



**ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL.**  
**FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANISTICAS**  
**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**

**TERCERA EVALUACIÓN DE MÉTODOS ESTADÍSTICOS II**

Nombre y Apellidos del estudiante:..... Solación.....

Fecha: SEPTIEMBRE de 2015

Profesores: M.Sc. Wendy Plata A., M.Sc. Rosa Tapia A., Ph.D. David Sabando Vera.

<p><b>COMPROMISO DE HONOR</b></p> <p>Yo,..... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.</p> <p><i>Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.</i></p> <p align="center">_____ Firma</p> <p>NÚMERO DE MATRÍCULA:..... PARALELO:.....</p>	<p align="center"><i>"Como estudiante de la FCSH me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".</i></p> <p align="center"><b>FIRMA DEL ESTUDIANTE</b></p>
--	---

**PRIMER tema: (30 %)**

**Marcar como verdadero o falso los siguientes enunciados:**

	verdadero	falso
a) Con un tamaño creciente de la muestra, la distribución muestral de la media se acerca a la normalidad, sin importar la distribución de la población.	X	
b) Se llama muestreo por conglomerado al plan de muestreo que divide la población en grupos que guardan alta homogeneidad dentro de ellos.		X
c) La probabilidad de que el parámetro de la población se encuentre dentro de determinada estimación por intervalo recibe el nombre de nivel de confianza.	X	
d) El estadístico es una característica de la población.		X
e) Cuando se emplea una distribución t en la estimación, hay que suponer que la población es normal o aproximadamente normal.	X	
f) La varianza de la suma de variables aleatorias es igual a la suma de las varianzas de cada término de la suma.		X
g) El valor de una variable aleatoria no se puede predecirse antes que tenga lugar determinada ocurrencia.	X	
h) La desviación estándar de la media disminuye en proporción inversa con el tamaño de la muestra.	X	
i) En la prueba de hipótesis, la distribución de probabilidad que conviene usar es siempre la distribución normal.		X
j) Si las pruebas de hipótesis se efectuaran con un nivel de significancia de 0.60 la hipótesis nula generalmente se aceptaría aunque no fuera verdadera.		X
k) Si cometiéramos un error tipo I, rechazaríamos una hipótesis nula que es realmente verdadera.	X	
l) En una prueba de hipótesis si no rechazamos una hipótesis nula, debemos aceptarla como verdadera.		X
m) La distribución t se emplea en la estimación, siempre que se desconozca la desviación estándar de la población.		X
n) Si el p-valor es mayor al nivel de significancia $\alpha$ , entonces debemos aceptar la hipótesis alternativa como verdadera.		X
o) El nivel de significancia $\alpha$ para toda prueba de hipótesis es 0.05		X



# ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL.

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANISTICAS  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

## SEGUNDO tema (30 %)

El tiempo semanal de un CPU empleado por una firma de contadores tiene función de densidad de probabilidad (medida en horas) dada por:

$$f(y) = \begin{cases} (3/64)y^2(4-y), & 0 \leq y \leq 4, \\ 0, & \text{en cualquier otro punto.} \end{cases}$$

- Encuentre el valor esperado y la varianza del tiempo semanal del CPU.
- El tiempo del CPU cuesta \$200 por hora a la empresa. Encuentre el valor esperado y la varianza del Costo semanal para el CPU.
- Creería usted que el costo semanal ~~esperado~~ exceda de \$600 con frecuencia? Por qué?

$$a) f(y) = \begin{cases} \frac{3}{64} y^2(4-y) & ; 0 \leq y \leq 4 \\ 0 & ; \text{otro caso} \end{cases}$$

a) V. Esperado

$$E(y) = \int_0^4 \frac{3}{64} [4y^2 - y^3] \cdot y \, dy = \frac{3}{64} \left[ \frac{4y^4}{4} \Big|_0^4 - \frac{y^5}{5} \Big|_0^4 \right] = \underline{\underline{2.4}}$$

Varianza.

$$V(y) = E(y^2) - [E(y)]^2$$

$$E(y^2) = \frac{3}{64} \int_0^4 (4y^3 - y^5) \, dy = \frac{3}{64} \left[ \frac{4y^4}{4} \Big|_0^4 - \frac{y^6}{6} \Big|_0^4 \right]$$

$$E(y^2) = 6.4$$

$$\text{Var}(y) = 6.4 - (2.4)^2 = 6.4 - 5.76 = \underline{\underline{0.64}}$$

b) Costo semanal promedio =  $2.4 \times 200 = 480$  #

Varianza del Costo semanal.

Costo semanal = p. y a la semana. = (costo unitario)(cantidad)

Costo semanal =  $200y$ .

$$\text{Var}(C) = 200^2 V(y) = 200^2 (0.64) = \underline{\underline{25600}}$$

c)  $C = 200y$ .

$$P(C > 600) = P(200y > 600) = P(y > 3) = 1 - P(y \leq 3)$$

$$= 1 - \int_0^3 \frac{3}{64} (4y^2 - y^3) \, dy = 1 - \frac{3}{64} \left[ \frac{4(3^3)}{3} - \frac{3^4}{4} \right] =$$

$$= 0.2617 //$$

Probabilidad baja, de que costo exceda \$600.



**TERCER tema:** (20%)

Un estudio realizado por *Consumer Reports* indica que 64% de los clientes de los supermercados piensa que los productos de las marcas de los supermercados son tan buenos como las marcas nacionales.

Para investigar si estos resultados aplican a sus propios productos, un fabricante de salsa de tomate de una marca nacional, preguntó a los integrantes de una muestra si consideraban a las salsas de tomate de las marcas de los supermercados tan buenas como la marca nacional, si en esa muestra de 100 clientes 52 opinan que las marcas de los supermercados son tan buenas como las marcas nacionales.

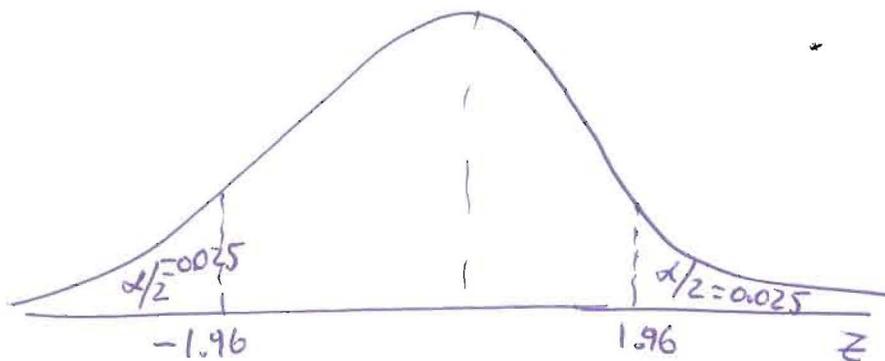
¿Qué podríamos concluir sobre el resultado de esta investigación? Utilice el p-valor para su respuesta.

$$\pi = 0.64 \quad \alpha = 0.05$$
$$\hat{\pi} = \frac{x}{n} = \frac{52}{100} = 0.52$$

$$H_0: \pi = 0.64$$
$$H_1: \pi \neq 0.64$$

$$z = \frac{\hat{\pi} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} = \frac{0.52 - 0.64}{\sqrt{\frac{(0.64)(1-0.64)}{100}}} = \frac{-0.12}{0.0478} = -2.5$$

$$z = -2.5$$



$$P/2 = 0.0062 \Rightarrow P_{total} = 2(0.0062) = 0.0124$$

$P < \alpha \Rightarrow$  no se rechaza la  $H_0$ .

No existe evidencia suficiente como para rechazar que  $\pi = 64\%$ .



**CUARTO tema: (20%)**

La *densidad de Pareto* se utiliza para modelizar la distribución del *Ingreso* cuando esta es fuertemente inequitativa. La forma funcional de la densidad se presenta a continuación:

$$f(x, \alpha, \theta) = \begin{cases} \frac{\alpha \theta^\alpha}{x^{\alpha+1}} & ; \quad x \geq \theta \\ 0 & ; \quad \text{otro caso} \end{cases}$$

Donde  $\alpha > 1$  y  $\theta > 0$ .

El parámetro  $\theta$  puede interpretarse como el ingreso mínimo de la población. Si la población es el conjunto de asalariados formales en El Ecuador que trabajan 8 horas por día, entonces  $\theta$  es el Salario Mínimo Nacional que es conocido. Supongamos que se dispone de una muestra aleatoria de  $n$  individuos de la población con sus respectivos ingresos. Determine el estimador puntual máximo verosímil para  $\alpha$ .

$$L(\alpha) = \frac{\alpha \theta^\alpha}{x_1^{\alpha+1}} \cdot \frac{\alpha \theta^\alpha}{x_2^{\alpha+1}} \cdot \dots \cdot \frac{\alpha \theta^\alpha}{x_n^{\alpha+1}}$$

$$L(\alpha) = \frac{\alpha^n \theta^{n\alpha}}{\prod_{i=1}^n x_i^{\alpha+1}}$$

$$\ln L(\alpha) = \ln \left[ \frac{\alpha^n \theta^{n\alpha}}{\prod_{i=1}^n x_i^{\alpha+1}} \right] = \ln(\alpha^n \theta^{n\alpha}) - \ln \prod_{i=1}^n x_i^{\alpha+1}$$

$$= \ln \alpha^n + \ln \theta^{n\alpha} - \ln \prod_{i=1}^n x_i^{\alpha+1}$$

$$= n \ln \alpha + n\alpha \ln \theta - \sum_{i=1}^n \ln x_i^{\alpha+1}$$

$$\ln(L(\alpha)) = n \ln \alpha + n\alpha \ln \theta - (\alpha+1) \sum_{i=1}^n \ln x_i$$

C.P.O

$$\frac{\partial \ln L(\alpha)}{\partial \alpha} = \frac{n}{\alpha} + n \ln \theta - \sum_{i=1}^n \ln x_i = 0$$

$$= \frac{n}{\alpha} = \sum_{i=1}^n \ln x_i - n \ln \theta$$

$$\hat{\alpha}_{MV}^* = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln x_i - n \ln \theta}$$