



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANÍSTICAS
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Año: 2016	Período: Segundo Término
Materia: Métodos Estadísticos II	Profesor Coordinador: Magíster Wendy Plata A.
Evaluación: Segunda	Fecha: 5 de febrero de 2016

Profesores: M.Sc. Mónica Mite, M.Sc. Sandra González, Ph.D. David Sabando Vera

COMPROMISO DE HONOR

Yo, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora *ordinaria* para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma

NÚMERO DE MATRÍCULA:..... PARALELO:.....

TEMA 1 (10 puntos)

Sea x_1, x_2, x_3 una muestra aleatoria (i.i.d) proveniente de una distribución normal con media μ y varianza σ^2 .

- ¿cuáles de los siguiente estimadores puntuales de μ son insesgados?
- Entre los sesgados calcule el correspondiente sesgo.
- ¿Cuál es el estimador más eficiente?

$$\widehat{\mu}_1 = \frac{X_1 + 2X_2 + 3X_3}{6}$$

$$\widehat{\mu}_2 = \frac{4X_2 - X_1}{3}$$

$$\widehat{\mu}_3 = \frac{4X_3}{3}$$

TEMA 2 (15 puntos)

El tiempo de espera en minutos en una agencia bancaria de Guayaquil es una variable aleatoria T y parámetro θ que sigue la siguiente distribución densidad de probabilidad:

$$f(t, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta^4 3!} t^3 e^{-\frac{t}{\theta}}, & t > 0; \theta > 0 \\ 0, & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

Si t_1, t_2, \dots, t_n constituyen una muestra aleatoria de n observaciones. Determine el estimador de máxima verosimilitud para θ .

TEMA 3 (15 puntos)

Una universidad grande del país quiere estimar el número medio de días de enfermedad de los estudiantes durante un año. Una muestra aleatoria de 50 estudiantes indica que la media es de 3.2 días y la desviación estándar de 5.2 días.

- a) ¿Hay razón para creer que el verdadero número medio de días de enfermedad es diferente a 6 días? Use el nivel de significancia de 0.05, utilice el *Valor p* para su respuesta.

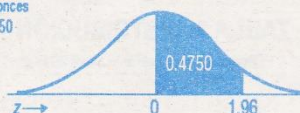
- b) Sin importar su respuesta al literal anterior, suponga ahora que un Directivo de la Universidad tiene información que los días de enfermedad de los estudiantes durante un año se distribuye normal, bajo este supuesto él considera que la variabilidad (medida por su varianza) de los días de enfermedad es superior a 30, para probarlo toma una muestra aleatoria de 30 estudiantes, la cual tiene una varianza de 40 y utiliza un nivel de significancia de 0.01. A que conclusión debió llegar el Directivo utilizando el *Valor p*. (considere el valor más próximo de la tabla)

TEMA 4 (10 puntos)

En una muestra aleatoria de 400 hombres y 600 mujeres que ven cierto programa de TV, 300 hombres y 250 mujeres dijeron que les gustaba. Construya e interprete un intervalo al 99% de confianza para la diferencia entre las verdaderas proporciones de hombres y mujeres a quienes les guste el programa.

TABLA DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTÁNDAR

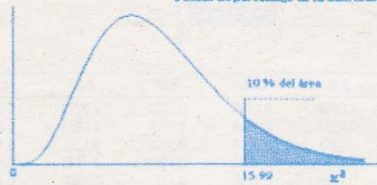
Ejemplo:
Si $z = 1.96$, entonces
 $P(0 \leq z) = 0.4750$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

TABLA 3: DISTRIBUCIÓN χ^2

Puntos de porcentaje de la distribución χ^2



Ejemplo:
Para $\phi = 10$ grados de libertad

$$P(\chi^2 > 15.99) = 0.10$$

ϕ	0.995	0.99	0.975	0.95	0.9	0.75	0.5	0.25	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	Z_{α}
1	0.0001	0.0002	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007	0.0008	0.0009	0.0010	0.0011	0.0012	0.0013	1
2	0.0002	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007	0.0008	0.0009	0.0010	0.0011	0.0012	0.0013	0.0014	2
3	0.0007	0.0009	0.0011	0.0013	0.0015	0.0017	0.0019	0.0021	0.0023	0.0025	0.0027	0.0029	0.0031	3
4	0.0013	0.0016	0.0019	0.0022	0.0025	0.0028	0.0031	0.0034	0.0037	0.0040	0.0043	0.0046	0.0049	4
5	0.0020	0.0024	0.0028	0.0032	0.0036	0.0040	0.0044	0.0048	0.0052	0.0056	0.0060	0.0064	0.0068	5
6	0.0027	0.0032	0.0037	0.0042	0.0047	0.0052	0.0057	0.0062	0.0067	0.0072	0.0077	0.0082	0.0087	6
7	0.0034	0.0040	0.0046	0.0052	0.0058	0.0064	0.0070	0.0076	0.0082	0.0088	0.0094	0.0100	0.0106	7
8	0.0041	0.0048	0.0055	0.0062	0.0069	0.0076	0.0083	0.0090	0.0097	0.0104	0.0111	0.0118	0.0125	8
9	0.0048	0.0056	0.0064	0.0072	0.0080	0.0088	0.0096	0.0104	0.0112	0.0120	0.0128	0.0136	0.0144	9
10	0.0054	0.0063	0.0072	0.0081	0.0090	0.0099	0.0108	0.0117	0.0126	0.0135	0.0144	0.0153	0.0162	10
11	0.0060	0.0070	0.0080	0.0090	0.0100	0.0110	0.0120	0.0130	0.0140	0.0150	0.0160	0.0170	0.0180	11
12	0.0066	0.0076	0.0086	0.0096	0.0106	0.0116	0.0126	0.0136	0.0146	0.0156	0.0166	0.0176	0.0186	12
13	0.0071	0.0082	0.0093	0.0103	0.0113	0.0123	0.0133	0.0143	0.0153	0.0163	0.0173	0.0183	0.0193	13
14	0.0076	0.0087	0.0098	0.0108	0.0118	0.0128	0.0138	0.0148	0.0158	0.0168	0.0178	0.0188	0.0198	14
15	0.0081	0.0092	0.0103	0.0113	0.0123	0.0133	0.0143	0.0153	0.0163	0.0173	0.0183	0.0193	0.0203	15
16	0.0086	0.0097	0.0108	0.0118	0.0128	0.0138	0.0148	0.0158	0.0168	0.0178	0.0188	0.0198	0.0208	16
17	0.0091	0.0102	0.0113	0.0123	0.0133	0.0143	0.0153	0.0163	0.0173	0.0183	0.0193	0.0203	0.0213	17
18	0.0096	0.0107	0.0118	0.0128	0.0138	0.0148	0.0158	0.0168	0.0178	0.0188	0.0198	0.0208	0.0218	18
19	0.0101	0.0112	0.0123	0.0133	0.0143	0.0153	0.0163	0.0173	0.0183	0.0193	0.0203	0.0213	0.0223	19
20	0.0106	0.0117	0.0128	0.0138	0.0148	0.0158	0.0168	0.0178	0.0188	0.0198	0.0208	0.0218	0.0228	20
21	0.0111	0.0122	0.0133	0.0143	0.0153	0.0163	0.0173	0.0183	0.0193	0.0203	0.0213	0.0223	0.0233	21
22	0.0116	0.0127	0.0138	0.0148	0.0158	0.0168	0.0178	0.0188	0.0198	0.0208	0.0218	0.0228	0.0238	22
23	0.0121	0.0132	0.0143	0.0153	0.0163	0.0173	0.0183	0.0193	0.0203	0.0213	0.0223	0.0233	0.0243	23
24	0.0126	0.0137	0.0148	0.0158	0.0168	0.0178	0.0188	0.0198	0.0208	0.0218	0.0228	0.0238	0.0248	24
25	0.0131	0.0142	0.0153	0.0163	0.0173	0.0183	0.0193	0.0203	0.0213	0.0223	0.0233	0.0243	0.0253	25
26	0.0136	0.0147	0.0158	0.0168	0.0178	0.0188	0.0198	0.0208	0.0218	0.0228	0.0238	0.0248	0.0258	26
27	0.0141	0.0152	0.0163	0.0173	0.0183	0.0193	0.0203	0.0213	0.0223	0.0233	0.0243	0.0253	0.0263	27
28	0.0146	0.0157	0.0168	0.0178	0.0188	0.0198	0.0208	0.0218	0.0228	0.0238	0.0248	0.0258	0.0268	28
29	0.0151	0.0162	0.0173	0.0183	0.0193	0.0203	0.0213	0.0223	0.0233	0.0243	0.0253	0.0263	0.0273	29
30	0.0156	0.0167	0.0178	0.0188	0.0198	0.0208	0.0218	0.0228	0.0238	0.0248	0.0258	0.0268	0.0278	30
40	0.0207	0.0222	0.0244	0.0265	0.0291	0.0327	0.0373	0.0429	0.0496	0.0575	0.0668	0.0777	0.0903	40
50	0.280	0.287	0.324	0.348	0.377	0.429	0.493	0.563	0.632	0.714	0.806	0.918	1.042	50
60	0.355	0.375	0.405	0.432	0.465	0.523	0.593	0.670	0.744	0.833	0.934	1.049	1.179	60
70	0.433	0.454	0.488	0.517	0.553	0.617	0.693	0.776	0.855	0.950	1.060	1.181	1.317	70
80	0.512	0.535	0.572	0.604	0.643	0.711	0.793	0.881	0.968	1.075	1.196	1.329	1.474	80
90	0.592	0.618	0.656	0.691	0.733	0.806	0.893	0.986	1.076	1.191	1.316	1.454	1.604	90
100	0.673	0.701	0.742	0.779	0.824	0.901	0.993	1.091	1.185	1.304	1.434	1.577	1.733	100
Z_{α}	-2.58	-2.33	-1.96	-1.64	-1.28	-0.874	0.000	0.674	1.282	1.645	1.96	2.33	2.58	Z_{α}

Para $\phi > 100$ tórnese $\chi^2 = \chi^2(Z_{\alpha} + \sqrt{2\phi - 1})^2$; Z_{α} es la desviación normal estandarizada correspondiente al nivel de significancia y se muestra en la parte superior de la tabla.