y^{\alpha-1} e^{-y/\beta}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)}, & 0 \leq y < \infty \\ 0, & \text{en cualquier otro punto} \end{cases}$ |
| Función Beta | $f(y) = \begin{cases} \frac{y^{\alpha-1} (1-y)^{\beta-1}}{\frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)}}, & 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{en cualquier otro punto} \end{cases}$ |
| Función Exponencial. | $f(y) = \begin{cases} \frac{e^{-y/\beta}}{\beta}, & 0 \leq y < \infty \\ 0, & \text{en cualquier otro punto} \end{cases}$ |

| Desempeño | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|--|--|
| Insuficiente | Regular | Satisfactorio | Excelente |
| No realiza ningún cálculo. | No escoge la función apropiada (Beta) | Realiza los cálculos para encontrar la probabilidad, pero la respuesta no es correcta. | Determina el valor de la probabilidad correctamente. |
| 0 | 1-2 | 10-15 | 20 |



ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL.
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANISTICAS
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

Ejemplo:
 Si $z = 1.96$, entonces
 $P(0 \leq z) = 0.4750$



| z | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0.0 | 0.0000 | 0.0040 | 0.0080 | 0.0120 | 0.0160 | 0.0199 | 0.0239 | 0.0279 | 0.0319 | 0.0359 |
| 0.1 | 0.0398 | 0.0438 | 0.0478 | 0.0517 | 0.0557 | 0.0596 | 0.0636 | 0.0675 | 0.0714 | 0.0753 |
| 0.2 | 0.0793 | 0.0832 | 0.0871 | 0.0910 | 0.0948 | 0.0987 | 0.1026 | 0.1064 | 0.1103 | 0.1141 |
| 0.3 | 0.1179 | 0.1217 | 0.1255 | 0.1293 | 0.1331 | 0.1368 | 0.1406 | 0.1443 | 0.1480 | 0.1517 |
| 0.4 | 0.1554 | 0.1591 | 0.1628 | 0.1664 | 0.1700 | 0.1736 | 0.1772 | 0.1808 | 0.1844 | 0.1879 |
| 0.5 | 0.1915 | 0.1950 | 0.1985 | 0.2019 | 0.2054 | 0.2088 | 0.2123 | 0.2157 | 0.2190 | 0.2224 |
| 0.6 | 0.2257 | 0.2291 | 0.2324 | 0.2357 | 0.2389 | 0.2422 | 0.2454 | 0.2486 | 0.2517 | 0.2549 |
| 0.7 | 0.2580 | 0.2611 | 0.2642 | 0.2673 | 0.2704 | 0.2734 | 0.2764 | 0.2794 | 0.2823 | 0.2852 |
| 0.8 | 0.2881 | 0.2910 | 0.2939 | 0.2967 | 0.2995 | 0.3023 | 0.3051 | 0.3078 | 0.3106 | 0.3133 |
| 0.9 | 0.3159 | 0.3186 | 0.3212 | 0.3238 | 0.3264 | 0.3289 | 0.3315 | 0.3340 | 0.3365 | 0.3389 |
| 1.0 | 0.3413 | 0.3438 | 0.3461 | 0.3485 | 0.3508 | 0.3531 | 0.3554 | 0.3577 | 0.3599 | 0.3621 |
| 1.1 | 0.3643 | 0.3665 | 0.3686 | 0.3708 | 0.3729 | 0.3749 | 0.3770 | 0.3790 | 0.3810 | 0.3830 |
| 1.2 | 0.3849 | 0.3869 | 0.3888 | 0.3907 | 0.3925 | 0.3944 | 0.3962 | 0.3980 | 0.3997 | 0.4015 |
| 1.3 | 0.4032 | 0.4049 | 0.4066 | 0.4082 | 0.4099 | 0.4115 | 0.4131 | 0.4147 | 0.4162 | 0.4177 |
| 1.4 | 0.4192 | 0.4207 | 0.4222 | 0.4236 | 0.4251 | 0.4265 | 0.4279 | 0.4292 | 0.4306 | 0.4319 |
| 1.5 | 0.4332 | 0.4345 | 0.4357 | 0.4370 | 0.4382 | 0.4394 | 0.4406 | 0.4418 | 0.4429 | 0.4441 |
| 1.6 | 0.4452 | 0.4463 | 0.4474 | 0.4484 | 0.4495 | 0.4505 | 0.4515 | 0.4525 | 0.4535 | 0.4545 |
| 1.7 | 0.4554 | 0.4564 | 0.4573 | 0.4582 | 0.4591 | 0.4599 | 0.4608 | 0.4616 | 0.4625 | 0.4633 |
| 1.8 | 0.4641 | 0.4649 | 0.4656 | 0.4664 | 0.4671 | 0.4678 | 0.4686 | 0.4693 | 0.4699 | 0.4706 |
| 1.9 | 0.4713 | 0.4719 | 0.4726 | 0.4732 | 0.4738 | 0.4744 | 0.4750 | 0.4756 | 0.4761 | 0.4767 |
| 2.0 | 0.4772 | 0.4778 | 0.4783 | 0.4788 | 0.4793 | 0.4798 | 0.4803 | 0.4808 | 0.4812 | 0.4817 |
| 2.1 | 0.4821 | 0.4826 | 0.4830 | 0.4834 | 0.4838 | 0.4842 | 0.4846 | 0.4850 | 0.4854 | 0.4857 |
| 2.2 | 0.4861 | 0.4864 | 0.4868 | 0.4871 | 0.4875 | 0.4878 | 0.4881 | 0.4884 | 0.4887 | 0.4890 |
| 2.3 | 0.4893 | 0.4896 | 0.4898 | 0.4901 | 0.4904 | 0.4906 | 0.4909 | 0.4911 | 0.4913 | 0.4916 |
| 2.4 | 0.4918 | 0.4920 | 0.4922 | 0.4925 | 0.4927 | 0.4929 | 0.4931 | 0.4932 | 0.4934 | 0.4936 |
| 2.5 | 0.4938 | 0.4940 | 0.4941 | 0.4943 | 0.4945 | 0.4946 | 0.4948 | 0.4949 | 0.4951 | 0.4952 |
| 2.6 | 0.4953 | 0.4955 | 0.4956 | 0.4957 | 0.4959 | 0.4960 | 0.4961 | 0.4962 | 0.4963 | 0.4964 |
| 2.7 | 0.4965 | 0.4966 | 0.4967 | 0.4968 | 0.4969 | 0.4970 | 0.4971 | 0.4972 | 0.4973 | 0.4974 |
| 2.8 | 0.4974 | 0.4975 | 0.4976 | 0.4977 | 0.4977 | 0.4978 | 0.4979 | 0.4979 | 0.4980 | 0.4981 |
| 2.9 | 0.4981 | 0.4982 | 0.4982 | 0.4983 | 0.4984 | 0.4984 | 0.4985 | 0.4985 | 0.4986 | 0.4986 |
| 3.0 | 0.4987 | 0.4987 | 0.4987 | 0.4988 | 0.4988 | 0.4989 | 0.4989 | 0.4989 | 0.4990 | 0.4990 |