Facultad de
Ciencias Sociales
y Humanísticas

ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANISTICAS

METODOS CUANTITATIVOS III

SEGUNDA EVALUACIÓN
7 de Septiembre de 2015

Yo, ____, al firmar este compromiso, reconozco que la presente evaluación está diseñada para ser resuelta de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción de la evaluación; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior al aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada. Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar. Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

Firma: ____________________________________ Nro. Matrícula______________________ Paralelo: ________

Profesor: ______________________________________

TEMA 1 (5 PUNTOS). Defina:

a) Matriz Ortogonal **Hasta 2,5 ptos**
b) Valores y vectores propios **Hasta 2,5 ptos**

TEMA 2 (25 PUNTOS): Califique las siguientes proposiciones como verdaderas o falsas, justificando su respuesta.

a) Sea **dim V = 3** y sea $\mathbf{B_1 = \{ V_1,\ \ V_1 - V_2,\ \ V_1 - V_2 + V_3 \}}$. Entonces ¿$\mathbf{B_1}$ es una base para **V**?**Hasta 5 ptos, si demuestra que es VERDADERO.**

b) Sea $\boldsymbol{H}$ un subespacio de $\mathbf{R}^2$ definido por $\boldsymbol{H = \left\{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in R^2 / \ ax + by = 0\right\}}$. Sea **v**=$\boldsymbol{\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}}$. Entonces ¿ $\overrightarrow{\mathbf{Proy_H\ v}}$ **= v** ?
Hasta 5 ptos, si demuestra que es FALSO.

c) Sea $\mathbf{A_{2x2}}$ y $\mathbf{D_{2x2}}$ matrices semejantes con valores propios $\boldsymbol{\lambda_1=1}$ y $\boldsymbol{\lambda_2=6}$ y vectores propios correspondientes $\boldsymbol{v_1} = \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{-3} \end{pmatrix}$ y $\boldsymbol{v_2} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{1} \end{pmatrix}$. Entonces, ¿ $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{4} & \mathbf{2} \\ \mathbf{3} & \mathbf{3} \end{bmatrix}$?
Hasta 5 ptos, si demuestra que es VERDADERO.

d) SI $\mathbf{A_{3x3}}$ y $\boldsymbol{\rho}$**(A)=2**. Entonces, ¿El sistema **AX=0** tiene única solución?
Hasta 5 ptos, si demuestra que es FALSO.

e) Sea $\mathbf{V=R^3}$ y sea $\boldsymbol{H=gen}\left\{\begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{-1} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{1} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}\right\}$. Entonces,¿ $\mathbf{H \neq R^3}$ y $\boldsymbol{v}$=$\begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{1} \end{pmatrix}$ ∈ $\boldsymbol{H}$?
Hasta 5 ptos, si demuestra que 1 es VERDADERO y 2 es FALSO.

TEMA 3 (20 PUNTOS): Sea **T: A_{2x2} → R^4**, donde

$$T\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 0\end{bmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix} \quad T\begin{bmatrix}0 & 1\\0 & 0\end{bmatrix} = \begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix} \quad T\begin{bmatrix}0 & 0\\1 & 0\end{bmatrix} = \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix} \quad T\begin{bmatrix}0 & 0\\0 & 1\end{bmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}$$

a) Regla de Correspondencia de la Transformación (RCT) **Hasta 4 ptos.**

b) Representación matricial de la transformación (RMT), considerando

$B_2=\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$ **Hasta 4 ptos.**

c) Encuentre Nu T, Im (T), **Hasta 4 ptos.** ρ(T) y ν(T) **Hasta 4 ptos.**

d) Encuentre $\left(T\begin{bmatrix}2 & 3\\1 & 4\end{bmatrix}_{B_2}\right)$ **Hasta 2 ptos.**

e) Qué tipo de transformación es? **Hasta 2 ptos**

TEMA 4 (20 PUNTOS): Sea A=$\begin{bmatrix}-1 & 1 & 0\\1 & -2 & 1\\0 & 1 & -1\end{bmatrix}$

a) Encuentre los valores **Hasta 1 ptos** y vectores propios. **Hasta 6 ptos**

b) Encuentre la multiplicidad aritmética y geométrica de cada valor propio. **Hasta 1 ptos**

c) Si A es diagonalizable, encuentre la matriz C que diagonaliza a A, y demuestre como un producto de matrices semejantes **Hasta 3 ptos**

d) Si A es diagonalizable ortogonalmente, encuentre la matriz Q que diagonaliza ortogonalmente a A, y demuestre mediante un producto de matrices. **Hasta 6 ptos**

e) Si A se puede descomponer espectralmente, realice la descomposición y verifíquela. **Hasta 3 ptos**