



**ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL  
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANISTICAS**

**METODOS CUANTITATIVOS III**

**TERCERA EVALUACIÓN  
21 de Septiembre de 2015**

Yo, \_\_\_\_\_, al firmar este compromiso, reconozco que la presente evaluación está diseñada para ser resuelta de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción de la evaluación; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior al aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada. Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar. Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

Firma: \_\_\_\_\_ Nro. Matrícula \_\_\_\_\_ Paralelo: \_\_\_\_\_

Profesor: \_\_\_\_\_

**TEMA 1 (5 PUNTOS). Defina:**

a) Espacio Nulo de una matriz

b) Matrices semejantes

**TEMA 2 (15 PUNTOS):** Califique las siguientes proposiciones como verdaderas o falsas, justificando su respuesta.

a) Si  $(\mathbf{A} \mathbf{B}^T \mathbf{C}^{-1})^{-1} = \mathbf{D}$  entonces  $(\mathbf{C}^T)^{-1} \mathbf{B} = (\mathbf{D}^T)^{-1} (\mathbf{A}^T)^{-1}$ , donde  $A, B, C, D \in M_{2 \times 2}$

b) El plano  $\pi: 3x + 2y - z = 5$  y la recta  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{3}$  se intersecan solo en el punto  $(1,1,0)$

c) Sea  $\mathbf{V}=\mathbf{R}^3$  y sea  $H=\text{gen} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \right\}$ . ¿Entonces  $\mathbf{H} = \mathbf{V}$  ?

**TEMA 3 (10 PUNTOS):** Demuestre que  $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} / x + y + 3z = 0 \right\}$  es un espacio vectorial.

**TEMA 4 (20 PUNTOS):** Sea  $V = M_{2 \times 2}$ , y sean los subconjuntos

$$H_1: \left\{ A \in M_{2 \times 2} / A = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & -a \end{pmatrix} \right\}$$

$$H_2: \left\{ A \in M_{2 \times 2} / A = \begin{pmatrix} a & a-1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$H_3: \left\{ A \in M_{2 \times 2} / A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

- a) Demuestre si  $H_1$ ,  $H_2$  y  $H_3$  son subespacios vectoriales de  $V$ .
- b) Encuentre la intersección de los subespacios encontrados.



**TEMA 5 (25 PUNTOS):** Sea  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definida por  $T \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x + 2y \\ -5x - 4y \end{bmatrix}$

- a) Demuestre que  $T$  es una transformación lineal.
- b) La representación matricial de  $T$  con respecto a las bases canónicas de  $\mathbb{R}^2$
- c) Encuentre  $\text{Nu } T$ ,  $\text{Im } (T)$ ,  $\rho(T)$  y  $\nu(T)$
- d) ¿Qué tipo de transformación es?
- e) Encuentre  $\left( T \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)_{B_2}$  si  $B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

**TEMA 6 (25 PUNTOS):** Dada la ecuación cuadrática  $8x^2 - 4xy + 8y^2 = 60$

a) Encuentre la representación matricial de la forma cuadrática.

b) Identifique qué tipo de cónica es y gráfiquela considerando el ángulo de rotación correspondiente.

