



**Escuela Superior  
Politécnica del Litoral**

*FACULTAD DE INGENIERIA EN ELECTRICIDAD Y COMPUTACIÓN*

## **TESIS DE GRADO**

**“ANÁLISIS DE LOS ESFUERZOS ELECTRODINÁMICOS Y  
TÉRMICOS EN CONDICIONES NORMALES Y DE FALLAS  
PRESENTES EN LOS ELEMENTOS DE UNA  
SUBESTACIÓN CONVENCIONAL 69/13.8 KV. CEIBOS ”**

Previa la obtención del título de:

**INGENIERO EN ELECTRICIDAD**

**Especialización Potencia**

Presentada por:

**PEDRO HIDALGO AVILÉS  
EDUARDO IZURIETA PONCE**

**GUAYAQUIL - ECUADOR**

**2003**

## **AGRADECIMIENTO**

A DIOS

A MI PADRE : FUENTE DE CONSEJO Y AYUDA ; UN  
AMIGO INCONDICIONAL QUE NUNCA ME HA  
FALLADO.

A MI MAMA Y MIS HERMANOS

A MI ESPOSA Y MIS HIJOS

PEDRO HIDALGO AVILÉS

## **AGRADECIMIENTO**

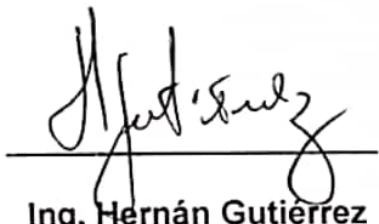
A DIOS

A MI FAMILIA

A MIS AMIGOS

EDUARDO IZURIETA PONCE

## TRIBUNAL DE GRADUACIÓN



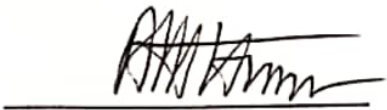
**Ing. Hernán Gutiérrez**

Subdecano (encargado) de la FIEC



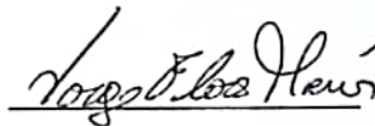
**Ing. Juan Gallo G.**

Director de Tesis



**Ing. Alberto Hanze**

Miembro Principal



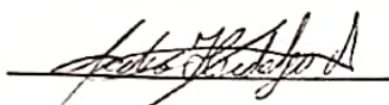
**Ing. Jorge Flores**

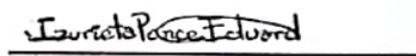
Miembro Principal

## DECLARACIÓN EXPRESA

La responsabilidad del contenido de esta Tesis de Grado, así como corresponde exclusivamente, y el patrimonio intelectual de la misma a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL QUINDÍO.

(Reglamento de Graduación de la ESPOL)

  
Pedro Hidalgo Avilés

  
Eduardo Izurieta Ponce

## RESUMEN

En todo diseño de subestaciones eléctricas debe considerarse las fuerzas electrodinámicas que se producirán en caso de presentarse un cortocircuito ya que estos pueden alcanzar valores tan altos que pueden producir la ruptura de las barras, aisladores e inclusive la destrucción del transformador. Por ello se consideró importante este estudio el cuál fue dividido de la siguiente manera:

En el primer capítulo se detalla la información de la subestación en estudio, los datos técnicos fueron facilitados por el departamento de construcción y mantenimiento de subestaciones de La Empresa Eléctrica del Ecuador Inc.

En el capítulo 2 se realizó un estudio de cortocircuito de la subestación Ceibos a partir de la potencia de cortocircuito del sistema.

En el capítulo 3 se estableció por medio de un estudio de los campos magnéticos entre cuerpos cargados las ecuaciones que muestran la distribución de fuerzas y la fuerza total que soportan las barras en función de la corriente, de la separación y de las dimensiones de las mismas cuando estas son paralelas y muy largas con respecto a la separación entre ellas, cuando son paralelas y la separación es considerable con respecto a su longitud y cuando no son paralelas. Debido a que las fuerzas electrodinámicas provocan tensiones en las barras se realizó un análisis de la resistencia de los materiales de los distintos tipos de barras que existen, es decir se establece las relaciones entre las tensiones y las deformaciones con el objeto de realizar un adecuado dimensionamiento de las barras y de los soportes.

En el Capítulo 4, partiendo de un estudio de los modelos que proporcionan la cantidad de energía que se transfiere por unidad de tiempo debida a la interacción de las barras de la subestación con el ambiente externo, se estableció una ecuación que relaciona la temperatura de las barras en función del tiempo de duración del cortocircuito; se consideró en este estudio el hecho de que las propiedades físicas de la barra (resistencia, calor específico, conductividad térmica) y del ambiente cambian con el aumento de la temperatura. La ecuación determinada es desarrollada en un programa, determinándose el tiempo en que la barra alcanza la temperatura máxima permitida por las normas y el tiempo en que alcanza la temperatura de fusión en caso de no despejarse la falla.

En el Capítulo 5 se determinaron las fuerzas electrodinámicas que se generan en los contactos principales y de arco de los interruptores en vacío a 13.8 Kv. y en los contactos principales del interruptor en SF<sub>6</sub> a 69 Kv. Finalmente se determinaron las temperaturas que alcanzaran los contactos de los interruptores en función de la sección de los puntos de contacto y del material del cual están hecho los contactos.

En el Capítulo 6 se analizó la relación entre el campo magnético de dispersión y las elevadas corrientes de cortocircuitos con los esfuerzos mecánicos en los devanados y los efectos que produce en los mismos. Se analizó el campo magnético de dispersión y los esfuerzos que resultan de este campo y las tensiones mecánicas en los conductores del transformador debido a los esfuerzos de cortocircuito, además del desarrollo térmico debido a la corriente de cortocircuito encontrándose el tiempo que se alcanza la máxima temperatura permitida por las normas.

## ÍNDICE GENERAL

Introducción.....	.1
<b>Capitulo 1.- Información general y especificaciones técnicas de la subestación en estudio .....</b>	<b>3</b>
1.1.-Introducción. ....	.3
1.2.-Datos generales.....	.3
1.3.-Equipamiento de las Subestaciones. ....	.4
1.3.1.- Equipamiento de la Subestación Ceibos 1 .....	.4
1.3.1.a.- Estructuras. ....	.4
1.3.1.b.- Aisladores y Herrajes. ....	.4
1.3.1.c.- Seccionador de aire con cuchillas de tierra. ....	.4
1.3.1.d.- Interruptor en gas SF <sub>6</sub> (GCB).....	.4
1.3.1.e.- Conductores. ....	.5
1.3.1.f.- Transformador de poder.....	.5
1.3.1.g.- Metalclad Switchgear 13.8 kv.....	.5
1.3.1.h.- Interruptor principal e interruptores de las alimentadoras.....	.5
1.3.1.i.- Interruptor de interconexión entre barras principales. ....	.5
1.3.1.j.-Conductores del Metalclad.....	.6
1.3.2.- Equipamiento de la subestación Ceibos 2 .....	.6
1.3.2.a.- Estructuras. ....	.6
1.3.2.b.- Aisladores y Herrajes. ....	.6
1.3.2.c.- Seccionador de aire con cuchillas de tierra. ....	.6



1.3.2.d.- Interruptor en gas SF6 (GCB). .....	7
1.3.2.e.- Conductores. ....	7
1.3.2.f.- Transformador de Poder. ....	7
1.3.2.g.- Metalclad switchgear 13.8 kv. ....	7
1.3.2.h.- Interruptor principal e interruptores de las alimentadoras.....	7
1.3.2.i.- Conductores del Metalclad. ....	7
1.4.-Diagrama unifilar de la subestación Ceibos. ....	8
1.5.-Diagrama de ubicación y distancias entre los equipos de las Subestaciones Ceibos 1 y 2	

## **Capitulo 2.-Estudio De Cortocircuito De La Subestación Los**

<b>Ceibos</b> .....	<b>10</b>
2.1.- Objetivos. ....	10
2.2.- Corrientes de cortocircuito y su influencia sobre el servicio .....	10
2.3.-Corriente de cortocircuito y corriente de choque.....	13
2.4.- Estudio de cortocircuito de la subestación ceibos 1.....	23
2.4.1.- Datos de la subestación. ....	23
2.4.2.- Falla trifásica en las barras de 69 kv. ....	24
2.4.3.- Falla de fase a tierra en las barras de 69kv.....	24
2.4.4.- Falla de línea a línea en las barras de 69kv. ....	25
2.4.5.- Falla de dos líneas a tierra en las barras de 69kv. ....	26
2.4.6.- Falla trifásica en las barras de 13.8 kv. ....	27
2.4.7.- Falla de fase a tierra en las barras de 13.8 kv.....	27
2.4.8.- Falla de línea a línea en las barras de 13.8kv. ....	28
2.4.9.- Falla de dos líneas a tierra en las barras de 13.8kv. ....	29

2.4.10.- Conclusiones del estudio de cortocircuito de la subestación Ceibos 1.....	30
2.5.- Estudio de cortocircuito de la subestación Ceibos 2.....	30
2.5.1.- Fallas en las barras de 69 kv.....	33
2.5.2.- Falla trifásica en las barras de 13.8 kv. ....	34
2.5.3.- Falla de fase a tierra en las barras de 13.8 kv.....	34
2.5.4.- Falla de línea a línea en las barras de 13.8kv. ....	35
2.5.5.- Falla de dos líneas a tierra en las barras de 13.8kv. ....	35
2.5.6.-Conclusiones del estudio de cortocircuito de la subestación Ceibos 2.....	37
<b>Capitulo 3.-Estudio de los esfuerzos electrodinámicos debido a cortocircuitos en las barras y soportes de la subestación Ceibos .....</b>	<b>39</b>
3.1.- Objetivos.....	39
3.2.- Fuerzas en cargas en movimiento : Campo Magnético. ....	39
3.3.- Campo magnético producido por un conductor delgado por el cuál circula una corriente.....	42
3.4.- Fuerza entre dos conductores rectos delgados y paralelos por los cuales circula corriente.....	46
3.4.1.- Fuerza entre dos conductores rectos delgados , paralelos cuando son muy largos con respecto a su separación.....	47
3.4.2.-Fuerza entre dos conductores rectos delgados, paralelos con separación considerable con respecto a la longitud L.....	48
3.5.- Fuerza entre dos conductores no paralelos que llevan corriente.....	51
3.6.-Fuerza en sentido longitudinal sobre conductores paralelos .....	54
3.7.- Fuerza presente cuando se tiene tres conductores paralelos en un	

sistema trifásico balanceado en condiciones normales de operación ..	56
3.8.- Fuerzas presentes cuando se tienen tres conductores paralelos en un sistema trifásico en condiciones de falla. ....	60
3.8.1.- Fuerza entre barras bajo un cortocircuito trifásico.....	60
3.8.2.- Fuerza entre barras bajo un cortocircuito de una fase a tierra .....	61
3.8.3.- Fuerza entre barras bajo un cortocircuito de dos fases a tierra.....	61
3.8.4.- Fuerza entre barras bajo un cortocircuito de fase a fase.....	61
3.9.- Fuerzas presentes cuando se tienen tres conductores no paralelos en un sistema trifásico en condiciones de falla. ....	62
3.10.- Relación entre las tensiones y los momentos flectores en barras sometidas a fuerzas electrodinámicas. ....	63
3.10.1.- Fuerza cortante. ....	63
3.10.2.- Momento flector.....	64
3.10.3.- Formula de la flexión. ....	66
3.10.4.- Métodos para determinar los momentos flectores máximos en las vigas. ....	70
3.10.4.a.- Método para determinar la distribución de fuerzas para vigas estáticamente determinadas.....	70
3.10.4.b.- Método para determinar la distribución de fuerza para vigas empotradas en ambos extremos. ....	72
3.11.- Distancia máxima entre apoyos de las barras considerando la fuerza máxima debida a cortocircuitos.....	77
3.11.1.- Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos en barras rectangulares. ....	77
3.11.1.a.- Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos	

cuando la carga esta uniformemente distribuida.....	77
3.11.1.b.- Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos cuando la carga no se distribuye uniformemente.....	79
3.11.2.- Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos en cilíndricas.....	85
3.11.2.a.- Esfuerzos permisibles cuando la sujeción en ambos extremos es tipo poste.....	85
-Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos cuando la carga esta uniformemente distribuida.....	85
-Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos cuando la carga no se distribuye uniformemente.....	86
3.11.2.b.- Esfuerzos permisibles cuando la sujeción en ambos extremos es tipo cadena.....	88
-Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos cuando la carga esta uniformemente distribuida.....	88
-Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos cuando la carga no se distribuye uniformemente.....	89
3.11.3.- Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos en barras tubulares. ....	93
3.11.3.a.- Determinación de la longitud máxima entre apoyos cuando la carga esta uniformemente distribuida. ....	93
3.11.3.b.- Determinación de la longitud máxima entre apoyos cuando la carga no esta uniformemente distribuida. ....	94
3.11.4.- Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos en barras tipo U.....	96

3.11.4.a.- Determinación de la longitud máxima entre apoyos cuando la carga esta uniformemente distribuida .....	96
3.11.4.b.- Determinación de la longitud máxima entre apoyos cuando la carga no esta uniformemente distribuida. ....	97
3.12.-Esfuerzos que soportan los aisladores debido a las fuerzas electrodinámicas. ....	99
3.12.1.- Esfuerzos en los aisladores cuando la distribución de fuerzas es uniforme. ....	99
3.12.2.- Esfuerzos en los aisladores cuando la distribución de fuerzas no es uniforme .....	100
3.13.- Aplicación del estudio de los esfuerzos electrodinámicos a las barras y aisladores de la subestación CEIBOS.....	102
3.13.1- Cálculo de la distribución de fuerzas, de la fuerza total y verificación de la longitud máxima de las barras que van del seccionador de 69 Kv. al interruptor SF <sub>6</sub> .....	103
3.13.2- Cálculo de la distribución de fuerzas, de la fuerza total y verificación de la longitud máxima de las barras que van del interruptor SF <sub>6</sub> a pararrayos del lado de 69 Kv. del transformador. ....	106
3.13.3- Cálculo de la distribución de fuerzas, de la fuerza total y verificación de la longitud máxima de las barras que van del pararrayos a los pasatapas del lado de 69 Kv. del transformador. ....	109
3.13.4- Cálculo de la distribución de fuerzas, de la fuerza total y verificación de la longitud máxima de las barras que van de los pasatapas del lado de 13.8 Kv. del transformador a los aisladores tipo poste ubicados sobre la Metalclad.....	111

3.13.5.-Aplicación del estudio de los esfuerzos electrodinámicos a los aisladores de la subestación.....	115
3.13.5.a.- Esfuerzos que soporta el aislador ubicado en la torre donde se encuentra el seccionador de 69 Kv. ....	115
3.13.5.b.- Esfuerzos que soporta el aislador ubicado sobre la entrada de alimentación del interruptor SF <sub>6</sub> .....	116
3.13.5.c.- Esfuerzos que soporta el aislador ubicado sobre la salida del interruptor SF <sub>6</sub> .....	117
3.13.5.d.- Esfuerzos que soporta el pararrayos de 69Kv. ubicado sobre el transformador.....	118
3.13.5.e.-Esfuerzos que soporta el pasatapas del lado de 69Kv. del transformador.....	120
3.13.5.f.- Esfuerzos que soporta el pasatapas del lado de 13.8Kv. del transformador.....	120
3.13.5.g.- Esfuerzos que soporta el aislador ubicado sobre la entrada de alimentación del interruptor SF <sub>6</sub> .....	121
3.14.- Conclusiones. ....	122
<b>Capítulo 4.-Estudio de los Efectos Térmicos debido a cortocircuitos en las barras de la subestación Ceibos: Obtención de las curvas Temperatura Vs. Tiempo. ....</b>	<b>125</b>
4.1.- Objetivos. ....	125
4.2.- Conducción.....	126
4.3.- Convección. ....	128
4.3.1.- Determinación del coeficiente de transferencia de calor por convección (h).....	131

4.3.1.a.- La capa limite térmica .....	133
4.3.1.b.- Coeficiente de transferencia de calor por convección (h) para una barra tubular.....	134
4.3.1.c.-Coeficiente de transferencia de calor por convección (h) para barras cilíndricas. ....	135
4.4.- Radiación.....	136
4.5.- Requerimiento de conservación de la energía aplicados a barras....	139
4.5.1.- Introducción.....	139
4.5.2.- Conservación de la energía para un volumen de control .....	140
4.5.3.-Aplicación de la conservación de energía a un sistema eléctrico	141
4.6.- Obtención de las curvas que rigen la variación de la temperatura en temperatura en función del tiempo de cortocircuito en las barras de la barras de la subestación. ....	145
4.6.1.-Obtención de la curva de temperatura vs. Tiempo para la barra cilíndrica del lado de 69kv de la subestación.....	146
4.6.2.-Obtención de la curva de temperatura vs. tiempo para la barra tubular del lado de 13.8 kv de la subestación .....	152
4.7.- Método de Biermanns.....	158
4.8.- Análisis en condiciones normales de operación. ....	161
4.8.1.-Análisis en la barra de 69KV. ....	162
4.8.2.-Análisis en la barra de 13.8kv. ....	164
4.9.-Conclusiones. ....	165
<b>Capitulo 5.-Estudio de los esfuerzos electrodinámicos debido a cortocircuitos en los interruptores de la subestación CEIBOS.....</b>	<b>168</b>
5.1.-Objetivos.....	168

5.2.-Corriente de interrupción simétrica y asimétrica: Cierre y disparo de los interruptores.....	168
5.3.- Esfuerzos electrodinámicos en los contactos de los interruptores....	170
5.3.1.-Esfuerzos electrodinámicos en los contactos del interruptor tipo DHP- VR en vacío a 13.8kv. de la Subestación Ceibos.....	172
5.3.1.a.-Esfuerzos electrodinámicos en los contactos principales .....	172
5.3.1.b.-Esfuerzos electrodinámicos en los contactos de arco .....	175
5.3.2.- Esfuerzos electrodinámicos en los contactos del interruptor en gas SF <sub>6</sub> tipo 72PM40-12 de la Subestación Ceibos .....	176
5.3.2.a- Operación del interruptor .....	176
5.3.2.b.- Esfuerzos en los contactos .....	178
5.4.- Esfuerzos térmicos en los contactos de los interruptores .....	180
5.4.1.-Esfuerzos térmicos en los contactos del interruptor Tipo DHP-VR VACIO a 13.8Kv.....	181
5.4.2.-Esfuerzos térmicos en los contactos del interruptor en gas SF6 TIPO 72PM40-12. ....	182
5.5.- Conclusiones. ....	183
<b>Capitulo 6.-Estudio de los esfuerzos térmicos y electrodinámicos debido a corrientes de cortocircuitos en los transformadores de la subestación Ceibos. ....</b>	<b>185</b>
6.1.- Objetivos.....	185
6.2.- Esfuerzos térmicos en los devanados de un transformador. ....	185
6.2.1.-Determinación de las temperaturas máximas de los devanados de la subestación Ceibos 1 en caso de cortocircuitos .....	188



6.2.1.a.-Curva temperatura-tiempo de falla en el transformador Ceibos 1 en caso de presentarse un cortocircuito trifásico .....	188
6.2.1.b.-Curva temperatura-tiempo de falla en el transformador Ceibos 1 en caso de presentarse un cortocircuito de fase a tierra .....	189
6.2.2.-Determinación de las temperaturas máximas de los devanados de la subestación Ceibos 2 en caso de cortocircuitos .....	191
6.2.2.a.-Curva temperatura-tiempo de falla en el transformador Ceibos 2 en caso de presentarse un cortocircuito trifásico .....	192
6.2.2.b.-Curva temperatura-tiempo de falla en el transformador Ceibos 2 en caso de presentarse un cortocircuito de fase a tierra .....	193
6.3.-Esfuerzos electrodinámicos en transformadores .....	195
6.3.1.-Introducción.....	195
6.3.2.-Campo magnético de dispersión y esfuerzos resultantes .....	196
6.3.3.-Distribución de las fuerzas de cortocircuito en los devanados .....	200
6.3.3.a.- Fuerzas radiales en los devanados .....	200
6.3.3.b.- Fuerzas axiales en los devanados.....	202
6.3.4.-Tensiones mecánicas en los conductores debidas a los esfuerzos de cortocircuitos .....	202
6.3.4.a.- Cargas del arrollamiento externo .....	204
6.3.4.b.- cargas del arrollamiento interno.....	207
6.3.5.-Determinación de los esfuerzos electrodinámicos en el Transform. 18/24 MVA de la subestación Ceibos 1.....	210
6.3.5.a.-Calculo de la fuerza media en el devanado exterior del transformador de la subestación Ceibos 1 .....	211

6.3.5.b.-Calculo de las tensiones mecánicas en el arrollamiento externo del transformador debidas a los esfuerzos producidas por el cortocircuito .....	212
6.3.5.c.-Calculo de la fuerza media en el devanado interno del transformador de la subestación Ceibos 1 .....	214
6.3.5.d.-Calculo de las tensiones mecánicas en el arrollamiento interno del transformador debidas a los esfuerzos producidas por el cortocircuito .....	215
6.4.-Conclusiones .....	217
<b>Recomendaciones y conclusiones generales.....</b>	<b>219</b>
Apéndices .....	222
Bibliografía .....	226

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 2.1.-</b> Diagrama vectorial de un generador 3 $\phi$ funcionando bajo carga nominal, que se cierra sobre un cortocircuito.....	14
<b>Figura 2.2.-</b> Expresión gráfica de la corriente de cortocircuito cuando la fuerza electromotriz pasa por su valor máximo.....	15
<b>Figura 2.3.-</b> Expresión gráfica de la corriente de cortocircuito cuando la fuerza electromotriz pasa por su valor nulo.....	17
<b>Figura 2.4.-</b> Grafico que muestra la dependencia del factor k con respecto a la relación R/X.....	18
<b>Figura 3.1.-</b> Fuerza entre partículas cargadas en movimiento.....	40
<b>Figura 3.2.-</b> Partículas eléctricamente cargadas circulando por un conductor .....	43
<b>Figura 3.3.-</b> Corriente circulando por un conductor delgado.....	44
<b>Figura 3.4.-</b> Conductor delgado, recto y muy largo llevando corriente.....	45
<b>Figura 3.5.-</b> Contornos casi filamentosos por los cuales circula corriente....	46
<b>Figura 3.6.-</b> Fuerza entre dos conductores delgados, paralelos y muy largos con respecto a su separación.....	47
<b>Figura 3.7.-</b> Densidad de flujo producida por un conductor de longitud L ...	48
<b>Figura 3.8.-</b> Fuerza entre dos conductores paralelos.....	49
<b>Figura 3.9.-</b> Disposición de los conductores no paralelos.....	51
<b>Figura 3.10.-</b> Guía para encontrar el $\cos(\theta_2)$ .....	52
<b>Figura 3.11.-</b> Guías para encontrar el $\cos(\theta_1)$ .....	53
<b>Figura 3.12.-</b> Fuerza en sentido longitudinal sobre conductores paralelos..	55

<b>Figura 3.13.-</b> Conductores paralelos colineales.....	56
<b>Figura 3.14.-</b> Cortocircuito trifásico entre barras paralelas.....	60
<b>Figura 3.15.-</b> Cortocircuito de fase a tierra.....	61
<b>Figura 3.16.-</b> Cortocircuito de dos fases a tierra .....	61
<b>Figura 3.17.-</b> Cortocircuito de fase a fase .....	61
<b>Figura 3.18.-</b> Disposición que se considera cuando los conductores no son paralelos.....	62
<b>Figura 3.19.-</b> Fuerzas resistentes en una viga sometida a la acción de una fuerza.....	64
<b>Figura 3.20.-</b> Deformación de una viga debido a la acción de una fuerza ...	67
<b>Figura 3.21.-</b> Viga con distribución uniforme de carga.....	71
<b>Figura 3.22.-</b> Punto de análisis ubicado a una distancia X del extremo izq. De la viga.....	71
<b>Figura 3.23.-</b> Momentos en una viga simplemente apoyada con carga no uniforme.....	73
<b>Figura 3.24.-</b> Viga doblemente empotrada con carga cualquiera.....	75
<b>Figura 3.25.-</b> Barra con carga uniformemente distribuida empotrada en ambos extremos.....	76
<b>Figura 3.26.-</b> Momento por partes de una barra con carga uniformemente distribuida.....	76
<b>Figura 3.27.-</b> Barra doblemente empotrada con distribución uniforme de carga.....	78
<b>Figura 3.28.-</b> Curva de la distribución de fuerzas cuando las longitudes de las barras no son muy grandes con respecto a la separación entre las mismas.....	79

<b>Figura 3.29.-</b> Distribución de fuerzas aproximada cuando las longitudes de las barras no son muy grandes con respecto a la separación entre las mismas.....	79
<b>Figura 3.30.-</b> Viga doblemente empotrada, con dos secciones de carga....	80
<b>Figura 3.31.-</b> Curva típica de la distribución de fuerzas cuando los conductores no son paralelos .....	81
<b>Figura 3.32.-</b> Distribución de fuerzas aproximada cuando los conductores no son paralelos.....	82
<b>Figura 3.33.-</b> Viga doblemente empotrada, con distribución de fuerzas no uniforme producida cuando los conductores no son paralelos.....	82
<b>Figura 3.34.-</b> Primera sección de análisis.....	83
<b>Figura 3.35.-</b> Segunda sección de análisis.....	84
<b>Figura 3.36.-</b> Barra estáticamente determinada con distribución uniforme de carga.....	88
<b>Figura 3.37.-</b> Barra estáticamente determinada con dos secciones de carga .....	90
<b>Figura 3.38.-</b> Distribución de fuerzas aproximada para barras cuando no son paralelas.....	91
<b>Figura 3.39.-</b> Reacciones en aisladores tipo poste debido a la acción de fuerzas .....	100
<b>Figura 3.40.-</b> Representación del aislador como una viga en mensula.....	100
<b>Figura 3.41.-</b> Barras que van del seccionador de 69 KV. Al interruptor SF <sub>6</sub> . .....	103
<b>Figura 3.42.-</b> Curva de la distribución de fuerzas.....	105

<b>Figura 3.43.-</b> Barras que van del interruptor SF <sub>6</sub> a los pararrayos del lado de 69 Kv del transformador.....	106
<b>Figura 3.44.-</b> Curva de la distribución de fuerzas de las barras que van del interruptor SF <sub>6</sub> a los pararrayos del lado de 69 Kv del transformador.....	107
<b>Figura 3.45.-</b> Barras que van de los pararrayos a los pasatapas del lado de 69 Kv del transformador.....	109
<b>Figura 3.46.-</b> Curva de la distribución de fuerzas barras que van de los pararrayos a los pasatapas del lado de 69 Kv del transformador.....	110
<b>Figura 3.47.-</b> Barras que van de los pasatapas del lado de 13.8 Kv. del transformador a los aisladores tipo poste ubicados sobre la Metalclad.....	111
<b>Figura 3.48.-</b> Curva de la distribución de fuerzas de las barras que van de los pasatapas del lado de 13.8 Kv. del transformador a los aisladores ubicados sobre la Metalclad.....	113
<b>Figura 3.49.-</b> Aislador ubicado en la torre donde se encuentra el seccionador de 69 Kv.....	115
<b>Figura 3.50.-</b> Aislador ubicado sobre la entrada de alimentación del interruptor SF <sub>6</sub> .....	116
<b>Figura 3.51.-</b> aislador ubicado sobre la salida del interruptor SF <sub>6</sub> .....	117
<b>Figura 3.52.-</b> Pararrayos de 69Kv. ubicado sobre el transformador.....	118
<b>Figura 3.53.-</b> Pasatapas de 69Kv. del transformador.....	120
<b>Figura 3.54.-</b> Pasatapas de 13.8Kv. del transformador.....	120
<b>Figura 3.55.-</b> Aislador ubicado sobre la entrada de la Metalclad.....	121
<b>Figura 4.1.-</b> Transferencia unidimensional de calor por conducción (difusión de energía).....	127

<b>Figura 4.2.-</b> Desarrollo de la capa límite en la transferencia de calor por convección.....	128
<b>Figura 4.3.-</b> Perfil de velocidad laminar en una placa plana.....	132
<b>Figura 4.4.-</b> Perfil de temperatura en la capa de limite térmica.....	133
<b>Figura 4.5.-</b> Intercambio de radiación: (a) en la superficie, y (b) entre una superficie y sus alrededores.....	137
<b>Figura 4.6.-</b> Conservación de la energía para un volumen de control.....	140
<b>Figura 5.1.-</b> Flujo de corriente a través de los contactos del interruptor.....	170
<b>Figura 5.2.-</b> Dedos adinámicos.....	171
<b>Figura 5.3.-</b> Contacto formado por ocho dedos.....	172
<b>Figura 5.4.-</b> Contactos del interruptor tipo DHP-VR VACIO A 13.8Kv.....	173
<b>Figura 5.4b.-</b> Fuerzas que soporta un dedo de contacto.....	173
<b>Figura 5.5.-</b> Cámara de vacío.....	175
<b>Figura 5.6.-</b> Contactos del interruptor de vacío que crean campo radial....	176
<b>Figura 5.7.-</b> Contactos del interruptor de vacío que crean campo axial....	176
<b>Figura 5.8.-</b> Posición de cerrado del interruptor SF <sub>6</sub> .....	177
<b>Figura 5.9.-</b> Apertura del interruptor SF <sub>6</sub> .....	177
<b>Figura 5.10.-</b> Contactos del interruptor en gas SF <sub>6</sub> tipo 72PM40-12.....	179
<b>Figura 5.11.-</b> Diagrama de los contactos.....	179
<b>Figura 5.12.-</b> Resortes para compensar la fuerza de separación entre contactos del interruptor en SF <sub>6</sub> .....	179
<b>Figura 6.1.-</b> Curva temperatura-tiempo para un devanado de baja tensión del transformador para cortocircuito trifásico.....	189

<b>Figura 6.2.-</b> Curva temperatura-tiempo de un devanado del transformador para falla de fase a tierra.....	190
<b>Figura 6.3.-</b> Curva temperatura-tiempo de los devanados del transformador Ceibos 2 para falla de dos fases a tierra.....	193
<b>Figura 6.4.-</b> Curva temperatura-tiempo de un devanado del transformador para falla de fase a tierra.....	194
<b>Figura 6.5.-</b> Sección de un transformador tipo columna.....	196
<b>Figura 6.6.-</b> Arrollamientos que se encuentran mutuamente desplazados..	199
<b>Figura 6.7.-</b> Distribución de campo en el caso de arrollamientos de diferente tamaño.....	200
<b>Figura 6.8.-</b> Esquemas de estructura en el transformador.....	201
<b>Figura 6.9.-</b> Posible deformación en el devanado interno.....	201
<b>Figura 6.10.-</b> Inclinación que se puede presentar en los arrollamientos....	202
<b>Figura 6.11.-</b> Detalle constructivo de un arrollamiento a disco.....	203
<b>Figura 6.12.-</b> Esfuerzos a los que se ve sometido un devanado externo...	204
<b>Figura 6.13.-</b> Diagrama de carga axial en el arrollamiento.....	206
<b>Figura 6.14.-</b> Tensiones internas en la sección del conductor.....	206
<b>Figura 6.15.-</b> Esfuerzos presentes en el devanado interno.....	208
<b>Figura 6.16.-</b> Variación de el factor $\xi$ y $\beta$ .....	209





# INTRODUCCIÓN

Los elevados valores que pueden alcanzar las corrientes de cortocircuitos generan esfuerzos electrodinámicos y térmicos de considerable magnitud en las barras, aisladores, interruptores y demás elementos de los circuitos recorridos por estas corrientes.

Los calentamientos producidos por las corrientes de cortocircuitos son de temer, ya que la acción térmica conduce a la destrucción de los materiales aislantes que rodean a los conductores e incluso de los conductores mismos, provocando la fusión o debilitando la resistencia mecánica a altas temperaturas, justamente cuando aparecen los mayores esfuerzos electrodinámicos. Por ello uno de los objetivos de la presente tesis es calcular estos esfuerzos. Para el cálculo se consideran dos métodos: El primero considera cantidad de energía que se transfiere por unidad de tiempo debida a la interacción de las barras de la subestación con el ambiente externo ( flujos de calor por convección, conducción y radiación), mientras que en el otro método se asume que debido a la corta duración del cortocircuito la cantidad de calor cedida al ambiente es irrisoria.

Cuando se presentan fuertes corrientes de cortocircuito, los esfuerzos electrodinámicos desencadenados adquieren verdadera importancia, y si la construcción no es muy robusta, son capaces de superar la resistencia mecánica de los materiales, provocando al final la ruptura.

Entre los efectos de las corrientes de cortocircuitos muy elevadas se tienen:

- La destrucción de los *aisladores* soportes de las barras colectoras.

- La destrucción de los devanados de los *transformadores*, especialmente cuando las bobinas están dispuestas asimétricamente en sentido axial ( en transformadores de cualquier potencia y tipo de construcción).
- La tendencia, en los *interruptores*, a separarse los contactos, o más aun, la apertura intempestiva de los seccionadores por propio impulso con intensidades muy elevada.

Por ello es necesario y por lo tanto el propósito de este trabajo determinar el tipo de fallas que producen los más altos esfuerzos, y en base a estos calcular las fuerzas que soportaran los equipos para así poderlos dimensionar correctamente.

# CAPITULO 1

## INFORMACIÓN GENERAL Y ESPECIFICACIONES

### TECNICAS DE LA SUBESTACIÓN EN ESTUDIO

#### 1.1.-Introducción

En este capitulo se detalla la información de la subestación en estudio, la misma que es utilizada para los análisis efectuados en los capítulos posteriores, los datos técnicos fueron facilitados por el departamento de construcción y mantenimiento de subestaciones de La Empresa Eléctrica del Ecuador Inc. (EMELEC).

Esta subestación esta dividida en dos subestaciones: la subestación Ceibos 1 y la subestación Ceibos 2. Para ambas subestaciones se detallan los datos generales de ubicación, estructura y elementos constitutivos, así como los datos específicos de dichos elementos indicando las características técnicas. Adicionalmente se presenta en este capitulo el diagrama unifilar de la subestación y el plano de dimensiones generales.

A continuación se describen los datos generales de las subestaciones y los equipos presente describiendo sus características técnicas.

### SUBESTACIÓN CEIBOS

#### 1.2.-DATOS GENERALES

UBICACIÓN	AÑO DE CONSTRUCCIÓN	AREA (m <sup>2</sup> ) TERRENO	PROPIETARIO
Km. 5 vía a la Costa, junto al teatro femenino	1966	5000	EMELEC

### 1.3.-Equipamiento De Las Subestaciones

#### 1.3.1.- Equipamiento De La Subestación Ceibos 1

La subestación consta de dos partes: Un patio de 69kv para maniobras de líneas de subtransmisión, un patio de reducción de 69/13.8 Kv. que es el de interés.

#### **Patio 69/13.8 Kv. de la subestación de reducción:**

##### 1.3.1.a.-Estructuras :

Torre de 7.24 m. de altura, con una bandeja en su parte superior para soportar 1 seccionador de 69 KV con cuchilla de tierra y aisladores de 69 KV.

La torre esta hecha de hierro ángulo de 3"x3"x 1/4" para los largueros y de 2"x2"x 1/4" para los tirantes.

Las estructuras descansan sobre bases de hormigón armado, y están sujetas con pernos de acero empotrados.

##### 1.3.1.b.- Aisladores y Herrajes:

Descripción	Cantidad
Aisladores 69KV tipo poste para estructura tangente	3
Aisladores 69KV tipo pin para estructura tangente	
Aisladores 69KV de 6 discos para estructura terminal	
Grapa terminal	6
Terminales tipo talón 4/0 Cu	

##### 1.3.1. c.- Seccionador de aire con cuchillas de tierra:

MARCA	TIPO	KV máx.	BIL (KV)	Icontinua (A)	Iinst. (KA)
PORTER	MK-40	72.5	350	600	40

##### 1.3.1.d.- Interruptor en gas SF6 (GCB) :

MARCA	TIPO	BIL (KV)	Icont. (A)	KV max.	Iinterr. max (KA)
ABB	72PM 40-12	350	1200	72.5	40

**1.3.1.e.-Conductores :**

USADO PARA	TIPO69 KV	ATERRIZAMIENTO
TIPO DE CABLE	4/0 AWG Cu desnudo	4/0 AWG Cu desnudo
LONGITUD (m.)	30	12

**1.3.1.f.-Transformador de poder 67/13.8 KV**

MARCA	(MVA) OA/FA	IMPED. Z(%)	VOLUMEN ACEITE (GAL)	PESO (LBS) TOTAL
ABB	18/24	8.00	1903.8	63800

LTC: 32 pos.  $\pm 10\%$ **1.3.1.g.- Metalclad Swithgear 13.8 Kv**

Cabina metálica marca Westinghouse tipo Porcel Line con 13 cubículos tipo DH-P, de los cuales 5 son para la subestación Ceibos 1, 5 para Ceibos 2, 1 para la interconexión de las barras principales de ambas subestaciones, 1 para el banco de baterías de ambas subestaciones y 1 para controlar la salida de una línea de subtransmisión (no en uso actualmente).

**1.3.1.h.- Interruptor principal e interruptores de las alimentadoras:**

Alimentadora	Cubículo	Medio interrup	Marca	Tipo	KV máx.	BIL (KV)	Icont (A)	Iint max (KA)
Principal	3	Aire	Westinghouse	150DH-P500	15	95	1200	25
Carlos Julio	4	vacío	Westinghouse	150-500HDHP-VR	15	95	1200	18
Los Ceibos	5	Aire	Westinghouse	150DH-P500	15	95	1200	25
Las Lomas	6	vacío	Westinghouse	150-500HDHP-VR	15	95	1200	18

**1.3.1.i.- Interruptor de interconexión entre barras principales:**

Cubículo	Medio Interr.	Marca	Tipo	KV. Max.	BIL KV.	Icont (A)	Iint max (KA)
7	aire	Westinghouse	150DH-P500	15	95	1200	25

### 1.3.1.j.-Conductores del METALCLAD:

<b>Usado para</b>	<b>Interconexión transformador-switchgear</b>	<b>Barra 13.8KV en interior de switchgear</b>
<b>Tipo de conductor</b>	Tubo de cobre de 1 1/2 de diámetro.	Barra de cobre de 1200A.
<b>Longitud (metros)</b>	12	13.5

### 1.3.2.- Equipamiento De La Subestación Ceibos 2

Esta subestación al igual que la anterior consta de dos partes: Un patio de 69kv para maniobras de líneas de subtransmisión, un patio de reducción de 69/13.8 Kv. que es el de nuestro interés.

#### **Patio 69/13.8 Kv. de la subestación de reducción:**

##### 1.3.2.a.-Estructuras :

Torre de 7.24 m. de altura, con una bandeja en su parte superior para soportar 1 seccionador de 69 KV con cuchilla de tierra y aisladores de 69 KV. La torre esta hecha de hierro de ángulo de 3" x 3" x 1/4" para los largueros y de 2" x 2" x 1/4" para los tirantes. Las estructuras descansan sobre bases de hormigón armado, y están sujetas con pernos de acero empotrados.

##### 1.3.2.b.-Aisladores y Herrajes :

<b>DESCRIPCIÓN</b>	<b>CANTIDAD</b>
Aisladores 69 KV tipo poste para estructura tangente	3
Aisladores 69 KV de 6 discos para estructura terminal	
Aisladores 69 KV tipo pin para estructura tangente	
Grapa terminal	
Terminales tipo talón 4/0 AWG	6

##### 1.3.2.c.-Seccionador de aire con cuchillas de tierra:

<b>MARCA</b>	<b>TIPO</b>	<b>KV max.</b>	<b>BIL (KV)</b>	<b>Icontinua (A)</b>	<b>Iinst. (KA)</b>
MEMCO	EAB	69	350	600	40

**1.3.2.d.-Interrupor en gas SF6 (GCB) :**

MARCA	TIPO	BIL (KV)	Icont. (A)	KV max.	Iinterr. max (KA)
ABB	72PM 40-12	350	1200	72.5	40

**1.3.2.e.-Conductores:**

USADO PARA	TIPO 69 KV	ATERRIZAMIENTO
TIPO DE CABLE	4/0 AWG Cu desnudo	Platina de cobre 1" x 1/4"
LONGITUD (m.)	30	12

**1.3.2.f.-Transformador de poder 67/13.8 KV:**

MARCA	(MVA) OA/FA	IMPED. Z(%)	VOLUMEN ACEITE (GAL)	PESO (LBS) TOTAL
ABB	18/24	7.95	1903.8	63800

LTC: 32 pos.  $\pm 10\%$

**1.3.2.g.- Metalclad Switchgear 13.8KV.**

**Metalclad:** El mismo que se indica en Ceibos 1.

**1.3.2.h.- Interrupor principal e interruptores de las alimentadoras:**

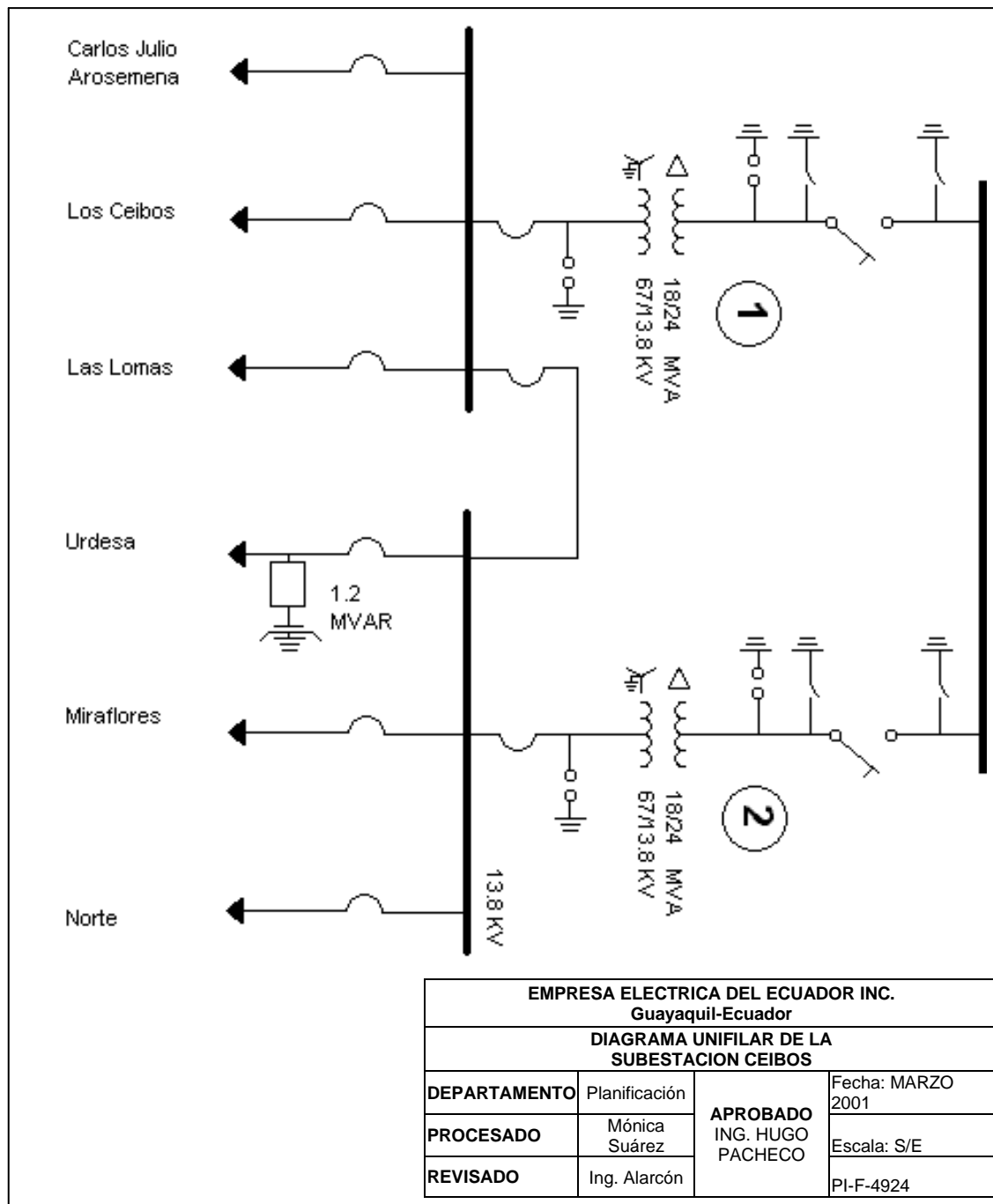
Alimentadora	cabículo	Medio interrup	Marca	Tipo	KV max	BIL (KV)	Icont (A)	Iint max (KA)
Urdesa	9	aire	Westinghouse	150-500HDHP-VR	15	95	1200	18
Miraflores	10	vacío	Westinghouse	150DH-P500	15	95	1200	25
Norte	11	Aire	Westinghouse	150-500HDHP-VR	15	95	1200	18
Principal	12	vacío	Westinghouse	150DH-P500	15	95	1200	25

**1.3.2.i.- Conductores del Metalclad**

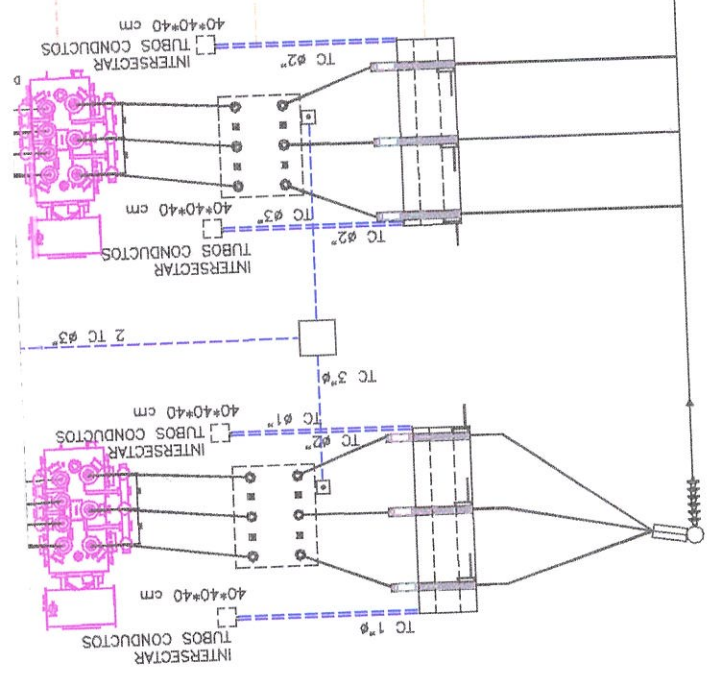
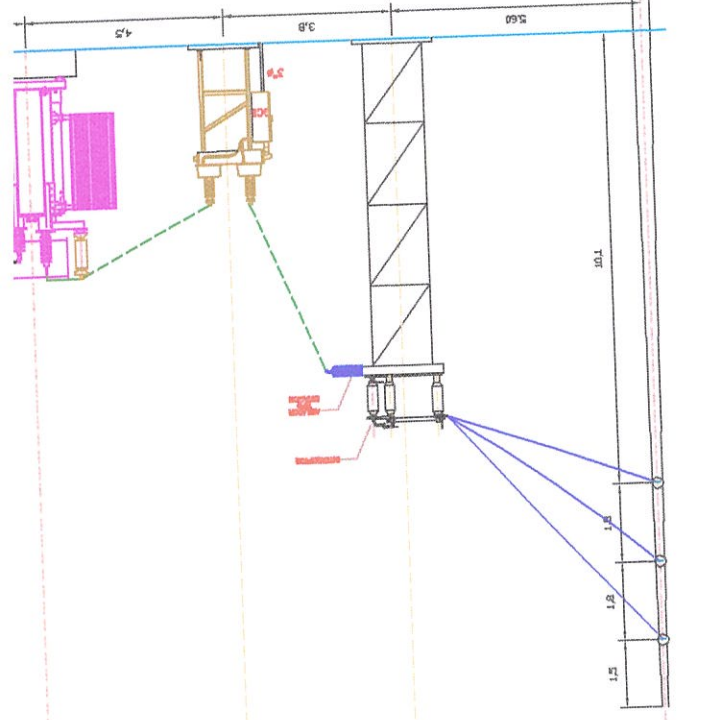
Usado para	Interconexión transformador-switchgear	Barra 13.8KV en interior de switchgear
Tipo de conductor	Tubo de cobre de 1 1/2 de diámetro.	Barra de cobre de 1200A.
Longitud (metros)	12	13.5

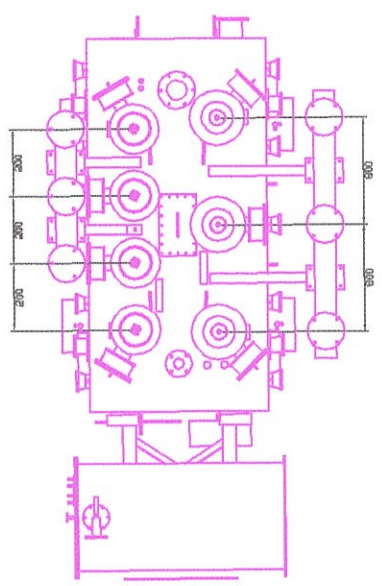
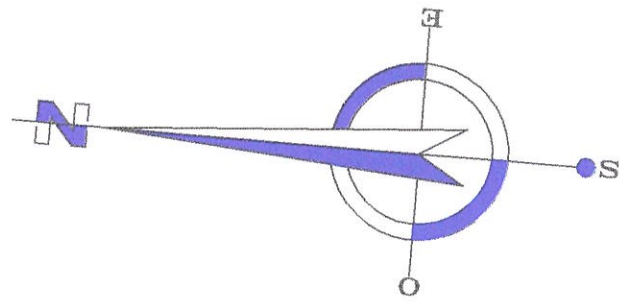
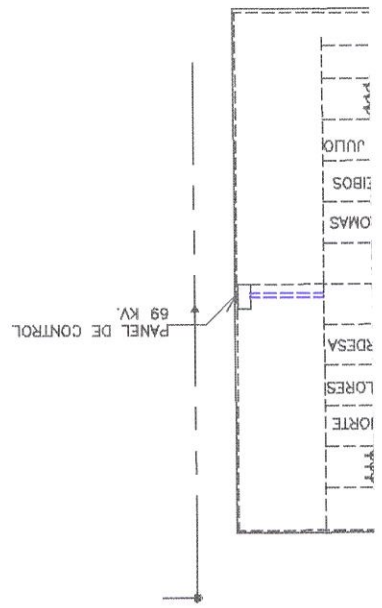
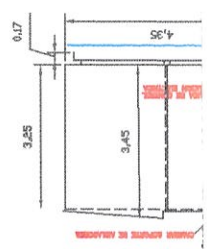



### 1.4.-Diagrama Unifilar De La Subestación Ceibos



SECCION A-A





<b>EMPRESA ELECTRICA DEL ECUADOR, INC.</b> Departamento de Planificación e Ingeniería Guayaquil - Ecuador			<b>DIAGRAMA DE UBICACION I DISTANCIAS ENTRE EQUIPOS DE LAS S/E/S CEIBOS 1 Y 2</b>
APROBADO INO. HUGO PACHECO	PROYECTADO Ing. M. Suárez		REVISADO Ing. M. Suárez
FECHA ENE. 2000 ESCO: 1/75	PID-4838 A		

## **CAPITULO 2**

### **ESTUDIO DE CORTOCIRCUITO DE LA SUBESTACIÓN**

#### **LOS CEIBOS**

##### **2.1.- Objetivos.**

Realizar el estudio de cortocircuito de la subestación Ceibos teniendo presente los diferentes tipos de fallas que se pueden presentar (falla trifásica, de fase a fase, de dos fases a tierra y de fase a tierra) con el objetivo de determinar la mayor corriente que se pueda presentar.

Realizar un análisis de cómo se desarrolla la corriente de cortocircuito en sus diferentes periodos (subtransitorio, transitorio y permanente) y sus efectos.

##### **2.2.-Corrientes de cortocircuito y su influencia sobre el servicio**

Los cortocircuitos tienen múltiples causas. Estas pueden ser:

- a) De origen eléctrico, ejemplo: por alteración de un aislante que resulta incapaz de soportar la tensión.
- b) De origen mecánico, ejemplo: rotura de conductores o aisladores, a la caída de un cuerpo extraño (rama de un árbol).
- c) Debido a falsas maniobras, ejemplo: la apertura en carga de un seccionador.
- d) De origen atmosférico, ejemplo: rayo, tempestad, niebla.

De las descargas a tierra producida por sobretensiones de origen atmosférico podemos decir que esta descarga se transforma a menudo en un cortocircuito entre fases, por alcanzar el arco que se produce a los otros conductores. La corriente del rayo se caracteriza por su enorme intensidad y

escasa duración, causando esfuerzos térmicos y mecánicos de valores extraordinarios.

La acción térmica consiste en una concentración de energía por elemento espacial del conductor sólido, o gas, excepcionalmente elevada, con aumentos de temperatura de tipo explosivo y resultados insólitos, valores extraordinarios de temperatura que pueden llegar a alcanzar los 15000 °K, así como valores altos de presión. Las sustancias líquidas o sólidas se vaporizan instantáneamente, dando origen a la formación de arcos. Las presiones se desarrollan no solamente cuando el arco llena un espacio hueco, como por ejemplo en los canales de descarga de los aislantes, si no también en condiciones de libre combustión. Por efecto de la atracción mutua entre los filamentos de corriente, el arco tiende a comprimirse, adoptando un diámetro reducido. Al desaparecer este esfuerzo de atracción por cesar la corriente, los gases comprimidos de la columna se expanden lateralmente con carácter explosivo, originando una onda de presión, acompañada de fuertes manifestaciones ruidosas.

La experiencia demuestra que del 70 al 80% de los cortocircuitos son de una fase a tierra, si la falla no es despejada con suficiente rapidez, el arco puede alcanzar la fase siguiente y así incluso la tercera fase. La presencia de un cortocircuito sobre una red provoca sobreintensidades, caídas de tensión además desequilibrios de tensiones y corrientes en las fases; estos fenómenos que dependen de la constitución de la red a su vez originan:

- Calentamiento debido a la corriente de cortocircuito, dependiendo de la magnitud de la corriente así como del tiempo de operación de las

protecciones, se desarrolla una gran cantidad de calor a partir del arco en el punto de la avería así como del resto del circuito cerrado. La acción térmica desarrollada puede provocar desperfectos de los materiales aislantes y de los conductores.

- Esfuerzos mecánicos, la corriente de cortocircuito provoca esfuerzos importantes produciendo deformaciones en barras y conexiones, roturas de aisladores e incluso averías considerables sobre los arrollamientos del transformador.
- Averías originadas por los arcos, si el arco contornea al o a los aisladores pueden causar la destrucción de estos, como solución a esto se usa los cuernos o anillos de protección que separan el arco de los aisladores.
- Averías en los interruptores, en caso de que la capacidad de ruptura del interruptor no sea la adecuada para poder cumplir su cometido lo más rápido posible, ya que de no ser así no solo se vería afectado el interruptor si no además correría riesgo la instalación y el personal. El interruptor debe tener la capacidad instantánea suficiente para resistir los efectos de los valores máximos de las corrientes de cortocircuito. De aquí que para elegir adecuadamente el interruptor es necesario calcular tanto el valor de corriente de cortocircuito máximo que puede presentarse y el valor de cresta de dicha corriente.
- Caídas de tensión elevadas.

### 2.3.-Corriente de cortocircuito y corriente de choque.

Para el estudio de la corriente de cortocircuito recurrimos al análisis de un generador 3Ø funcionando bajo condiciones de carga nominal que en sus terminales se da un cortocircuito trifásico.

En un generador se exige para su funcionamiento la existencia del campo magnético del rotor que lo vamos a denominar  $H_r$  el cuál produce un flujo  $\Phi$  y este induce un voltaje en el estator denominado fuerza electromotriz  $E$  desfasado  $90^\circ$  de  $\Phi$ , dicha fuerza electromotriz se la puede definir para nuestro propósito de análisis como:

$$E = E_{\text{máx}} * \text{sen}(wt + \alpha)$$

donde  $\alpha$  determina a  $t=0$  el módulo de la fem al producirse el cortocircuito trifásico; el circuito es predominantemente inductivo ya que la resistencia del generador es pequeña comparada con su reactancia, por lo que la corriente de cortocircuito que se produce esta desfasada  $90^\circ$  con respecto a la fem y siendo este un circuito RL se tiene la siguiente ecuación diferencial del circuito:

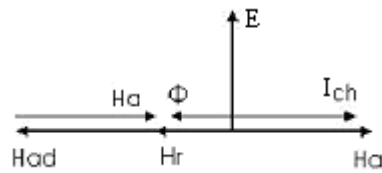
$$E_{\text{máx}} * \text{sen}(wt + \alpha) = Ri + L \frac{di}{dt}$$

resolviendo esta ecuación para  $i$  tenemos:

$$i = \frac{E_{\text{máx}}}{|Z|} * \left[ \text{sen}(wt + \alpha - \theta) + \text{sen}(\alpha - \theta) * e^{-Rt/L} \right] \text{ ecuación 2.1}$$

en la que  $|Z|$  es  $\sqrt{R^2 + (wL)^2}$  y  $\theta$  es el  $\text{arc tan}^{-1}(wL / R)$ .

En la figura 2.1 se representa el diagrama vectorial de las condiciones de funcionamiento en este caso.



**Figura 2.1.-** Diagrama vectorial de un generador 3Ø funcionando bajo carga nominal, que se cierra sobre un cortocircuito.

El valor pico de corriente que se tiene en el instante de cerrarse el circuito  $I_{ch}$  engendra el campo magnético  $H_a$ , en fase con ella, que tiende a neutralizar el campo  $H_r$  que esta en oposición de fase con  $H_a$  y que produce el flujo de excitación  $\Phi$ . Pero este flujo no puede desaparecer repentinamente ya que al disminuir, por lo establecido en la ley de Lenz, provoca la aparición de corrientes inductivas que tienden a mantenerlo invariable. El campo magnético  $H_{ad}$  formado, que en los primeros momentos compensa al campo magnético  $H_a$ , desaparece poco a poco por lo que va disminuyendo el flujo magnético  $\Phi$  hasta llegar al valor que corresponde a la fuerza electromotriz del estado de cortocircuito permanente. Como al comienzo del cortocircuito se mantiene prácticamente el flujo  $\Phi$  y por ende el valor de la fuerza electromotriz antes del cierre sobre el cortocircuito, se obtiene en los primeros instantes una elevadísima corriente de cortocircuito que se la conoce como corriente de cortocircuito de choque o de esfuerzos dinámicos.

Como se aprecia en la ecuación 2.1 el primer término varía sinusoidalmente con el tiempo y el segundo término es aperiódico, este disminuye exponencialmente con una constante de tiempo  $L/R$  ( $L$  y  $R$  del sistema),

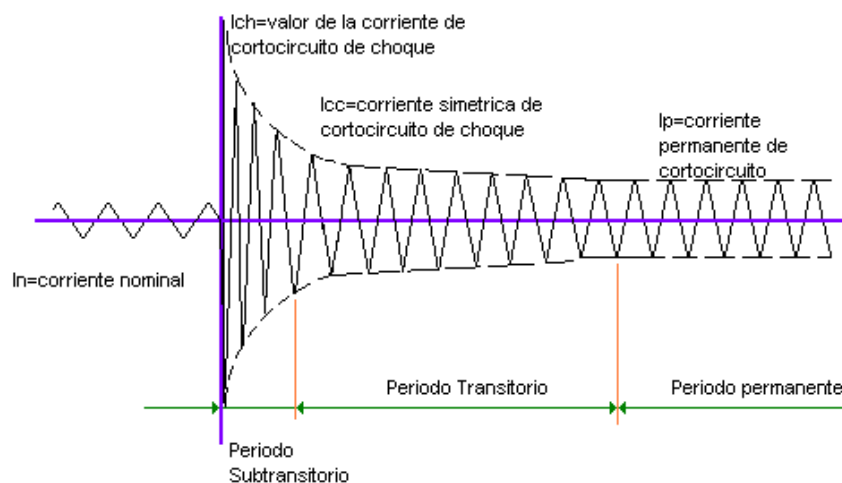


este se denomina componente continua de la corriente, de tal manera que el valor eficaz de la corriente varía con el tiempo. De aquí se puede apreciar que si el cortocircuito se da justo cuando la fem toma su máximo valor entonces no se presenta la componente aperiódica y la corriente de cortocircuito es simétrica pero en caso de que el cortocircuito se dé cuando la fem toma un valor distinto entonces se presenta la componente aperiódica; de aquí se parte que la corriente de cortocircuito puede ser de dos tipos:

- Simétrica.
- Asimétrica.

Por lo que esto dependerá del valor de la fuerza electromotriz en el momento de ocurrir el cortocircuito. Siendo necesario analizar los casos extremos, es decir cuando  $E=E_{max}$  y cuando  $E=0$ .

Si el cortocircuito ocurre cuando la fuerza electromotriz pasa por su valor máximo, la corriente de cortocircuito producida es simétrica tal como se aprecia en la figura 2.2.



**Figura 2.2.-** Expresión gráfica de la corriente de cortocircuito cuando la fuerza electromotriz pasa por su valor máximo.

Estas amplitudes decrecen gradualmente debido, a la fuerte reacción desmagnetizante de la corriente de cortocircuito que es muy reactiva y hace disminuir el flujo inductor  $\Phi$  y por lo tanto la fuerza electromotriz  $E$ .

La intensidad inicial  $I_{ch}$  de la corriente de cortocircuito esta limitada prácticamente por la reactancia de dispersión de la maquina  $X_{\ell}$ , ya que el flujo de dispersión, por cerrarse exclusivamente a través del aire y de partes laminadas, se establece instantáneamente. El valor eficaz de esta corriente vale:

$$I_{cc} = \frac{E}{X_{\ell}}$$

A este valor inicial de la corriente de cortocircuito se llama corriente eficaz de cortocircuito de choque; al valor de cresta de esta corriente, es decir, al valor

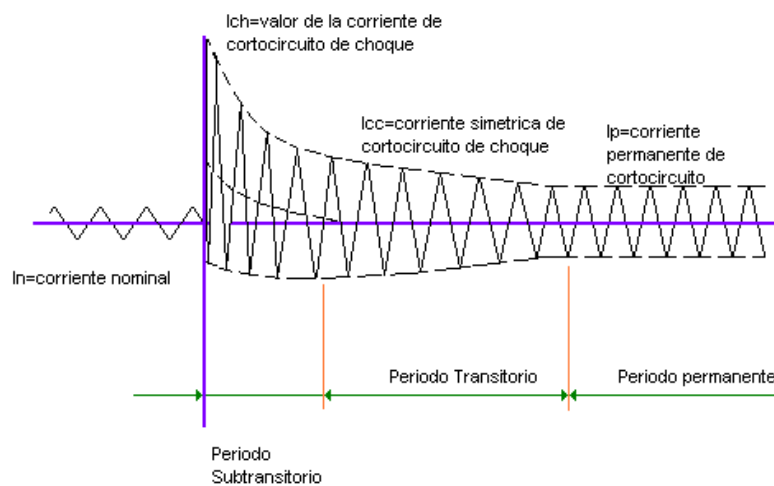
$$I_{ch} = \sqrt{2} I_{cc}$$

se llama corriente máxima de cortocircuito de choque.

El valor de la corriente de cortocircuito de choque va disminuyendo y después de varios periodos se alcanza el valor de la corriente de cortocircuito permanente cuya intensidad depende de la reactancia total del generador, suma de la reactancia de dispersión y de la sincrónica (esta ultima debida al campo giratorio sincrónico de la reacción de inducido).

Si el cortocircuito en cambio ocurre en el instante en que la fuerza electromotriz pasa por el valor cero entonces la corriente al no poder alcanzar su valor máximo por la inercia que representa el circuito inductivo se presenta un desplazamiento del eje (x) en forma exponencial que aparecerá como una componente continua (unidireccional) superpuesta a la onda de corriente alterna, similar a si se conecta una inductancia

repentinamente bajo tensión en el momento en que pasa por su valor nulo. El valor de esta componente unidireccional sería constante si la resistencia del circuito fuese absolutamente nula, pero no es así, ya que esta presente los valores de resistencia y de reactancia correspondiente al circuito cerrado (incluyendo los inducidos de los generadores); de aquí que la componente unidireccional se amortiguará hasta desaparecer después de algunos periodos. El cortocircuito es en suma asimétrico como se aprecia en la figura 2.3.



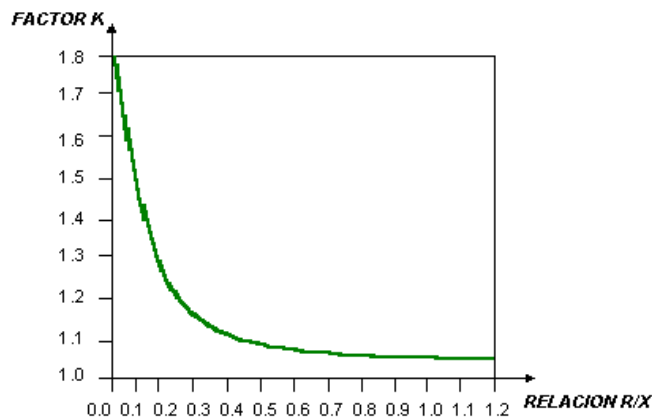
**Figura 2.3.-** Expresión gráfica de la corriente de cortocircuito cuando la fuerza electromotriz pasa por su valor nulo.

Como el valor de la componente de corriente continua es igual a la amplitud de la corriente alterna, tendríamos que el valor de la corriente máxima de cortocircuito sería

$$\begin{aligned} I_{ch} &= \sqrt{2} I_{cc} + \sqrt{2} I_{cc} \\ &= 2\sqrt{2} I_{cc} \end{aligned}$$

es decir el doble del caso anterior, pero esto es en caso del que sistema sea no amortiguado. Por ende este valor es teórico pues hay que tener en cuenta el amortiguamiento del circuito, ya que depende de las características

del circuito y en particular de la relación de resistencia a reactancia, en la práctica y según resultados experimentales esta relación nos da el factor de multiplicación K; en la figura 2.4 se observa la dependencia del factor K con respecto a la relación R/X.



**Figura 2.4.-**Gráfico que muestra la dependencia del factor k con respecto a la relación R/X. Del gráfico se aprecia que el caso más desfavorable nos da un valor de corriente de cortocircuito asimétrico igual a:

$$I_{ch} = 1.8\sqrt{2} I_{cc}$$

$$I_{ch} = 2.546 I_{cc}$$

que es el que establece los criterios de diseño en las instalaciones eléctricas, como por ejemplo nos ayuda a determinar los esfuerzos electrodinámicos y térmicos máximos que pueden soportar las barras colectoras y los tramos de conexión; es también un parámetro importante en el diseño de la red de tierra de la instalación y en algunos aparatos y máquinas eléctricas desde el punto de vista de su resistencia al esfuerzo electrodinámico y térmico.

El valor eficaz de la corriente de choque viene dado por

$$I_{ch\ ef} = \sqrt{I_{AC}^2 + I_{DC}^2}$$

$I_{AC}$ : Valor eficaz de la componente alterna de la corriente de choque.

$I_{DC}$ : Valor eficaz de la componente continua de la corriente de choque.

Y los valores instantáneos, por:

$$i = i_{AC} + i_{DC}$$

La componente unidireccional es prácticamente nula al cabo de 0.25 seg. a partir de aquí, la corriente de cortocircuito de choque, se hace simétrica y se va amortiguando hasta alcanzar el valor de la corriente de cortocircuito permanente.

Si el cortocircuito se produce cuando la fuerza electromotriz tiene un valor intermedio a los dos que hemos estudiado, existirá siempre una componente unidireccional, aunque su valor será inferior al que resulta cuando la fuerza electromotriz es nula en el momento de producirse el cortocircuito. Claro que para cálculo de fallas se ha de tener en cuenta las condiciones más desfavorables y de ahí que debemos suponer que el cortocircuito se producirá cuando la fuerza electromotriz pase por su valor cero.

Se debe tener en cuenta para un análisis que cuando una de las fases pasa por su valor nulo, en las otras dos fases, la fuerza electromotriz tiene cierto valor no nulo, por lo que las corrientes de cortocircuito en estas fases serán inferiores a la de la fase afectada por el valor nulo de la fuerza electromotriz. Ahora analizando la figura 2.2 y 2.3, se observa que el tiempo que dura el cortocircuito se puede dividir en tres:

**1.- Período subtransitorio.** Durante este periodo inicial, la corriente de cortocircuito de choque baja rápidamente de valor y puede durar de 1 a 15 ciclos, durante este periodo se producen intensos esfuerzos

electrodinámicos en los elementos sometidos al cortocircuito, que pueden provocar su destrucción.

**2.- *Periodo transitorio.*** Durante este tiempo, la corriente de cortocircuito va disminuyendo lentamente de valor hasta alcanzar el valor de la corriente permanente de cortocircuito. Este periodo dura de 50 a 100 ciclos y es simétrico. Dado el tiempo de desconexión propio de los interruptores y relés de protección, los interruptores desconectan la parte del circuito afectada por el cortocircuito, durante este periodo, por lo que las máquinas y aparatos deben proyectarse para soportar durante el tiempo que dura el periodo subtransitorio, la corriente de choque producida. Son de consideración los esfuerzos térmicos durante este periodo.

**3.- *Periodo permanente.*** La corriente de cortocircuito alcanza su valor permanente y continúa mientras dura la causa que ha provocado este cortocircuito. Es intenso el calentamiento en las máquinas y aparatos sometidos al cortocircuito, por lo que estos deberán proyectarse para resistir el calentamiento producido por la corriente de corto hasta que los aparatos de protección actúen.

Las principales consecuencias de la corriente de cortocircuito son: el desarrollo de una gran cantidad de calor, localizado por el arco en el punto de la avería así como en el resto del circuito cerrado, incluidos los generadores, transformadores e interruptores. Dicha acción térmica puede provocar desperfectos de los materiales aislantes e incluso de los conductores mismos, en donde el arco se produce. La provisión de medios adecuados para conducir el arco inevitable, por ejemplo: descargadores de antenas, pantallas sobre los aisladores o conductores, situados en puntos

específicos de las líneas aéreas o de las instalaciones, pueden constituir un sistema eficaz de protección.

Las consecuencias de las instalaciones insuficientemente dimensionadas suelen ser desperfectos en las barras colectoras, contactos entre los conductores aéreos, apertura de los interruptores, etc. Los devanados de los transformadores son ajustados de forma robusta ya que los esfuerzos pueden alcanzar valores de muchas toneladas llegando a ser desastrosos.

El calentamiento producto de la corriente de cortocircuito depende de la magnitud de la corriente, así como del tiempo de funcionamiento de los relés.

La acción térmica es especialmente perjudicial para los contactos de los interruptores, desconectadores de cuchillas, terminales roscados, etc. La temperatura de dichos contactos aumenta en proporción extraordinaria, a consecuencia de la disminución local de presión por efecto de los esfuerzos electrodinámicos, llegando a desprender vapores metálicos de las superficies incandescentes. Estos vapores sobre los aisladores los metaliza; la consecuencia de este hecho es a menudo un nuevo cortocircuito, que se atribuiría, equivocadamente, a la aparición de sobretensiones esto se da más en subestaciones de gran potencia.

Los arcos de cortocircuito con intensidades muy fuertes y de gran longitud, que puede presentarse en los centros de partida de las redes de tensión media donde existe una gran concentración de energía, dándose ondas explosivas destructoras a causa del calentamiento instantáneo que provocan sobre grandes masas de aire. Los cortocircuitos de gran intensidad, va acompañado de un descenso de tensión en determinados sectores de la red.

Los efectos alcanzan a todos los ramales no separados del punto de cortocircuito por inductancias apreciables. En consecuencia, se produce pérdida de sincronismo en los motores de este género y el accionamiento de los mecanismos de tensión nula en todos los interruptores afectados que están provistos de ello. Conviene disponer de las protecciones adecuadas para limitar todo lo posible, en duración y extensión los efectos de tales perturbaciones.

Las sobretensiones que se derivan de los cortocircuitos, no son, en cambio de temer. La ionización causada por el arco es demasiada intensa y el poder extintor demasiado débil, para que haya posibles oscilaciones de alta frecuencia y fenómenos similares; tanto en el laboratorio como en las redes jamás se han puesto de manifiesto sobretensiones “peligrosas”, la magnitud de las sobretensiones no sobrepasa el valor de 2.3 veces la tensión por fase. Su importancia se da en el proceso de desconexión de los interruptores, pero no en las solicitudes a que se hallan expuestas las redes.

Cuando las redes no tienen neutro rígido a tierra, los cortocircuitos se presentan frecuentemente en forma doble; es decir, en dos puntos distintos de la red se forman arcos a tierra, siendo el uno consecuencia inmediata del otro. El conjunto viene a constituir como un cortocircuito único, la corriente de la cuál es, sin embargo, menor que en los cortocircuitos ordinarios, debido de las inductancias de la línea respecto a tierra y la resistencias de las tomas y del camino de la corriente por tierra.

Por lo expuesto anteriormente debemos determinar la peor condición de cortocircuito que se puede presentar. Esto lo realizamos para las dos subestaciones.



## 2.4.-Estudio de cortocircuito de la subestación Ceibos 1.

Para esto requerimos de los datos de la subestación y de la potencia de cortocircuito de la red en el sitio donde esta ubicada la subestación que es la misma para Ceibos 1 y Ceibos 2.

### 2.4.1.- Datos de la subestación Ceibos 1.-

VOLTAJE BASE:	69 KV.
POTENCIA BASE:	18 MVA.
IMPEDANCIA DEL TRANSFORMADOR:	8%.
RELACION DE TRANSFORMACIÓN:	67000/13800 V.
POTENCIA DE CORTOCIRCUITO:	1172 MVA.

La impedancia base del sistema la obtenemos en función del voltaje y la potencia base seleccionada:

$$Z_{base} = \frac{69^2}{18} = 264.5\Omega$$

La impedancia de cortocircuito la obtenemos de la potencia base y de la potencia de cortocircuito:

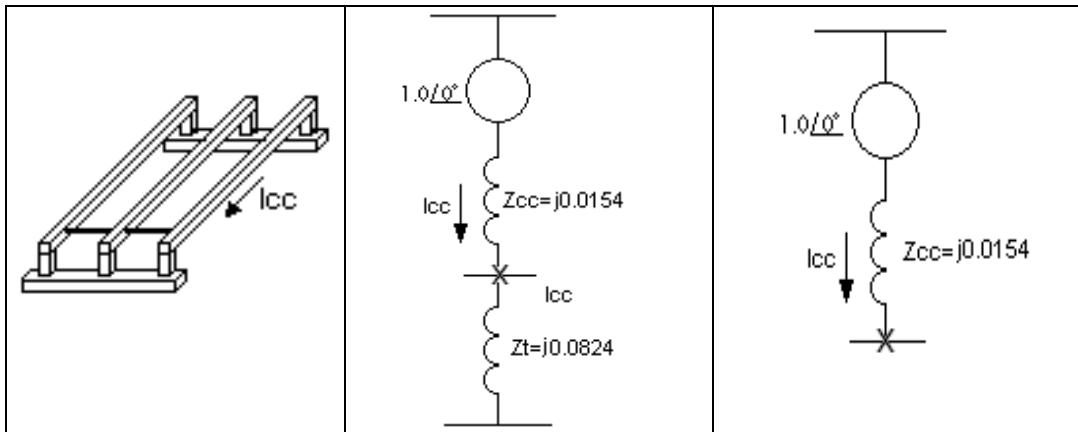
$$Z_{cc} = \frac{18}{1172} = j0,0154 \text{ pu}$$

La impedancia del transformador la referimos a la potencia base:

$$Z_{trafo} = 0.08 * \frac{69}{67} = j0.0824 \text{ pu}$$

Con estos datos realizamos el cálculo de cortocircuito para las diferentes fallas.

### 2.4.2.- Falla trifásica en las barras de 69KV.



$$I_{cc} = \frac{1}{j0.0154} = -j65.11 = 65.11 \angle -90^\circ$$

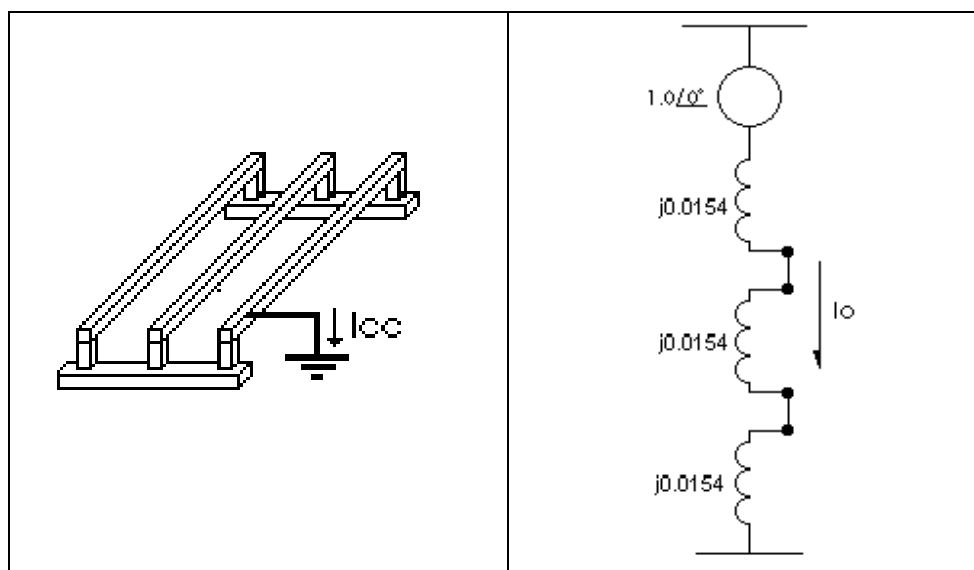
$$I_{base} = \frac{18000}{\sqrt{3} * 69} = 150.61 \text{ [A]}$$

$$I_{cc} = (-j65.11)(150.61) = 9806.38 \angle -90^\circ \text{ [A]}$$

La corriente por cada una de las fases son:

$I_a = 9806.38 \angle -90^\circ \text{ (A)}$	$I_b = 9806.38 \angle 150^\circ \text{ (A)}$	$I_c = 9806.38 \angle 30^\circ \text{ (A)}$
--	--	---

### 2.4.3.- Falla de fase a tierra en las barras de 69KV.



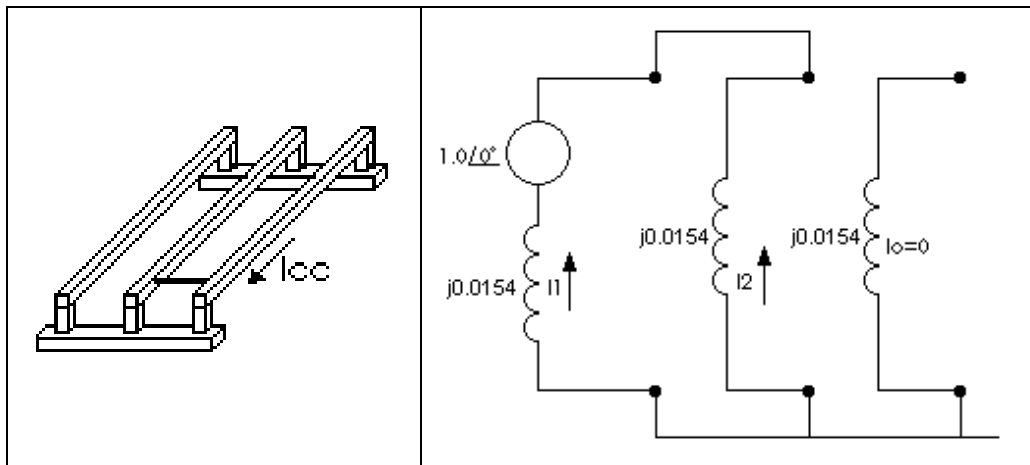
$$I_o = \frac{1}{3 * (j0.0154)} = -j21.65$$

$$I_{cc} = 3 * I_o = -j64.94$$

$$I_{cc} = (150.61)(-j64.94) = 9779.86 \angle -90^\circ \text{ [A]}$$

El valor de corriente que circula por la fase afectada es 9779.86 (A).

#### 2.4.4.- Falla de línea a línea en las barras de 69KV.



$$I_2 = -I_1 \quad I_1 = \frac{1}{2 * (j0.0154)} = 32.468 \angle -90^\circ$$

$$I_2 = -I_1 \Rightarrow I_2 = 32.468 \angle 90^\circ$$

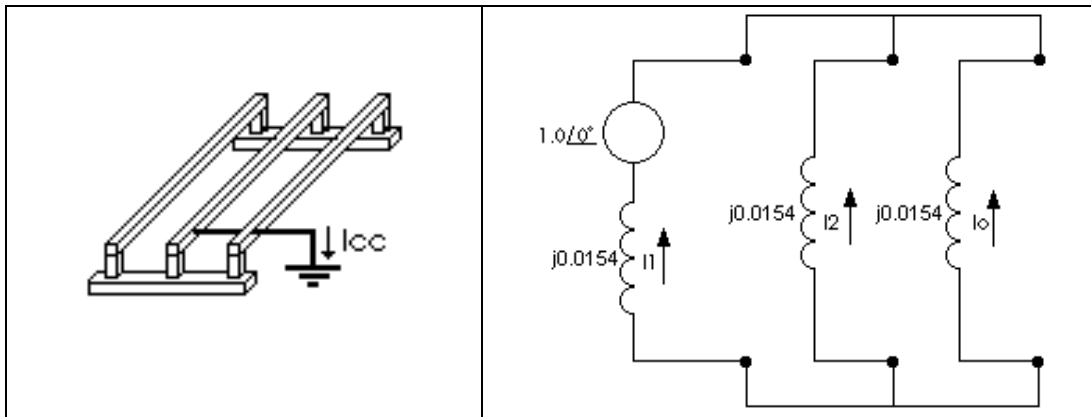
$$I_b = a^2 I_1 + a I_2 \Rightarrow I_b = 32.468 \angle 150^\circ + 32.468 \angle -150^\circ \Rightarrow I_b = 56.236 \angle 180^\circ$$

$$I_b = (150.61)(56.236 \angle 180^\circ) = 8469.738 \angle 180^\circ \text{ y como } I_c = -I_b$$

La corriente que circula por las fases afectadas son:

$I_b = 8469.74 \angle 180^\circ \text{ (A)}$	$I_c = 8469.74 \angle -180^\circ \text{ (A)}$
--	---

### 2.4.5.- Falla de dos líneas a tierra en las barras de 69KV.



$$I_a = 0 \quad I_b + I_c = I_{cc}$$

$$I_1 = \frac{1}{j0.0154 + \frac{(j0.0154)(j0.0154)}{j0.0154 + j0.0154}} = \frac{1}{j0.0154 + j0.077} = 43.29 \angle -90^\circ$$

$$I_0 = I_2 = -43.29 \angle -90^\circ * \left[ \frac{j0.0154}{j0.0154 + j0.0154} \right] = j21.645$$

$$I_{cc} = 3 * (j21.645) = j64.935 = 64.935 \angle 90^\circ$$

$$I_b = a^2 I_1 + a I_2 + I_0 = 43.29 \angle 150^\circ + 21.645 \angle -150^\circ + 21.645 \angle 90^\circ \Rightarrow I_b = 64.935 \angle 150^\circ$$

$$I_c = a I_1 + a^2 I_2 + I_0 = 43.29 \angle 30^\circ + 21.645 \angle -30^\circ + 21.645 \angle 90^\circ \Rightarrow I_c = 64.935 \angle 30^\circ$$

$$I_b = (150.61)(64.935 \angle 150^\circ) = 9779.86 \angle 150^\circ \text{ [A]}$$

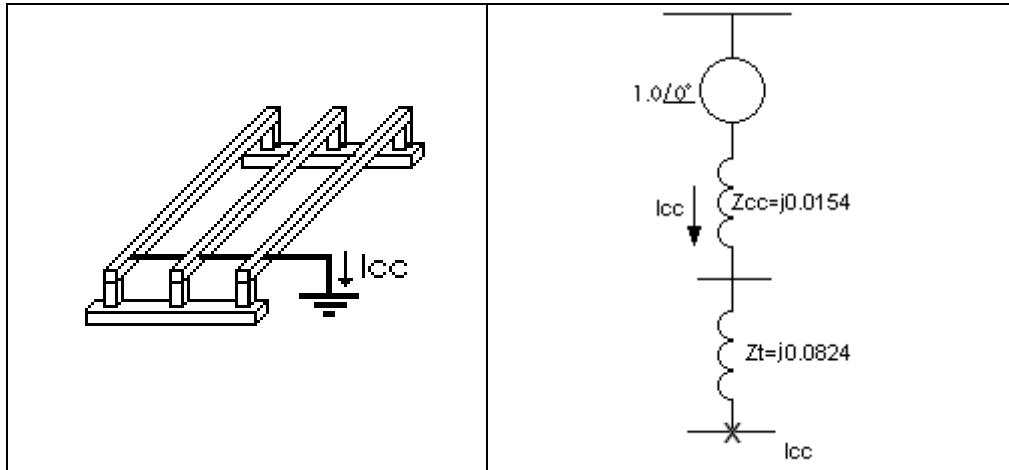
$$I_c = (150.61)(64.935 \angle 30^\circ) = 9779.86 \angle 30^\circ \text{ [A]}$$

Las corrientes que circulan por las fases afectadas son:

$I_b = 9779.86 \angle 150^\circ \text{ (A)}$	$I_c = 9779.86 \angle 30^\circ \text{ (A)}$
--	---

Ahora haremos el análisis en caso de que el cortocircuito se de en el lado de 13.8KV, por lo que ahora se ve involucrado el transformador.

#### 2.4.6.- Falla trifásica en las barras de 13.8KV.



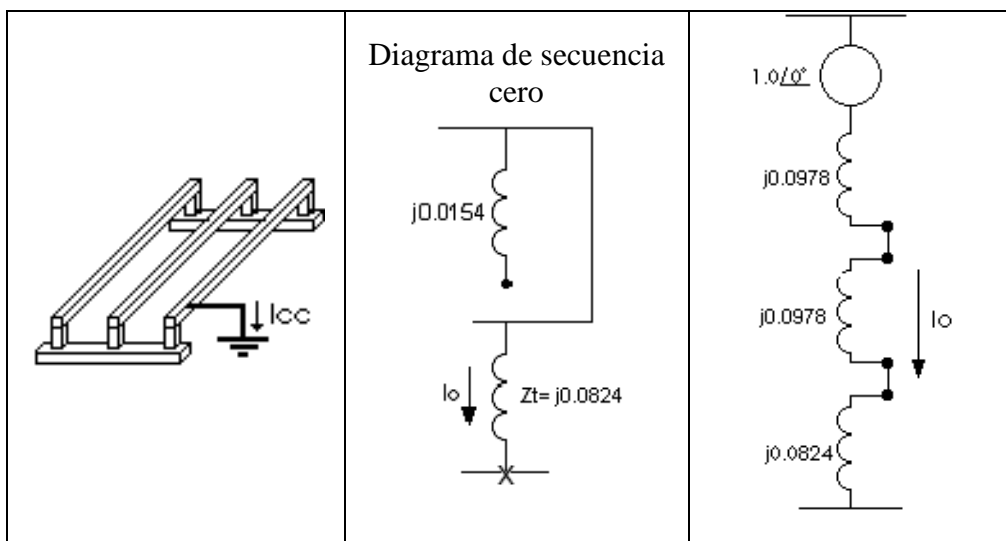
$$I_{cc} = \frac{1}{j0.0978} = -j10.225 = 10.225 \angle -90^\circ \quad I_{base} = \frac{18000}{\sqrt{3} * 69 * \frac{13.8}{67}} = 731.238 \text{ [A]}$$

$$I_{cc} = (-j10.225)(731.2387) = 7476.904 \angle -90^\circ \text{ [A]}$$

La corriente por cada una de las fases son:

$$I_a = 7476.904 \angle -90^\circ \text{ (A)} \quad I_b = 7476.904 \angle 150^\circ \text{ (A)} \quad I_c = 7476.904 \angle 30^\circ \text{ (A)}$$

#### 2.4.7.- Falla de fase a tierra en las barras de 13.8KV.



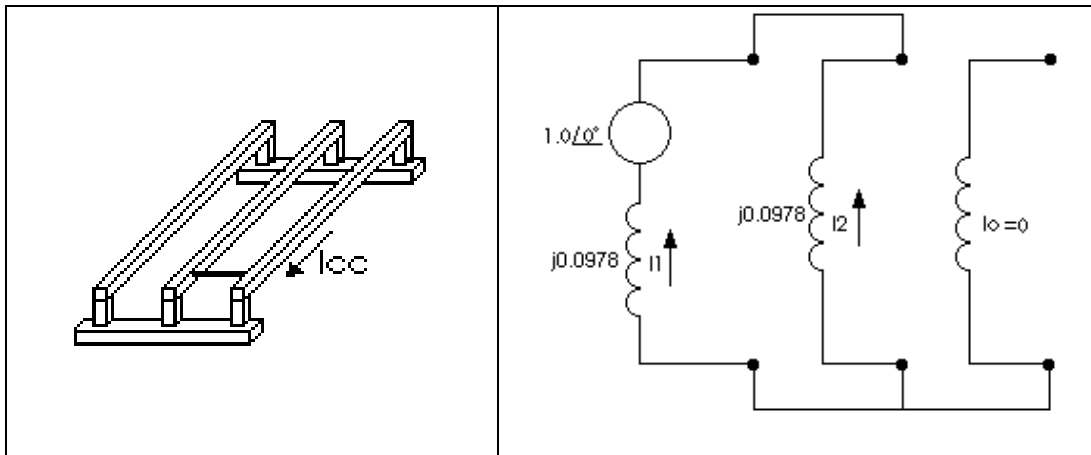
$$I_o = \frac{1}{2(j0.0978) + (j0.0824)} = -j3.597$$

$$I_{cc} = 3 * I_o = -j10.79$$

$$I_{cc} = (731.238)(-j10.79) = 7890.05 \angle -90^\circ \text{ [A]}$$

El valor de corriente que circula por la fase afectada es 7890.05 (A).

#### 2.4.8.- Falla de línea a línea en las barras de 13.8KV.



$$I_2 = -I_1 \quad I_1 = \frac{1}{2 * (j0.0978)} = 5.112 \angle -90^\circ$$

$$I_2 = -I_1 \Rightarrow I_2 = 5.112 \angle 90^\circ$$

$$I_b = a^2 I_1 + a I_2 \Rightarrow I_b = 5.112 \angle 150^\circ + 5.112 \angle -150^\circ \Rightarrow I_b = 8.854 \angle 180^\circ$$

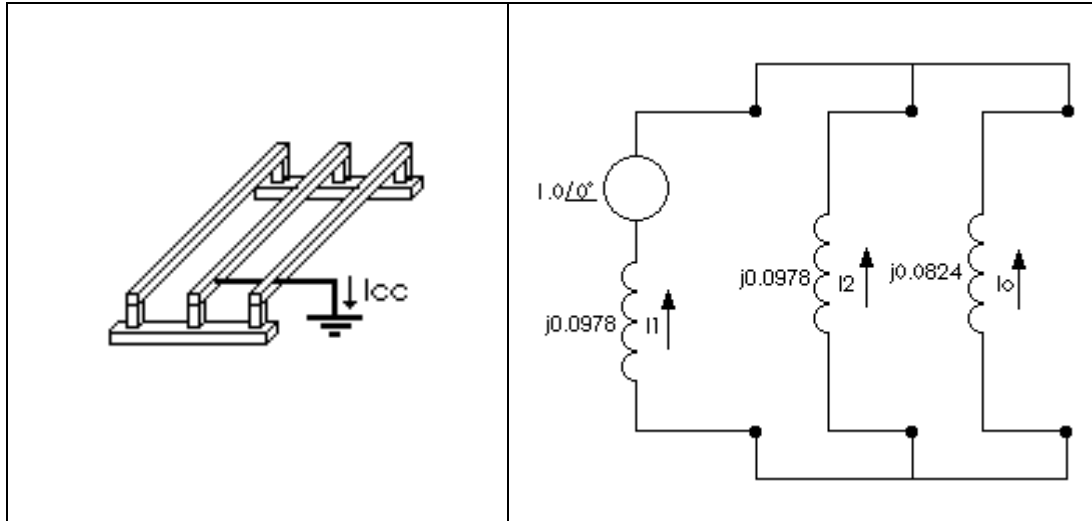
$$I_b = (8.854 \angle 180^\circ) * 731.238 = 6474.38 \angle 180^\circ$$

$$I_c = -I_b = 6474.38 \angle -180^\circ$$

Los valores de corriente por las fases afectadas son:

$I_b = 6474.38 \angle 180^\circ \text{ (A)}$	$I_c = 6474.38 \angle -180^\circ \text{ (A)}$
--	---

#### 2.4.9.-Falla de dos líneas a tierra en las barras de 13.8KV.



$$I_a = 0 \quad I_b + I_c = I_{cc}$$

$$I_1 = \frac{1}{j0.0978 + \frac{(j0.0978)(j0.0824)}{j0.0978 + j0.0824}} = \frac{1}{j0.1485} = 7.017 \angle -90^\circ$$

$$I_o = -7.017 \angle -90^\circ * \left[ \frac{j0.0978}{j0.0978 + j0.0824} \right] = j3.808$$

$$I_{cc} = 3 * (j3.808) = j11.424 = 11.424 \angle 90^\circ$$

$$I_b = a^2 I_1 + a I_2 + I_o \Rightarrow I_b = 7.017 \angle 150^\circ + 3.208 \angle -150^\circ + 3.808 \angle 90^\circ \Rightarrow I_b = 10.538 \angle 147.17^\circ$$

$$I_c = a I_1 + a^2 I_2 + I_o \Rightarrow I_c = 7.017 \angle 30^\circ + 3.208 \angle -30^\circ + 3.808 \angle 90^\circ \Rightarrow I_c = 10.538 \angle 32.83^\circ$$

$$I_b = (10.538 \angle 147.17) * 731.238 = 7705.786 \angle 147.17^\circ$$

$$I_c = (10.538 \angle 32.83) * 731.238 = 7705.786 \angle 32.83^\circ$$

Los valores de corriente por las fases afectadas son:

$I_b = 7705.786 \angle 147.17^\circ \text{ (A)}$	$I_c = 7705.786 \angle 32.83^\circ \text{ (A)}$
--	---

#### 2.4.10.-Conclusiones del estudio de cortocircuito de la subestación Ceibos 1.

- En caso de cortocircuitos en las barras de 69 KV el valor de la corriente de falla más alto es 9806.38 (A). Los valores de corrientes de fase más altos se presentan en los casos de fallas trifásica y de dos fases a tierra, a continuación mostramos un resumen de resultados de las corrientes de fallas:

Falla Trifásica:

$I_a = 9806.38 \angle -90^\circ \text{ (A)}$	$I_b = 9806.38 \angle 150^\circ \text{ (A)}$	$I_c = 9806.38 \angle 30^\circ \text{ (A)}$
--	--	---

Falla de Fase a tierra:

$I_{cc} = 9779.86 \angle -90^\circ \text{ (A)}$
---

Falla de fase a fase:

$I_b = 8469.74 \angle 180^\circ \text{ (A)}$	$I_c = 8469.74 \angle -180^\circ \text{ (A)}$
--	---

Falla de dos fases a tierra:

$I_b = 9779.86 \angle 150^\circ \text{ (A)}$	$I_c = 9779.86 \angle 30^\circ \text{ (A)}$
--	---

- Para fallas en las barras de 13.8KV el valor de corriente de falla más alto se presenta en la falla de fase a tierra y es de 7890.05 (A), a continuación mostramos un resumen de resultados de las corrientes de fallas:



Falla Trifásica:

$I_a = 7476.904 \angle -90^\circ \text{ (A)}$	$I_b = 7476.904 \angle 150^\circ \text{ (A)}$	$I_c = 7476.904 \angle 30^\circ \text{ (A)}$
---	---	--

Falla de Fase a tierra:

$$I_{cc} = 7890.05 \angle -90^\circ \text{ (A)}$$

Falla de fase a fase:

$I_b = 6474.38 \angle 180^\circ \text{ (A)}$	$I_c = 6474.38 \angle -180^\circ \text{ (A)}$
--	---

Falla de dos fases a tierra:

$I_b = 7705.786 \angle 147.17^\circ \text{ (A)}$	$I_c = 7705.786 \angle 32.83^\circ \text{ (A)}$
--	---

Los valores de choque de las corrientes más altas encontradas son los siguientes:

- Para falla trifásica en barras de 69KV tenemos una corriente de choque de:

$$I_{ch} = 1.8 \times \sqrt{2} \times 9806.38 = 24962.97 \text{ (A)}$$

La corriente que circula por las barras en condiciones nominales es de:

$$I_n = (18000 / \sqrt{3} \times 69) \times \sqrt{2} = 150.6 \times \sqrt{2} = 212.98 \text{ (A)}$$

La relación entre la corriente de choque y la nominal es de  $I_{ch} / I_n = 117.21$ , como se aprecia el valor de la corriente de choque es de considerable magnitud.

- Para falla de fase a tierra en barras de 13.8KV tenemos una corriente de choque de:

$$I_{ch} = 1.8 \times \sqrt{2} \times 7890.05 = 20084.79 \text{ (A)}$$

La corriente que circula por las barras en condiciones nominales es de:

$$I_n = (18000/(\sqrt{3} \cdot 69 \cdot 13.8/67)) \cdot \sqrt{2} = 731.24 \text{ (A)}$$

La relación entre la corriente de choque y la nominal es de  $I_{ch}/ I_n = 19.42$ .

De aquí tenemos que los esfuerzos en las barras de 69KV son más bruscos la "inercia eléctrica" a romper es mayor. Ya que al circular por las barras la corriente nominal se tiene presente esfuerzos en las barras pero este esfuerzo toma un valor grande en un tiempo muy corto al momento de darse el cortocircuito, esto también se da en los contactos de interruptores, en los devanados de transformadores, en los seccionadores; por lo que deben estar diseñado para soportar estos esfuerzos.

### **2.5.-Estudio de cortocircuito de la subestación Ceibos 2.**

Los valores de voltaje, potencia nominal, relación de transformación y potencia de cortocircuito de esta subestación son los mismos que los de la subestación Ceibos 1, lo único que cambia es la impedancia del transformador, como se aprecia en la siguiente tabla:

VOLTAJE BASE:	69 KV.
POTENCIA BASE:	18 MVA.
IMPEDANCIA DEL TRANSFORMADOR:	7.95%.
RELACION DE TRANSFORMACIÓN:	67000/13800 V.
POTENCIA DE CORTOCIRCUITO:	1172 MVA.

Tomando para el análisis en Ceibos 2 las mismas bases que en Ceibos 1, tendremos que la impedancia base y la impedancia de cortocircuito son

iguales al de la subestación Ceibos 1, lo que cambia es la impedancia del transformador.

$$Z_{\text{trafo}} = 0.0795 * \frac{69}{67} = j0.0819 \text{ pu}$$

Con esto determinamos la falla tanto del lado de 69KV y de 13.8KV que produce los mayores esfuerzos.

### 2.5.1.- Fallas en las barras de 69 KV.

Para fallas en las barras de 69 KV, los valores de las corrientes de cortocircuito serán los mismos que los de la subestación Ceibos 1 ya que en estos cálculos no interviene el valor de la impedancia del transformador:

Falla Trifásica:

$I_a = 9806.38 \angle -90^\circ \text{ (A)}$	$I_b = 9806.38 \angle 150^\circ \text{ (A)}$	$I_c = 9806.38 \angle 30^\circ \text{ (A)}$
--	--	---

Falla de Fase a tierra:

$I_{cc} = 9779.86 \angle 90^\circ \text{ (A)}$
--

Falla de fase a fase:

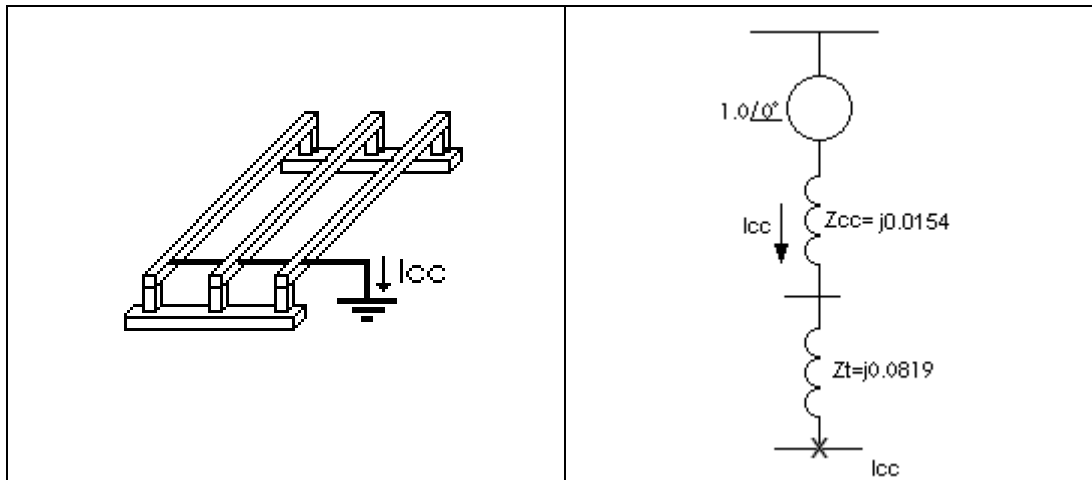
$I_b = 8469.74 \angle 180^\circ \text{ (A)}$	$I_c = 8469.74 \angle -180^\circ \text{ (A)}$
--	---

Falla de dos fases a tierra:

$I_b = 9779.86 \angle 150^\circ \text{ (A)}$	$I_c = 9779.86 \angle 30^\circ \text{ (A)}$
--	---

El estudio de cortocircuito del lado de 13.8KV se lo realiza de la misma manera que en la subestación anterior y a continuación esta el desarrollo:

### 2.5.2.- Falla trifásica en las barras de 13.8 KV.



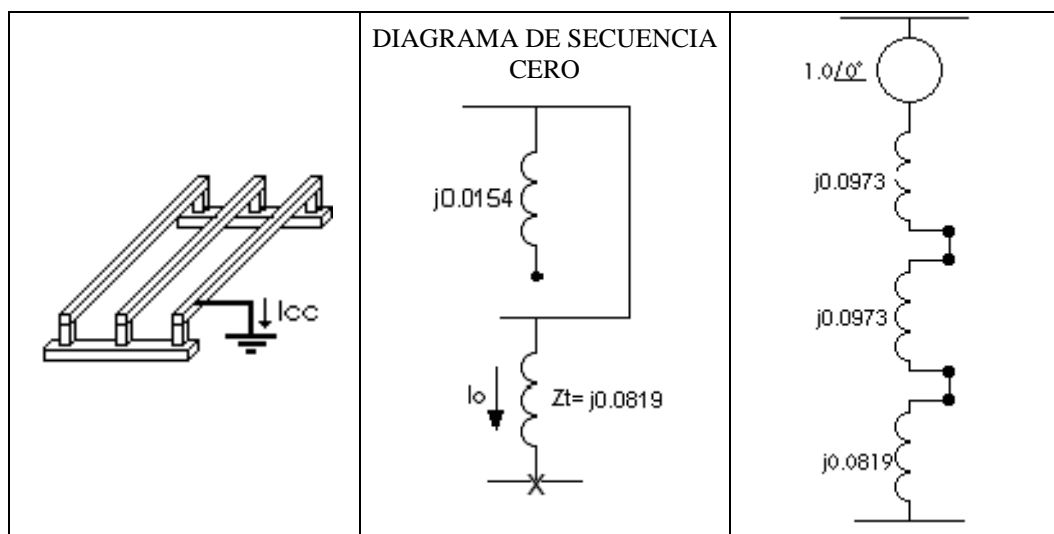
$I_{cc} = \frac{1}{j0.0973} = -j10.277 = 10.277 \angle -90^\circ$	$I_{base} = \frac{18000}{\sqrt{3} * 69 * \frac{13.8}{67}} = 731.238 \text{ [A]}$
---	--

$$I_{cc} = (-j10.277)(731.238) = 7515.293 \angle -90^\circ \text{ [A]}$$

La corriente por cada una de las fases son:

$I_a = 7515.293 \angle -90^\circ \text{ (A)}$	$I_b = 7515.293 \angle 150^\circ \text{ (A)}$	$I_c = 7515.293 \angle 30^\circ \text{ (A)}$
---	---	--

### 2.5.3.- Falla de fase a tierra en las barras de 13.8 KV.



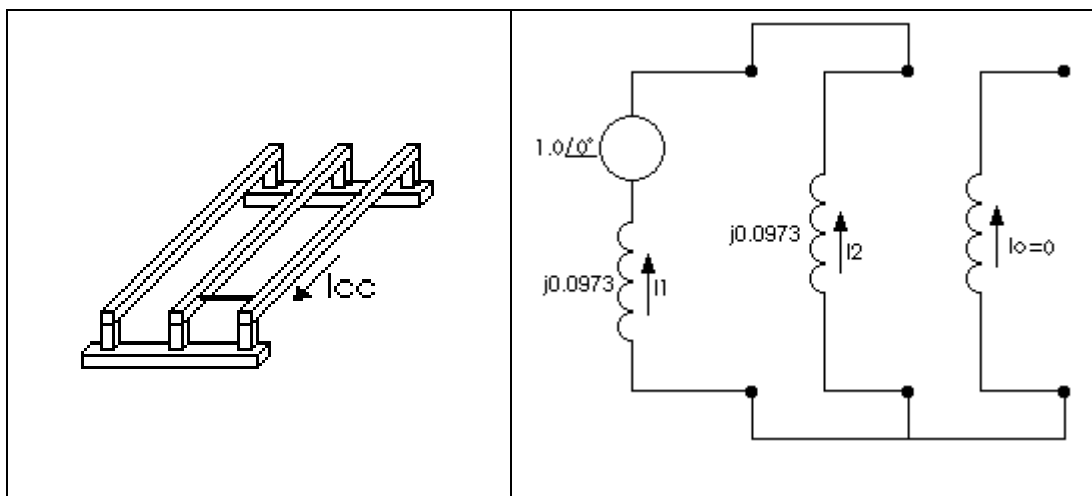
$$I_o = \frac{1}{2(j0.973) + (j0.0819)} = -j3.62$$

$$I_{cc} = 3 * I_o = -j10.85$$

$$I_{cc} = (731.238)(-j10.85) = 7933.87 \angle -90^\circ \text{ [A]}$$

La corriente por la fase afectada es 7933.87 (A).

#### 2.5.4.- Falla de línea a línea en las barras de 13.8KV.



$$I_2 = -I_1 \quad I_1 = \frac{1}{2 * (j0.0973)} = 5.139 \angle -90^\circ$$

$$I_2 = -I_1 \Rightarrow I_2 = 5.139 \angle 90^\circ$$

$$I_b = a^2 I_1 + a I_2 \Rightarrow I_b = 5.139 \angle 150^\circ + 5.139 \angle -150^\circ \Rightarrow I_b = 8.901 \angle 180^\circ$$

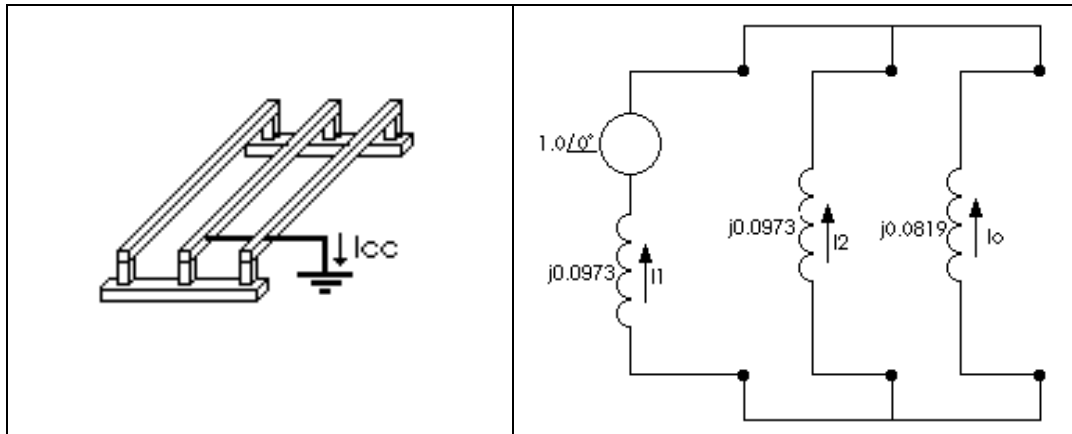
$$I_b = (8.901 \angle 180^\circ) * 731.238 = 6508.756 \angle 180^\circ$$

$$I_c = -I_b = 6508.756 \angle -180^\circ$$

Las corrientes por las fases afectadas son:

$I_b = 6508.756 \angle 180^\circ \text{ (A)}$	$I_c = 6508.756 \angle -180^\circ \text{ (A)}$
---	--

### 2.5.5.- Falla de dos líneas a tierra en las barras de 13.8KV.



$$I_a = 0 \quad I_b + I_c = I_{cc}$$

$$I_1 = \frac{1}{j0.0973 + \frac{(j0.0973)(j0.0819)}{j0.0973 + j0.0819}} = \frac{1}{j0.1418} = 7.054 \angle -90^\circ$$

$$I_o = -7.054 \angle -90^\circ * \left[ \frac{j0.0973}{j0.0973 + j0.0819} \right] = j3.83$$

$$I_2 = j3.224 = 3.224 \angle 90^\circ$$

$$I_{cc} = 3 * (j3.83) = j11.49 = 11.49 \angle 90^\circ$$

$$I_b = a^2 I_1 + a I_2 + I_o = 7.054 \angle 150^\circ + 3.224 \angle -150^\circ + 3.83 \angle 90^\circ \Rightarrow I_b = 10.594 \angle 147.16^\circ$$

$$I_c = a I_1 + a^2 I_2 + I_o = 7.054 \angle 30^\circ + 3.224 \angle -30^\circ + 3.83 \angle 90^\circ \Rightarrow I_c = 10.594 \angle 32.84^\circ$$

$$I_b = (10.594 \angle 147.16^\circ) * 731.238 = 7746.74 \angle 147.16^\circ$$

$$I_c = (10.594 \angle 32.84^\circ) * 731.238 = 7746.74 \angle 32.84^\circ$$

Las corrientes por las fases afectadas son:

$I_b = 7746.74 \angle 147.16^\circ \text{ (A)}$	$I_c = 7746.74 \angle 32.84^\circ \text{ (A)}$
---	--

## 2.5.6.-Conclusiones del estudio de cortocircuito de la subestación

### Ceibos 2.

- En caso de cortocircuitos en las barras de 69 KV los valores que se usaran serán los mismos obtenidos en la subestación Ceibos 1, ya que en estos cálculos no interviene el valor de la impedancia del transformador.
- Para fallas en las barras de 13.8 KV. el valor de corriente de falla más alto se presenta en la falla de fase a tierra y es de 7933.87(A). a continuación mostramos un resumen de resultados de las corrientes de fallas:

Falla Trifásica:

$I_a = 7515.293 \angle -90^\circ \text{ (A)}$	$I_b = 7515.293 \angle 150^\circ \text{ (A)}$	$I_c = 7515.293 \angle 30^\circ \text{ (A)}$
---	---	--

Falla de Fase a tierra:

$I_{cc} = 7933.87 \angle 90^\circ \text{ [A]}$
--

Falla de fase a fase:

$I_b = 6508.756 \angle 180^\circ \text{ (A)}$	$I_c = 6508.756 \angle -180^\circ \text{ (A)}$
---	--

Falla de dos fases a tierra:

$I_b = 7746.74 \angle 147.16^\circ \text{ (A)}$	$I_c = 7746.74 \angle 32.84^\circ \text{ (A)}$
---	--

Los valores de choque de las corrientes más altas encontradas son los siguientes:

- Los resultados del análisis de corriente de choque en el lado de 69KV son iguales al de la subestación anterior.
- Para falla de fase a tierra en barras de 13.8KV tenemos una corriente de choque de:

$$I_{ch} = 1.8 \times \sqrt{2} \times 7933.87 = 20196.34 \text{ (A)}$$

La corriente que circula por las barras en condiciones nominales es de:

$$I_n = 18000 / (\sqrt{3} \times 69 \times 13.8 / 67) \times \sqrt{2} = 731.24 \text{ (A)}$$

La relación entre la corriente de choque y la nominal es de  $I_{ch} / I_n = 19,53$ .

Igual que en el análisis de la subestación anterior tenemos que los esfuerzos en las barras de 69KV son más bruscos. Pero los esfuerzos en el lado de 13.8KV también son de gran proporción, esto nos hace ver la importancia de despejar la falla lo más pronto posible y de ahí la necesidad de crear cada vez protecciones que actúen más rápido, así como diseñar los equipos y accesorios para que pueden soportar estos esfuerzos hasta que pueda ser despejada la falla.

- Ante un cortocircuito en el lado de 13.8KV circula una corriente de cortocircuito por el lado de 69KV pero que es de menor proporción de acuerdo a la relación del transformador por ejemplo para la peor falla del lado de 13.8KV circula en el lado de 69KV “ $7933.87 \times (13.8/67) / \sqrt{3} = 943.47 \text{ (A)}$ ” valor mucho menor a si la falla fuese en el lado de alta, que provocara menores esfuerzos.



## **CAPITULO 3**

### **ESTUDIO DE LOS ESFUERZOS ELECTRODINAMICOS DEBIDO A CORTOCIRCUITOS EN LAS BARRAS Y SOPORTES DE LA SUBESTACIÓN CEIBOS**

#### **3.1.-Objetivos.**

Establecer por medio de un estudio de los campos magnéticos entre cuerpos cargados las ecuaciones que muestran la distribución de fuerzas y la fuerza total que soportan las barras en función de la corriente, de la separación y de las dimensiones de las mismas cuando estas son paralelas y muy largas con respecto a la separación entre ellas, cuando son paralelas y la separación es considerable con respecto a su longitud y cuando no son paralelas.

Debido a que las fuerzas electrodinámicas provocan tensiones en las barras se realiza un análisis de la resistencia de los materiales de los distintos tipos de barras que existen, es decir se establece las relaciones entre las tensiones y las deformaciones con el objeto de realizar un adecuado dimensionamiento de las barras y de los soportes.

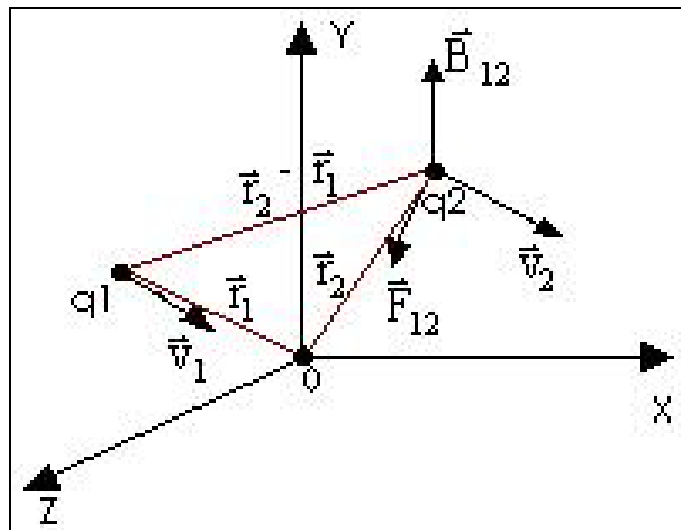
#### **3.2.-Fuerzas en cargas en movimiento: Campo Magnético.**

Las fuerzas producto de la velocidad de las cargas en movimiento son llamadas fuerzas magnéticas y la región en la cual existe es llamada campo magnético. En otras palabras se define un campo magnético en términos de un campo eléctrico en movimiento.

Un campo magnético es usualmente considerado compuesto de LINEAS DE FLUJO o LINEAS DE INDUCCIÓN representadas por  $\phi$ .

La densidad de flujo  $\mathbf{B}$  es el número de líneas de flujo perpendiculares a una unidad de área. Es una medida de la fuerza del campo magnético.

Si se tienen dos partículas con cargas  $q_1$  y  $q_2$  que se desplazan en el espacio con velocidades  $v_1$  y  $v_2$ , como se muestra en la figura 3.1:



**Figura 3.1:** Fuerza entre partículas cargadas en movimiento

La fuerza que  $q_1$  aplicara sobre  $q_2$  es la siguiente:

$$\vec{F}_{12} = \frac{\mu}{4\pi} q_1 q_2 \vec{v}_2 \times \left[ \vec{v}_1 \times \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|^3} \right]$$

$$\vec{F}_{12} = q_2 \vec{v}_2 \times \left[ \frac{\mu}{4\pi} q_1 \vec{v}_1 \times \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|^3} \right]$$

Donde:

$\vec{F}_{12}$  (N.) Es la fuerza que ejerce la partícula con carga  $q_1$  (C) sobre la partícula con carga  $q_2$  (C).

$\mu$  es la permeabilidad del medio, en el estudio se considera que el medio es el aire por lo que  $\mu = 4\pi * 10^{-7}$  H/m.

Las velocidades  $v_1$  y  $v_2$  están en metros por segundo y los desplazamientos  $r_1$  y  $r_2$  en metros.

La siguiente expresión:

$$\vec{B}_{12} = \frac{\mu}{4\pi} q_1 \vec{v}_1 \times \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|^3} \quad \text{ecuación 3.1}$$

Se conoce como *Densidad de campo magnético*. En sistema MKS la unidad es Tesla.

La ecuación para la fuerza en función de la densidad de campo es:

$$\vec{F}_{12} = q_2 \vec{v}_2 \times \vec{B}_{12} \quad \text{ecuación 3.2}$$

Otra manera de expresar la fuerza electrodinámica se basa en las consideraciones sobre la *variación* de la energía que se produce en el campo magnético, cuando, a corriente constante, se supone que los elementos sometidos a dichas fuerzas efectúan un recorrido infinitamente pequeño en la dirección de las mismas.

En tales condiciones, se produce siempre una transformación de la energía eléctrica del circuito en energía magnética.

Otra parte de la energía se disipa, a su vez, en forma de trabajo mecánico, y el total de ambas componentes se desarrolla a expensas de la fuente de energía eléctrica y es igual al doble del incremento de energía magnética:

$$W_{el} = \int_0^t u I dt \quad [J] \quad (a)$$

$$u = \frac{d\Phi}{dt} \times 10^{-8} \quad [V] \quad (b)$$

Donde:

$I$ , es la corriente en amperios.

$U$ , es la tensión en voltios inducida por la variación de flujo.

$\phi$ , es el flujo total en Gauss.  $\text{Cm}^2$  concatenado con el conductor.

$t$ , es el tiempo en segundos.

Sustituyendo (b) en (a):

$$W_{\text{el}} = I \int \frac{d\Phi}{dt} dt * 10^{-8} = \Delta\Phi * I * 10^{-8} \text{ [J]} \quad (c)$$

La energía de un circuito viene expresada por:

$$W_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \Phi I * 10^{-8} \text{ [J]}$$

La energía mecánica será por lo tanto:

$$W_{\text{mec}} = W_{\text{mag}} = \frac{1}{2} W_{\text{el}} = \frac{1}{2} \Delta\Phi * I * 10^{-8} \text{ [J]}$$

El trabajo correspondiente a cualquier desplazamiento de un elemento del conductor es igual al producto de la fuerza por el camino recorrido en la dirección de aquel, resultando así la fuerza:

$$F = I \frac{d\Phi}{ds} \frac{1}{2 * 9.81 * 10^6} \text{ [Kg.]} \quad \text{ec.3.3}$$

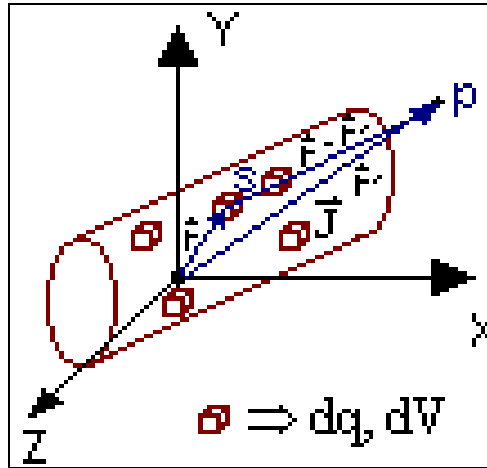
En donde el  $\phi$  esta en centímetros cuadrados;  $s$ , en centímetros;  $I$  en Amperios.

### **3.3.-Campo magnético producido por un conductor delgado por el cuál circula una corriente.**

Si se tiene un conductor por el cual circula un flujo de partículas eléctricamente cargadas como el que se muestra en la figura 3.2.

La densidad de campo se la obtiene a partir de la ecuación 3.1:

$$d\vec{B}_{12} = \frac{\mu}{4\pi} dq_1 \vec{v}_1 \times \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|^3}$$



**Figura 3.2:** Partículas eléctricamente cargadas circulando por un conductor

Si  $n(s)$  es el número de partículas eléctricamente cargadas por unidad de volumen  $dV$ , entonces:

$$dq = qn(s)dV$$

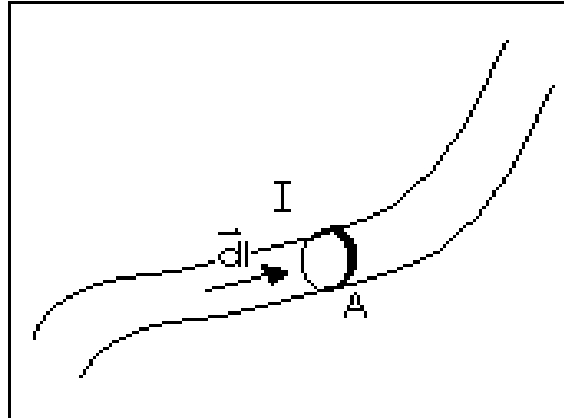
Por lo que el diferencial de  $B$  es:

$$d\vec{B}_{12} = \frac{\mu}{4\pi} q_1 n(s) \vec{v}_1 \times \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|^3} dV$$

Como la densidad de corriente  $\vec{J} = qn(s)\vec{v}$ , la ecuación para la densidad de campo queda expresada de la siguiente manera:

$$\vec{B}_{12} = \frac{\mu}{4\pi} \oint \vec{J} \times \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|^3} dV \quad \text{ecuación 3.4}$$

Para expresar la ecuación 3.4 en función de la corriente, se considerara la figura 3.3:



**Figura 3.3:** Corriente circulando por un conductor delgado

De la figura 3.3 se tiene que la densidad de corriente es:  $\vec{J} = \frac{I}{A} \frac{d\vec{l}}{\|d\vec{l}\|}$  y el

diferencial de volumen es:  $dV = Ad\vec{l}$

Reemplazando las ecuaciones anteriores en la ecuación 3.4 queda:

$$\vec{B}_{12} = \frac{\mu I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l} \times (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|^3}$$

Reemplazando  $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$  en la ecuación anterior:

$$\vec{B}_{12} = \frac{\mu I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{\|\vec{r}\|^3}$$

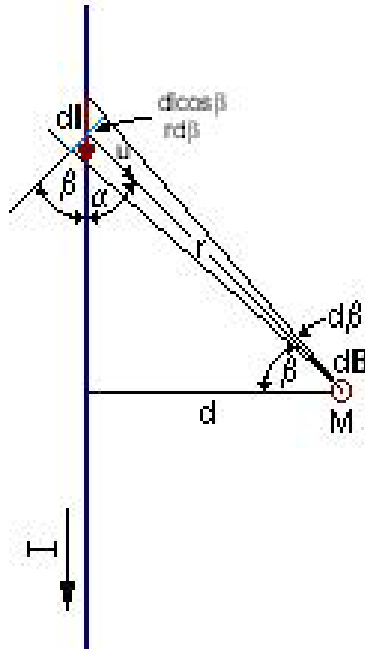
Si se reemplaza ahora el vector unitario  $\vec{u} = \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|}$  y se dice que  $r = \|\vec{r}\|$

porque se trata de una magnitud la ecuación queda de la siguiente manera:

$$\boxed{B = \frac{\mu I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l} \times \vec{u}}{r^2}} \quad \text{ecuación 3.5}$$

**Si se tiene un conductor delgado, recto y muy largo llevando una corriente de intensidad I como el mostrado en la figura 3.4.**

La densidad de flujo magnético debida al elemento de corriente  $dI$  mostrado en la figura y a todos los otros elementos de corriente, esta dirigida del plano del dibujo hacia el observador, como esta indicado por el símbolo  $\oplus$



**Figura 3.4:** Conductor delgado, recto y muy largo llevando corriente.

La magnitud del vector densidad de flujo en M debido a la corriente que circula a través elemento  $dI$  es:

$$dB = \frac{\mu}{4\pi} \frac{IdI \sin(\alpha)}{r^2} = \frac{\mu I}{4\pi} \frac{rd\beta}{\cos(\beta)} \frac{\cos(\beta)}{r^2} = \frac{\mu I}{4\pi d} \cos(\beta) d\beta$$

La densidad de flujo **total** en M es:

$$B = \frac{\mu I}{4\pi d} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(\beta) d\beta$$

Resolviendo esta integral se obtiene la densidad de campo en un punto situado a una distancia  $d$  de un conductor muy largo con respecto a dicha distancia:

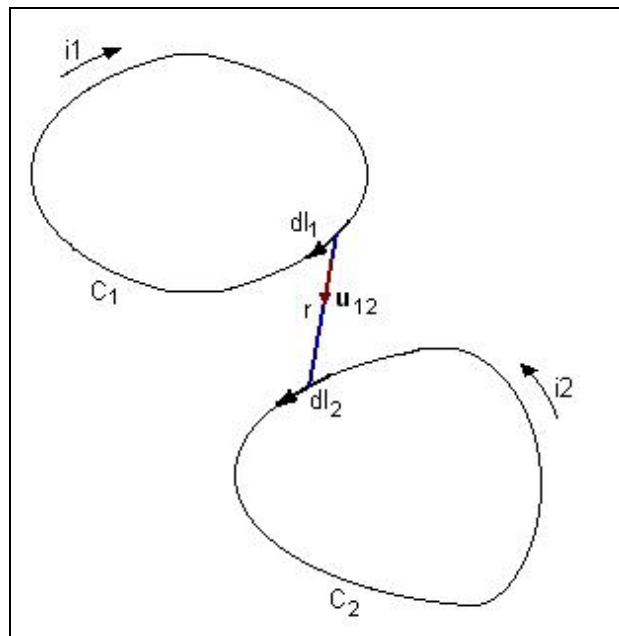
$$B = \frac{\mu I}{2\pi d} \quad \text{ecuación 3.6}$$

### 3.4.-Fuerza entre dos conductores rectos delgados y paralelos por los cuales circula corriente.

En la sección 3.1 se estableció la fuerza entre dos cargas que se desplazan a cierta velocidad (ec. 3.2):

$$\vec{F}_{12} = q_2 \vec{v}_2 \times \vec{B}_{12}$$

Si se desea encontrar la fuerza cuando se tienen dos contornos casi filamentosos (figura 3.5) llevando corrientes  $i_1$  y  $i_2$  la ley de Ampere-Laplace permite calcularla.



**Figura 3.5:** Contornos casi filamentosos por los cuales circula corriente.

$$F_{12} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{4\pi} \oint_{c_1} \oint_{c_2} \frac{dl_1 \times (dl_2 \times u_{12})}{r^2} \quad \text{ecuación 3.7}$$

Ahora, recordando que la ecuación 3.5 para la densidad de flujo es:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu I}{4\pi} \oint_{c_1} \frac{d\vec{l} \times \vec{u}}{r^2}$$



Y representa la densidad de flujo creada por la corriente del contorno  $C_1$  en el punto donde el elemento  $dl_2$  del contorno  $C_2$  este situado. De aquí que la ecuación 3.7 puede ser escrita en forma general de la siguiente manera:

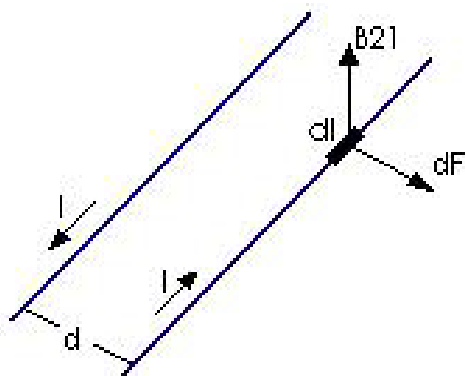
$$\boxed{F_m = \oint_c idl \times B} \quad \text{ecuación 3.8}$$

Si un elemento de corriente  $idl$  es ubicado en un punto donde existe densidad de campo magnético  $B$ , la fuerza elemental sobre el elemento de corriente esta dada por:

$$\boxed{dF_m = idl \times B} \quad \text{ecuación 3.9}$$

### 3.4.1.- Fuerza entre dos conductores rectos delgados, paralelos cuando son muy largos con respecto a su separación:

Se aplicará la ecuación anterior (ec. 3.9) a dos conductores rectos, muy largos con respecto a su separación y delgados, por ejemplo los que van entre poste y poste de las alimentadoras a 13.2 Kv. por los cuales circula corriente de similar magnitud como los mostrados en la figura 3.6.



**Figura 3.6: Fuerza entre dos conductores delgados, paralelos y muy largos con respecto a su separación**

La densidad de flujo para este tipo de conductores esta dada por la ec 3.6:

$$B = \frac{\mu I}{2\pi d}$$

La **distribución de fuerzas** se la encuentra aplicando la ecuación 3.9

$$dF_m = idl \times B \Rightarrow \boxed{\frac{dF}{dl} = \frac{\mu I^2}{2\pi d}} \text{ ecuación 3.10}$$

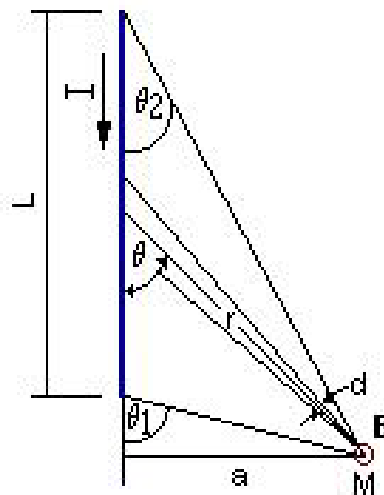
Donde se observa que esta distribución es uniforme ya que la distancia **d** es constante entre los dos conductores ya que son paralelos.

La **fuerza total** sobre los conductores es encontrada integrando la expresión con respecto a la longitud L:

$$F = \int_0^L \frac{\mu I^2}{2\pi d} dl \Rightarrow \boxed{F = \frac{\mu I^2}{2\pi d} L} \text{ ecuación 3.11}$$

### 3.4.2.-Fuerza entre dos conductores rectos delgados, paralelos con separación considerable con respecto a la longitud L:

Primero se determina la densidad de flujo producida por un conductor de longitud L en el punto M mostrado en la figura 3.7:



**Figura 3.7:** Densidad de flujo producida por un conductor de longitud L

Para encontrar la densidad se parte de la ecuación 3.5:

$$B = \frac{\mu I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l} \times \vec{u}}{r^2}$$

Realizando el mismo procedimiento seguido cuando el conductor es muy largo se tiene que:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\theta_2}^{\theta_1} \frac{d\theta}{r} \quad \text{ecuación 3.12}$$

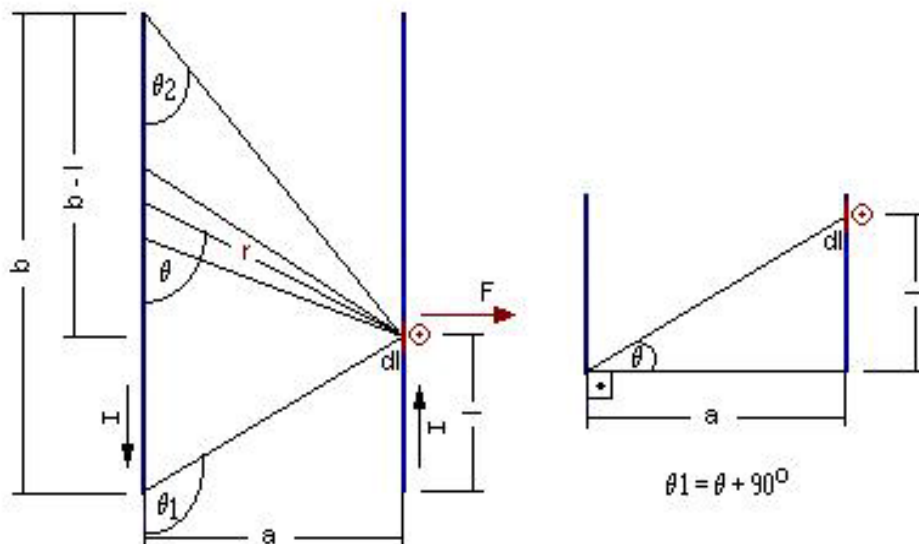
Observando la figura 3.7 vemos que  $r = \frac{a}{\text{sen}(\theta)}$ , reemplazando esto en la ecuación anterior la densidad queda expresada de la siguiente forma:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\theta_2}^{\theta_1} \frac{\text{sen}(\theta) d\theta}{a}$$

Integrando; la densidad de flujo para conductores con longitud conocida es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) \quad \text{ecuación 3.13}$$

Para encontrar la fuerza consideramos la figura 3.8:



**Figura 3.8:** Fuerza entre dos conductores paralelos

La fuerza entre los dos conductores es determinada utilizando la ec. 3.8:

$$F = \int_c \mathbf{i} dl \times B$$

Reemplazando la ecuación 3.11 para la densidad de campo en la ecuación anterior se obtiene la fuerza:

$$F = \int_0^b \frac{\mu_0 I^2}{4\pi a} (\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) dl$$

De la figura 3.8 se determinan los valores de  $\cos(\theta_2)$  y  $\cos(\theta_1)$  en función de  $b$  y  $a$  que son valores constantes conocidos y de  $l$  que es una variable; por lo que la **ecuación de la distribución de fuerzas** queda así:

$$\boxed{\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi a} \left[ \frac{b-l}{\sqrt{(b-l)^2 + a^2}} + \frac{l}{\sqrt{l^2 + a^2}} \right]} \text{ ec. 3.14}$$

En donde  $l$  varía de 0 a  $b$ , que es la longitud del conductor,  $b$  es la longitud de las barras, y  $a$  es la separación entre las barras.

La **fuerza total** sobre los conductores se la encuentra integrando la expresión con respecto a la longitud  $l$ :

$$F = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi a} \int_0^b \left[ \frac{b-l}{\sqrt{(b-l)^2 + a^2}} + \frac{l}{\sqrt{l^2 + a^2}} \right] dl$$

Resolviendo la integral la fuerza será:

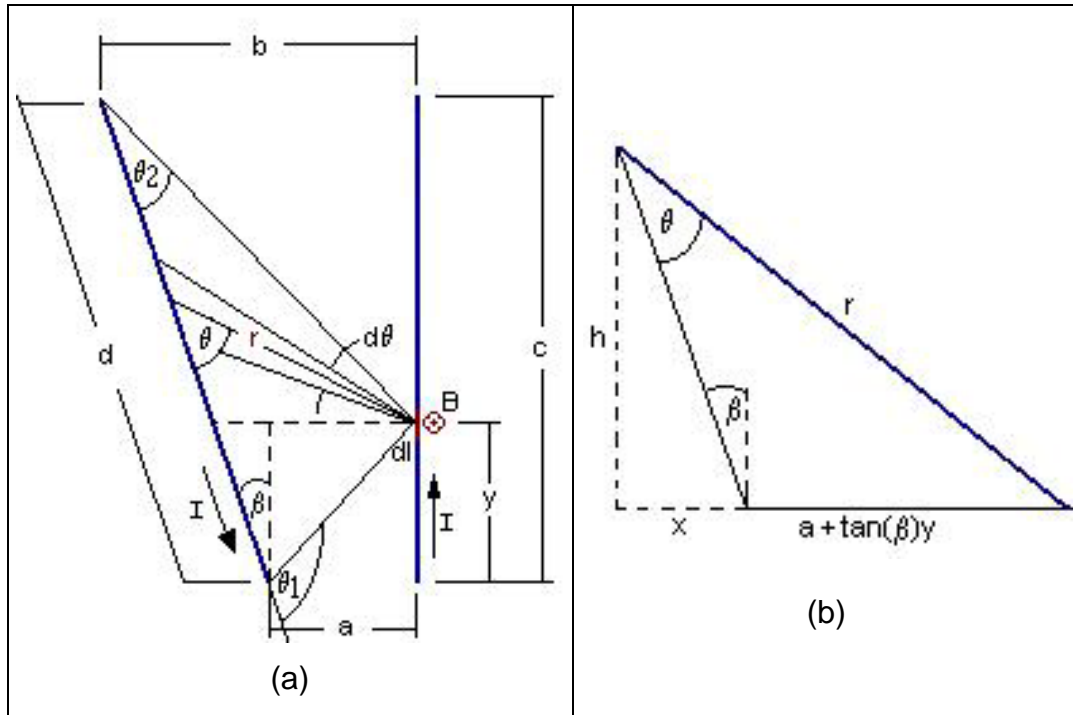
$$F = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi a} \left[ -\sqrt{(b-l)^2 + a^2} \Big|_0^b + \sqrt{l^2 + a^2} \Big|_0^b \right]$$

Evaluando y reduciendo se llega a la ecuación para encontrar la fuerza cuando la separación entre barras es considerable con respecto a la longitud de las mismas:

$$\boxed{F = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi a} \left[ \sqrt{b^2 + a^2} - a \right]} \text{ ecuación 3.15}$$

### 3.5.- Fuerza entre dos conductores no paralelos que llevan corriente

Se considera que los conductores están dispuestos de la forma mostrada en la figura 3.9:



**Figura 3.9:** Disposición de los conductores no paralelos

En donde **b**, **c** y **d** son datos conocidos de los conductores, el ángulo  $\beta$  es obtenido a partir de estos datos, por lo tanto es constante.

Primero se calcula la densidad de campo para lo cual se utiliza la ec. 3.12:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\theta_2}^{\theta_1} \frac{d\theta}{r}$$

De la figura 3.9.b y aplicando la ley del seno se obtiene que **r** es igual a:

$$\frac{\text{sen}(\theta)}{a + \tan(\beta)y} = \frac{\text{sen}(\beta + 90^\circ)}{r} = \frac{\text{cos}(\beta)}{r} \Rightarrow r = \frac{\text{cos}(\beta)}{\text{sen}(\theta)} (a + \tan(\beta)y)$$

Puesto que se va a encontrar la densidad de campo en el punto **y**,  $(a + \tan(\beta)y)$  sale de la integral por lo que la densidad de campo es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi \cos(\beta)(a + \tan(\beta)y)} \int_{\theta_2}^{\theta_1} \sin(\theta) d\theta$$

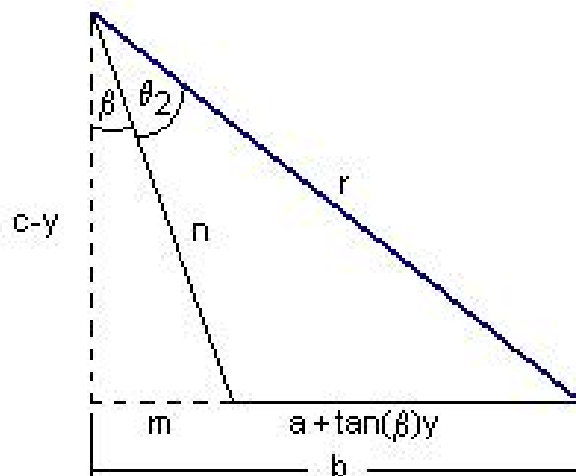
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi \cos(\beta)(a + \tan(\beta)y)} (\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1))$$

La distribución de fuerzas es por lo tanto igual a:

$$\boxed{\frac{dF}{dy} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi \cos(\beta)(a + \tan(\beta)y)} (\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1))} \text{ ec.3.16}$$

Observando la figura 3.9.a, se ve que los ángulos  $\theta_2$  y  $\theta_1$  varían conforme varía la longitud  $y$  de la línea de longitud total  $c$ , por lo que se deben poner los  $\cos\theta_2$  y  $\cos\theta_1$  en función de la longitud  $y$  que va desde cero hasta  $c$ .

La figura 3.10 es una guía para encontrar el  $\cos(\theta_2)$ :



**Figura 3.10:** Guía para encontrar el  $\cos(\theta_2)$

En donde:

$$r^2 = (c - y)^2 + b^2 \quad n = \frac{c - y}{\cos(\beta)}$$

Aplicando la ley del coseno se encuentra el  $\cos(\theta_2)$ :

$$\cos(\theta_2) = \frac{\cos(\beta)}{2(c-y)\sqrt{(c-y)^2 + b^2}} \left[ (c-y)^2 + b^2 + \frac{c-y}{\cos(\beta)} - (a + \tan(\beta))^2 \right]$$

De la figura 3.9.a se obtiene que:  $\tan \beta = \frac{b-a}{c}$ , sustituyendo este valor en

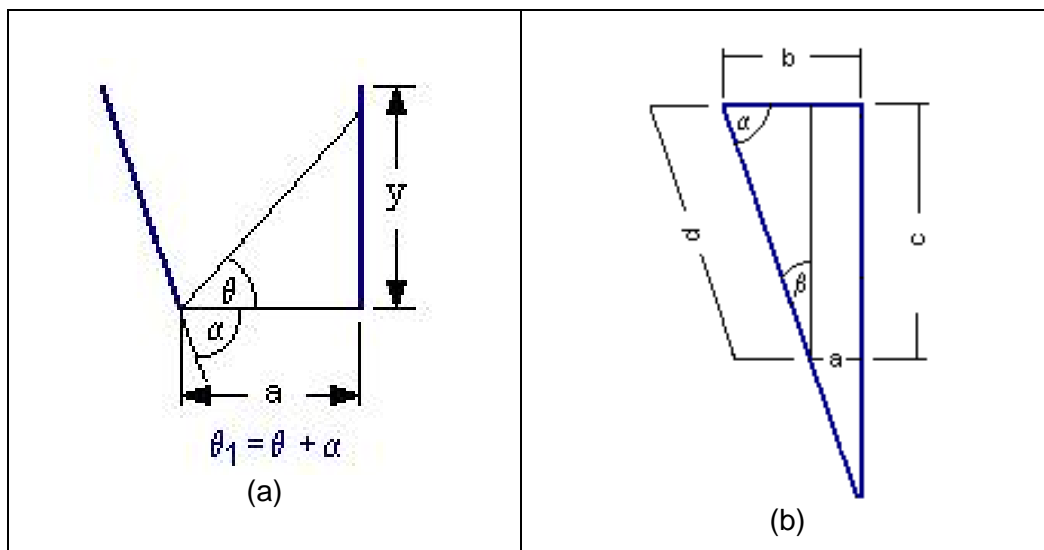
la ecuación anterior se tiene:

$$\cos(\theta_2) = \frac{\cos(\beta)}{2(c-y)\sqrt{(c-y)^2 + b^2}} \left[ (c-y)^2 + \frac{c-y}{\cos(\beta)} + b^2 - \left[ a - \left( \frac{b-a}{c} y \right) \right]^2 \right]$$

Simplificando esta expresión se llega a la siguiente ecuación para el  $\cos(\theta_2)$ :

$$\cos(\theta_2) = \frac{\cos(\beta)}{2\sqrt{(c-y)^2 + b^2}} \left[ (c-y) \left( 1 + \frac{1}{\cos^2 \beta} \right) + \tan \beta [b + a + \tan \beta y] \right] \text{ ec3.17}$$

La figura 3.11 es una guía para encontrar el  $\cos(\theta_1)$ :



**Figura 3.11:** Guías para encontrar el  $\cos(\theta_1)$

$$\theta_1 = \theta + \alpha \quad \cos(\theta + \alpha) = \cos(\alpha)\cos(\theta) - \sin(\alpha)\sin(\theta)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{b-a}{d} \quad \sin(\alpha) = \frac{c}{d} \quad \cos(\theta) = \frac{a}{\sqrt{a^2 + y^2}} \quad \sin(\theta) = \frac{y}{\sqrt{a^2 + y^2}}$$

$$\cos(\theta_1) = \frac{b-a}{d} \frac{a}{\sqrt{a^2 + y^2}} - \frac{c}{d} \frac{y}{\sqrt{a^2 + y^2}} \quad \text{ecuación 3.18}$$

Teniendo el  $\cos(\theta_1)$  y  $\cos(\theta_2)$  en función de  $y$ , se reemplaza estos en la ecuación 3.16 para encontrar la **distribución de las fuerzas**:

$$\frac{dF}{dy} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi \cos(\beta)(a + \tan(\beta)y)} \left\{ \frac{\cos(\beta)}{2\sqrt{(c-y)^2 + b^2}} \left[ (c-y) \left( 1 + \frac{1}{\cos^2 \beta} \right) + \tan \beta [b + a + \tan \beta y] \right] - \frac{b-a}{d} \frac{a}{\sqrt{a^2 + y^2}} - \frac{c}{d} \frac{y}{\sqrt{a^2 + y^2}} \right\} \quad \text{ecuación 3.19}$$

La **fuerza total** se la encuentra integrado la ecuación 3.19 con respecto a la longitud  $y$  del conductor:

$$F = \frac{\mu I^2}{4\pi \cos(\beta)(a + \tan(\beta)y)} \int_0^c \left\{ \frac{\cos(\beta)}{2\sqrt{(c-y)^2 + b^2}} \left[ (c-y) \left( 1 + \frac{1}{\cos^2 \beta} \right) + \tan \beta [b + a + \tan \beta y] \right] - \frac{b-a}{d} \frac{a}{\sqrt{a^2 + y^2}} - \frac{c}{d} \frac{y}{\sqrt{a^2 + y^2}} \right\} dy \quad \text{ecuación 3.20}$$

La integral que se obtiene es compleja por lo que en el momento de aplicarla se utiliza un método numérico para resolverla.

### 3.6.-Fuerza en sentido longitudinal sobre conductores paralelos

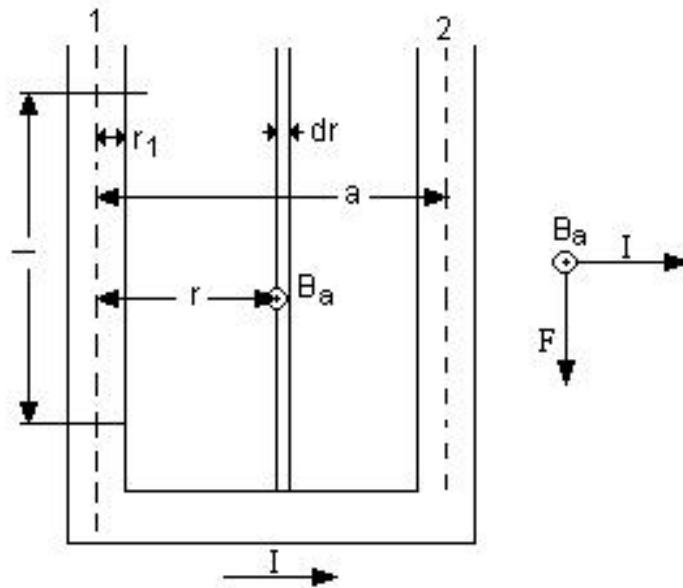
Cuando la corriente recorre un conductor, este queda sometido a un esfuerzo longitudinal, que tiende a desgarrarlo y que depende de su sección y de la posición del conductor de retorno.

Si los extremos son fijos, el esfuerzo proviene de la repulsión entre los ramales de ida y de vuelta (compárese con el efecto de la gravedad sobre un cable horizontal suspendido); y si los extremos son libres, proviene de la influencia de las ramas transversales.



A continuación se calcula la fuerza que se origina sobre los conductores redondos con los extremos dinámicamente libres; para lo cual se considera el análisis de trabajo virtual descrito en la sección 3.1

La acción resulta de la suma de dos términos: uno debido al flujo exterior y el otro, al flujo interior de los conductores (figura 3.12).



**Figura 3.12:** Fuerza en sentido longitudinal sobre conductores paralelos

El primero se deduce del modo siguiente:

La densidad de campo ya la obtuvimos en la sección 3.2 y esta expresada por la ecuación 3.6:

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r} = 0.2 \frac{I}{r} \text{ Gauss}$$

Donde  $I$ , en centímetros y  $r$ , en centímetros.

$$\Phi_a = l \int_{r_1}^a B_a dr = 0.2 * l * I \int_{r_1}^a \frac{dr}{r} = 0.2 * l * I * \ln\left(\frac{a}{r_1}\right)$$

$$\frac{d\Phi_a}{dl} = 0.2I \ln\left(\frac{a}{r_1}\right)$$

Reemplazando esta ecuación en la ec. 3.3 se tiene:

$$F = I \frac{d\Phi}{dl} \frac{1}{2 * 9.81 * 10^6}$$

$$F_a = 0.2I^2 \ln\left(\frac{a}{r_1}\right) \frac{1}{2 * 9.81 * 10^7} \text{ [Kg]}$$

Realizando similar procedimiento para  $F_i$  en el interior del conductor:

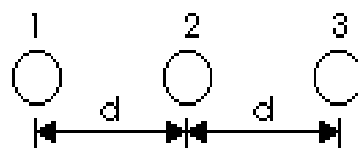
$$F_i = I^2 \frac{1}{2} \frac{1}{2 * 9.81 * 10^7} \text{ [Kg]}$$

La suma de ambas fuerzas da:

$$F = F_a + F_i = 1.02I^2 \left[ \frac{1}{2} + \ln\left(\frac{a}{r_1}\right) \right] * 10^{-8} \text{ [Kg]} \text{ ec. 3.21}$$

### 3.7.-Fuerzas presentes cuando se tienen tres conductores paralelos en un sistema trifásico balanceado en condiciones normales de operación.

Para este análisis se considera que las barras se encuentran a la intemperie por lo que  $\mu = 4\pi * 10^{-7}$  (H/m).



**Figura 3.13:** Conductores paralelos colineales

Teniendo tres conductores colineales (figura 3.13) en un sistema trifásico; las corrientes que circularán son las siguientes:

$$i_1 = I_M \cos\theta$$

$$i_2 = I_M \cos(\theta - 120)$$

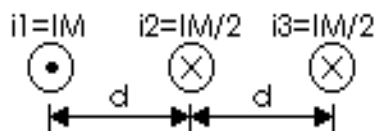
$$i_3 = I_M \cos(\theta + 120)$$

Donde:  $I_M$  es la corriente máxima (pico).  $I_M = \sqrt{2}I$  ;  $I$  es la corriente eficaz.

En donde se observa que los valores máximos de corriente se tendrán cuando  $\theta$  vale 0 o  $120^\circ$  por lo que se analizan los dos casos para determinar la fuerza máxima entre conductores bajo máxima carga.

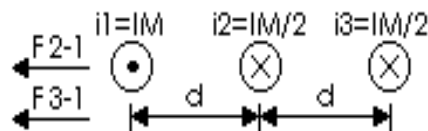
1.- Si  $\theta=0$  se tendrá:

$$\begin{aligned} i_1 &= I_M \cos 0 && \Rightarrow i_1 = I_M \\ i_2 &= I_M \cos(0 - 120) \Rightarrow i_2 = I_M \cos(-120) \Rightarrow i_2 = -I_M / 2 \\ i_3 &= I_M \cos(0 + 120) \Rightarrow i_3 = I_M \cos(120) \Rightarrow i_3 = -I_M / 2 \end{aligned}$$



La fuerza sobre los conductores se la encuentra considerando que estos son rectos, delgados y de longitud conocida, por lo cual se aplica la ecuación 3.15 encontrada en la sección 3.4.2:

1.a.- La fuerza sobre el conductor 1 es:



$$F = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} \left[ \sqrt{L^2 + d^2} - d \right] = 2.04 \frac{I^2 \left[ \sqrt{L^2 + d^2} - d \right]}{d} * 10^{-8} \text{ [Kg]}$$

En donde  $d$  es la distancia entre los dos conductores y  $L$  es la longitud de los conductores, ambos deben estar en las mismas unidades.

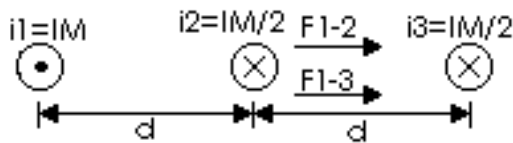
La fuerza sobre el conductor 1 es:

$$F_{2,3 \ 1} = F_{2 \ 1} + F_{3 \ 1}$$

$$F_{2,3} = 2.04 \frac{\frac{I_M}{2} I_M \left[ \sqrt{L^2 + d^2} - d \right]}{d} \cdot 10^{-8} + 2.04 \frac{\frac{I_M}{2} I_M \left[ \sqrt{L^2 + (2d)^2} - 2d \right]}{2d} \cdot 10^{-8}$$

$$F_{2,3} = 2.04 \frac{I_M^2}{2} \left[ \frac{\left[ \sqrt{L^2 + d^2} - d \right]}{d} + \frac{\left[ \sqrt{L^2 + 4d^2} - 2d \right]}{2d} \right] \cdot 10^{-8}$$

1.b.- La fuerza sobre el conductor 2 es:

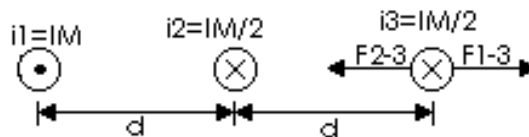


$$F_{1,3-2} = F_{1-2} + F_{3-2}$$

$$F_{1,3-2} = 2.04 \frac{\left( \frac{I_M}{2} \right) I_M \left[ \sqrt{L^2 + d^2} - d \right]}{d} \cdot 10^{-8} + 2.04 \frac{\left( \frac{I_M}{2} \right) \left( \frac{I_M}{2} \right) \left[ \sqrt{L^2 + d^2} - d \right]}{d} \cdot 10^{-8}$$

$$F_{1,3-2} = -1.53 \frac{I_M^2 \left[ \sqrt{L^2 + d^2} - d \right]}{d} \cdot 10^{-8} \text{ (Kg)}$$

1.c- La fuerza sobre el conductor 3 es:



$$F_{1,2-3} = F_{1-3} - F_{2-3}$$

$$F_{1,2-3} = 2.04 \frac{I_M^2}{2} \left[ \frac{\left[ \sqrt{L^2 + 4d^2} - 2d \right]}{2d} - \frac{\left[ \sqrt{L^2 + d^2} - d \right]}{d} \right] \cdot 10^{-8}$$

Por lo que se concluye que si  $\theta=0$  el mayor esfuerzo estará sobre el conductor 2.

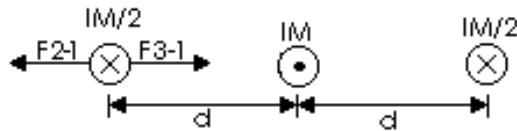
2.- Si  $\theta=120^\circ$  se tendrá:

$$i_1 = I_M \cos(120) \Rightarrow i_1 = -I_M / 2$$

$$i_2 = I_M \cos(120 - 120) \Rightarrow i_2 = I_M$$

$$i_3 = I_M \cos(120 + 120) \Rightarrow i_3 = I_M \cos(240) \Rightarrow i_3 = -I_M / 2$$

**2.a-** La fuerza sobre el conductor 1 será:

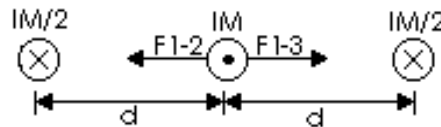


$$F_{2,3-1} = F_{3-1} - F_{2-1}$$

$$F_{2,3-1} = 2.04 \frac{\left(\frac{I_M}{2}\right)\left(\frac{I_M}{2}\right) \left[ \sqrt{L^2 + 4d^2} - 2d \right]}{2d} \cdot 10^{-8} - 2.04 \frac{\left(\frac{I_M}{2}\right) I_M \left[ \sqrt{L^2 + d^2} - d \right]}{d} \cdot 10^{-8}$$

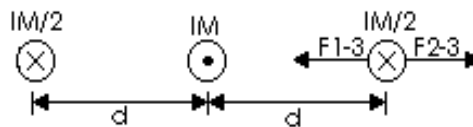
$$F_{2,3-1} = 2.04 \frac{I_M^2}{2} \left[ \frac{\left[ \sqrt{L^2 + 4d^2} - 2d \right]}{2d} - \frac{\left[ \sqrt{L^2 + d^2} - d \right]}{d} \right] * 10^{-8}$$

**2.b-** La fuerza sobre el conductor 2 es:



En este caso las fuerzas que actúan sobre el conductor se anulan por lo que la fuerza neta que soporta el conductor es cero.

**2.c -** La fuerza sobre el conductor 3 es:



$$F_{1,2-3} = F_{1-3} - F_{2-3}$$

$$F_{1,2-3} = 2.04 \frac{I_M^2}{2} \left[ \frac{\left[ \sqrt{L^2 + 4d^2} - 2d \right]}{2d} - \frac{\left[ \sqrt{L^2 + d^2} - d \right]}{d} \right] * 10^{-8}$$

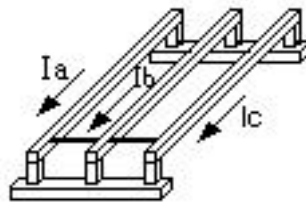
Por lo que se concluye que en condiciones normales de operación el esfuerzo máximo se dará en el caso 1.b, y es igual a:

$$F = 1.53 \frac{I_M^2 \left[ \sqrt{L^2 + d^2} - d \right]}{d} * 10^{-8} \text{ [Kg]} \text{ ecuación 3.22}$$

### 3.8.- Fuerzas presentes cuando se tienen tres conductores paralelos en un sistema trifásico en condiciones de falla.

En esta sección se analizan los esfuerzos producidos entre las barras bajo condiciones de cortocircuito trifásico, de una fase a tierra, entre dos fases y entre dos fases a tierra con el objeto de determinar cual es el que produce mayor esfuerzo entre las barras.

#### 3.8.1. - Fuerzas entre barras bajo un cortocircuito trifásico



**Figura 3.14:** Cortocircuito trifásico entre barras paralelas

En este caso la fuerza máxima estará dada por la ecuación 3.16, lo que hay que considerar es que la mayor fuerza será producida por el valor que alcance la corriente que circule en el instante del cortocircuito, el mismo que en base al capítulo 2 es:

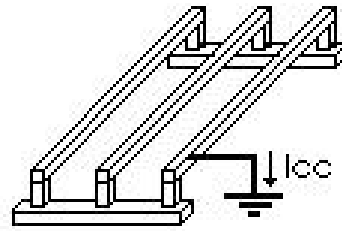
$$I_M = 1.8\sqrt{2}I_{cc} \quad I_{cc}: \text{ Corriente de cortocircuito eficaz}$$

Por lo tanto la fuerza máxima para un cortocircuito trifásico es:

$$F_{\max.} = 1.53 * \frac{I_M^2 \left[ \sqrt{L^2 + d^2} - d \right]}{d} * 10^{-8}$$

$$F_{\max.} = 9.914 \frac{I_{cc}^2 \left[ \sqrt{L^2 + d^2} - d \right]}{d} * 10^{-8} \text{ [Kg]} \text{ ec.3.23}$$

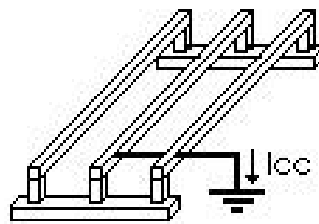
### 3.8.2. - Fuerza entre barras bajo un cortocircuito de una fase a tierra:



**Figura 3.15:** Cortocircuito de fase a tierra

En este caso toda la corriente se va a tierra a través de la barra en corto, mientras que por las otras dos barras no circula corriente, entonces no se presentan fuerzas entre los conductores; no obstante pueden presentarse fuerzas longitudinales entre las secciones del conductor, dependiendo de la forma del mismo.

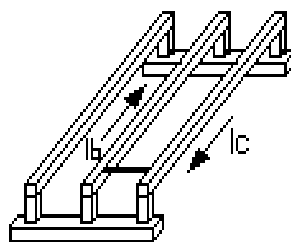
### 3.8.3.- Fuerza entre barras bajo un cortocircuito de dos fases a tierra:



**Figura 3.16:** Cortocircuito de dos fases a tierra

En este el caso el ángulo de desfase dependerá de las características del circuito por lo que no es posible encontrar una ecuación general para las fuerzas entre barras.

### 3.8.4. - Fuerza entre barras bajo un cortocircuito de fase a fase:



**Figura 3.17:** Cortocircuito de fase a fase

En este caso la corriente que circula por una barra regresa por la segunda, por lo tanto las corrientes son de igual magnitud pero de sentido contrario, mientras que por la tercera barra no circulará corriente. Haciendo el análisis de las fuerzas se tiene:

$$I_b = -I_c \quad I_a = 0$$

$$F_{\text{máx}} = 2.04 \frac{(1.8\sqrt{2})^2 I_{cc}^2 \left[ \sqrt{L^2 + d^2} - d \right]}{d} * 10^{-8}$$

Por lo que la fuerza total máxima es:

$$F_{\text{máx}} = 13.22 \frac{I_{cc}^2 \left[ \sqrt{L^2 + d^2} - d \right]}{d} * 10^{-8}; \text{ Kg. ecuación 3.24}$$

**La fuerza que se va a presentar en este caso es de repulsión y es la que produce mayores esfuerzos por lo tanto es la que se calculara en las barras de la subestación.**

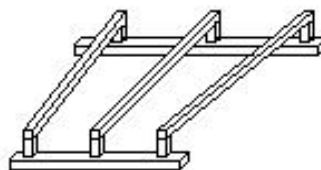
Aplicando este procedimiento a la ecuación 3.14 para la distribución de fuerzas se tiene:

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi a} \left[ \frac{b-1}{\sqrt{(b-1)^2 + a^2}} + \frac{1}{\sqrt{1^2 + a^2}} \right] [\text{Kg/cm}] \text{ ec. 3.14}$$

$$\frac{dF}{dl} = 6.61 \frac{I_{cc}^2}{a} \left[ \frac{b-1}{\sqrt{(b-1)^2 + a^2}} + \frac{1}{\sqrt{1^2 + a^2}} \right] * 10^{-8} [\text{Kg/cm}] \text{ ec. 3.25}$$

### 3.9.-Fuerzas presentes cuando se tienen tres conductores no paralelos en un sistema trifásico en condiciones de falla.

Una disposición común de los conductores, que existe en la subestación en estudio, se muestra en la figura 3.18.



**Figura 3.18:** Disposición que se considera cuando los conductores no son paralelos



La distribución de fuerzas a lo largo de la barra fue encontrada en la sección 3.5 y esta dada por la ecuación 3.19. Como de acuerdo con la sección anterior la falla entre fases es la que ocasiona mayores esfuerzos, la distribución de fuerzas aplicando los mismos criterios es:

$$\frac{dF}{dy} = \frac{6.61I_{cc}^2}{\cos(\beta)(a + \tan(\beta)y)} \left\{ \frac{\cos(\beta)}{2\sqrt{(c-y)^2 + b^2}} \left[ (c-y) \left( 1 + \frac{1}{\cos^2 \beta} \right) + \tan \beta [b + a + \tan \beta y] \right] - \frac{b-a}{d} \frac{a}{\sqrt{a^2 + y^2}} - \frac{c}{d} \frac{y}{\sqrt{a^2 + y^2}} \right\} \text{ [Kg/cm]} \quad \text{ecuación 3.26}$$

La fuerza total máxima se la encuentra integrando la ecuación para la distribución de fuerzas entre 0 y la longitud total del conductor  $c$ :

### 3.10.- Relación entre las tensiones y los momentos flectores en barras sometidas a fuerzas electrodinámicas.

Las fuerzas producidas en las barras debido a las corrientes dinámicas, ocasionan deformación en las mismas, por lo que es necesario estudiar estos efectos para dimensionar adecuadamente las barras.

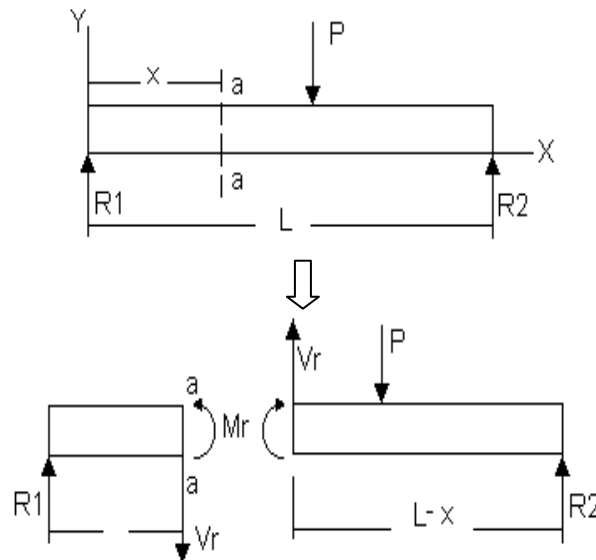
Las fuerzas aplicadas producen dos efectos claramente diferenciados, la *fuerza cortante* y el *momento flector*. Estos dos efectos producen dos tipos distintos de tensiones en las secciones transversales de las barras:

1. Una tensión normal, directamente proporcional al momento flector.
2. Una tensión cortante que depende de la fuerza cortante.

Antes de determinar las tensiones, se estudiara la distribución y calculo de la fuerza cortante y del momento flector en vigas sometidas a cargas.

**3.10.1.-Fuerza cortante:** Si se tiene una viga como la de la figura 3.19, que se encuentra en equilibrio bajo la acción de  $P$  y de sus reacciones  $R_1$  y  $R_2$ .

Suponiendo que se corta por una sección a-a, a una distancia x de R1. Para mantener el equilibrio deben aparecer fuerzas resistentes:



**Figura 3.19:** Fuerzas resistentes en una viga sometida a la acción de una fuerza

Para satisfacer  $\sum y = 0$ , se origina la fuerza  $V_r$ , que se conoce como **fuerza resistente cortante**. Si hubiera otras fuerzas aplicadas entre R1 y la sección; la resultante no equilibrada se obtendría como la suma de sus componentes verticales, a esta se la conoce como **fuerza cortante de una sección** y se representa por V, siendo su valor la suma de las componentes verticales:

$$V = (\sum y)_{izq} \quad \text{ecuación 3.27}$$

El subíndice izq. Pone de manifiesto que en la suma de sus componentes verticales solo se consideran las fuerzas o cargas que actúan en la porción de la viga a la izquierda de la sección de estudio. Al calcular V, las fuerzas que actúan hacia arriba se consideran positivas.

**3.10.2.- Momento flector:** Para completar el equilibrio en el diagrama del sólido aislado de la figura 3.19, la suma de los momentos también debe ser nula. En este caso, R1 y  $V_r$  son iguales y de sentido contrario, por lo que

producen un par  $M$  igual a  $R_1$  que se llama *momento flector*, porque tiende a curvar o flexar la barra.

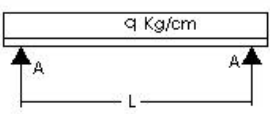
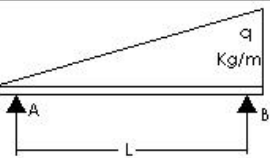
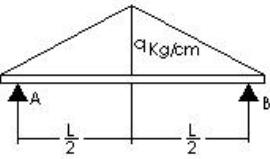
El momento flector es la suma de los momentos de todas las fuerzas que actúan en la porción de la viga, a la izquierda o a la derecha de una sección respecto al eje perpendicular al plano de las fuerzas que pasan por el centro de gravedad de la sección considerada.

$$M = (\sum M)_{izq.} = (\sum M)_{der.} \quad \text{ecuación 3.28}$$

Con respecto a los signos el criterio más extendido es que el momento flector es positivo si la flexión que produce en la viga presenta la concavidad hacia arriba. Un criterio equivalente es que los signos son positivos si las fuerzas tienen sentido hacia arriba y negativos en caso contrario.

La siguiente tabla muestra los momentos máximos para vigas estáticamente determinadas. Estas son consideradas así cuando las barras están sujetas por aisladores tipo cadena con carga uniformemente distribuida y con carga uniformemente variable que son la que se analizan más adelante:

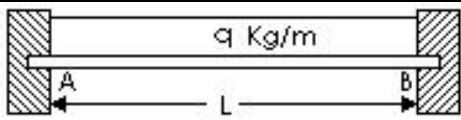
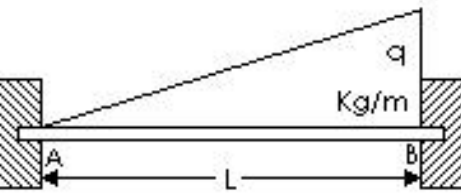
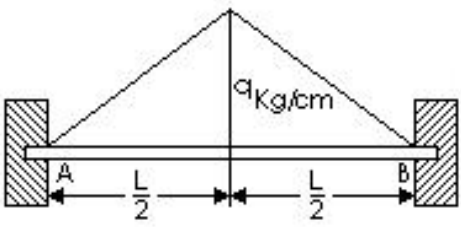
**TABLA 3.1: Momentos máx. para Vigas Estáticamente Determinadas**

CONFIGURACIÓN	MOMENTO MÁXIMO
	$M_{\text{máx}} = \frac{1}{8} qL^2$
	$M_{\text{máx}} = \frac{qL^2}{9\sqrt{3}}$
	$M_{\text{máx}} = \frac{1}{12} qL^2$

En caso de tener barras sujetas por aisladores tipo poste estas son consideradas como vigas empotradas en los extremos por lo que serán hiperestáticas, es decir tienen un exceso de ligaduras.

La tabla 3.2 muestra los momentos en los extremos para cargas uniformemente distribuidas y para cargas uniformemente variables.

**TABLA 3.2: Momentos en los extremos para vigas estáticamente indeterminadas**

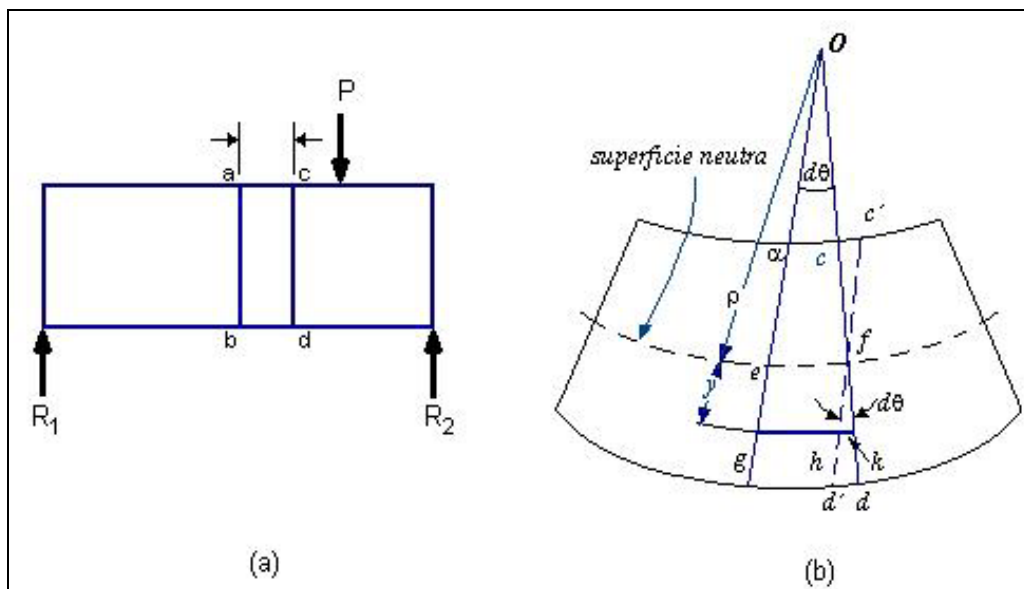
	$M_A = M_B = -\frac{1}{12}qL^2$
	$M_A = -\frac{qL^2}{30}$ $M_B = -\frac{qL^2}{20}$
	$M_A = M_B = -\frac{5}{96}qL^2$

**3.10.3.- Formula de la flexión:** Las tensiones normales producidas por el momento flector se llaman **tensiones de flexión** y las relaciones entre estas tensiones y los momentos se expresan mediante la formula de la flexión, para su deducción se establece que las deformaciones elásticas junto con la Ley de Hooke determinan la forma de la distribución de tensiones y mediante la condición de equilibrio se establece la relación entre tensiones y las cargas.

La figura 3.20.a muestra dos secciones adyacentes **ab** y **cd** separadas una distancia **dx**.

Debido a la flexión producida por la carga **P**, las secciones **ab** y **cd** giran una respecto de la otra un pequeño ángulo  $d\theta$ , como se ve en la figura 3.20.b.

La fibra **ac** de la parte superior se acorta y la fibra **bd** se alarga. El plano que contiene todas las fibras como **ef** se llama “superficie neutra” ya que no se deforma porque no soporta tensión alguna y pasan por los centros de gravedad.



**Figura 3.20:** Deformación de una viga debido a la acción de una fuerza

Si se considera la deformación de una fibra cualquiera **gh** situada a una distancia **y** de la superficie neutra. Su alargamiento **hk** es el arco de circunferencia de radio **y** y ángulo  $d\theta$  y viene dado por:

$$\delta = hk = yd\theta$$

La deformación se obtiene dividiendo el alargamiento por la longitud inicial:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{yd\theta}{\rho d\theta} = \frac{y}{\rho}$$

Suponiendo que el material es homogéneo y obedece a la Ley de Hooke, **la tensión** en la fibra **gh** viene dada por:

$$\sigma = E\varepsilon = \frac{E}{\rho} y \quad \text{ecuación 3.29}$$

Esta expresión indica que la tensión en cualquier fibra es directamente proporcional a su distancia **y** a la superficie neutra.

Aplicando las condiciones de equilibrio se llega a que la última condición de equilibrio  $\sum M_z = 0$  requiere que el momento flector sea equilibrado por el momento resistente, es decir  $M_o = M_r$ .

El momento resistente respecto de la L.N. de un elemento cualquiera es  $y(\sigma_x dA)$ , por lo tanto:

$$M_o = \int y(\sigma_x dA)$$

Sustituyendo  $\sigma_x$  por su valor  $Ey/\rho$  resulta:

$$M_o = \frac{E}{\rho} \int y^2 dA$$

Puesto que  $\int y^2 dA$  es el **momento de inercia I** del área respecto del eje de referencia, que en este caso es la L.N. se obtiene finalmente:

$$M_o = \frac{EI}{\rho} \quad \text{ecuación 3.30}$$

La forma más corriente de escribir esta ecuación es:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_o}{EI} \quad \text{ecuación 3.31}$$

Esta ecuación indica que la curvatura es directamente proporcional al momento flector.

Igualando la ecuación 3.29 con la 3.31 se obtiene:

$$\frac{E}{\rho} = \frac{M_o}{I} = \frac{\sigma}{y}$$

Lo que conduce directamente a la formula de la flexión:

$$\sigma = \frac{M_o y}{I} \quad \text{ecuación 3.32}$$

Esta expresión indica que la tensión debida a la flexión en cualquier sección es directamente proporcional a la distancia del punto considerado a la línea neutra.

Una forma más común de la formula de la flexión se obtiene sustituyendo  $y$  por la distancia  $C$  del elemento más alejado de la línea neutra que es que producirá la máxima tensión de flexión. Con esto se obtiene la tensión máxima:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{M_o C}{I}$$

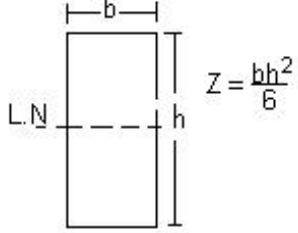
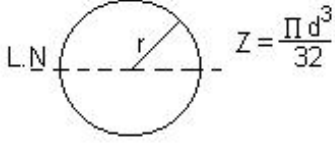
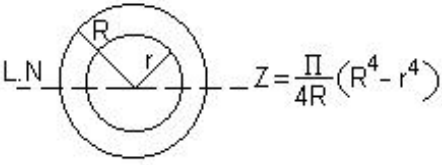
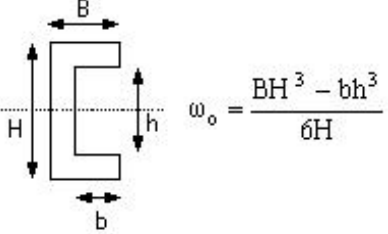
La relación  $I/C$  se llama **Modulo Resistente** y suele designarse por  $\omega_o$ , por lo que la formula de la flexión queda expresada de la siguiente manera:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{M_o}{\omega_o} \quad \text{ecuación 3.33}$$

Esta es la ecuación empleada para determinar las tensiones en vigas de sección constante y muestra como la tensión máxima se produce en la sección de momento flector máximo y puede emplearse para determinar las tensiones que puede soportar una viga hasta llegar a su ruptura, en el caso de vigas de cobre el máximo esfuerzo que pueden soportar es de 3800 Kg/cm<sup>2</sup> y para las de aluminio es de 900 Kg/cm<sup>2</sup>.

La tabla 3.3 muestra los valores del módulo resistente de las formas más corrientes de sección recta.

**TABLA 3.3: MODULOS RESISTENTES**

 $Z = \frac{bh^2}{6}$	 $Z = \frac{\pi d^3}{32}$
 $Z = \frac{\pi}{4R}(R^4 - r^4)$	 $\omega_o = \frac{BH^3 - bh^3}{6H}$

### 3.10.4.- Métodos para determinar los momentos flectores máximos en las vigas.

Se proponen dos métodos para determinar los momentos flectores máximos; uno para las vigas con apoyos simples (estáticamente determinadas) y el otro para las vigas empotradas en ambos extremos, es decir estáticamente indeterminadas.

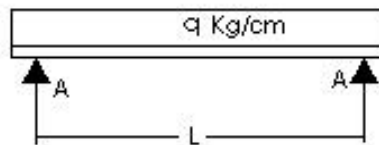
#### 3.10.4.a.- Método para determinar la distribución de fuerzas para vigas estáticamente determinadas.-

En caso de que se presenten distribuciones de fuerzas distintas a las mostradas en la tabla 3.1 el momento máximo de flexión puede ser encontrado aplicando las ecuaciones 3.27 y 3.28 para la fuerza cortante y momento flector respectivamente. Primero se expresan las reacciones en función de la distancia de los centros de gravedad a la izquierda del punto de análisis y luego se derivan estas expresiones con respecto a dicha distancia para encontrar el punto donde se va a presentar



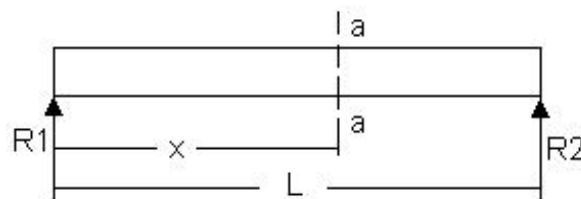
el momento máximo. Finalmente se evalúa la ecuación de momentos flectores en el punto que produce el momento máximo con lo que se determina su valor máximo.

Para ilustrar el método se va a determinar el momento flector máximo para la viga con distribución uniforme de carga mostrada en la tabla 3.1:



**Figura 3.21:** Viga con distribución uniforme de carga

Consideramos un punto de análisis ubicado a una distancia X del extremo izquierdo de la viga (figura 3.22).



**Figura 3.22:** Punto de análisis ubicado a una distancia X del extremo izq. De la viga

Las reacciones R1 y R2 serán iguales por la simetría de la distribución de fuerzas:

$$R_1 = R_2 = \frac{qL}{2}$$

Aplicando la ecuación 3.28, se obtiene la suma de momentos a la izquierda del corte a-a':

$$\sum M = \frac{qL}{2}x - \frac{q}{2}x^2$$

El punto donde se produce el momento máximo se lo encuentra derivando esta expresión e igualándola a cero:

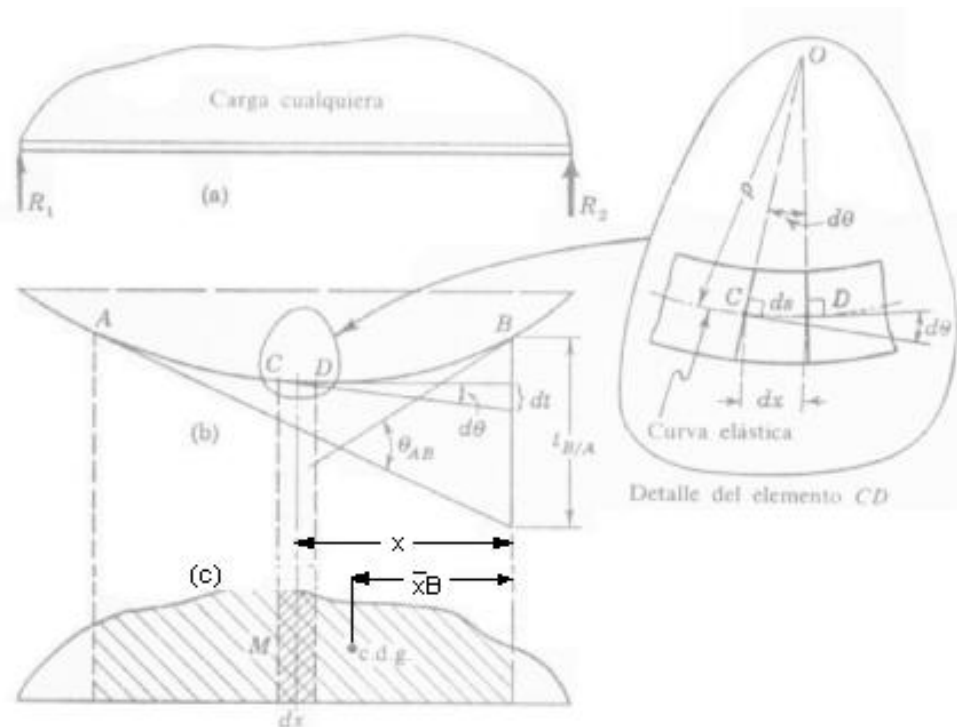
$$\frac{dM}{dx} = \frac{qL}{2} - qx = 0 \Rightarrow x = \frac{L}{2}$$

Luego se evalúa la ecuación de momentos flectores en el punto que produce el momento máximo con lo que se determina su valor máximo.

$$M_{\text{máx}} = \frac{qL}{2} \left( \frac{L}{2} \right) - \frac{q}{2} \left( \frac{L}{2} \right)^2 \Rightarrow \boxed{M_{\text{máx}} = \frac{qL^2}{8}}$$

Que coincide con el indicado en la tabla 3.1, más adelante se aplica este procedimiento para encontrar el momento flector máximo debido a la distribución de las fuerzas electrodinámicas en la barras de la subestación.

**3.10.4.b.- Método para determinar la distribución de fuerzas para vigas empotradas en ambos extremos.-** En caso de presentarse una distribución de fuerzas distinta a la mostrada en la tabla 3.2 un método para determinar las reacciones es el del área de momentos, en el cual intervienen el área del diagrama de momentos y el momento de dicha área.



**Figura 3.23:** Momentos en una viga simplemente apoyada con carga no uniforme

Los dos teoremas básicos de este método se deducen a partir de la figura 3.23 la cual representa una viga simplemente apoyada con una carga cualquiera. La elástica como intersección del plano neutro con el plano vertical que pasa por los centros de gravedad de las secciones, se representa en la figura 3.23b, aunque sumamente exagerada, el diagrama de momentos se supone que el representado en la figura 3.23c.

**TEOREMA I :** *La variación o incremento de la pendiente entre las tangentes trazadas a la elástica en dos puntos cualesquiera A y B es igual al producto de  $1/EI$  por el área del diagrama de momentos flectores entre estos dos puntos.*

$$\theta_{AB} = \frac{1}{EI} (\text{Area})_{AB} \quad \text{ecuación 3.34}$$

**TEOREMA II.-** *La desviación de un punto cualquiera B respecto de la tangente trazada a la elástica en otro punto cualquiera A, en dirección perpendicular a la inicial de la viga, es igual al producto de  $1/EI$  por el momento respecto de B del área de la porción del diagrama de momentos entre los puntos A y B.*

$$t_{B/A} = \frac{1}{EI} (\text{Area})_{AB} \cdot \bar{x}_B \quad \text{ecuación 3.35}$$

En donde  $t_{B/A}$  se llama desviación de B respecto de una tangente trazada en A o bien desviación tangencial de B respecto de A y esta indicada en la figura 3.23b.

El producto  $EI$  se llama *rigidez de la flexión* (E modulo de elasticidad e I momento de inercia) se suponen constantes en toda la longitud de la viga.

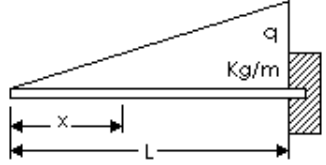
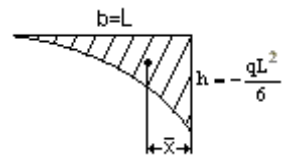
**(Área)<sub>AB</sub>** representa el área del diagrama de momentos entre las ordenadas correspondientes a los puntos A y B; y  $\bar{X}_B$  es el brazo de momentos de esta área respecto de B.

Para aplicar los teoremas del área de momentos se ha de poder calcular fácilmente y con seguridad el área de cualquier parte de un diagrama de momentos, y el momento de dicha área respecto de un eje cualquiera.

El procedimiento consiste en dividir el diagrama de momentos en partes, cuyas áreas y centros de gravedad sean conocidos. La tabla 3.4 nos ayuda en este procedimiento, ya que muestra una serie de datos correspondientes a mensulas cargadas con tipo de cargas cada vez más complejas, en la columna encabezada con Área se expresa el área del diagrama de momentos en función de la base b y de la máxima altura h del diagrama con un coeficiente para cada tipo de carga.

**TABLA 3.4: CARGAS EN MENSULAS**

Tipo carga	VIGA EN MENSULA	ley de momentos	DIAGRAMA DE MOMENTOS	Área	$\bar{X}_B$
Par		$M = -C$		$\frac{1}{1}bh$	$\frac{1}{2}b$
Concentrada		$M = -Px$		$\frac{1}{2}bh$	$\frac{1}{3}b$
Uniforme		$M = -\frac{q}{2}x^2$		$\frac{1}{3}bh$	$\frac{1}{4}b$

Variada		$M = -\frac{q}{6L}x^3$		$\frac{1}{4}bh$	$\frac{1}{5}b$
---------	---	------------------------	--	-----------------	----------------

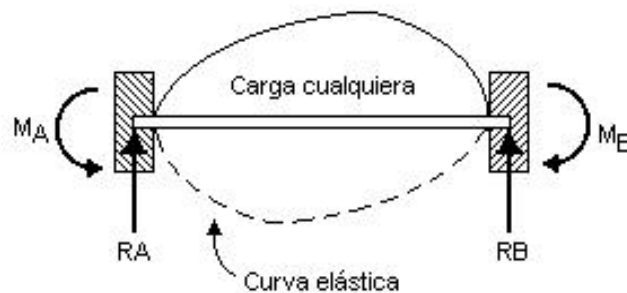
Aplicando este método a las vigas doblemente empotradas como la mostrada en la figura 3.24, se observa que puesto que las tangentes a la elástica en los extremos son horizontales, la variación de pendiente total entre los extremos es nula, ósea  $\theta_{AB} = 0$ . Además si los extremos están al mismo nivel, la desviación de B respecto a la tangente en A es nula, es decir,  $t_{B/A} = 0$ . También, la desviación de A respecto de la tangente en B es cero, es decir,  $t_{A/B} = 0$ . Aplicando los teoremas del área de momento bajo estas condiciones se tiene:

$$EI\theta_{AB} = (\text{Area})_{AB} = 0$$

$$EI t_{B/A} = (\text{Area})_{AB} \cdot \bar{x}_B = 0$$

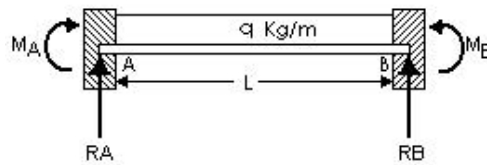
$$EI t_{A/B} = (\text{Area})_{AB} \cdot \bar{x}_A = 0$$

Las tres ecuaciones no son independientes; dos cualesquiera de ellas, junto con las ecuaciones de la estática, determinan las cuatro reacciones.



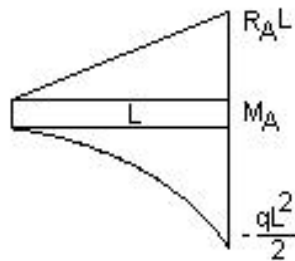
**Figura 3.24:** Viga doblemente empotrada con carga cualquiera.

Para visualizar la aplicación de este método se determinaran los momentos en los extremos de la barra con carga uniformemente distribuida empotrada en ambos extremos mostrada en la tabla 3.2.



**Figura 3.25:** Barra con carga uniformemente distribuida empotrada en ambos extremos. Como la distribución de fuerzas es simétrica los momentos en A y en B son iguales.

Se comienza trazando el momento por partes de izquierda a derecha, como se observa en la figura 3.26.



**Figura 3.26:** Momento por partes de una barra con carga uniformemente distribuida. Considerando, como se dijo anteriormente, que la variación total de pendiente es nula, se aplica el teorema I de las áreas de momentos. Utilizando la tabla 3.4 se tiene:

$$EI\theta_{AB} = (\text{Area})_{AB} = 0 \quad \frac{1}{2}R_A L^2 + M_A L - \frac{1}{3} \frac{qL^3}{2} \quad (\text{a})$$

La desviación de B respecto a la tangente en A es nula y, por lo tanto, por el Teorema II de las áreas de momentos:

$$EI t_{B/A} = (\text{Area})_{AB} \cdot \bar{x}_B = 0 \quad \frac{1}{6}R_A L^3 + \frac{1}{2}M_A L^2 - \frac{1}{24}qL^4 \quad (\text{b})$$

Resolviendo el sistema (a), y (b) se tiene finalmente que el momento en A

es:  $M_A = M_B = -\frac{1}{12}qL^2$ , que coincide con el mostrado en la tabla 3.2.

Ambos métodos son aplicados en la sección siguiente para determinar los momentos flectores en las distribuciones de fuerzas electrodinámicas que se presentan en las barras de la subestación.

### **3.11.-Distancia máxima entre apoyos de las barras considerando la fuerza máxima debida a cortocircuitos**

El objetivo es encontrar la máxima distancia entre apoyos de cada una de las fases, que dependerá de la distancia entre fases, la magnitud de la corriente de cortocircuito de efectos dinámicos y la mayor fuerza presente debido al peor caso de falla bajo las máximas condiciones de operación, las cuales fueron ya determinadas.

El análisis está hecho para barras rectangulares, tubulares y cilíndricas, considerando que las barras sean paralelas y de longitud muy larga con respecto a su longitud, que las barras estén separadas considerablemente con respecto a su longitud y cuya separación sea uniformemente variable.

#### **3.11.1.- Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos en barras rectangulares**

Para este tipo de barras el tipo de montaje que se utiliza es con los aisladores tipo poste, manteniendo soporte fijo en ambos extremos.

##### **3.11.1.a.- Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos cuando la carga están uniformemente distribuida:**

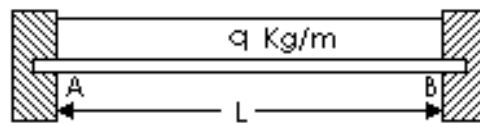
Este caso se presenta cuando el conductor es muy largo con respecto a su separación, como es el caso de un tramo entre poste y poste de las líneas de sub-transmisión sostenidas por aisladores tipo poste.

La ecuación para la distribución de fuerzas es la 3.10:

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu I^2}{2\pi d} [\text{Kg/cm}]$$

La cual es independiente de la longitud del conductor por lo que la fuerza es uniformemente distribuida.

Por lo tanto la configuración que se utiliza es la mostrada en la Fig. 3.27:

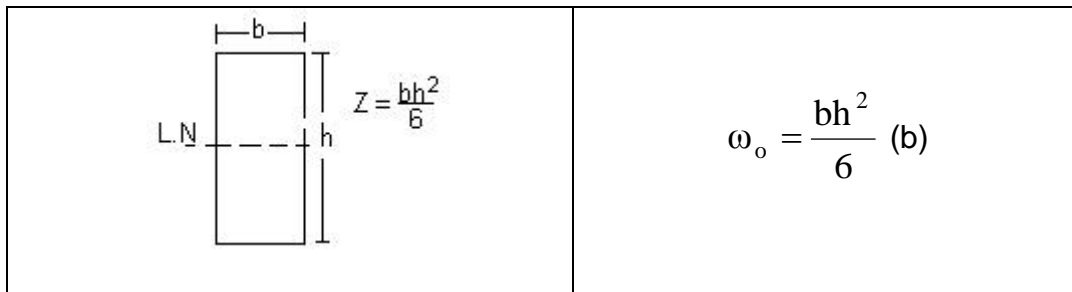


**Figura 3.27:** Barra doblemente empotrada con distribución uniforme de carga

El momento flexionante máximo se lo obtiene de la tabla 3.2 y es:

$$M_o = \frac{qL^2}{12} \quad (a)$$

El momento resistente para este tipo de barra de acuerdo a la tabla 3.2 es:



Reemplazando (a) y (b) en la ec. 3.33 se obtiene la tensión máxima:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{M_o}{W_o} = \frac{qL^2}{2bh^2}$$

Como el valor de  $\sigma_{\text{máx}}$  depende del material de la barra y la fuerza por unidad de longitud es un dato conocido, la longitud máxima es igual a:

$$L = \sqrt{\frac{2bh^2\sigma_{\text{máx}}}{q}} \text{ cm.} \quad \text{ecuación 3.36}$$



### 3.11.1.b.- Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos cuando la carga no se distribuye uniformemente:

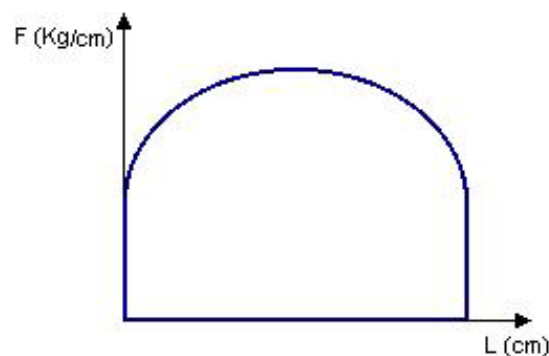
Se analizan dos casos:

El **primer caso** se presenta cuando las longitudes de las barras no son muy grandes con respecto a la separación entre las mismas, como es el caso de las barras de la subestación en estudio.

La ecuación para la distribución de las fuerzas es la 3.14:

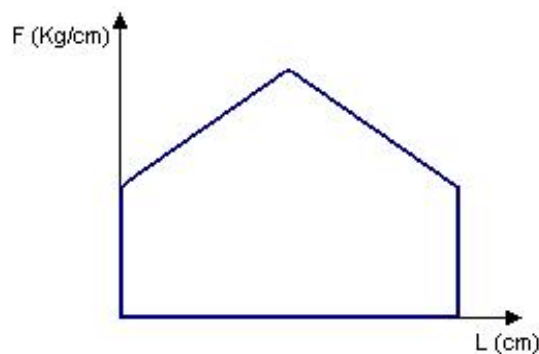
$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi a} \left[ \frac{b-l}{\sqrt{(b-l)^2 + a^2}} + \frac{l}{\sqrt{l^2 + a^2}} \right]$$

La curva típica de esta distribución de fuerzas es la siguiente:



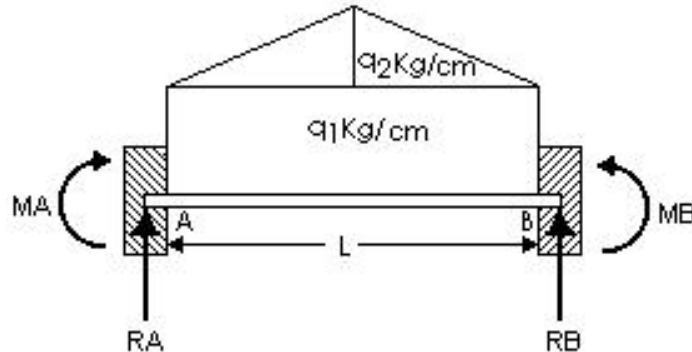
**Figura 3.28:** Curva de la distribución de fuerzas cuando las longitudes de las barras no son muy grandes con respecto a la separación entre las mismas

Para simplificar un poco los cálculos se aproxima la distribución a la siguiente forma:



**Figura 3.29:** Distribución de fuerzas aproximada cuando las longitudes de las barras no son muy grandes con respecto a la separación entre las mismas

Se considera a la barra como una viga doblemente empotrada, con dos secciones de carga tal como muestra la figura 3.30:



**Figura 3.30:** Viga doblemente empotrada, con dos secciones de carga

Como se trata de una distribución simétrica los momentos en ambos extremos son iguales. En la tabla 3.2 se observa que la distribución está compuesta de una distribución uniforme y otra triangular por lo que los momentos en los extremos serán igual a la suma de los momentos producidos por ambas distribuciones:

$$M_A = M_B = \frac{1}{12} q_1 L^2 + \frac{5}{96} q_2 L^2 \quad \text{ec. 3.37}$$

Como el momento resistente es:  $\omega_o = \frac{bh^2}{6}$  (b)

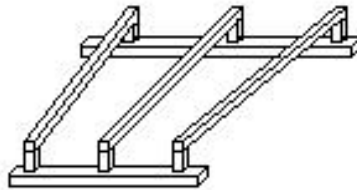
Reemplazando la ecuación 3.36 y (b) en la ecuación 3.33 se obtiene la tensión máxima:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{M_o}{\omega_o} = \frac{\left( \frac{1}{2} q_1 + \frac{5}{16} q_2 \right) L^2}{bh^2}$$

Como el valor de  $\sigma_{\text{máx}}$  depende del material de la barra y las fuerzas  $q_1$  y  $q_2$  por unidad de longitud son datos conocidos, la longitud máxima será la siguiente:

$$L = \sqrt{\frac{bh^2\sigma_{\max}}{\left(\frac{1}{2}q_1 + \frac{5}{16}q_2\right)}} \text{ cm.} \quad \text{ecuación 3.38}$$

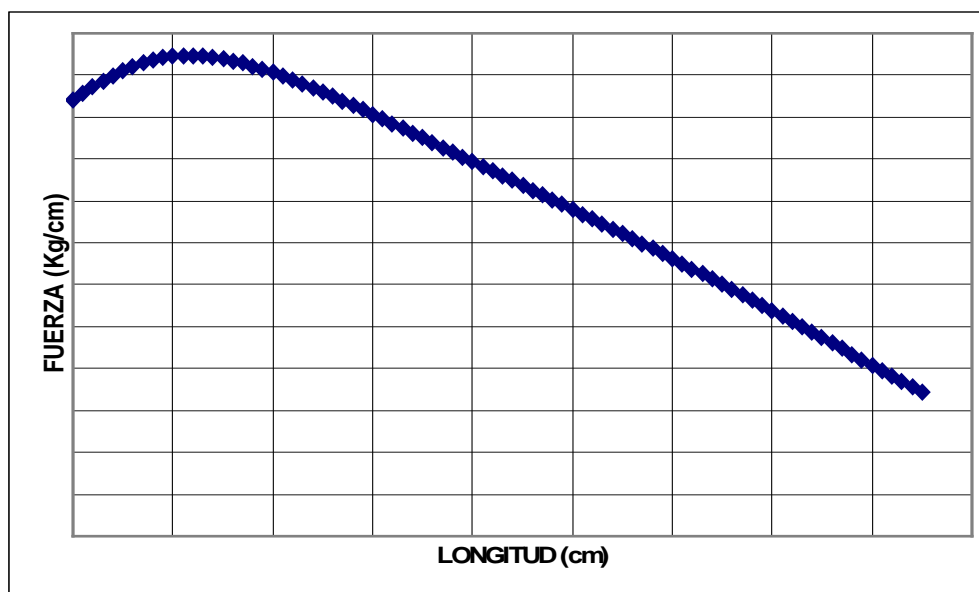
El **segundo caso** se presenta cuando las barras están colocadas de la forma que se analizó en las secciones 3.5 y 3.9:



**Figura 3.18 (r)**

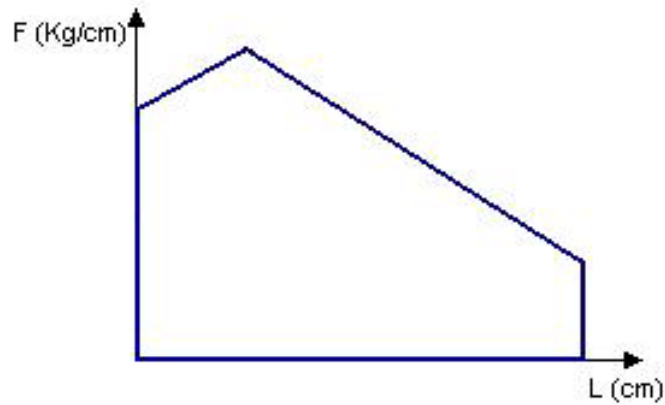
Como la distancia entre las barras varía a lo largo de la longitud de las mismas, las distribuciones de fuerzas que se presentaran entre ellas varían desde un valor mínimo cuando se tiene la mayor distancia hasta un valor máximo que se presenta cuando la distancia entre ellas es la mínima.

La distribución de fuerzas que se presentara esta mostrada en la figura 3.31:

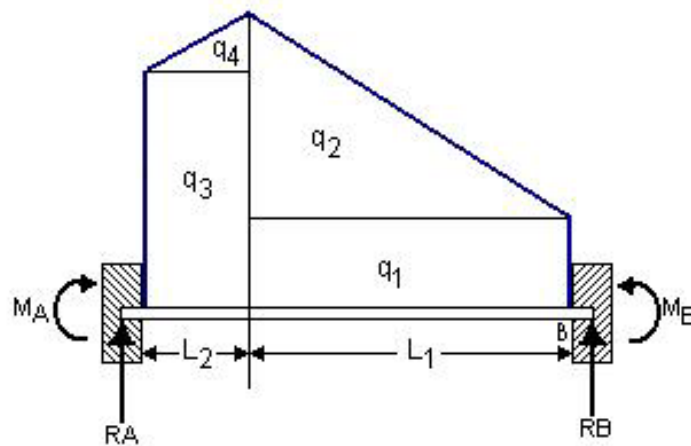


**Figura 3.31:** Curva típica de la distribución de fuerzas cuando los conductores no son paralelos

La distribución práctica bastante aproximada que se utiliza con el objeto de simplificar un poco los cálculos es la siguiente:



**Figura 3.32:** Distribución de fuerzas aproximada cuando los conductores no son paralelos. Se considera a la barra como una viga doblemente empotrada, con dos secciones de carga tal como muestra la figura 3.33. Para encontrar los momentos en los extremos se aplica el método del área de momentos descrito en la sección 3.10.4.b. para lo cual se divide la sección en dos partes.

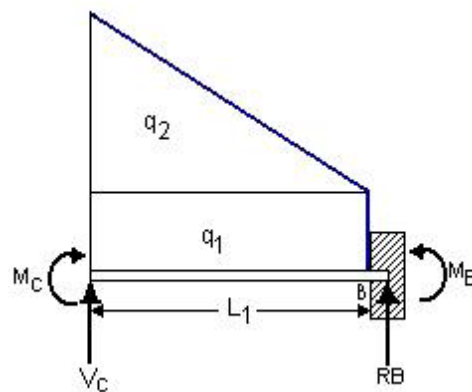


**Figura 3.33:** Viga doblemente empotrada, con distribución de fuerzas no uniforme producida cuando los conductores no son paralelos

Se aplica el método para determinar la distribución de fuerza para vigas empotradas en ambos extremos descrito en la sección 3.10.4.b

Primero se divide la distribución de fuerzas en dos partes considerando que la primera parte esta conformada por las cargas  $q_3$  y  $q_4$  mientras que la otra esta conformada por la cargas  $q_1$  y  $q_2$ .

Primero se hace el análisis con la sección que soporta las cargas  $q_1$  y  $q_2$ , como esta indicado en la figura 3.34:



**Figura 3.34:** Primera sección de análisis

Considerando como se dijo en la sección 3.10.4.b, que la variación total de pendiente es nula, por lo que aplicando el teorema I de las áreas de momentos y utilizando la tabla 3.4 se tiene:

$$EI\theta_{AB} = (\text{Area})_{AB} = 0$$

$$M_C L_1 + \frac{V_C L_1^2}{2} - \frac{q_1 L_1^3}{6} + \frac{q_2 L_1^3}{24} - \frac{q_2 L_1^3}{6} \quad (\text{a})$$

La desviación de B respecto a la tangente en A es nula y, por lo tanto, por el Teorema II de las áreas de momentos:

$$EI t_{B/A} = (\text{Area})_{AB} \cdot \bar{x}_B = 0$$

$$M_C \frac{L_1^2}{2} + \frac{V_C L_1^3}{6} - \frac{q_1 L_1^4}{24} + \frac{q_2 L_1^4}{120} - \frac{q_2 L_1^4}{24} \quad (\text{b})$$

Resolviendo el sistema (a), y (b) se tiene finalmente que:

$$V_C = \frac{7}{20} q_2 L_1 + \frac{1}{2} q_1 L_1 \quad (c)$$

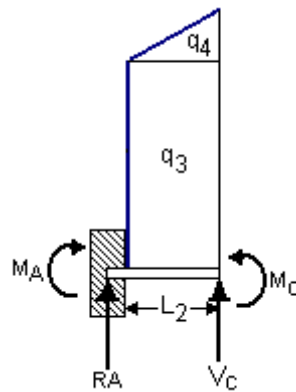
$$M_C = -\frac{1}{20} q_2 L_1^2 - \frac{1}{12} q_1 L_1^2 \quad (d)$$

Para encontrar  $M_B$  se aplica la ecuación para momentos flectores, es decir:

$\Sigma M_{izq} = M_B$  de lo que se obtiene:

$$M_B = -\frac{1}{30} q_2 L_1^2 - \frac{1}{12} q_1 L_1^2 \quad (e)$$

Para encontrar el momento en el extremo izquierda se considera la otra sección (figura 3.35):



**Figura 3.35:** Segunda sección de análisis

En donde el momento  $M_A$  será igual a:

$$M_A = \left( \frac{1}{12} q_1 + \frac{1}{20} q_2 \right) L_1^2 + \left( \frac{7}{20} q_2 + \frac{1}{2} q_1 \right) L_1 L_2 + \left( \frac{1}{2} q_3 + \frac{1}{3} q_4 \right) L_2^2 \quad \text{ec.3.39}$$

Y como es mayor que  $M_B$ , es el que se utilizara.

Como el momento resistente de acuerdo a la tabla 3.3 es:

$$\omega_o = \frac{bh^2}{6} \quad (b)$$

Reemplazando la ecuación 3.38 y (b) en la ecuación 3.32 se obtiene la tensión máxima:

$$\sigma_{\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}} = \frac{M_o}{\omega_o} = \frac{1}{bh^2} \left[ \left( \frac{1}{2}q_1 + \frac{3}{10}q_2 \right) L_1^2 + \left( \frac{21}{10}q_2 + 3q_1 \right) L_1 L_2 + (3q_3 + 4q_4) L_2^2 \right] \text{ ec.3.40}$$

Como el valor de  $\sigma_{\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}}$  depende del material de la barra y de las fuerzas  $q_1$  y  $q_2$  que son datos conocidos, se puede comprobar que con la longitud escogida no se sobrepase la tensi3n m\acute{a}xima que soporta el conductor.

### 3.11.2.- Determinaci3n de la longitud m\acute{a}xima permisible entre apoyos en barras cil\ndricas

Para este tipo de barras el tipo de montaje que se utiliza puede ser con los aisladores tipo poste en ambos extremos, aisladores tipo cadena en ambos extremos o aisladores tipo poste en un extremo y en el otro extremo aislador tipo cadena.

#### 3.11.2.a.-Esfuerzos permisibles cuando la sujeci3n en ambos extremos es tipo poste

-Determinaci3n de la longitud m\acute{a}xima permisible entre apoyos cuando la carga esta uniformemente distribuida:

La configuraci3n que se utiliza fue mostrada en la figura 3.27:

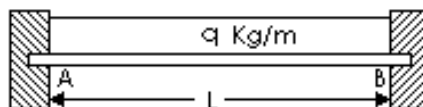
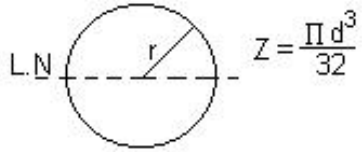


Figura 3.27 (r)

El momento flexionante m\acute{a}ximo se lo obtiene de la tabla 3.1 y es:

$$M_o = \frac{qL^2}{12} \quad (a)$$

El momento resistente para este tipo de barra de acuerdo a la tabla 3.3 es:

	$\omega_o = \frac{\pi D^3}{32} \quad (b)$
---	---

Reemplazando (a) y (b) en la ecuación 3.32 la tensión máxima será:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{M_o}{\omega_o} = \frac{8qL^2}{3\pi D^3} \text{ Kg.}$$

Como el valor de  $\sigma_{\text{máx}}$  depende del material de la barra y la fuerza por unidad de longitud es un dato conocido, la longitud máxima de la barra entre apoyos es la siguiente:

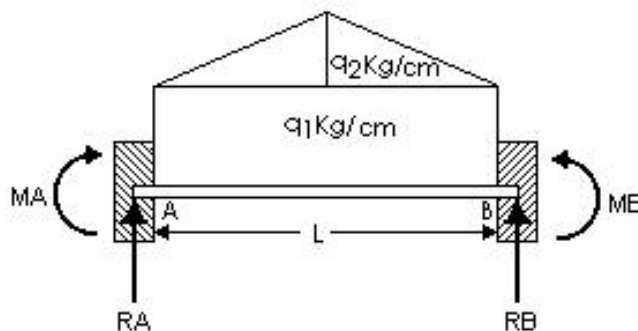
$$L = \sqrt{\frac{3\pi D^3 \sigma_{\text{máx}}}{8q}} \text{ cm.} \quad \text{ecuación 3.41}$$

**-Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos cuando la carga no se distribuye uniformemente:**

Se analizan los dos casos indicados en la sección 3.11.1.b:

El **primer caso** que se analiza se presenta cuando las longitudes de las barra no son muy grandes con respecto a la separación entre las mismas.

La distribución de las fuerzas considerada fue mostrada en la figura 3.30:



**Figura 3.30 (r)**



Los momentos máximos en los extremos están dados por la ecuación 3.37:

$$M_A = M_B = \frac{1}{12}q_1L^2 + \frac{5}{96}q_2L^2$$

El momento resistente para este tipo de barra de acuerdo a la tabla 3.3 es:

$$\omega_o = \frac{\pi D^3}{32} \quad (b)$$

Reemplazando la ec. 3.36 y (b) en la ecuación 3.32 la tensión máxima será:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{L^2}{3\pi D^3} [8q_1 + 5q_2] \quad (\text{Kg.})$$

Entonces la longitud máxima entre soportes en función de la  $\sigma_{\text{máx}}$  es:

$$L = \sqrt{\frac{3\pi D^3 \sigma_{\text{máx.}}}{[8q_1 + 5q_2]}} \quad \text{cm.} \quad \text{ecuación 3.42}$$

Analizando el **segundo caso** que se presento en la sección 3.11.1.b cuando las barras están colocadas de la forma que fue mostrada en la Fig. 3.17:

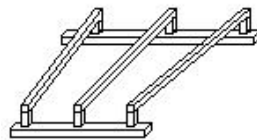


Figura 3.17 (r)

La distribución de fuerzas que se considera para esta configuración de barras fue mostrada en la figura 3.33:

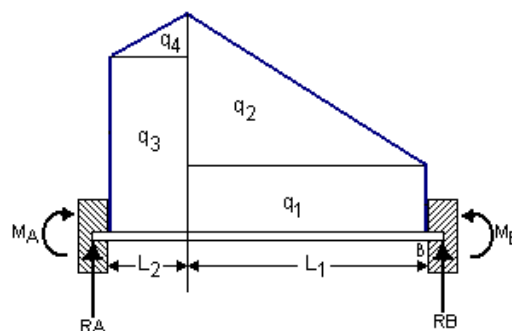


Figura 3.33 (r)

El momento máximo esta dado por la ecuación 3.39.

$$M_A = \left( \frac{1}{12} q_1 + \frac{1}{20} q_2 \right) L_1^2 + \left( \frac{7}{20} q_2 + \frac{1}{2} q_1 \right) L_1 L_2 + \left( \frac{1}{2} q_3 + \frac{1}{3} q_4 \right) L_2^2$$

Como el momento resistente para este tipo de barras de acuerdo a la tabla 3.3 es:

$$\omega_o = \frac{\pi D^3}{32} \quad (b)$$

Reemplazando la ecuación 3.39 y (b) en la ecuación 3.33 se obtiene la tensión máxima:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{1}{\pi D^3} \left[ \left( \frac{8}{3} q_1 + \frac{8}{5} q_2 \right) L_1^2 + \left( \frac{56}{5} q_2 + 16 q_1 \right) L_1 L_2 + \left( 16 q_3 + \frac{32}{3} q_4 \right) L_2^2 \right] \quad \text{ec.3.43}$$

Como el valor de  $\sigma_{\text{máx}}$  depende del material de la barra y las fuerzas  $q_1$  y  $q_2$  son datos conocidos, se puede comprobar que con la longitud escogida no se sobrepase la tensión máxima que soporta el conductor.

### 3.11.2.b.- Esfuerzos permisibles cuando la sujeción en ambos extremos es de tipo cadena:

**-Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos cuando la carga esta uniformemente distribuida:**

La configuración considerada esta mostrada en la figura 3.36



**Figura 3.36:** Barra estáticamente determinada con distribución uniforme de carga

El momento flexionante máximo se lo obtiene de la tabla 3.1 y es:

$$M_o = \frac{qL^2}{8} \quad (a)$$

El momento resistente para este tipo de barra de acuerdo a la tabla 3.3 es:

$$\omega_o = \frac{\pi D^3}{32} \quad (b)$$

Reemplazando (a) y (b) en la ecuación 3.32 la tensión máxima será:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{M_o}{\omega_o} = \frac{4qL^2}{\pi D^3} \quad (\text{Kg.})$$

Por lo tanto la longitud máxima entre soportes de la barra es la siguiente:

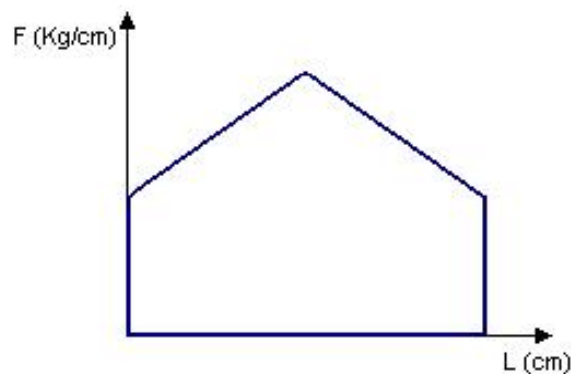
$$L = \sqrt{\frac{\pi D^3 \sigma_{\text{máx}}}{4q}} \quad \text{cm.} \quad \text{ecuación 3.44}$$

**-Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos cuando la carga no se distribuye uniformemente:**

Se analizan los dos casos que se presentaron en la sección 3.11.1.b, pero con la diferencia de que la viga no se la considera empotrada en los extremos sino que se la considera sujeta por articulaciones en los extremos por lo que será estáticamente determinada.

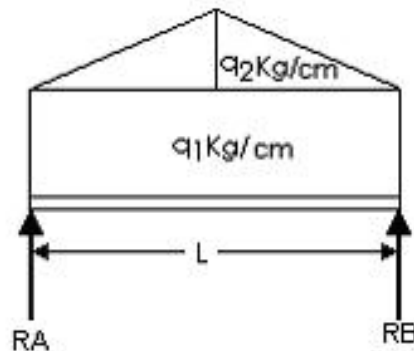
El **primer caso** que se analiza se presenta cuando las longitudes de las barras no son muy grandes con respecto a la separación.

La curva típica de esta distribución de fuerzas fue mostrada en la Fig. 3.29:



**Figura 3.29(r)**

Se considera a la barra como una viga sujeta por articulaciones, con dos secciones de carga tal como muestra la figura 3.37:



**Figura 3.37:** Barra estáticamente determinada con dos secciones de carga

Como se trata de una distribución simétrica los momentos en ambos extremos son iguales, en la tabla 3.1 se observa que la distribución está compuesta de una distribución uniforme y otra triangular por lo que los momentos en los extremos serán la suma de los momentos producidos por ambas distribuciones:

$$M_A = M_B = \frac{q}{12} L^2 + \frac{q}{8} L^2 \Rightarrow \boxed{M_A = M_B = \frac{5}{24} q L^2} \text{ ec.3.45}$$

El momento resistente para este tipo de barra de acuerdo a la tabla 3.3 es:

$$\omega_o = \frac{\pi D^3}{32} \quad (b)$$

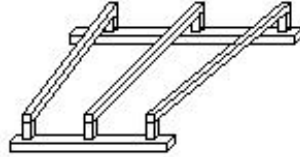
Reemplazando la ecuación 3.45 y (b) en la ec. 3.33, la tensión máxima es:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{M_o}{\omega_o} = \frac{40}{3} \frac{q L^2}{\pi D^3} \quad (\text{Kg.})$$

Como el valor de  $\sigma_{\text{máx}}$  depende del material de la barra y la fuerza es un dato conocido, la longitud máxima entre soportes de la barra es la siguiente:

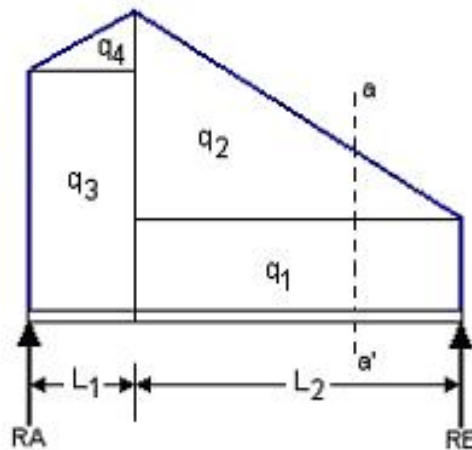
$$\boxed{L = \sqrt{\frac{3\pi D^3 \sigma_{\text{máx}}}{40q}} \text{ cm.}} \quad \text{ecuación 3.46}$$

El **segundo caso** se presentó en la sección 3.11.1.b y es cuando las barras están colocadas de la forma que fue mostrada en la figura 3.17:



**Figura 3.17 (r)**

La distribución de fuerzas que se considera para esta configuración de barras se muestra en la figura 3.38:



**Figura 3.38:** Distribución de fuerzas aproximada para barras cuando no son paralelas

Como esta distribución de cargas es especial, se aplica el método descrito en la sección 3.10.4.a:

Primero se calcula la reacción  $R_A$ , la cual es igual a:

$$R_A = \frac{1}{L_1 + L_2} \left[ q_4 \left( L_1 + \frac{1}{3} L_2 \right) + q_3 \left( L_1 + \frac{1}{2} L_2 \right) + \frac{1}{2} q_1 L_1 + \frac{2}{3} q_2 L_1 \right] \quad (a)$$

Luego se calculan los momentos flectores a la izquierda del corte a-a':

$$\begin{aligned} \sum M = R_A X - q_3 L_2 \left( X - \frac{L_2}{2} \right) - \frac{q_4 L_2}{2} \left( X - \frac{2L_2}{3} \right) - \frac{q_1}{2} (X - L_2)^2 \\ - \frac{q_2}{2} (X - L_2)^2 + \frac{q_2}{6L_1} (X - L_2)^3 \end{aligned}$$

El punto donde se presenta el momento flector máximo se lo encuentra derivando la expresión anterior con respecto a X e igualándola a cero:

$$X_{12} = \frac{L_1}{q_2} \left[ \frac{q_1 L_1 + (L_1 + L_2) q_2}{L_1} \pm \sqrt{\frac{(q_1 L_1 + (L_1 + L_2) q_2)^2}{L_1^2} - \frac{2q_2}{L_1} \mu} \right]$$

En donde  $\mu = R_A - q_3 L_2 - \frac{1}{2} q_4 L_2 + q_1 L_2 + \frac{1}{2 L_1} q_2 L_2^2$  y  $R_A$  esta dado por la ecuación (a).

Sustituyendo el mayo valor de  $X_{12}$  en la ecuación para la suma de momentos flectores se obtiene el momento flector máximo:

$$M_{\text{máx}} = \left( \frac{q_3}{2} + \frac{q_4}{3} \right) L_2^2 + \left( R_1 - q_3 L_2 - \frac{q_2 L_2}{2} \right) X - \frac{q_1 + q_2}{2} (X - L_2)^2 + \frac{q_2}{6 L_1} (X - L_2)^3 \quad .3.47$$

El momento resistente para este tipo de barra de acuerdo a la tabla 3.3 es:

$$\omega_o = \frac{\pi D^3}{32} \quad (b)$$

Reemplazando la ecuación 3.47 y (b) en la ecuación 3.33, se obtiene la tensión máxima:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{32}{\pi D^3} \left[ \left( \frac{q_3}{2} + \frac{q_4}{3} \right) L_2^2 + \left( R_1 - q_3 L_2 - \frac{q_2 L_2}{2} \right) X - \frac{q_1 + q_2}{2} (X - L_2)^2 + \frac{q_2}{6 L_1} (X - L_2)^3 \right]$$

Kg.

ecuación 3.48

Como el valor de la  $\sigma_{\text{máx}}$ . depende del material de la barra y las fuerzas  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$  y  $q_4$  son datos conocidos, se puede comprobar que con la longitud escogida no se sobrepase la tensión máxima que soporta el conductor.

### 3.11.3.- Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos en barras tubulares

Para este tipo de barras el tipo de montaje que se analizara es con los aisladores tipo poste en ambos extremos.

#### 3.11.3.a.- Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos cuando la carga esta uniformemente distribuida:

La configuración es la mostrada en la figura 3.27:

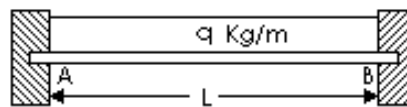


Figura 3.27(r)

El momento flexionante máximo se lo obtiene de la tabla 3.2 y es:

$$M_o = \frac{qL^2}{12} \quad (a)$$

El momento resistente para este tipo de barra de acuerdo a la tabla 3.3 es:

<p style="text-align: center;"><math>Z = \frac{\pi}{4R}(R^4 - r^4)</math></p>	$\omega_o = \frac{\pi(R^4 - r^4)}{4R} \quad (b)$
---	--

Reemplazando (a) y (b) en la ecuación 3.27 se obtiene la tensión máxima:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{M_o}{\omega_o} = \frac{qRL^2}{3\pi(R^4 - r^4)} \quad (\text{Kg.})$$

La longitud máxima de la barra entre apoyos es la siguiente:

$$L = \sqrt{\frac{3\pi(R^4 - r^4)\sigma_{\text{máx}}}{Rq}} \quad \text{cm.} \quad \text{ecuación 3.49}$$

### 3.11.3.b.- Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos cuando la carga no se distribuye uniformemente:

Se analizan los dos casos indicados en la sección 3.11.1.b:

El **primer caso** que se analiza se presenta cuando las longitudes de las barra no son muy grandes con respecto a la separación entre las mismas.

La distribución de las fuerzas considerada fue mostrada en la figura 3.30:

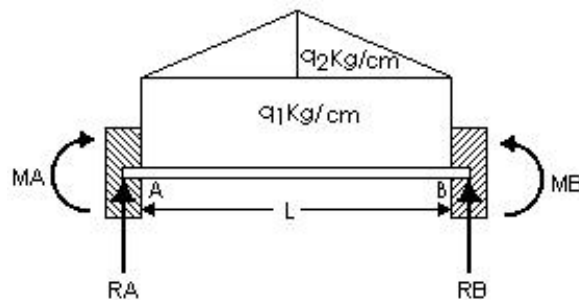


Figura 3.30 (r)

Los momentos máximos en los extremos están dados por la ecuación 3.37:

$$M_A = M_B = \frac{1}{12} q_1 L^2 + \frac{5}{96} q_2 L^2$$

El momento resistente para este tipo de barra de acuerdo a la tabla 3.3 es:

$$\omega_o = \frac{\pi(R^4 - r^4)}{4R} \quad (b)$$

Remplazando la ec. 3.37 y (b) en la ec. 3.33 se obtiene la tensión máxima:

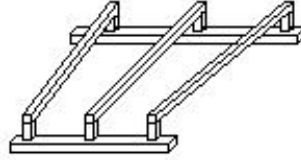
$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{[8q_1 + 5q_2]RL^2}{24\pi(R^4 - r^4)} \quad (\text{Kg.})$$

Entonces la longitud máxima entre soportes en función de la \$\sigma\_{\text{máx.}}\$ es:

$$L = \sqrt{\frac{24\pi\sigma_{\text{máx.}}(R^4 - r^4)}{[8q_1 + 5q_2]R}} \quad \text{cm.} \quad \text{ecuación 3.50}$$

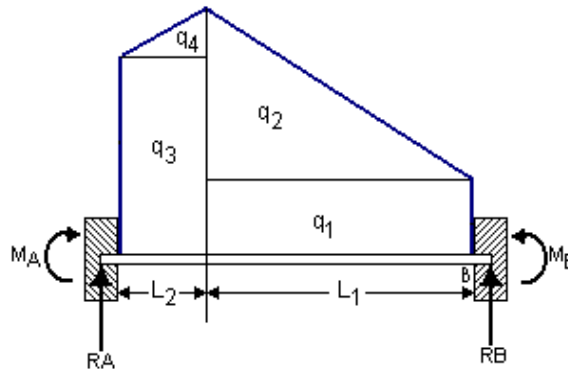


Analizando ahora el **segundo caso** que se presentó en la sección 3.11.1.b cuando las barras están colocadas de la forma que fue mostrada en la figura 3.17:



**Figura 3.17 (r)**

La distribución de fuerzas que se considera para esta configuración de barras fue mostrada en la figura 3.33:



**Figura 3.33 (r)**

El momento máximo está dado por la ecuación 3.39.

$$M_A = \left( \frac{1}{12} q_1 + \frac{1}{20} q_2 \right) L_1^2 + \left( \frac{7}{20} q_2 + \frac{1}{2} q_1 \right) L_1 L_2 + \left( \frac{1}{2} q_3 + \frac{1}{3} q_4 \right) L_2^2$$

El momento resistente para este tipo de barras de acuerdo a la tabla 3.3 es:

$$\omega_o = \frac{\pi(R^4 - r^4)}{4R} \quad (b)$$

Reemplazando la ecuación 3.39 y (b) en la ecuación 3.32 se obtiene la tensión máxima:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{R}{\pi(R^4 - r^4)} \left[ \left( \frac{1}{3} q_1 + \frac{1}{5} q_2 \right) L_1^2 + \left( \frac{7}{5} q_2 + 2q_1 \right) L_1 L_2 + \left( 2q_3 + \frac{4}{3} q_4 \right) L_2^2 \right] \quad \text{ec. 3.51}$$

Como el valor de  $\sigma_{\text{máx.}}$  depende del material de la barra y las fuerzas  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ , y  $q_4$  son datos conocidos, se puede comprobar que con la longitud escogida no se sobrepase la tensión máxima que soporta el conductor.

### 3.11.4.- Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos en barras tipo U.

Para este tipo de barras el montaje que se analiza es con los aisladores tipo poste en ambos extremos.

#### 3.11.4.a.-Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos cuando la carga esta uniformemente distribuida:

La configuración es la mostrada en la figura 3.27:

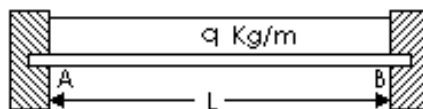


Figura 3.27(r)

El momento flexionante máximo se lo obtiene de la tabla 3.1 y es:

$$M_o = \frac{qL^2}{12} \quad (a)$$

El momento resistente para este tipo de barra de acuerdo a la tabla 3.3 es:

	$\omega_o = \frac{BH^3 - bh^3}{6H} \quad (b)$
--	---

Reemplazando (a) y (b) en la ecuación 3.33, se obtiene la tensión máxima:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{M_o}{\omega_o} = \frac{qHL^2}{2(BH^3 - bh^3)} \quad (\text{Kg.})$$

Como el valor de  $\sigma_{\text{máx.}}$  depende del material de la barra y la fuerza  $q$  es un dato conocido, la longitud máxima de la barra entre apoyos es la siguiente:

$$L = \sqrt{\frac{2\sigma_{\text{máx}} (BH^3 - bh^3)}{Hq}} \text{ cm. ecuación 3.52}$$

### 3.11.4.b.- Determinación de la longitud máxima permisible entre apoyos cuando la carga no se distribuye uniformemente:

Se analizarán los dos casos indicados en la sección 3.11.1.b:

El **primer caso** que se analiza se presenta cuando las longitudes de las barra no son muy grandes con respecto a la separación entre las mismas.

La distribución de las fuerzas considerada fue mostrada en la figura 3.30:

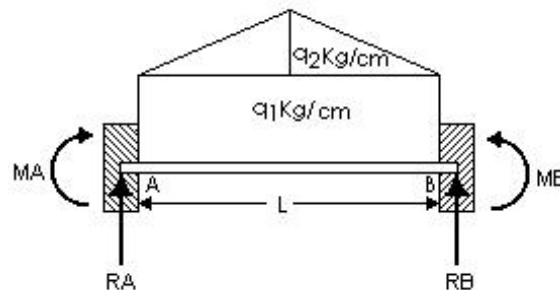


Figura 3.30 (r)

Los momentos máximos en los extremos están dados por la ecuación 3.37:

$$M_A = M_B = \frac{1}{12} q_1 L^2 + \frac{5}{96} q_2 L^2$$

El momento resistente para este tipo de barra de acuerdo a la tabla 3.3 es:

$$\omega_o = \frac{BH^3 - bh^3}{6H} \quad (b)$$

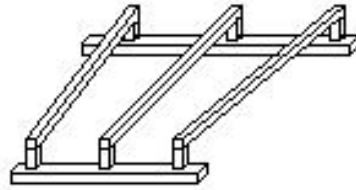
Remplazando la ec. 3.37 y (b) en la ecuación 3.33 la tensión máxima será:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{HL^2 [8q_1 + 5q_2]}{16(BH^3 - bh^3)} \text{ (Kg.)}$$

Por tanto la longitud máxima entre soportes en función de la  $\sigma_{\text{máx.}}$  es:

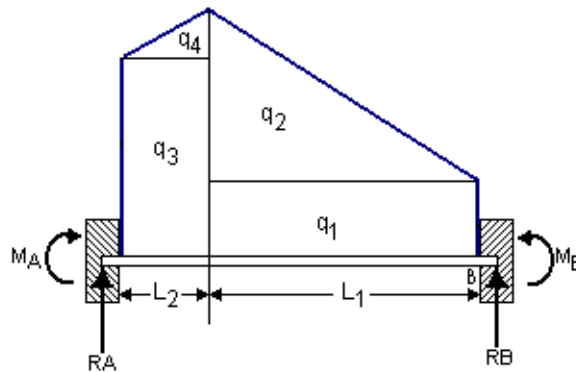
$$L = \sqrt{\frac{16\sigma_{\text{máx.}}(BH^3 - bh^3)}{H[8q_1 + 5q_2]}} \text{ cm.} \quad \text{ecuación 3.53}$$

El **segundo caso** que se presentó en la sección 3.11.1.b se da cuando las barras están colocadas de la forma que fue mostrada en la figura 3.17:



**Figura 3.17 (r)**

La distribución de fuerzas que se considera para esta configuración de barras fue mostrada en la figura 3.33:



**Figura 3.33 (r)**

El momento máximo esta dado a partir de la ecuación 3.39.

$$M_A = \left( \frac{1}{12}q_1 + \frac{1}{20}q_2 \right) L_1^2 + \left( \frac{7}{20}q_2 + \frac{1}{2}q_1 \right) L_1 L_2 + \left( \frac{1}{2}q_3 + \frac{1}{3}q_4 \right) L_2^2$$

Como el momento resistente para este tipo de barras de acuerdo a la tabla 3.3 es:

$$\omega_o = \frac{BH^3 - bh^3}{6H} \quad (b)$$

Reemplazando la ecuación 3.38 y (b) en la ecuación 3.32 se obtiene la tensión máxima:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{H}{(BH^3 - bh^3)} \left[ \left( \frac{1}{2}q_1 + \frac{3}{10}q_2 \right) L_1^2 + \left( \frac{21}{10}q_2 + 3q_1 \right) L_1 L_2 + (3q_3 + 2q_4) L_2^2 \right]$$

ec. 3.54

Como el valor de  $\sigma_{\text{máx}}$  depende del material de la barra y las fuerzas  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ , y  $q_4$  son datos conocidos, se puede comprobar que con la longitud escogida no se sobrepase la tensión máxima que soporta el conductor.

### 3.12.-Esfuerzos que soportan los aisladores debido a las fuerzas electrodinámicas

En esta sección se determinan la fuerza y el momento máximo que soporta cada aislador debido a la distribución de fuerzas electrodinámicas en las barras.

#### 3.12.1.- Esfuerzos en los aisladores cuando la distribución de fuerzas es uniforme:

La configuración ya ha sido mostrada en la figura 3.27:

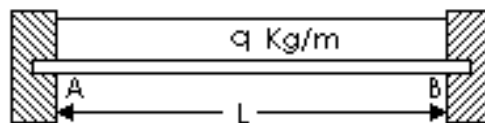
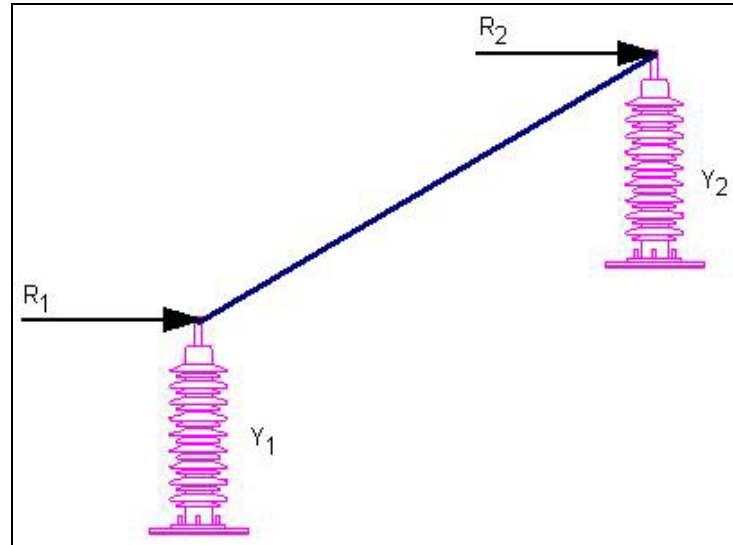


Figura 3.27 (r)

La figura 3.39 muestra dos aisladores tipo poste de longitudes Y1 y Y2, la fuerza que soportan cada aislador es R1 y R2.

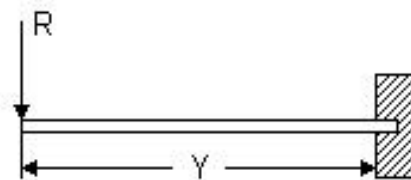
Como la distribución de fuerzas es simétrica:

$$R_1 = R_2 = \frac{qL}{2} \quad \text{ecuación 3.55}$$



**Figura 3.39:** Reacciones en aisladores tipo poste debido a la acción de fuerzas

Para encontrar el momento máximo que soporta cualquier aislador tipo poste se representa al aislador como una barra empotrada en un extremo y que soporta una carga  $R$  en el otro extremo como esta mostrado en la figura 3.40:



**Figura 3.40:** Representación del aislador como una viga en mensula

El momento máximo es entonces:

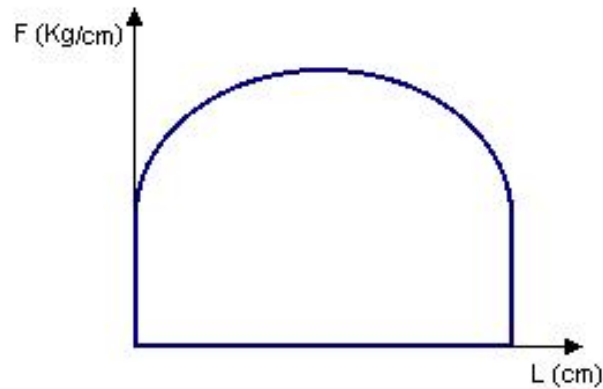
$$\boxed{M_{\text{máx}} = R * Y \text{ [Kg.cm]}} \text{ ec. 3.56}$$

### 3.12.2.- Esfuerzos en los aisladores cuando la distribución de fuerzas no es uniforme:

Se analizaran los dos casos vistos anteriormente:

El **primer caso** que se analiza se presenta cuando las longitudes de las barra no son muy grandes con respecto a la separación entre las mismas

La curva típica de esta distribución de fuerzas es la mostrada en la figura 3.28:



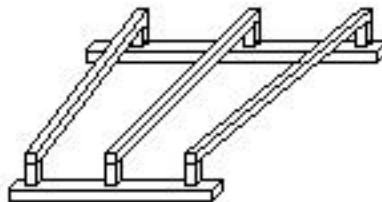
**Figura 3.28 (r)**

Como es una distribución simétrica la fuerza que soporta cada aislador es la mitad de la fuerza total, la misma que es determinada a partir de la ecuación 3.24.

$$F_{\text{máx}} = 13.22 \frac{I_{cc}^2 \left[ \sqrt{L^2 + d^2} - d \right]}{d} * 10^{-8} \text{ Kg.}$$

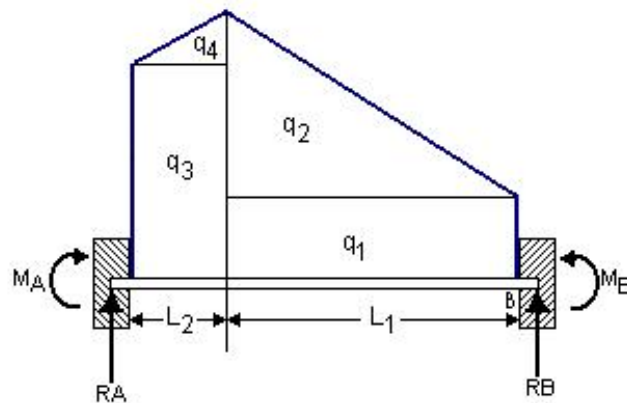
$$R_1 = R_2 = 6.61 \frac{I_{cc}^2 \left[ \sqrt{L^2 + d^2} - d \right]}{d} * 10^{-8} \text{ Kg.} \text{ ec. 3.57}$$

El **segundo caso** se presenta cuando las barras están colocadas de la forma mostrada en la figura 3.17:



**Figura 3.17 (r)**

La distribución práctica bastante aproximada que se utiliza con el objeto de simplificar un poco los cálculos fue mostrada en la figura 3.33:



**Figura 3.33(r)**

Las reacciones, determinadas continuando con el proceso de cálculo seguido en la sección 3.11.1.b para determinar la distribución de fuerzas para vigas empotradas en ambos extremos descritos en la sección 3.10.4.b que utiliza la llamada área de los momentos son:

$$R_A = \frac{1}{2} q_4 L_2 + q_3 L_2 + \frac{7}{20} q_2 L_1 + \frac{1}{2} q_1 L_1 \quad \text{ec. 3.58}$$

$$R_B = \frac{3}{20} q_2 L_1 + \frac{1}{2} q_1 L_1 \quad \text{ec. 3.59}$$

En donde  $R_A$  es la fuerza que actúa sobre el aislador ubicado donde existe mayor separación entre barras y  $R_B$  es la fuerza que actúa sobre el aislador ubicado donde existe menor separación entre barras.

### **3.13.- Aplicación del estudio de los esfuerzos electrodinámicos a las barras y aisladores de la subestación CEIBOS.**

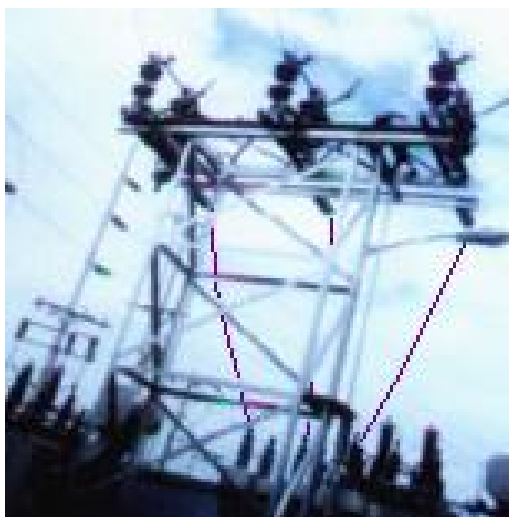
Primero se calculara la distribución de fuerzas y se graficara su curva, luego se determinara la fuerza total que soporta cada barra en función de la corriente de cortocircuito, la longitud de las mismas y la separación entre



ellas, si ocurriese una falla de fases a fase que es la que produce los máximos esfuerzos de acuerdo con lo analizado en la sección 3.8.

Luego se verificara si la longitud del conductor es menor a la longitud máxima admisible que puede tener el mismo en función de la corriente de cortocircuito y de la tensión máxima que puede soportare el material sin llegar a la ruptura.

**3.13.1- Cálculo de la distribución de fuerzas, de la fuerza total y verificación de la longitud máxima de las barras que van del seccionador de 69 KV. Al interruptor SF<sub>6</sub>.**

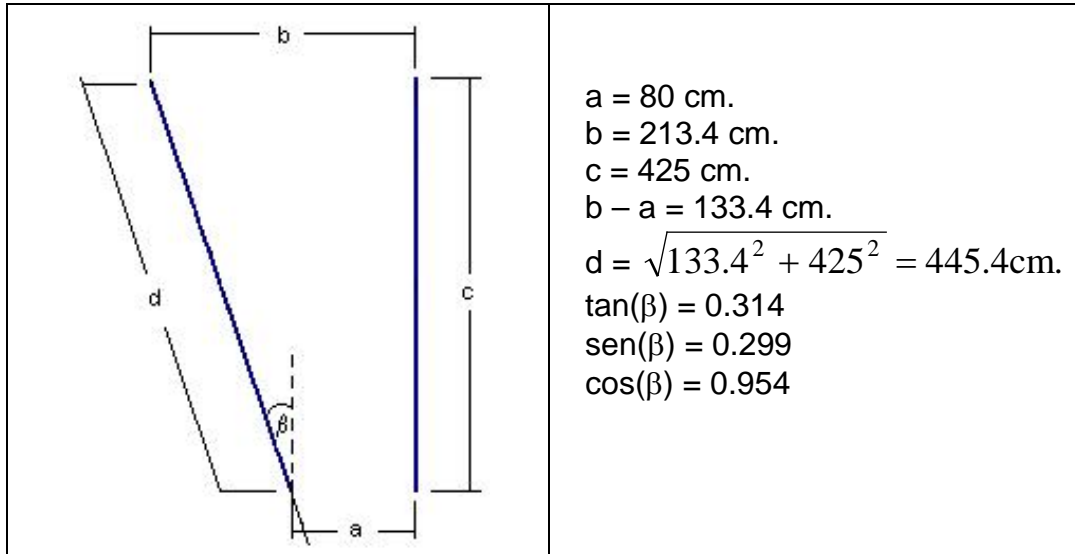


**Figura 3.41:** Barras que van del seccionador de 69 KV. Al interruptor SF<sub>6</sub>.

Los datos son los siguientes:

Tipo de barra: Cable (cilíndrica)	Menor dist. entre barras: 80 cm.
Material de la barra: Cobre.	Tensión resistente máx: 3860Kg/cm <sup>2</sup> .
Longitud: 470 cm.	I <sub>cc</sub> de fase a fase: 8469.74(A)
Mayor dist. entre barras: 213 cm.	Diámetro de la barra: 1.168 cm.
Tipo de sujeción: Aislad. Tipo Poste	

La disposición de las barras coincide con la analizada en las sec. 3.5 y 3.7:



La distribución de fuerzas de acuerdo a la sección 3.7 esta dada por la ecuación 3.26:

$$\frac{dF}{dy} = \frac{6.61I_{cc}^2}{\cos(\beta)(a + \tan(\beta)y)} \left\{ \frac{\cos(\beta)}{2\sqrt{(c-y)^2 + b^2}} \left[ (c-y) \left( 1 + \frac{1}{\cos^2 \beta} \right) + \tan \beta [b + a + \tan \beta y] \right] - \frac{b-a}{d} \frac{a}{\sqrt{a^2 + y^2}} - \frac{c}{d} \frac{y}{\sqrt{a^2 + y^2}} \right\} [\text{Kg/cm}]$$

Reemplazando los datos conocidos en la ecuación anterior y simplificándola, la ecuación para la distribución de fuerza es:

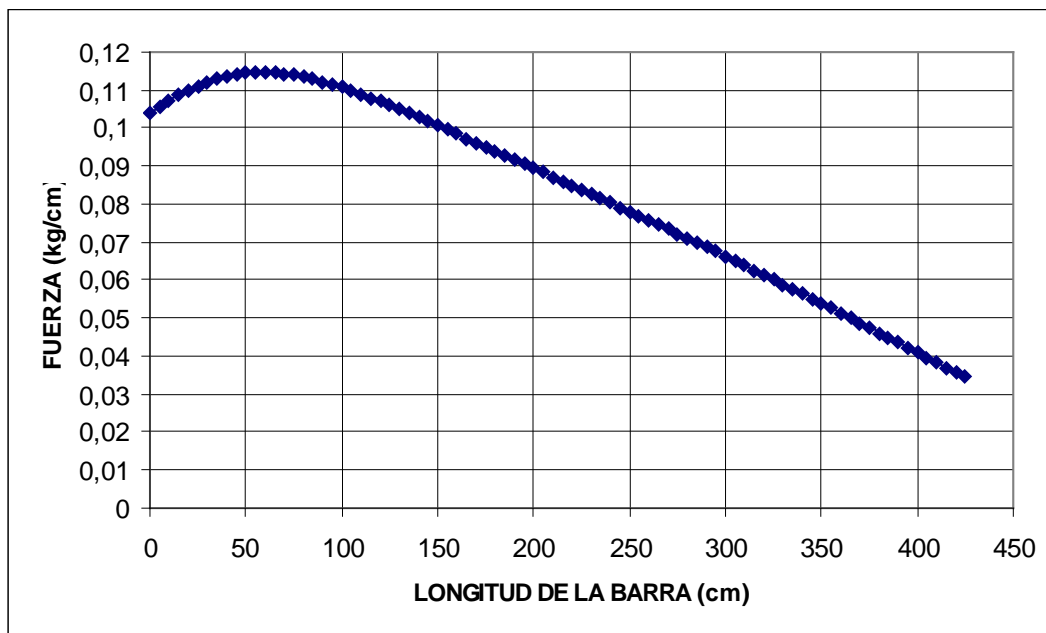
$$\frac{dF}{dy} = \frac{4.967}{80 + 0.314y} \left[ \frac{939 - 1.91y}{\sqrt{(425 - y)^2 + 45540}} - \frac{23.9 - 0.954y}{\sqrt{y^2 + 6400}} \right] (\text{Kg/cm}) \text{ (a)}$$

La curva de la distribución de fuerzas esta mostrada en la figura 3.42.

La fuerza total se la encuentra integrando la ecuación (a) entre 0 y la longitud máxima de la barra que es 425:

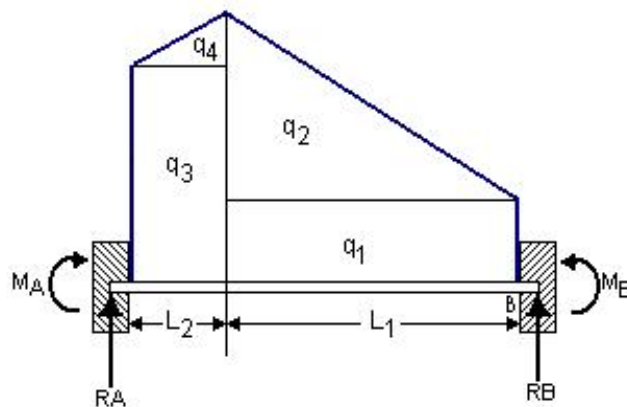
$$F_{\text{total}} = \int_0^{425} \frac{4.967}{80 + 0.314y} \left[ \frac{939 - 1.91y}{\sqrt{(425 - y)^2 + 45540}} - \frac{23.9 - 0.954y}{\sqrt{y^2 + 6400}} \right] dy$$

Resolviendo esta integral se obtiene la fuerza total:  $F_{\text{total}} = 35.36 \text{ (Kg.)}$



**Figura 3.42:** Curva de la distribución de fuerzas

La distribución aproximada utilizada de acuerdo a lo expresado en la sección 3.11.1.b es la que se mostró en la figura 3.33:



**Figura 3.33(r)**

En donde:

$q_1 = 0.0344 \text{ (kg/cm)}$	$q_3 = 0.1040 \text{ (kg/cm)}$	$L_1 = 365 \text{ (cm)}$
$q_2 = 0.0803 \text{ (kg/cm)}$	$q_4 = 0.0107 \text{ (kg/cm)}$	$L_3 = 60 \text{ (cm)}$

La fuerza total aproximada que se obtiene aplicando este método se la encuentra sumando las áreas de las cuatro secciones de carga:

$$F_{\text{total-aprox}} = q_1 L_2 + \frac{q_2 L_2}{2} + q_3 L_1 + \frac{q_4 L_1}{2}$$

Reemplazando los datos de carga y longitudes en la ecuación anterior la fuerza total aproximada es:

$$F_{\text{total-aprox}} = 33.77 \text{ [Kg]}$$

Para verificar si la longitud de la barra es adecuada para resistir los esfuerzos, se utiliza la ecuación 3.43 obtenida en la sección 3.11.2.a:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{1}{\pi D^3} \left[ \left( \frac{8}{3} q_1 + \frac{8}{5} q_2 \right) L_1^2 + \left( \frac{56}{5} q_2 + 16 q_1 \right) L_1 L_2 + \left( 16 q_3 + \frac{32}{3} q_4 \right) L_2^2 \right]$$

Sustituyendo los datos conocidos se determina la máxima tensión que soportara el conductor con esta longitud, en caso de presentarse este tipo de falla:

$$\sigma_{\text{máx.}} = 13482 \text{ Kg/cm}^2$$

Valor muy superior a los 3860 (Kg/cm<sup>2</sup>) que como máximo soporta el cobre.

**3.13.2.- Cálculo de la distribución de fuerzas, de la fuerza total y verificación de la longitud máxima de las barras que van del interruptor SF<sub>6</sub> a los pararrayos del lado de 69 Kv del transformador.**



**Figura 3.43:** Barras que van del interruptor SF<sub>6</sub> a los pararrayos del lado de 69 Kv del transformador

Los datos son los siguientes:

Tipo de barra: Cable (cilíndrica)	$I_{cc}$ de fase a fase: 8469.74(A)
Material de la barra: Cobre.	Diámetro de la barra: 1.168 cm.
<b>a</b> = Longitud de la barra = 328 cm	Tensión resistente máx: 3860Kg/cm <sup>2</sup>
<b>b</b> = Distancia entre barras: 80 cm.	Tipo de sujeción: Aislad. Tipo Poste

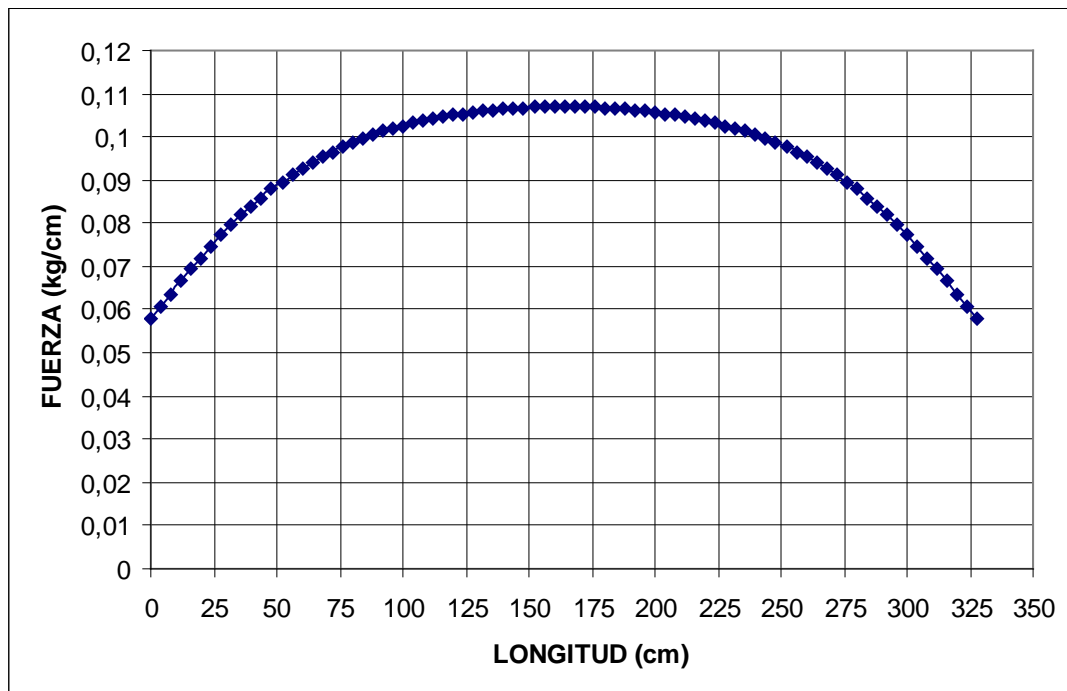
La distribución de fuerzas es encontrada aplicando la ecuación 3.25

$$\frac{dF}{dl} = 6.61 \frac{I_{cc}^2}{a} \left[ \frac{b-1}{\sqrt{(b-1)^2 + a^2}} + \frac{1}{\sqrt{l^2 + a^2}} \right] * 10^{-8} \text{ [Kg/cm]}$$

Reemplazando los datos conocidos en la ecuación anterior se obtiene la ecuación para la distribución de fuerza:

$$\frac{dF}{dl} = 0.0595 \left[ \frac{328-1}{\sqrt{(328-1)^2 + 6400}} + \frac{1}{\sqrt{l^2 + 6400}} \right] \text{ [Kg/cm]}$$

La curva de la distribución de fuerzas es la siguiente:



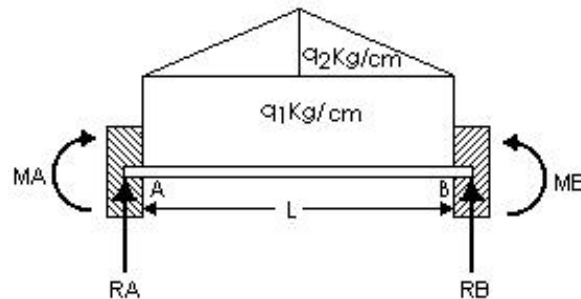
**Figura 3.44:** Curva de la distribución de fuerzas de las barras que van del interruptor SF<sub>6</sub> a los pararrayos del lado de 69 Kv del transformador

La fuerza total máxima que soporta esta barra esta dada por la ec. 3.24:

$$F_{\text{máx}} = 13.22 \frac{I_{cc}^2 \left[ \sqrt{a^2 + b^2} - b \right]}{b} * 10^{-8}; \text{ Kg.}$$

Reemplazando los datos conocidos en la ecuación 3.25 obtenemos la fuerza total que soporta la barra:  **$F_{\text{total}} = 30.54 \text{ Kg.}$**

La distribución aproximada que se utiliza de acuerdo a lo expresado en la sección 3.11.1.b **parte a** es la mostrada en la figura 3.30:



**Figura 3.30 (r)**

En donde:  $q_1 = 0.058 \text{ (Kg/cm)}$  y  $q_2 = 0.049 \text{ (Kg/cm)}$ .

La fuerza total máxima que se obtiene con esta distribución es:

$$F_{\text{total-aprox}} = q_1 L + \frac{q_2 L}{2} = 27.06 \text{ [Kg]}$$

La longitud máxima que puede tener el conductor sabiendo que la tensión de ruptura del cobre es de  $3860 \text{ (Kg/cm}^2\text{)}$  es obtenida utilizando la ec. 3.42:

$$L = \sqrt{\frac{3\pi D^3 \sigma_{\text{máx.}}}{[8q_1 + 5q_2]}} \text{ cm.}$$

Sustituyendo los datos conocidos se tiene que la longitud máxima que debe de tener el conductor es:

$$\mathbf{L_{\text{max.}} = 286 \text{ cm}}$$

La cual es inferior a la utilizada en la subestación que es de 328 cm.

**3.13.3.- Cálculo de la distribución de fuerzas, de la fuerza total y verificación de la longitud máxima de las barras que van de los pararrayos a los pasatapas del lado de 69 Kv del transformador.**



**Figura 3.45:** Barras que van de los pararrayos a los pasatapas del lado de 69 Kv del transformador.

Los datos son los siguientes:

Tipo de barra: Cable (cilíndrica)	$I_{cc}$ de fase a fase: 8469.74(A)
Material de la barra: Cobre.	Diámetro de la barra: 1.168 cm.
<b>a</b> = Longitud de la barra: 79.5 cm.	Tensión resistente máx.:3860Kg/cm <sup>2</sup>
<b>b</b> =Distancia entre barras: 80 cm.	Tipo de sujeción: Aislad. Tipo Poste

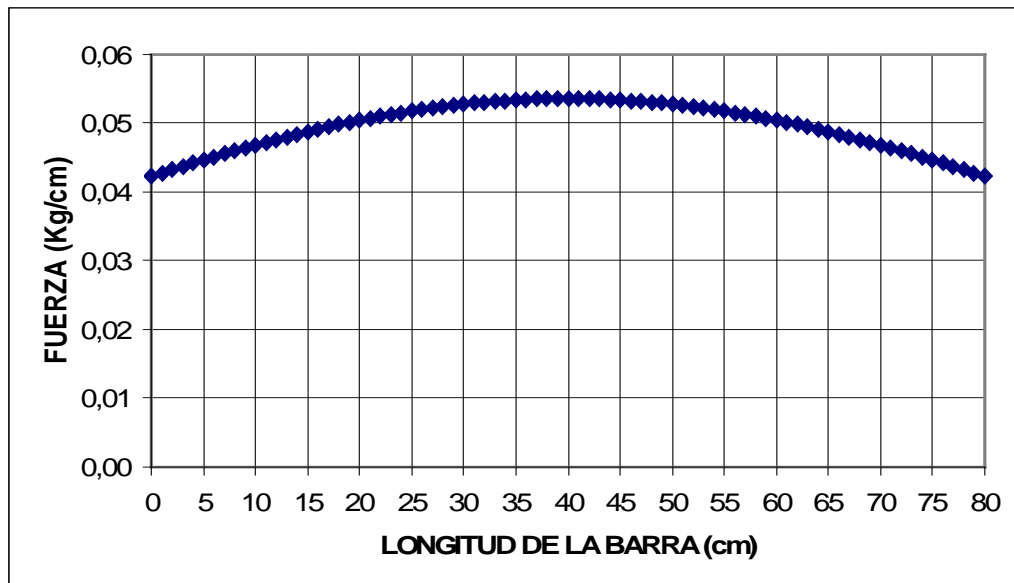
La distribución de fuerzas es encontrada aplicando la ecuación 3.25

$$\frac{dF}{dl} = 6.61 \frac{I_{cc}^2}{a} \left[ \frac{b-1}{\sqrt{(b-1)^2 + a^2}} + \frac{1}{\sqrt{1^2 + a^2}} \right] * 10^{-8} \text{ [Kg/cm]}$$

Reemplazando los datos conocidos en la ecuación anterior se obtiene la ecuación para la distribución de fuerza:

$$\frac{dF}{dl} = 0.0595 \left[ \frac{80-1}{\sqrt{(80-1)^2 + 6320}} + \frac{1}{\sqrt{1^2 + 6320}} \right] \text{ [Kg/cm]}$$

La curva de la distribución de fuerzas esta mostrada en la figura 3.46:



**Figura 3.46:** Curva de la distribución de fuerzas barras que van de los pararrayos a los pasatapas del lado de 69 Kv del transformador.

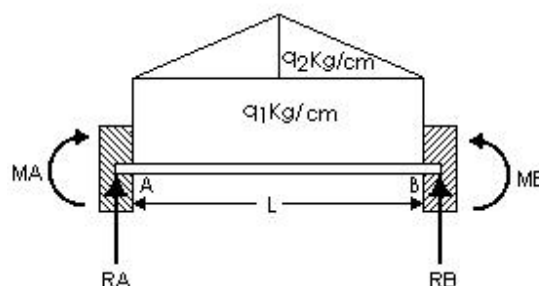
La fuerza total máxima que soporta esta barra esta dada por la ec. 3.24.

$$F_{\text{máx}} = 13.22 \frac{I_{cc}^2 \left[ \sqrt{a^2 + b^2} - b \right]}{b} * 10^{-8}; \text{ Kg.}$$

Reemplazando los datos conocidos en la ecuación 3.25 se obtiene la fuerza total que soporta la barra:

$$\boxed{F_{\text{total}} = 3.89 \text{ (Kg.)}}$$

La distribución aproximada que se utilizará de acuerdo a lo expresado en la sección 3.11.1.b **parte a** es la que la mostrada en la figura 3.30:



**Figura 3.30 (r)**

En donde:  $q_1 = 0.0423 \text{ (Kg/cm)}$  y  $q_2 = 0.0113 \text{ (Kg/cm)}$ . La fuerza total máxima aproximada que se obtiene con esta distribución es:



$$F_{\text{total-aprox}} = q_1 L + \frac{q_2 L}{2} = 3.81 [\text{Kg}]$$

Valor que representa un 98% del real, lo cual indica que es una excelente aproximación.

La longitud máxima que puede tener el conductor sabiendo que la tensión de ruptura del cobre es de 3860 (Kg/cm<sup>2</sup>) es obtenida utilizando la ec. 3.42:

$$L = \sqrt{\frac{3\pi D^3 \sigma_{\text{máx.}}}{[8q_1 + 5q_2]}} \text{ cm}$$

Al sustituir los datos conocidos se obtiene la longitud máxima que puede tener la barra:

$$\boxed{L_{\text{max.}} = 383.1 \text{ cm}}$$

Valor muy superior al que se está utilizando que es de 79.5 cm.

**3.13.4.- Cálculo de la distribución de fuerzas, de la fuerza total y verificación de la longitud máxima de las barras que van de los pasatapas del lado de 13.8 Kv. del transformador a los aisladores tipo poste ubicados sobre la metalclad.**

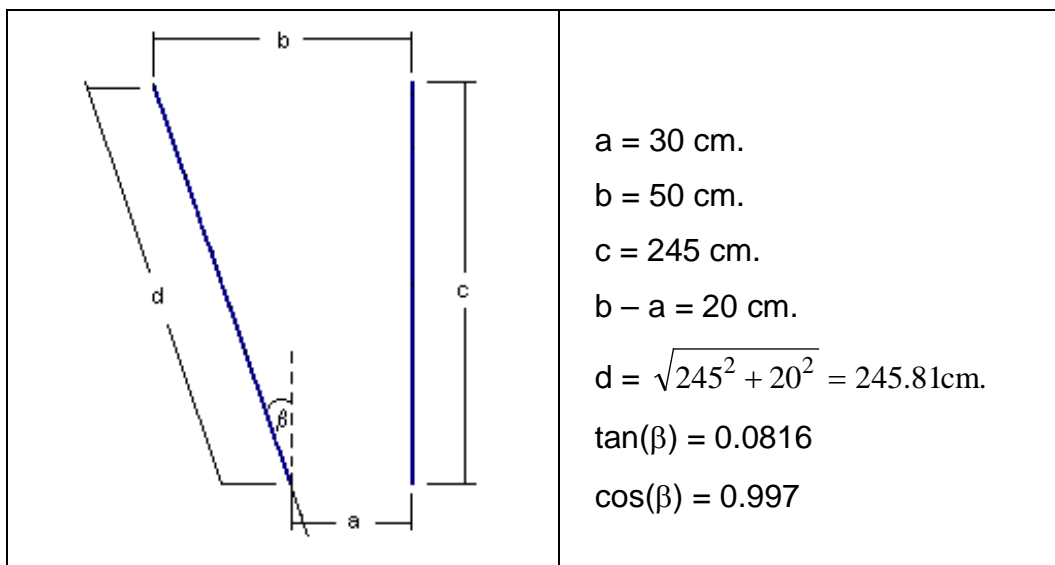


**Figura 3.47:** Barras que van de los pasatapas del lado de 13.8 Kv. del transformador a los aisladores tipo poste ubicados sobre la Metalclad.

Los datos son los siguientes:

Tipo de barra: Tubular	Diámetro exterior: 4.826 cm
Material de la barra: Cobre.	Diámetro interior: 4.064 cm.
Longitud: 400 cm.	$I_{cc}$ de fase a fase: 6474.38(A)
Mayor dist. entre barras: 50 cm.	Tensión resistente máx: 3860 Kg/cm <sup>2</sup>
Menor dist. entre barras: 30 cm	Tipo de sujeción: Aislad. Tipo Poste

La disposición de las barras es parecida al de las que van del seccionador al interruptor por lo que se realiza el mismo procedimiento de cálculo:



La distribución de fuerzas de acuerdo a la sección 3.7 esta dada por la ecuación 3.26:

$$\frac{dF}{dy} = \frac{6.61I_{cc}^2}{\cos(\beta)(a + \tan(\beta)y)} \left\{ \frac{\cos(\beta)}{2\sqrt{(c-y)^2 + b^2}} \left[ (c-y) \left( 1 + \frac{1}{\cos^2 \beta} \right) + \tan \beta [b + a + \tan \beta y] \right] - \frac{b-a}{d} \frac{a}{\sqrt{a^2 + y^2}} - \frac{c}{d} \frac{y}{\sqrt{a^2 + y^2}} \right\} [\text{Kg/cm}]$$

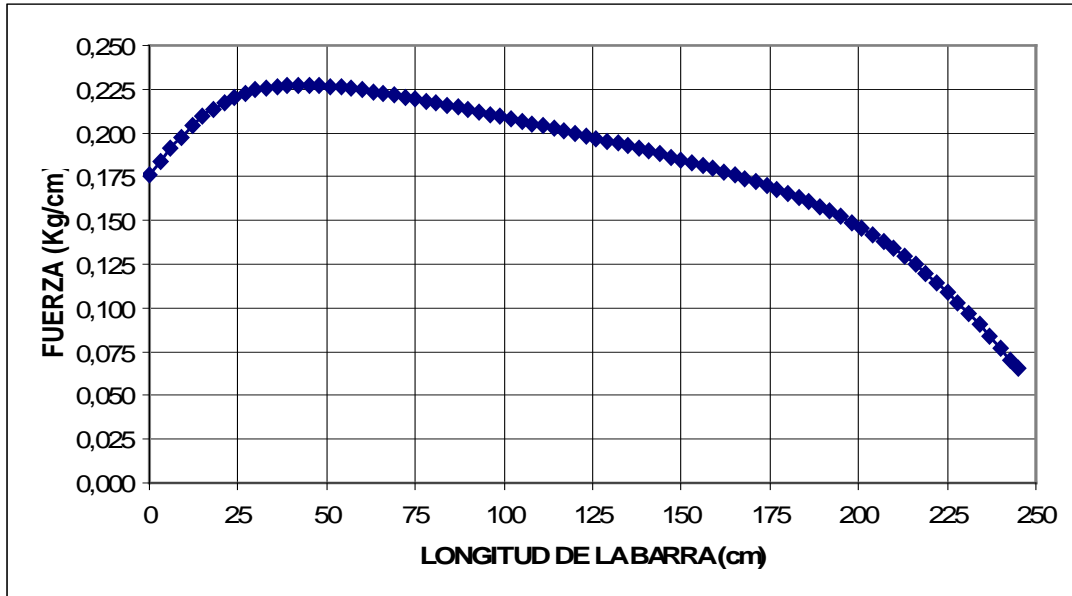
Reemplazando los datos conocidos en la ecuación anterior se obtiene la ecuación para la distribución de fuerza:

$$\frac{dF}{dy} = \frac{2.78}{30 + 0.0816y} \left[ \frac{495 - 1.98y}{\sqrt{(245 - y)^2 + 2500}} - \frac{2.44 - 0.997y}{\sqrt{y^2 + 900}} \right] (\text{Kg./cm.})$$

La fuerza total es encontrada sustituyendo la ecuación (a) entre 0 y la longitud máxima de la barra que es 225:

$$F_{\text{total}} = \int_0^{225} \frac{2.78}{30 + 0.0816y} \left[ \frac{495 - 1.98y}{\sqrt{(245 - y)^2 + 2500}} - \frac{2.44 - 0.997y}{\sqrt{y^2 + 900}} \right] dy$$

La curva de la distribución de fuerzas esta mostrada en la figura 3.48.

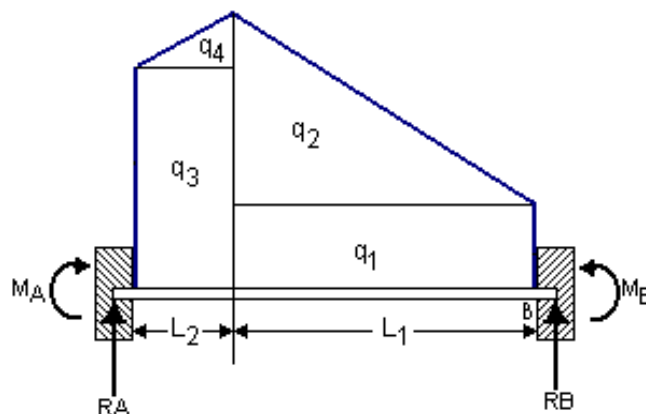


**Figura 3.48:** Curva de la distribución de fuerzas de las barras que van de los pasatapas del lado de 13.8 Kv. del transformador a los aisladores ubicados sobre la Metalclad.

Resolviendo esta integral se obtiene la fuerza total:

$$F_{\text{total}} = 44.92 \text{ (Kg.)}$$

La distribución aproximada que utilizaremos de acuerdo a lo expresado en la sección 3.11.1.b es la que la mostrada en la figura 3.33:



**Figura 3.33(r)**

En donde:

$q_1 = 0.0655 \text{ (kg/cm)}$	$q_3 = 0.1759 \text{ (kg/cm)}$	$L_1 = 203 \text{ (cm)}$
$q_2 = 0.1619 \text{ (kg/cm)}$	$q_4 = 0.0515 \text{ (kg/cm)}$	$L_2 = 42 \text{ (cm)}$

La fuerza total aproximada que se obtiene aplicando este método es encontrada sumando las áreas de las cuatro secciones de carga:

$$F_{\text{total-aprox}} = q_1 L_2 + \frac{q_2 L_2}{2} + q_3 L_1 + \frac{q_4 L_1}{2}$$

Al reemplazar los datos de cargas y longitudes en la ecuación anterior se obtiene la fuerza total aproximada:

$$\boxed{F_{\text{total-aprox.}} = 38.20 \text{ Kg.}}$$

Para verificar si la longitud de la barra es adecuada para resistir los esfuerzos, se utiliza la ecuación 3.51 obtenida en la sección 3.11.3.b para el segundo caso:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{R}{\pi(R^4 - r^4)} \left[ \left( \frac{1}{3}q_1 + \frac{1}{5}q_2 \right) L_1^2 + \left( \frac{7}{5}q_2 + 2q_1 \right) L_1 L_2 + \left( 2q_3 + \frac{4}{3}q_4 \right) L_2^2 \right]$$

Sustituyendo los datos conocidos se determina la máxima tensión que soportará el conductor con este valor de longitud, en caso de presentarse este tipo de falla:

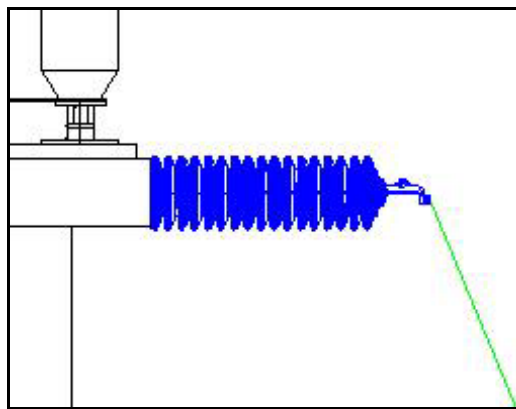
$$\boxed{\sigma_{\text{máx.}} = 274.59 \text{ (Kg./cm}^2\text{.)}}$$

Valor muy inferior a los 3860 (Kg/cm<sup>2</sup>) que soporta el cobre que es el material del cual esta hecho esta barra.

### 3.13.5.- Aplicación del estudio de los esfuerzos electrodinámicos a los aisladores de la subestación.

En esta sección se determinan las fuerzas y los momentos máximos a los cuales se verán sometidos los diversos aisladores de la subestación. Para lo cual se emplean las ecuaciones que se obtuvieron en la sección 3.12.

#### 3.13.5.a.- Esfuerzos que soporta el aislador ubicado en la torre donde se encuentra el seccionador de 69 Kv.



**Figura 3.49:** Aislador ubicado en la torre donde se encuentra el seccionador de 69 Kv.

La distribución de fuerzas que soporta la barra montada sobre este aislador no es uniforme y corresponde al segundo caso que se analizó en la sección 3.12.2 cuando la distancia entre las barras varía. En este caso se presentan dos ecuaciones para determinar las reacciones; como este aislador está en el extremo de la barra donde existe la mayor separación se utiliza la ecuación 3.59:

$$R_B = \frac{3}{20} q_2 L_1 + \frac{1}{2} q_1 L_1$$

En donde:  $L_1 = 365$  cm.  $q_2 = 0.0803$  Kg.  $q_1 = 0.0344$  Kg.

Sustituyendo estos valores en la ecuación tenemos que la fuerza que actúa sobre este aislador es: **R = 10.68 Kg.**

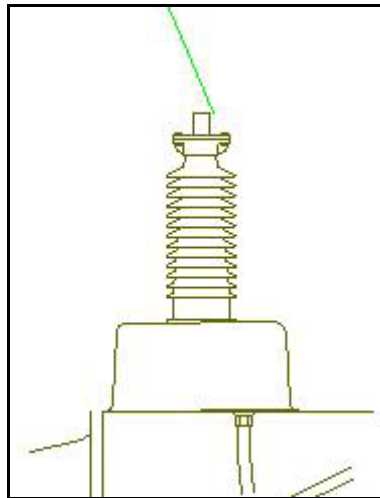
El momento máximo que soporta el aislador lo encontramos aplicando la ecuación 3.56 obtenida en la sección 3.12.1.

$$M_{\text{máx}} = R * Y \text{ [Kg.cm]}$$

En donde **R** ya fue obtenido y es 10.68 Kg., la longitud **Y** del aislador es de 82 cm. Por lo que el momento máximo es:

$$\boxed{M_{\text{máx}} = 875.3 \text{ (Kg.cm.)}}$$

### 3.13.5.b.- Esfuerzos que soporta el aislador ubicado sobre la entrada de alimentación del interruptor SF<sub>6</sub>



**Figura 3.50:** Aislador ubicado sobre la entrada de alimentación del interruptor SF<sub>6</sub>

Este es el aislador ubicado al otro extremo de la barra que sostiene el aislador anterior pero esta ubicado en el extremo de la barra donde existe la menor separación por lo que utilizamos la ecuación 3.60:

$$R_A = \frac{1}{2}q_4L_2 + q_3L_2 + \frac{7}{20}q_2L_1 + \frac{1}{2}q_1L_1$$

En donde:

$L_1=365 \text{ cm}$	$q_1=0.0344\text{Kg}$	$q_3=0.104\text{Kg.}$
$L_2=60 \text{ cm}$	$q_2=0.0803\text{Kg}$	$q_1=0.0117\text{Kg}$

Sustituyendo estos valores en la ecuación tenemos que la fuerza que actúa sobre este aislador es:

$$\boxed{R = 23.097 \text{ Kg.}}$$

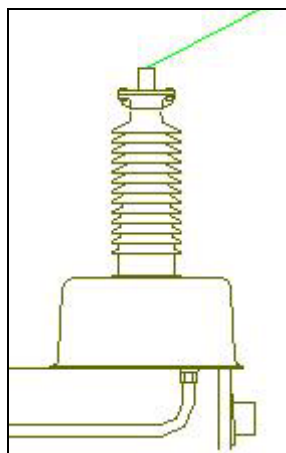
El momento máximo que soporta el aislador es encontrada aplicando la ecuación 3.56 obtenida en la sección 3.12.1.

$$M_{\text{máx}} = R * Y \text{ [Kg.cm]}$$

En donde  $R$  ya fue obtenida y es 23.097 Kg., la longitud  $Y$  del aislador es de 63 cm. Por lo que el momento máximo es:

$$\boxed{M_{\text{máx}} = 1455.1 \text{ (Kg.cm.)}}$$

**3.13.5.c.- Esfuerzos que soporta el aislador ubicado sobre la salida del interruptor SF<sub>6</sub> .**



**Figura 3.51:** aislador ubicado sobre la salida del interruptor SF<sub>6</sub> .

La distribución de fuerzas que soporta la barra montada sobre este aislador no es uniforme y corresponde al primer caso que se analizó en la sección 3.12.2 el mismo que se presenta cuando las longitudes de las barra no son muy grandes con respecto a la separación entre las mismas. Por lo tanto la ecuación que se utiliza para determinar la fuerza máxima es la 3.57:

$$R = 6.61 \frac{I_{cc}^2 \left[ \sqrt{L^2 + d^2} - d \right]}{d} * 10^{-8}; \text{ Kg.}$$

En donde:  $L = 328 \text{ cm.}$   $d = 80 \text{ cm.}$   $I_{cc} = 8469.74 \text{ A}$

Sustituyendo estos valores en la ecuación tenemos que la fuerza que actúa sobre este aislador es:

$$\boxed{R = 15.27 \text{ Kg.}}$$

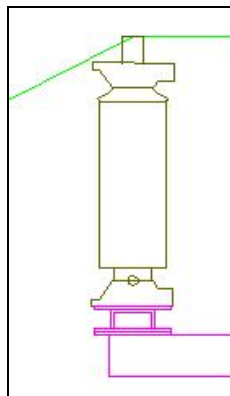
El momento máximo que soporta el aislador es encontrada aplicando la ecuación 3.56 obtenida en la sección 3.12.1.

$$M_{\text{máx}} = R * Y \text{ [Kg.cm]}$$

En donde  $R$  ya fue obtenida y es  $15.27 \text{ Kg.}$ , y la longitud  $Y$  del aislador es de  $63 \text{ cm.}$  Por lo que el momento máximo es:

$$\boxed{M_{\text{máx}} = 962 \text{ (Kg.cm.)}}$$

**3.13.5.d.- Esfuerzos que soporta el pararrayos de 69Kv. ubicado sobre el transformador.**



**Figura 3.52:** Pararrayos de 69Kv. ubicado sobre el transformador.

Este es el aislador ubicado al otro extremo de la barra que soporta el aislador anterior por lo tanto recibe la misma fuerza:

$$R_1 = 15.27 \text{ Kg.}$$



Adicionalmente soporta otra barra que va del pararrayos al pasatapas del lado de 69 Kv. del transformador.

La distribución de fuerzas que soporta otra barra montada sobre este aislador no es uniforme y corresponde al primer caso analizado en la sección 3.12.2 que se presenta cuando las longitudes de las barra no son muy grandes con respecto a la separación entre las mismas. Por lo tanto la ecuación utilizada para determinar la fuerza máxima es la 3.57:

$$R = 6.61 \frac{I_{cc}^2 \left[ \sqrt{L^2 + d^2} - d \right]}{d} * 10^{-8}; \text{ Kg.}$$

En donde:  $L = 79.5 \text{ cm.}$   $d = 80 \text{ cm.}$   $I_{cc} = 8469.74 \text{ A}$

Sustituyendo estos valores en la ecuación se tiene que la fuerza que actúa sobre este aislador es:

$$R_2 = 1.945 \text{ Kg.}$$

La fuerza total que soporta el pararrayos es:

$$R = R_1 + R_2 = 15.27 + 1.945 \Rightarrow \boxed{R = 17.215 \text{ Kg.}}$$

El momento máximo que soporta el pararrayos es determinado aplicando la ecuación 3.56 obtenida en la sección 3.12.1.

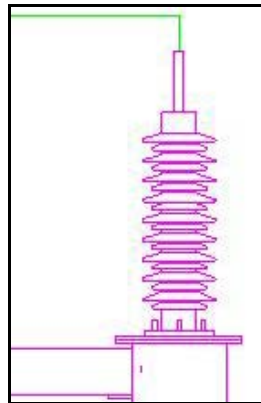
$$M_{\text{máx}} = R * Y \text{ [Kg.cm]}$$

En donde  $R$  ya fue obtenido y es 17.215 Kg., la longitud  $Y$  del pararrayos es de 101cm.

Por lo tanto el momento máximo es:

$$\boxed{M_{\text{máx}} = 1738.7 \text{ (Kg.cm.)}}$$

**3.13.5.e.- Esfuerzos que soporta el pasatapas de 69Kv. del transformador.**



**Figura 3.53:** Pasatapas de 69Kv. del transformador.

Este pasatapas está ubicado al otro extremo de la barra que también soporta el pararrayos analizado en la sección anterior, por lo tanto la fuerza que soporta es la misma:

$$\boxed{R = 1.945 \text{ Kg.}}$$

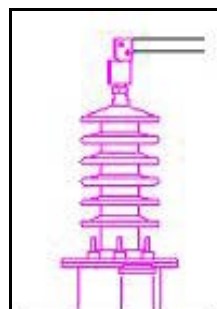
El momento máximo que soporta el pasatapas es encontrado aplicando la ecuación 3.56 obtenida en la sección 3.12.1.

$$M_{\text{máx}} = R * Y \text{ [Kg.cm]}$$

En donde **R** ya fue obtenido y es 1.945 Kg., la longitud **Y** del pasatapas es de 96 cm. Por lo tanto el momento máximo es:

$$\boxed{M_{\text{máx}} = 186.7 \text{ (Kg.cm.)}}$$

**3.13.5.f.-Esfuerzos que soporta el pasatapas de 13.8Kv. del transformador.**



**Figura 3.54:** Pasatapas de 13.8Kv. del transformador.

La distribución de fuerzas que soporta la barra montada sobre este aislador no es uniforme y corresponde al segundo caso que se analizó en la sección 3.12.2 cuando la distancia entre las barras varía. En este caso se presentan dos ecuaciones para determinar las reacciones; como este aislador esta en el extremo de la barra donde existe la mayor separación se utiliza la ecuación 3.59:

$$R_B = \frac{3}{20}q_2L_1 + \frac{1}{2}q_1L_1$$

En donde:  $L_1 = 203$  cm.  $q_2 = 0.1619$  Kg.  $q_1 = 0.0655$  Kg.

Sustituyendo estos valores en la ec. 3.59 se tiene que la fuerza que actúa sobre este aislador es:

$$\boxed{R = 11.58 \text{ Kg.}}$$

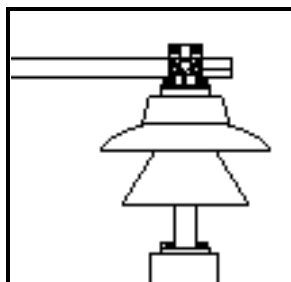
El momento máximo que soporta el aislador es encontrado aplicando la ecuación 3.56 obtenida en la sección 3.12.1.

$$M_{\text{máx}} = R * Y \text{ [Kg.cm]}$$

En donde  $R$  ya fue obtenida: 11.58 Kg. y la longitud  $Y$  del pasatapas es de 73 cm. Por lo tanto el momento máximo es:

$$\boxed{M_{\text{máx}} = 845.2 \text{ (Kg.cm.)}}$$

**3.13.5.g.- Esfuerzos que soporta el aislador ubicado sobre la entrada de la Metalclad.**



**Figura 3.55:** Aislador ubicado sobre la entrada de la Metalclad.

Este aislador esta ubicado al otro extremo de la barra que soporta el pasatapas analizado en la sección anterior pero esta en el extremo de la barra donde existe la menor separación por lo que se utiliza la ec. 3.60:

$$R_A = \frac{1}{2}q_4L_2 + q_3L_2 + \frac{7}{20}q_2L_1 + \frac{1}{2}q_1L_1$$

En donde:

$L_1=203$ cm	$q_1=0.0655$ Kg	$q_3=0.176$ Kg.
$L_2=42$ cm	$q_2=0.1619$ Kg	$q_4=0.0515$ Kg

Sustituyendo estos valores en la ecuación se tiene que la fuerza que actúa sobre este aislador es:

$$\mathbf{R = 26.62 \text{ Kg.}}$$

El momento máximo que soporta el aislador es encontrado aplicando la ecuación 3.56 obtenida en la sección 3.12.1.

$$M_{\text{máx}} = R * Y \text{ [Kg.cm]}$$

En donde **R** ya fue obtenido y es 26.62 Kg., la longitud **Y** del aislador es de 41cm. Por lo tanto el momento máximo es:

$$\mathbf{M_{\text{máx}} = 1091 \text{ (Kg.cm.)}}$$

### 3.14.-Conclusiones

- Las fuerzas debido a efectos electrodinámicos pueden causar efectos graves en las barras si estas no están diseñadas correctamente para poder soportar dichas fuerzas, en el estudio se determino teóricamente lo siguiente:

- La barra de cobre que va del seccionador al interruptor SF<sub>6</sub> de 69 kv, que fue analizada en la sección 3.13. soportara en caso de presentarse una fallas de fase a fase una tensión de **13482 (kg/cm<sup>2</sup>)** con las dimensiones y separación actuales, como la tensión de ruptura del cobre es de 3860 (kg/cm<sup>2</sup>) concluimos que en teoría **no soportara dicha tensión.** por lo tanto hay que tomar medidas correctivas.

Las posibles soluciones son:

- Aumentar la separación entre los soportes.
- Disminuir la corriente de cortocircuito.
- Aumentar la sección de la barra.

En donde la mas conveniente es la tercera ya que es económica y fácil de aplicar.

El área mínima que debe tener el conductor para que no sobrepase la tensión máxima resistente del cobre manteniendo constante la longitud y la corriente de cortocircuito se la obtiene a partir de la ec. 3.43 obtenida en la sección 3.11.2.a.:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{1}{\pi D^3} \left[ \left( \frac{8}{3} q_1 + \frac{8}{5} q_2 \right) L_1^2 + \left( \frac{56}{5} q_2 + 16q_1 \right) L_1 L_2 + \left( 16q_3 + \frac{32}{3} q_4 \right) L_2^2 \right]$$

Por lo tanto el diámetro que debe tener la barra para que la tensión no sobrepase los 3860 kg/cm<sup>2</sup> es igual a:

$$D = \frac{1}{3860\pi} \sqrt[3]{ \left[ \left( \frac{8}{3} q_1 + \frac{8}{5} q_2 \right) L_1^2 + \left( \frac{56}{5} q_2 + 16q_1 \right) L_1 L_2 + \left( 16q_3 + \frac{32}{3} q_4 \right) L_2^2 \right] } \text{ cm}$$

En donde:

$q_1 = 0.0344$ (Kg/cm)	$q_3 = 0.1040$ (kg/cm)	$l_1 = 365$ (cm)
$q_2 = 0.0803$ (kg/cm)	$q_4 = 0.0107$ (kg/cm)	$l_2 = 60$ (cm)

Sustituyendo estos valores en la ecuación anterior se tiene que el diámetro mínimo que debe tener la barra es:

$$\boxed{d = 1.772 \text{ cm} \Rightarrow \text{area} = 246.6 \text{ mm}^2 = 500 \text{ MCM}}$$

- En la barra que va del interruptor SF<sub>6</sub> al pararrayos ubicado sobre el lado de 69 kv. del transformador analizada en la sección 3.13.2 sucede algo parecido a lo que expuesto anteriormente ya que la longitud de la barra (328 cm) es superior a la que debe tener para soportar la tensión máxima sin llegar a la ruptura (286 cm) por lo tanto se debe aplicar la medida correctiva que se utilizó en el caso anterior:

La ecuación para obtener el diámetro se la obtiene a partir de la ecuación 3.42 obtenida en la sección 3.11.2.a.:

$$L = \sqrt{\frac{3\pi D^3 \sigma_{\text{máx.}}}{[8q_1 + 5q_2]}} \Rightarrow D = \sqrt[3]{\frac{L^2 [8q_1 + 5q_2]}{3\pi(3860)}} \text{ cm}$$

En donde:  $q_1 = 0.058$  Kg/cm  $q_2 = 0.058$  Kg/cm  $l = 328$  cm.

Sustituyendo estos valores en la ecuación anterior obtenemos el mínimo diámetro que debe tener la barra:

$$\boxed{d = 1.28 \text{ cm} \Rightarrow \text{area} = 128.7 \text{ mm}^2 = 250 \text{ MCM}}$$

## **CAPITULO 4**

### **ESTUDIO DE LOS EFECTOS TERMICOS DEBIDO A CORTOCIRCUITOS EN LAS BARRAS DE LA SUBESTACIÓN CEIBOS: OBTENCION DE LAS CURVAS TEMPERATURA vs. TIEMPO.**

#### **4.1.-Objetivos.-**

Se busca establecer una ecuación que relacione la temperatura que alcanza las barras en función del tiempo de duración del cortocircuito, para esto partimos de un estudio de los modelos que proporcionan la cantidad de energía que se transfiere por unidad de tiempo, para así dicho estudio aplicarlo a la transferencia de calor de las barras de la subestación hacia el ambiente circundante (flujos de calor por convección, conducción y radiación); considerándose en este estudio el hecho de que las propiedades físicas de la barra (resistencia, calor específico, conductividad térmica) y el ambiente (viscosidad, densidad, numero de Prandtl) cambian con la temperatura. Además se utiliza el método de Biermanns, el cuál tiene el mismo fin, y compararemos ambos métodos para poder sacar mejores conclusiones.

#### **Acción Térmica De Las Corrientes Muy Intensas.**

La acción térmica conduce a la destrucción de los materiales aislantes que rodean a los conductores y de los conductores mismos, provocando la fusión o debilitando la resistencia mecánica a alta temperatura justamente cuando

aparecen los mayores esfuerzos. En el cálculo de las temperaturas debidas a las corrientes de cortocircuito, hay que distinguir dos casos: uno de ellos ocurre cuando el flujo térmico es prácticamente constante a lo largo del circuito recorrido por la corriente, como sucede en las líneas, cables, devanados y conexiones de los aparatos; el segundo caso es cuando se presenta una concentración de temperatura mayor en una parte del circuito en relación a los otros puntos del circuito teniéndose un flujo térmico no constante, como ocurre en los contactos de los interruptores y seccionadores y en los empalmes de hilos.

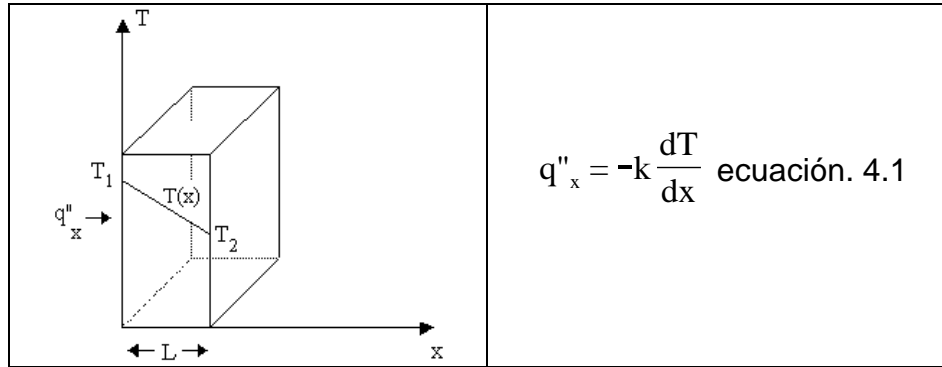
Es posible cuantificar los procesos de transferencia de calor en términos de las ecuaciones o modelos apropiados, que nos permitan calcular la cantidad de energía que se transfiere por unidad de tiempo. Para lo cuál partimos del análisis de los distintos fenómenos de transferencia.

#### **4.2.- Conducción**

Evocando conceptos de actividad atómica y molecular, la conducción se considera como la transferencia de energía de las partículas más energéticas a las menos energéticas de una sustancia debido a las interacciones entre las mismas. Por lo que se habla de la transferencia neta de energía debida al movimiento aleatorio como una *difusión de energía*.

Para la conducción de calor, la ecuación se conoce como Ley de Fourier, para el cuerpo que se muestra en la figura, el cuál tiene una distribución de temperatura  $T(x)$ , la ecuación se expresa como :





**Figura 4.1.-** Transferencia unidimensional de calor por conducción (difusión de energía).

El flujo o transferencia de calor por unidad de área  $q''_x$  ( $\text{w}/\text{m}^2$ ) es la velocidad con la que se transfiere el calor en la dirección  $x$  por área unitaria perpendicular a la dirección de transferencia, y es proporcional al gradiente de temperatura,  $\frac{dT}{dx}$  en esta dirección. La constante de proporcionalidad  $k$ , es una propiedad de transporte conocida como conductividad térmica ( $\text{w}/\text{m}\cdot\text{k}$ ) y es una característica del material de la pared. El signo menos es por el hecho de que el calor se transfiere en dirección de la temperatura decreciente. En estas condiciones de estado estable la distribución de la temperatura es lineal, el gradiente de temperatura es:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_2 - T_1}{L}$$

y el flujo de calor es:

$$q''_x = -k \frac{T_2 - T_1}{L}$$

$$q''_x = k \frac{T_1 - T_2}{L} \quad \text{ecuación 4.2}$$

Esta ecuación proporciona un flujo de calor, es decir la velocidad del calor transferido por conducción por unidad de área. El calor transferido por

conducción  $q_x$  (w), a través de una pared de área  $A$ , es el producto del flujo y el área.

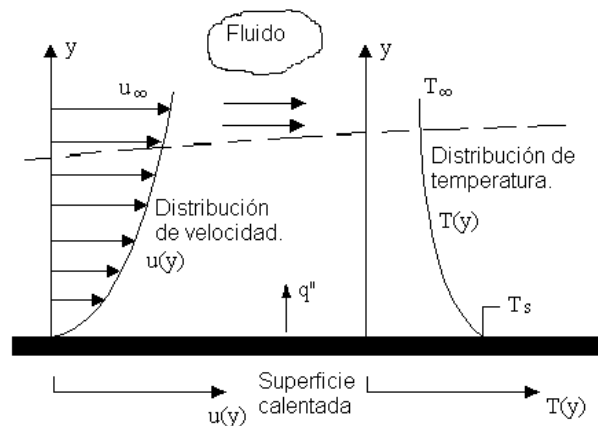
$$q_x = q''_x A \quad \text{ecuación 4.3}$$

### 4.3.-Convección

El modo de transferencia de calor por convección se compone de dos mecanismos. Además de la transferencia de energía debida al movimiento molecular aleatorio (difusión), la energía también se transfiere mediante el movimiento global o macroscópico del fluido.

El movimiento del fluido se asocia con el hecho de que en cualquier instante, grandes números de moléculas se mueven en forma colectiva o como agregados. Tal movimiento, en presencia de un gradiente de temperatura, contribuye a la transferencia de calor.

Como las moléculas en el agregado mantienen su movimiento aleatorio, la transferencia de calor se debe entonces a una superposición de transporte de energía por el movimiento aleatorio de las moléculas y por el movimiento global del fluido.



**Figura 4.2.-** Desarrollo de la capa límite en la transferencia de calor por convección.

El termino *convección* hace referencia a este transporte acumulado, nosotros estamos interesados en la transferencia de calor por convección que ocurre entre un fluido en movimiento y una superficie limitante cuando estos tienen diferentes temperaturas. Consideremos el flujo del fluido sobre la superficie calentada de la figura 4.2, una consecuencia de la interacción fluido-superficie es el desarrollo de una región en el fluido en la que la velocidad varía de cero en la superficie a un valor finito  $u_{\infty}$  asociado con el flujo; esta región del fluido se conoce como *capa límite hidrodinámico o de velocidad*. Y como las temperaturas de la superficie y del fluido difieren, hay una región del fluido a través de la cuál la temperatura varía de  $T_s$  en  $y = 0$  a  $T_{\infty}$  en el flujo exterior. Esta región, denominada *capa límite térmica*, puede ser más pequeña, más grande o del mismo tamaño que aquella en la que varía la velocidad. En cualquier caso, si  $T_s > T_{\infty}$ , ocurrirá la transferencia de calor por convección entre la superficie y el flujo exterior.

El modo de transferencia de calor se sustenta tanto en el movimiento molecular aleatorio como en el movimiento volumétrico del fluido en la capa límite. La contribución debida al movimiento molecular aleatorio (difusión) predomina cerca de la superficie donde la velocidad del fluido es baja. De hecho, en la interfaz entre la superficie y el fluido ( $y = 0$ ), la velocidad del fluido es cero y el calor se transfiere solo por este mecanismo. La contribución debida al movimiento volumétrico del fluido se origina del hecho de que la capa límite crece a medida que el flujo avanza en la dirección  $y$ .

En efecto, el calor que se conduce en esta capa es conducido y finalmente se transfiere al fluido fuera de la capa límite.

Hemos descrito el modo de transferencia de calor por convección como la transferencia de energía que ocurre dentro de un fluido debido a los efectos combinados de conducción y movimiento global del fluido. Por lo general la energía que se transfiere es la energía sensible o energía térmica interna del fluido. Sin importar la naturaleza particular del proceso de transferencia de calor por convección, la ecuación está determinada por:

$$q'' = h(T_s - T_\infty) \text{ ecuación 4.4}$$

donde  $q''$ , el flujo de calor por convección ( $\text{w/m}^2$ ), es proporcional a la diferencia entre las temperaturas de la superficie y del fluido,  $T_s$  y  $T_\infty$ , respectivamente. Esta expresión se conoce como la *ley de enfriamiento de Newton* y la constante de proporcionalidad  $h$  ( $\text{w/m}^2 \cdot \text{K}$ ) se denomina *coeficiente de transferencia de calor por convección*. Este depende de las condiciones en la capa límite en las que influyen la geometría de la superficie, la naturaleza del movimiento del fluido y una variedad de propiedades termodinámicas del fluido y del transporte. La variable  $h$  es un valor que depende del medio, si es una convección natural o forzada y si el medio es líquido o gaseoso, por lo que es posible determinarlo ya que son valores tabulados.

Cuando se usa la ecuación 4.4 se supone que el flujo de calor por convección es positivo si el calor se transfiere desde la superficie ( $T_s > T_\infty$ ) y negativo si el calor se transfiere hacia la superficie ( $T_s < T_\infty$ ).

El parámetro  $h$  a calcular sin importar el tipo de barra a tratar, dependerá como ya sabemos del fluido y sus propiedades que varían con la temperatura; pero como esta presente una variación apreciable entre las condiciones de superficie y de corriente libre, se recomienda que las propiedades se evalúen a la llamada temperatura de película  $T_f$ , definida como la media aritmética entre la temperatura de superficie y la de corriente libre:

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2}$$

#### **4.3.1.-Determinación del coeficiente de transferencia de calor por convección (h)**

Para determinar el coeficiente de transferencia de calor por convección se requiere conocer los conceptos de capa límite hidrodinámica y capa límite térmica.

##### **Capa límite hidrodinámica.**

Partiendo de la ecuación para describir la viscosidad se tiene que los esfuerzos cortantes  $\tau$  entre las capas de un fluido (figura 4.3) es igual a:

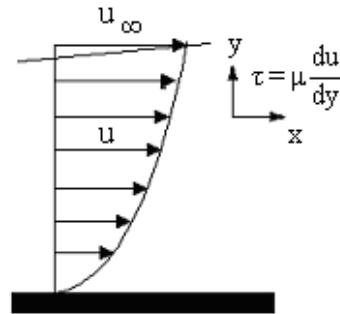
$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad \text{ecuación 4.5}$$

Donde  $\frac{du}{dy}$  es el gradiente de velocidad normal y  $\mu$  ( $\text{N/m}^2$ ) se denomina

*viscosidad dinámica.*

A la región del flujo que se desarrolla a partir del borde principal de la placa en el que se observan los efectos de viscosidad se llama la capa límite, inicialmente el desarrollo de la capa es laminar pero a una distancia crítica

del borde principal las partes del fluido se mueven de aquí para allá lo que se conoce como región de flujo turbulento.



**Figura 4.3.-** Perfil de velocidad laminar en una placa plana.

La transición de flujo laminar a turbulento ocurre cuando:

$$\frac{u_\infty X}{\nu} = \frac{\rho u_\infty X}{\mu} > 5 \times 10^5 \quad \text{ecuación 4.6}$$

Donde:

$u_\infty$  = velocidad de corriente libre.

$X$  = distancia del borde principal.

$\rho$  = densidad del fluido.

$\nu = \frac{\mu}{\rho}$  = viscosidad cinética.

A esta agrupación particular de términos se le llama número de Reynolds y es adimensional:

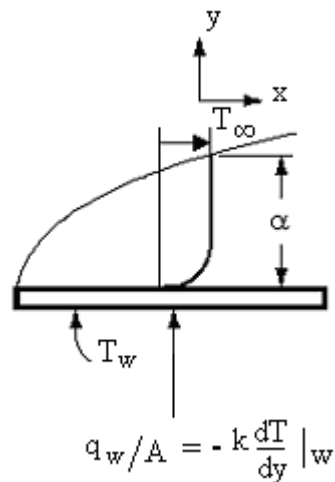
$$Re = \frac{u_\infty X}{\nu} \quad \text{ecuación 4.7}$$

Entonces para considerar a un fluido como laminar o turbulento se tiene que determinar este número.

### 4.3.1. a.-Capa límite térmica.

Una capa límite térmica puede definirse como aquella región en donde los gradientes de temperatura están presentes en el flujo. Estos gradientes de temperatura son el resultado de un proceso de intercambio de calor entre el fluido y la pared.

Considere el sistema de la figura 4.4.



**Figura 4.4.-** Perfil de temperatura en la capa de límite térmica.

La temperatura de la pared es  $T_w$ , la temperatura del fluido fuera de la capa límite térmica es  $T_\infty$  y el espesor de la capa límite térmica se designa con  $\alpha$ .

Donde  $\alpha = k/\rho \cdot C_p$

$k$  (W/m<sup>0</sup>K) = Conductividad térmica del material.

$\rho$  (Kg/m<sup>3</sup>) = Densidad del fluido.

$C_p$  (J/Kg<sup>0</sup>K) = Calor específico del material.

La relación entre el campo de velocidad ( $v$ ) y el campo de temperatura ( $\alpha$ ) es un parámetro denominado número de Prandtl que relaciona a los espesores relativos de las capas límites hidrodinámicas y térmicas.

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu/\rho}{k/\rho c_p} = \frac{C_p \mu}{k} \quad \text{ecuación 4.8}$$

El número de Prandtl es adimensional cuando se utiliza un sistema consistente de unidades.

Con base al concepto desarrollado y con un análisis matemático complejo que omitimos se establece el coeficiente de calor por convección  $h$  para una placa plana que es igual a:

$$h = 0.332k \text{Pr}^{1/3} \left( \frac{u_\infty}{\nu x} \right)^{1/2} \left[ 1 - \left( \frac{x_0}{x} \right)^{3/4} \right]^{-1/3} \quad \text{ecuación 4.9}$$

La ecuación 4.9 se hace adimensional multiplicando ambos lados por  $x/k$ :

$$\text{Nu} = \frac{hx}{k} \quad \text{ecuación 4.10}$$

el cuál se denomina número de Nusselt.

#### **4.3.1. b.- Coeficiente de transferencia de calor por convección ( $h$ ) para una barra tubular:**

Para tubos pulidos con flujo turbulento completamente desarrollado, se recomienda la siguiente relación:

$$\text{Nu} = 0.023 \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^n \quad \text{ecuación 4.11}$$

En esa ecuación las propiedades se evalúan a la temperatura global del fluido y el exponente  $n$  tiene los siguientes valores:

$$n = 0.4 \text{ para calentamiento}$$

$$n = 0.3 \text{ para enfriamiento}$$

Utilizando las ecuaciones 4.10 y 4.11 encontramos  $h$ :



$$h = \frac{0.023Re^{0.8}Pr^{0.4}k}{D}$$

En donde:

$h$  ( $w/m^2 k$ ): Coeficiente de transferencia de calor por convección para la barra.

$k$  ( $w/m k$ ): Coeficiente de conductividad térmica.

$D$  (m): Diámetro de la barra.

$Pr$ : Número de Prandtl.

$Re$ : Número de Reynolds.

#### 4.3.1. c- Coeficiente de transferencia de calor por convección ( $h$ ) para barras cilíndricas:

De las correlaciones de datos experimentales de Hilpert para gases, Knudsen y Katz para líquidos, indican que los coeficientes promedio de transferencia de calor se pueden calcular con:

$$\frac{hD}{k} = C \left( \frac{u_{\infty} D}{\nu} \right)^n Pr^{1/3} \text{ ecuación 4.12}$$

En donde las constantes  $C$  y  $n$  se encuentran en la tabla 4.1

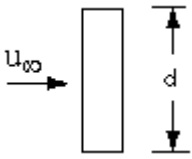
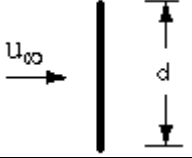
**TABLA 4.1.- Constantes para ser usadas en la ecuación 4.12**

Re	C	n
0.4-4	0.989	0.330
4-40	0.911	0.385
40-4000	0.683	0.466
4000-40000	0.193	0.618
40000-400000	0.0266	0.805

Las propiedades que se utilizan en la ecuación 4.12 se evalúan a la temperatura de la película.

Jacob ha determinado de manera empírica constantes para utilizar en la ecuación 4.12 para el cálculo del coeficiente de transferencia de calor para barras rectangulares, en la tabla 4.2 se encuentran las constantes que han de ser usadas con esta ecuación de acuerdo a la forma de la barra:

**TABLA 4.2.- Constantes para transferencia de calor en barras rectangulares**

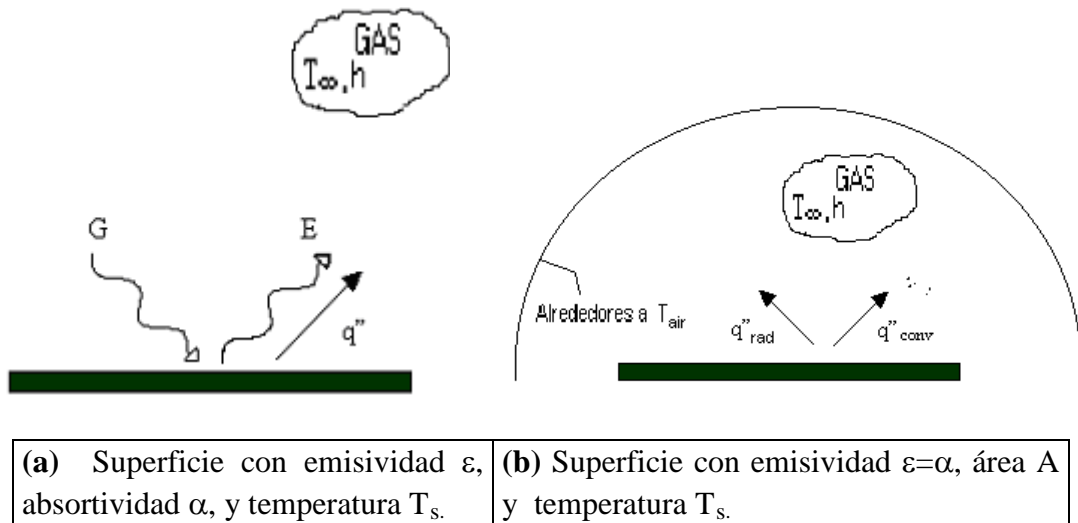
GEOMETRIA	Re	C	n
	$5 \cdot 10^3 - 10^5$	0.102	0.675
	$4 \cdot 10^3 - 1.5^4$	0.220	0.731

#### 4.4.-Radiación

La radiación térmica es la energía emitida por la materia que se encuentre a una temperatura mayor a la del ambiente circundante. Sin importar la forma de la materia, la radiación se puede atribuir a cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos o moléculas constitutivos. La energía del campo de radiación es transportada por medio de ondas, mientras la transferencia de energía por conducción o por convección requiere la presencia de un medio material, la radiación no. De hecho, la transferencia de radiación ocurre de manera más eficiente en el vacío.

Como se busca bosquejar en la figura 4.5(a), la radiación que la superficie emite se origina a partir de la energía térmica de la materia limitada por la

superficie y la velocidad a la que libera energía por unidad de área ( $\text{W}/\text{m}^2$ ) se denomina la potencia emisiva superficial  $E$ .



**Figura 4.5.-** Intercambio de radiación: (a) en la superficie, y (b) entre una superficie y sus alrededores.

El flujo de calor emitido por una superficie real está dada por:

$$E = \epsilon \sigma T_s^4 \quad \text{ecuación 4.13}$$

donde  $T_s$  es la temperatura absoluta ( $^{\circ}\text{K}$ ) de la superficie,  $\sigma$  es la *constante de Stefan- Boltzmann* ( $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{K}^4$ ) y  $\epsilon$  es una propiedad radiativa de la superficie denominada *emisividad*, que depende marcadamente del material de la superficie y el acabado. Con valores en el rango de  $0 \leq \epsilon \leq 1$

Si la superficie tiene un valor de emisividad de 1 se denomina radiador ideal o cuerpo negro, el flujo de calor emitido por una superficie real es menor que el de un cuerpo negro a la misma temperatura y, esta propiedad proporciona una medida de la eficiencia con que una superficie emite energía con relación a un cuerpo negro. La radiación que incide sobre la superficie en estudio desde sus alrededores, como por ejemplo la radiación del sol u otras

superficies a una temperatura mayor se denomina irradiación. Sin tener en cuenta la fuente, designamos el flujo de calor que incide sobre una superficie como la irradiación  $G$ .

Una parte o toda tal vez sea absorbida por la superficie, y así se incrementara la energía térmica del material y la cantidad de energía absorbida por área superficial se evalúa a partir del conocimiento de una propiedad radiativa de la superficie denominada absorptividad  $\alpha$ .

$$G = \alpha\sigma T_{\text{air}}^4 \quad \text{ecuación 4.14}$$

El valor de  $\alpha$  depende de la naturaleza de la irradiación así como de la superficie misma y se encuentra en el siguiente rango  $0 \leq \alpha \leq 1$ .

Analicemos el caso de la figura 4.5b que implica el intercambio de radiación entre una superficie pequeña a  $T_s$  y una superficie isotérmica mucho más grande que rodea por completo a la pequeña. Los alrededores podrían ser, por ejemplo, las paredes de un cuarto o un horno cuya temperatura  $T_{\text{air}}$  es diferente de la de una superficie rodeada ( $T_{\text{air}} \neq T_s$ ). Para esta condición la irradiación se aproxima con la emisión de un cuerpo negro a  $T_{\text{air}}$ , caso en el que  $G = \sigma T_{\text{air}}^4$ . Si se supone que la superficie es tal que  $\alpha = \varepsilon$  (superficie gris), la velocidad neta de transferencia de calor por radiación desde la superficie, expresada por unidad de área de la superficie, es:

$$q_{\text{rad}}'' = \frac{q}{A} = E - G = \varepsilon\sigma T_s^4 - \alpha\sigma T_{\text{air}}^4 = \varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{\text{air}}^4) \quad \text{ecuación 4.15}$$

Esta expresión proporciona la diferencia entre la energía térmica que se libera debido a la emisión por radiación y la que se gana debido a la

absorción de irradiación, el intercambio neto de calor por radiación se expresa por:

$$q_{\text{rad}} = h_r A (T_s - T_{\text{air}}) \quad \text{ecuación 4.16}$$

donde de la ecuación 4.15 y 4.16, el coeficiente de transferencia de calor por radiación  $h_r$  es:

$$h_r = \varepsilon \sigma (T_s + T_{\text{air}})(T_s^2 + T_{\text{air}}^2) \quad \text{ecuación 4.17}$$

Aquí modelamos el modo de radiación de forma similar a la convección. Sin embargo,  $h_r$  depende marcadamente de la temperatura, mientras que la dependencia de la temperatura del coeficiente de transferencia de calor por convección  $h$  por lo general es débil.

Para las condiciones de la figura 4.5b, la transferencia de calor total de la superficie es entonces:

$$q = q_{\text{conv}} + q_{\text{rad}} = hA(T_s - T_{\infty}) + \varepsilon A \sigma (T_s^4 - T_{\text{air}}^4) \quad \text{ecuación 4.18}$$

## **4.5.-Requerimiento de Conservación de la Energía aplicados a Barras**

### **4.5.1.-Introducción.**

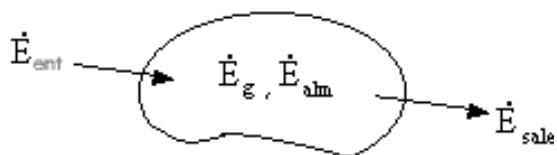
Los temas de la termodinámica y de la transferencia de calor son complementarios, ya que la primera trata la velocidad a la que se transfiere calor por lo que el tema de la transferencia de calor se considera una extensión de la termodinámica. Para analizar los problemas de transferencia de calor, la primera ley de la termodinámica (ley de conservación de la energía) proporciona una herramienta para obtener las formulaciones de transferencia de calor.

#### 4.5.2.-Conservación de la energía para un volumen de control.

Para aplicar la primera ley, necesitamos primero identificar el volumen de control, una región de espacio limitada por una superficie de control a través de la cuál pueden pasar la energía y la materia.

Si el flujo entrante y la generación de energía exceden al flujo saliente habrá un aumento en la cantidad de energía almacenada (acumulada) en el volumen de control; si ocurre lo contrario, habrá una disminución en el almacenamiento de energía. Si el flujo entrante y la generación de energía igualan al flujo de salida, debe prevalecer una condición de estado estable en la que no habrá cambios en la cantidad de energía almacenada en el volumen de control.

Considera la aplicación de la conservación de la energía al volumen de control que se muestra en la figura 4.6



**Figura 4.6.-** Conservación de la energía para un volumen de control.

El primer paso es identificar la superficie de control trazando una línea punteada. El siguiente es identificar los términos de energía. En un instante, estos términos incluyen la velocidad a la que la energía térmica entra y sale a través de la superficie de control,  $\dot{E}_{ent}$  y  $\dot{E}_{sale}$ . También es posible generar energía térmica dentro del volumen de control debido a la conversión de otras formas de energía.

Nos referimos a este proceso como generación de energía y la velocidad a la que ocurre se denomina  $\dot{E}_g$ . La velocidad de cambio de la energía almacenada dentro del volumen de control,  $dE_{alm}/dt$ , se designa  $\dot{E}_{alm}$ . Una forma general de requerimiento de conservación de energía se expresa entonces en una base de velocidades:

$$\dot{E}_{ent} + \dot{E}_g - \dot{E}_{sale} = \frac{dE_{alm}}{dt} = \dot{E}_{alm} \text{ ecuación 4.19}$$

La ecuación anterior se aplica en cualquier instante de tiempo. La forma alternativa que se aplica para un intervalo de tiempo  $\Delta t$  se obtiene integrando la ecuación anterior sobre el tiempo:

$$E_{ent} + E_g - E_{sale} = \Delta E_{alm} \text{ ecuación 4.20}$$

El término generación de energía se asocia con la conversión de otra forma de energía (química, eléctrica, electromagnética o nuclear) a energía térmica, es un fenómeno volumétrico.

#### **4.5.3.- Aplicación de la Conservación de Energía a un Sistema Eléctrico.**

La conversión de energía eléctrica a térmica ocurre debido al calentamiento de la resistencia cuando se hace pasar una corriente eléctrica por un conductor. Es decir, si una corriente eléctrica  $I$  pasa a través de una resistencia  $R$  en el volumen de control se disipa energía eléctrica a una razón de  $I^2R$ , que corresponde a la velocidad a la que se genera (libera) energía térmica dentro del volumen.

La primera Ley de la Termodinámica sirve para determinar una temperatura desconocida. En este caso, los términos relevantes incluyen la transferencia de calor por convección y radiación desde la superficie, generación de

energía debido al calentamiento ohmico dentro del conductor y un cambio en la energía térmica almacenada. Como deseamos determinar la razón de cambio de la temperatura hay que aplicar la primera ley para un instante de tiempo.

Si tomamos un volumen de control de longitud  $L$  alrededor de una barra donde la generación de energía se debe al calentamiento de la resistencia eléctrica y esta es:

$$\dot{E}_g = I^2 R L \quad \text{ecuación 4.21}$$

El calentamiento ocurre de manera uniforme dentro del volumen de control y también puede expresarse en términos de una velocidad de generación de calor volumétrica  $\dot{q}$  ( $\text{w/m}^3$ ). La velocidad de generación para todo el volumen de control es entonces  $\dot{E}_g = \dot{q}V$ , donde  $\dot{q} = I^2 R/A$ .

Donde la resistencia efectiva del conductor debe de ser considerada a la temperatura a la cuál se encuentra el mismo. La expresión del cálculo de resistencia es:

$$R = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \quad \text{ecuación 4.22}$$

donde:

- $R_0$  ( $\Omega$ ) es la resistencia de los conductores a la temperatura  $T_0$ .
- $\alpha$  ( $1/^\circ\text{C}$ ) es el coeficiente de variación de resistencia con la temperatura.
- $T$  ( $^\circ\text{C}$ ) es la sobre-temperatura a la que se encuentra el conductor.
- $T_0$  ( $^\circ\text{C}$ ) es la temperatura de referencia a la que se encuentra el conductor.



La energía generada  $\dot{E}_g$  sería igual a:

$$\dot{E}_g = I^2 R_0 [1 + \alpha(T - T_0)] L \quad \text{ecuación 4.23}$$

El flujo saliente de energía se debe a la convección y a la radiación neta de la superficie:

$$\dot{E}_{\text{sale}} = hA_{\text{sup}}(T - T_{\text{air}}) + \varepsilon\sigma A_{\text{sup}}(T^4 - T_{\text{air}}^4) \quad \text{ecuación 4.24}$$

Donde:

$h(\text{W}/\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{K})$ : Coeficiente de transferencia de calor por convección.

$A_{\text{sup}} (\text{m}^2)$ : Es el área superficial de la barra.

$T (^\circ\text{K})$ : Es la temperatura final que alcanzara el conductor.

$T_{\text{air}} (^\circ\text{K})$ : Es la temperatura del ambiente.

Y el cambio en almacenamiento de energía se debe al cambio de temperatura:

$$\dot{E}_{\text{alm}} = \frac{dU_t}{dt} = \frac{d}{dt}(\rho CVT) \quad \text{ecuación 4.25}$$

Donde:

$\rho (\text{kg}/\text{m}^3)$ : Densidad del material de la barra.

$C (\text{J}/\text{Kg} \cdot ^\circ\text{K})$ : Calor específico.

$V (\text{m}^3)$ : Volumen de la barra.

Sustituyendo las ecuaciones anteriores en el balance de energía se tiene:

$$\dot{E}_{\text{ent}} + \dot{E}_g - \dot{E}_{\text{sale}} = \dot{E}_{\text{alm}} \quad \text{ecuación 4.26}$$

Como el análisis lo vamos a hacer cuando la barra se encuentre en equilibrio térmico  $\dot{E}_{\text{ent}} = 0$ , la ecuación nos queda así:

$$\dot{E}_g - \dot{E}_{\text{sale}} = \dot{E}_{\text{alm}} \quad \text{ecuación 4.27}$$

Reemplazando las ecuaciones 4.23, 4.24 y 4.25 en la ecuación 4.27, tenemos la siguiente ecuación:

$$I^2 R_0 [1 + \alpha(T - T_0)] L - h A_{\text{sup}} (T - T_{\text{air}}) - \epsilon \sigma A_{\text{sup}} (T^4 - T_{\text{air}}^4) = \rho C V \frac{dT}{dt}$$

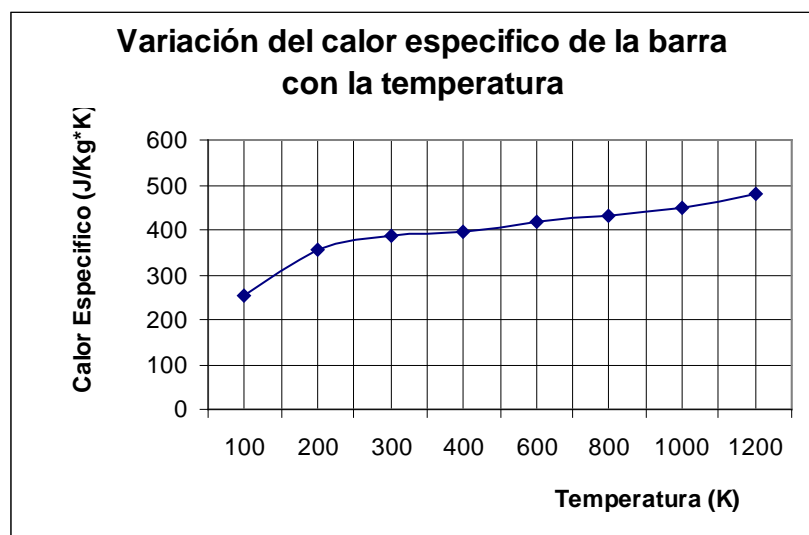
De aquí se procede a despejar la variable de tiempo, obteniendo la ecuación 4.28:

$$t = \int_{T_{\text{air}}}^T \frac{\rho C V}{I^2 R_0 [1 + \alpha(T - T_0)] L - h A_{\text{sup}} (T - T_{\text{air}}) - \epsilon \sigma A_{\text{sup}} (T^4 - T_{\text{air}}^4)} dT \quad \text{ecuación 4.28}$$

La ecuación anterior se resuelve para la dependencia temporal de la temperatura de la barra con integración numérica. Esta es la ecuación que utilizaremos para encontrar como varía la temperatura en función del tiempo en diferentes barras de la subestación, variando las propiedades de la barra y del ambiente cada 100<sup>o</sup>K para así obtener valores más exactos.

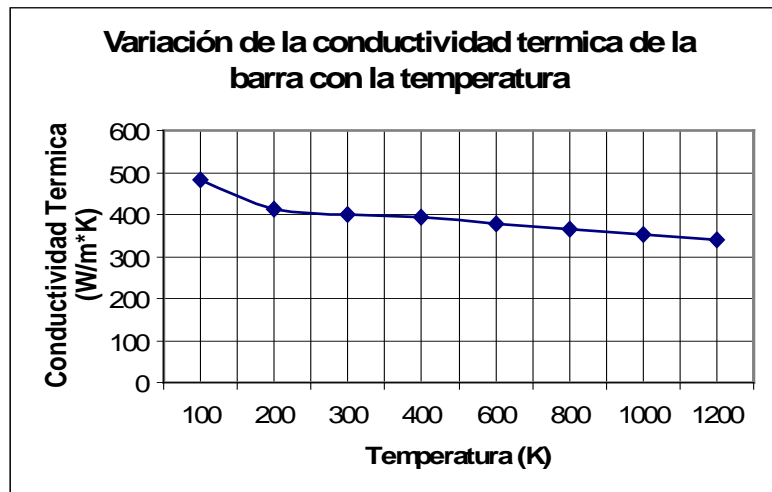
Para encontrar las propiedades del cobre a la temperatura requerida, nos basamos en los datos de tablas la cual están en el apéndice A, para el calor específico se desarrollo un grafico a partir de los datos de las tablas y así obtener los datos requeridos por interpolación y extrapolación.

T(K)	Cp(J/kg*K)
100	252
200	356
300	385
400	397
600	417
800	433
1000	451
1200	480



Para la conductividad térmica requerimos de igual manera interpolar y extrapolar datos, así que realizamos exactamente lo mismo que para el calor específico.

T(K)	k(W/m *K)
100	482
200	413
300	401
400	393
600	379
800	366
1000	352
1200	339



#### **4.6.- Obtención de las curvas que rigen la variación de la temperatura en función del tiempo de cortocircuito en las barras de la subestación.**

Para la obtención de las curvas utilizaremos la ecuación 4.28, la cuál aplicaremos para barras tubulares y cilíndricas. Como las propiedades térmicas del material de la barra varían con la temperatura, como se describió anteriormente, se hizo un programa en Excel que considera que las propiedades varían cada 100 °K lo cuál dará una curva bastante aproximada a la real.

Las condiciones ambientales que se consideran son las siguientes:

Velocidad del viento: 1m/seg.

Temperatura del ambiente: 38 °C = 311K.

Presión atmosférica: 1 atm.

Y de acuerdo a estas condiciones de ambiente, el fluido en este caso el aire se encuentra como se muestra en la tabla 4.3 bajo las siguientes características.

**TABLA 4.3**

Densidad del aire a 311K ( $\rho_{\text{aire}}$ )	1.1351(Kg/m <sup>3</sup> )
Viscosidad del aire 311K ( $\mu_f$ )	1.98E-5 (Kg/m*s)
Numero de Prandtl del aire 311K (Prf)	0.708

Las propiedades del aire también cambian con la temperatura y como se verá en el programa propuesto así se hace.

#### **4.6.1.-Obtención de la curva de Temperatura vs. Tiempo para la barra cilíndrica del lado de 69KV de la subestación.-**

Los datos que utilizaremos se muestran en la tabla 4.4:

**TABLA 4.4**

Material de la barra	Cobre
Diámetro de la barra (D)	0.0117 (m).
Emisividad de la barra ( $\epsilon$ )	0.8
Conductividad térmica de la barra a 311K (Kf)	0.0262 (W/m*K)
Densidad de la barra ( $\rho$ )	8933 (Kg/m <sup>3</sup> )
Calor específico de la barra a 311K (Cp)	385 (J/Kg*K)
Resistencia de la barra a 50 <sup>0</sup> C (Ro)	2.37E-4 ( $\Omega$ /m)
Coef. de var. de resist. con Temp. de la barra ( $\alpha$ )	0.00393 (1/K)
Corriente de cortocircuito permanente (Icc)	9806.38 (A).

A continuación presentamos en la tabla 4.5, la estructura como se presenta los datos en Excel que son utilizados en el programa:

TABLA 4.5

DATOS		
Densidad de la barra (Kg./m <sup>3</sup> ) $\rho$	Temp. aire ( <sup>0</sup> K) $T_{\infty}$	Corriente efectiva subtransiente y transiente (A)
8933	311	17651,484
Resistividad del cobre ( $\Omega/m^2$ ) $\rho$	Emisividad $\epsilon$	Corriente de cortocircuito permanente $I_{cc}$ (A)
2,02E-08	0,8	9806,38
Resistencia a $T_0$ ( $\Omega$ ) $R_0$	Const. Boltzmann $\sigma$ (W/m <sup>2</sup> *K <sup>4</sup> )	P atm. (Pa)
1,88E-04		101320
Cofc. Var. Res. Temp. $\alpha$	5,67E-08	Constante de gases R
0,00393	Diámetro D (m)	287
Temp. Referencia ( <sup>0</sup> K) $T_0$		velocidad aire (m/seg.)
323	1,17E-02	1

Y estos datos son utilizados en el método de Conservación de la Energía para calcular el tiempo en que alcanza la temperatura máxima permitida por las normas (573 <sup>0</sup> K) y el punto de fusión, en la tabla 4.6 se muestra los datos obtenidos y que iterativamente se lo resuelve en un programa desarrollado en Excel.

**TABLA 4.6: Temperatura Que Alcanza La Barra En Función De La Duración Del Cortocircuito**

PARÁMETROS DEL AMBIENTE Y DE LA BARRA CALCULADOS									
Método de Conservación de la Energía									
Temp. inicial (K) T	Temp. final (K) $T_f$	Densidad (Kg./m <sup>3</sup> ) $\rho_{aire}$	Viscosid. del aire (Kg./m·s) $\mu_f$	Conduct. térmica de la barra (W/m·K) $K_f$	Número de Prandtl del aire $Pr_f$	Número de Reynolds Ref	Constante de convección $h$ (W/m <sup>2</sup> · <sup>0</sup> K)	Calor específico de la barra (J/kg·K) $C_p$	$\Delta t$ (s)
311	311	1,14	1,98E-05	0,03	0,7	668,8	28,3	385	0,53
400	355,5	0,99	2,08E-05	0,03	0,7	559,2	29,7	397	1,50
500	405,5	0,87	2,29E-05	0,03	0,7	445,0	29,8	410	0,93
573	442	0,80	2,48E-05	0,04	0,7	375,7	30,2	417	1,36
700	505,5	0,70	2,67E-05	0,04	0,7	305,5	29,9	428	0,92
800	555,5	0,64	2,85E-05	0,04	0,7	260,7	30,0	433	0,82
900	605,5	0,58	3,02E-05	0,05	0,7	225,7	29,9	443	0,74
1000	655,5	0,54	3,18E-05	0,05	0,7	198,1	30,0	451	0,69
1100	705,5	0,50	3,33E-05	0,05	0,7	175,5	29,9	469	0,65
1200	755,5	0,47	3,48E-05	0,06	0,7	156,8	30,0	480	0,62
1300	805,5	0,44	3,63E-05	0,06	0,7	141,3	30,0	500	0,22
1336	823,5	0,43	3,77E-05	0,06	0,7	133,0	30,4	510	<b>8,98</b>

Se aprecia en esta tabla que los números de Reynolds calculados están de acuerdo a la tabla 4.1 en el rango de 40 a 4000 y por lo tanto las constantes utilizadas para calcular la constante h son:

<b>C =0.683</b>
<b>n = 0.466</b>

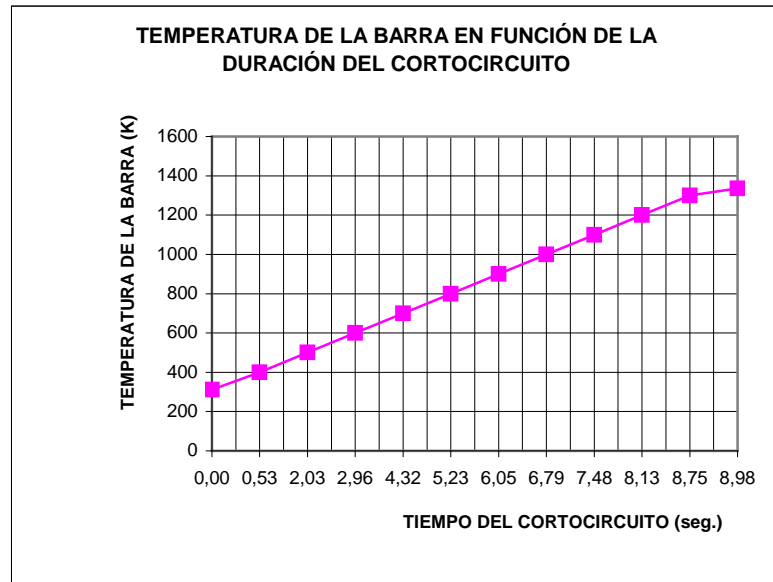
De esta manera obtenemos los tiempos: el tiempo al cuál llega a la temperatura límite de 573 °K y la temperatura de fusión del cobre, recordemos que este análisis se elabora bajo el hecho de que la falla no ha sido despejada, ya que si fuera despejada lo haría aproximadamente en 7 ciclos por como esta calibrado el interruptor (sistema de protección no incluye recierre), pero de los datos obtenidos se ve claramente que lo mejor sería que opera con un recierre, si tomamos en cuenta que las fallas por lo general son temporales y de esta manera podemos garantizar la continuidad del servicio; operando con un recierre la falla será despejada en 14 ciclos.

Para el análisis de no operación de las protecciones el tiempo en que alcanzaría los 573 °K es:

<b>Tiempo Máximo</b>
<b>2.96 seg.</b>

Ahora se muestra los datos obtenidos con la ayuda del programa de Integración y con los cuales obtenemos la grafica Temperatura vs. Tiempo:

Tiempo	$\Delta t$	Tfinal
0,0	0,5	311
0,5	1,5	400
2,0	0,9	500
3,0	1,4	600
4,3	0,9	700
5,2	0,8	800
6,0	0,7	900
6,8	0,7	1000
7,5	0,7	1100
8,1	0,6	1200
8,8	0,2	1300
9,0		1336



Una vez alcanzado nuestro propósito les presentamos el Programa de integración de Simpson desarrollado en Excel que nos permitió hacerlo:

<b>PROGRAMA DE INTEGRACIÓN</b>									
TEMP.AIRE	$\Delta TEM$	FUN	IMP. VAL.	TFUN	IMP. PAR.	VAL.	TFUN	PAR.	SIMPSON
311	311	2,14E-02	1	316,9	2,09E-02	2	322,9	2,04E-02	1,72E+00
<b>TEMP.FINAL</b>	400	1,62E-02	3	328,8	1,99E-02	4	334,7	1,95E-02	
400		1,79E-04	5	340,7	1,91E-02	6	346,6	1,87E-02	
h			7	352,5	1,83E-02	8	358,5	1,79E-02	
5,9			9	364,4	1,76E-02	10	370,3	1,72E-02	
LIM			11	376,3	1,69E-02	12	382,2	1,66E-02	
0			13	388,1	1,63E-02	14	394,1	1,60E-02	
15			15	400	1,57E-02				
<b>TEMP.AIRE</b>	400	1,62E-02	1	406,7	1,59E-02	2	413,3	1,56E-02	1,50E+00
400	500	1,29E-02	3	420	1,53E-02	4	426,7	1,50E-02	

<b>TEMP.FINAL</b>			5	433,3	1,47E-02	6	440	1,45E-02	
500			7	446,7	1,42E-02	8	453,3	1,40E-02	
h			9	460	1,38E-02	10	466,7	1,35E-02	
6,7			11	473,3	1,33E-02	12	480	1,31E-02	
			13	486,7	1,29E-02	14	493,3	1,27E-02	
			15	500	1,25E-02				
<b>TEMP.AIRE</b>	500	1,29E-02	1	504,9	1,28E-02	2	509,7	1,26E-02	9,26E-01
500	573	1,13E-02	3	514,6	1,25E-02	4	519,5	1,24E-02	
<b>TEMP.FINAL</b>			5	524,3	1,22E-02	6	529,2	1,21E-02	
573			7	534,1	1,20E-02	8	538,9	1,19E-02	
h			9	543,8	1,17E-02	10	548,7	1,16E-02	
4,9			11	553,5	1,15E-02	12	558,4	1,14E-02	
			13	563,3	1,13E-02	14	568,1	1,12E-02	
			15	573	1,11E-02				
<b>TEMP.AIRE</b>	573	1,13E-02	1	581,5	1,11E-02	2	589,9	1,09E-02	1,36E+00
573	700	9,29E-03	3	598,4	1,07E-02	4	606,9	1,06E-02	
<b>TEMP.FINAL</b>			5	615,3	1,04E-02	6	623,8	1,03E-02	
700			7	632,3	1,01E-02	8	640,7	9,96E-03	
h			9	649,2	9,82E-03	10	657,7	9,68E-03	
8,5			11	666,1	9,55E-03	12	674,6	9,42E-03	
			13	683,1	9,29E-03	14	691,5	9,17E-03	
			15	700	9,05E-03				
<b>TEMP.AIRE</b>	700	9,29E-03	1	706,7	9,20E-03	2	713,3	9,10E-03	9,18E-01
700	800	8,16E-03	3	720	9,01E-03	4	726,7	8,92E-03	
<b>TEMP.FINAL</b>			5	733,3	8,84E-03	6	740	8,75E-03	
800			7	746,7	8,67E-03	8	753,3	8,59E-03	
h			9	760	8,51E-03	10	766,7	8,43E-03	
6,7			11	773,3	8,35E-03	12	780	8,28E-03	
			13	786,7	8,20E-03	14	793,3	8,13E-03	
			15	800	8,06E-03				
<b>TEMP.AIRE</b>	800	8,16E-03	1	806,7	8,08E-03	2	813,3	8,02E-03	8,15E-01
800	900	7,39E-03	3	820	7,95E-03	4	826,7	7,88E-03	



<b>TEMP.FINAL</b>			5	833,3	7,81E-03	6	840	7,75E-03	
900			7	846,7	7,69E-03	8	853,3	7,63E-03	
h			9	860	7,56E-03	10	866,7	7,50E-03	
6,7			11	873,3	7,44E-03	12	880	7,39E-03	
			13	886,7	7,33E-03	14	893,3	7,27E-03	
			15	900	7,22E-03				
<b>TEMP.AIRE</b>	900	7,39E-03	1	906,7	7,33E-03	2	913,3	7,28E-03	7,44E-01
900	1000	6,76E-03	3	920	7,22E-03	4	926,7	7,17E-03	
<b>TEMP.FINAL</b>			5	933,3	7,12E-03	6	940	7,07E-03	
1000			7	946,7	7,02E-03	8	953,3	6,97E-03	
h			9	960	6,92E-03	10	966,7	6,87E-03	
6,7			11	973,3	6,82E-03	12	980	6,78E-03	
			13	986,7	6,73E-03	14	993,3	6,69E-03	
			15	1000	6,64E-03				
<b>TEMP.AIRE</b>	1000	6,76E-03	1	1007	6,72E-03	2	1013	6,67E-03	6,87E-01
1000	1100	6,41E-03	3	1020	6,63E-03	4	1027	6,59E-03	
<b>TEMP.FINAL</b>			5	1033	6,55E-03	6	1040	6,51E-03	
1100			7	1047	6,46E-03	8	1053	6,42E-03	
h			9	1060	6,39E-03	10	1067	6,35E-03	
6,7			11	1073	6,31E-03	12	1080	6,27E-03	
			13	1087	6,23E-03	14	1093	6,20E-03	
			15	1100	6,16E-03				
<b>TEMP.AIRE</b>	1100	6,41E-03	1	1107	6,37E-03	2	1113	6,33E-03	6,54E-01
1100	1200	6,04E-03	3	1120	6,30E-03	4	1127	6,26E-03	
<b>TEMP.FINAL</b>			5	1133	6,23E-03	6	1140	6,19E-03	
1200			7	1147	6,16E-03	8	1153	6,12E-03	
h			9	1160	6,09E-03	10	1167	6,06E-03	
6,7			11	1173	6,03E-03	12	1180	5,99E-03	
			13	1187	5,96E-03	14	1193	5,93E-03	
			15	1200	5,90E-03				
<b>TEMP.AIRE</b>	1200	6,04E-03	1	1207	6,01E-03	2	1213	5,98E-03	6,20E-01
1200	1300	5,85E-03	3	1220	5,95E-03	4	1227	5,92E-03	

<b>TEMP.FINAL</b>			5	1233	5,89E-03	6	1240	5,86E-03	
1300			7	1247	5,83E-03	8	1253	5,81E-03	
h			9	1260	5,78E-03	10	1267	5,75E-03	
6,7			11	1273	5,72E-03	12	1280	5,70E-03	
			13	1287	5,67E-03	14	1293	5,64E-03	
			15	1300	5,62E-03				
<b>TEMP.AIRE</b>	1300	5,85E-03	1	1302	5,84E-03	2	1305	5,83E-03	2,22E-01
1300	1336	5,83E-03	3	1307	5,83E-03	4	1310	5,82E-03	
<b>TEMP.FINAL</b>			5	1312	5,81E-03	6	1314	5,80E-03	
1336			7	1317	5,79E-03	8	1319	5,78E-03	
h			9	1322	5,77E-03	10	1324	5,76E-03	
2,4			11	1326	5,75E-03	12	1329	5,74E-03	
			13	1331	5,73E-03	14	1334	5,72E-03	
			15	1336	5,72E-03				

Igualmente para el desarrollo del análisis de barra tubular seguimos el mismo modelo y esto es presentando en la siguiente sección.

#### 4.6.2.-Obtención de la curva de Temperatura vs. Tiempo para la barra tubular del lado de 13.8 KV de la subestación

Los datos que utilizaremos son los siguientes:

**TABLA 4.7**

Material de la barra	Cobre
Diámetro exterior de la barra (Dext.)	0.040 (m).
Diámetro interior de la barra (Dint.)	0.036 (m).
Emisividad de la barra ( $\epsilon$ )	0.8
Conductividad térmica de la barra a 311K (Kf)	0.0262 (W/m*K)
Densidad de la barra ( $\rho$ )	8933 (Kg/m <sup>3</sup> )

Calor específico de la barra a 311K (Cp)	385 (J/Kg*K)
Resistencia de la barra a 50°C (Ro)	1.087E-4 ( $\Omega/m$ )
Coef. de var. de resist. con Temp. de la barra ( $\alpha$ )	0.00393 (1/K)
Corriente de cortocircuito	7890.05 (A).

Tal como para la barra de 69KV vamos utilizar el método de Conservación de la Energía pero para esta barra por ser tubular el flujo de aire es interno y externo, aunque en nuestro caso la barra exteriormente esta recubierta por un material aislante, el fenómeno de radiación es analizado internamente, con estas consideraciones utilizando el método ya mencionado se determina el tiempo al cuál alcanza la máxima temperatura que en el peor de los casos debe llegar la barra y el tiempo al cual se fundiría en caso de que no se despeje la falla.

A continuación presentamos la estructura como se presenta los datos en Excel que son utilizados en el método y programa:

**TABLA 4.8**

<b>DATOS</b>		
<b>Densidad de la barra (Kg./m<sup>3</sup>) <math>\rho</math></b>	<b>Temp. aire (<sup>0</sup>K) <math>T_{\infty}</math></b>	<b>Corriente efectiva subtransiente y transiente (A)</b>
8933	311	14202,1
<b>Resistividad del cobre (<math>\Omega/m^2</math>) <math>\rho</math></b>	<b>Emisividad <math>\varepsilon</math></b>	<b>Corriente de cortocircuito permanente <math>I_{cc}</math> (A)</b>
2,157E-08	0,8	7890.05
<b>Resistencia a <math>T_0</math> (<math>\Omega</math>) <math>R_0</math></b>	<b>Const. Boltzmann <math>\sigma</math> (W/m<sup>2</sup>*K<sup>4</sup>)</b>	<b>P atm. (Pa)</b>
9,04E-05	5,67E-08	101320
<b>Cofc. Var. Res. Temp. <math>\alpha</math></b>	<b>Diam.ext. (m)</b>	<b>Constante de gases R</b>
0,00393	0,040	287
<b>Temp. Referencia (<sup>0</sup>K) <math>T_0</math></b>	<b>Diam.int. (m)</b>	<b>velocidad aire (m/seg.)</b>
323	0,036	1

Y estos datos son utilizados en el método de Conservación de la Energía para calcular el tiempo en que alcanza los  $573^{\circ}\text{K}$  y el punto de fusión, en la tabla 4.5 se muestra los datos obtenidos y que interactivamente se lo resuelve en el programa de Excel.

**TABLA 4.9 TEMPERATURA QUE ALCANZA LA BARRA EN FUNCION DE LA DURACIÓN DEL CORTOCIRCUITO**

<b>PARÁMETROS DEL AMBIENTE Y DE LA BARRA CALCULADOS</b>									
<b>Método de Conservación de la Energía</b>									
Temp. inicial (K) T	Temp. final (K) Tf	Densidad (Kg./m <sup>3</sup> ) paire	Viscosid. del aire (Kg./m·s) $\mu_f$	Conduct. térmica de la barra (W/m·K) Kf	Número de Prandtl del aire Prf	Número de Reynolds Ref	Constante de convección h(W/m <sup>2</sup> ·°K)	Calor específico de la barra (J/kg·K) Cp	$\Delta t$ (s)
311	311	1,1351	1,98E-05	0,0262	0,708	2289,76	7,116	385	3,8
400	355,5	0,9931	2,08E-05	0,0300	0,697	1914,32	7,013	397	11,1
500	405,5	0,8706	2,29E-05	0,0337	0,689	1523,37	6,515	410	6,9
573	442	0,7987	2,48E-05	0,0371	0,683	1286,17	6,247	417	10,5
700	505,5	0,6984	2,67E-05	0,0404	0,680	1045,87	5,757	428	7,4
800	555,5	0,6355	2,85E-05	0,0436	0,680	892,58	5,476	433	7,0
900	605,5	0,5830	3,02E-05	0,0466	0,680	772,75	5,214	443	6,9
1000	655,5	0,5386	3,18E-05	0,0495	0,682	678,08	4,998	451	7,1
1100	705,5	0,5004	3,33E-05	0,0523	0,684	600,72	4,796	469	7,9
1200	755,5	0,4673	3,48E-05	0,0551	0,686	536,95	4,624	480	9,4
1300	805,5	0,4383	3,63E-05	0,0578	0,689	483,61	4,469	500	4,1
1336	823,5	0,4287	3,77E-05	0,0603	0,692	455,45	4,450	510	<b>82,7</b>

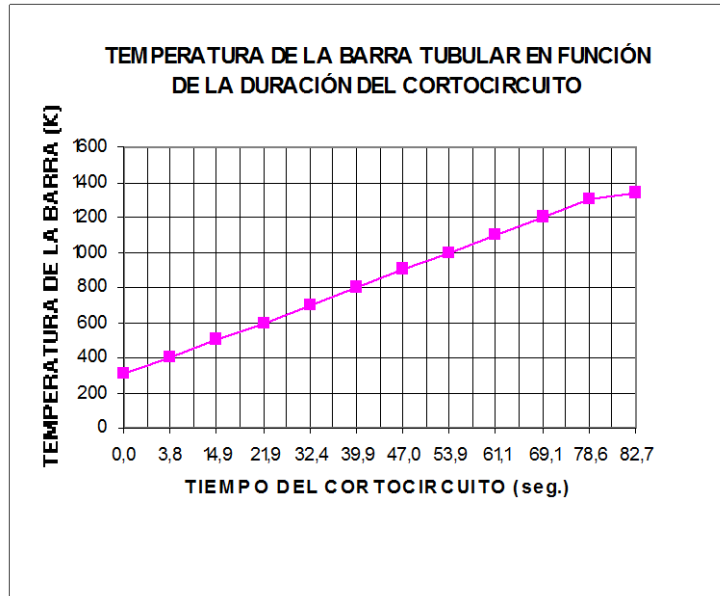
De esta manera obtenemos los tiempos de interés como son el tiempo al cuál llega a la temperatura límite de  $573^{\circ}\text{K}$  y la temperatura de fusión del cobre, recordemos que este análisis se elabora bajo el hecho de que la falla no ha sido despejada, tal como se dijo en la sección anterior.

Para nuestro análisis de no operación de las protecciones el tiempo en que alcanzaría los  $573^{\circ}\text{K}$  es:

<b>Tiempo Máx.</b>
21.88 seg.

Ahora se muestra los datos obtenidos con la ayuda del programa de Integración y con los cuales obtenemos la grafica Temperatura vs. Tiempo:

Tiempo	$\Delta t$	Tfinal
0,00	3,8	311
3,81	11,1	400
14,91	6,9	500
21,88	10,5	600
32,43	7,4	700
39,92	7,0	800
46,97	6,8	900
53,95	7,1	1000
61,13	7,9	1100
69,10	9,4	1200
78,58	4,1	1300
82,74		1336



A continuación se muestra el desarrollo del programa de integración en Excel:

PROGRAMA DE INTEGRACION									
TEMP.AIRE	$\Delta T_{EM}$	FUN	IMP.	VAL. TFUN	IMP.	PAR.	VAL. TFUN	PAR.	SIMPSON
311	311	1,61E-01	1	316,93	1,57E-01	2	322,87	1,54E-01	13,05
TEMP.FINAL	400	1,24E-01	3	328,80	1,50E-01	4	334,73	1,47E-01	
400		8,61E-05	5	340,67	1,44E-01	6	346,60	1,42E-01	
h			7	352,53	1,39E-01	8	358,47	1,36E-01	
5,9			9	364,40	1,34E-01	10	370,33	1,31E-01	
LIM			11	376,27	1,29E-01	12	382,20	1,27E-01	
0			13	388,13	1,25E-01	14	394,07	1,22E-01	
15			15	400,00	1,20E-01				
TEMP.AIRE	400	1,24E-01	1	406,67	1,22E-01	2	413,33	1,20E-01	11,66
400	500	1,01E-01	3	420,00	1,18E-01	4	426,67	1,16E-01	
TEMP.FINAL			5	433,33	1,14E-01	6	440,00	1,12E-01	
500			7	446,67	1,10E-01	8	453,33	1,09E-01	

h			9	460,00	1,07E-01	10	466,67	1,05E-01	
6,7			11	473,33	1,04E-01	12	480,00	1,02E-01	
			13	486,67	1,01E-01	14	493,33	9,95E-02	
			15	500,00	9,81E-02				
<b>TEMP.AIRE</b>	500	1,01E-01	1	504,87	1,00E-01	2	509,73	9,93E-02	7,34
500	573	9,01E-02	3	514,60	9,83E-02	4	519,47	9,74E-02	
<b>TEMP.FINAL</b>			5	524,33	9,65E-02	6	529,20	9,57E-02	
573			7	534,07	9,48E-02	8	538,93	9,40E-02	
h			9	543,80	9,32E-02	10	548,67	9,24E-02	
4,9			11	553,53	9,16E-02	12	558,40	9,09E-02	
			13	563,27	9,01E-02	14	568,13	8,94E-02	
			15	573,00	8,87E-02				
<b>TEMP.AIRE</b>	573	9,01E-02	1	581,47	8,89E-02	2	589,93	8,77E-02	11,11
573	700	7,79E-02	3	598,40	8,66E-02	4	606,87	8,55E-02	
<b>TEMP.FINAL</b>			5	615,33	8,45E-02	6	623,80	8,35E-02	
700			7	632,27	8,25E-02	8	640,73	8,16E-02	
h			9	649,20	8,07E-02	10	657,67	7,99E-02	
8,5			11	666,13	7,90E-02	12	674,60	7,83E-02	
			13	683,07	7,75E-02	14	691,53	7,68E-02	
			15	700,00	7,61E-02				
<b>TEMP.AIRE</b>	700	7,79E-02	1	706,67	7,74E-02	2	713,33	7,68E-02	7,91
700	800	7,21E-02	3	720,00	7,63E-02	4	726,67	7,58E-02	
<b>TEMP.FINAL</b>			5	733,33	7,53E-02	6	740,00	7,49E-02	
800			7	746,67	7,44E-02	8	753,33	7,40E-02	
h			9	760,00	7,36E-02	10	766,67	7,32E-02	
6,7			11	773,33	7,28E-02	12	780,00	7,24E-02	
			13	786,67	7,21E-02	14	793,33	7,17E-02	
			15	800,00	7,14E-02				
<b>TEMP.AIRE</b>	800	7,21E-02	1	806,67	7,18E-02	2	813,33	7,15E-02	7,48
800	900	7,02E-02	3	820,00	7,12E-02	4	826,67	7,09E-02	
<b>TEMP.FINAL</b>			5	833,33	7,07E-02	6	840,00	7,04E-02	
900			7	846,67	7,02E-02	8	853,33	6,99E-02	
h			9	860,00	6,97E-02	10	866,67	6,95E-02	

6,7			11	873,33	6,93E-02	12	880,00	6,92E-02	
			13	886,67	6,90E-02	14	893,33	6,89E-02	
			15	900,00	6,87E-02				
<b>TEMP.AIRE</b>	900	7,02E-02	1	906,67	7,01E-02	2	913,33	7,00E-02	7,44
900	1000	7,09E-02	3	920,00	6,99E-02	4	926,67	6,98E-02	
<b>TEMP.FINAL</b>			5	933,33	6,97E-02	6	940,00	6,97E-02	
1000			7	946,67	6,96E-02	8	953,33	6,96E-02	
h			9	960,00	6,96E-02	10	966,67	6,96E-02	
6,7			11	973,33	6,96E-02	12	980,00	6,96E-02	
			13	986,67	6,96E-02	14	993,33	6,97E-02	
			15	1000,00	6,98E-02				
<b>TEMP.AIRE</b>	1000	7,09E-02	1	1006,67	7,10E-02	2	1013,33	7,11E-02	7,72
1000	1100	7,71E-02	3	1020,00	7,13E-02	4	1026,67	7,14E-02	
<b>TEMP.FINAL</b>			5	1033,33	7,16E-02	6	1040,00	7,17E-02	
1100			7	1046,67	7,19E-02	8	1053,33	7,21E-02	
h			9	1060,00	7,24E-02	10	1066,67	7,26E-02	
6,7			11	1073,33	7,29E-02	12	1080,00	7,32E-02	
			13	1086,67	7,35E-02	14	1093,33	7,39E-02	
			15	1100,00	7,42E-02				
<b>TEMP.AIRE</b>	1100	7,71E-02	1	1106,67	7,75E-02	2	1113,33	7,79E-02	8,70
1100	1200	8,85E-02	3	1120,00	7,84E-02	4	1126,67	7,88E-02	
<b>TEMP.FINAL</b>			5	1133,33	7,94E-02	6	1140,00	7,99E-02	
1200			7	1146,67	8,05E-02	8	1153,33	8,11E-02	
h			9	1160,00	8,18E-02	10	1166,67	8,25E-02	
6,7			11	1173,33	8,32E-02	12	1180,00	8,40E-02	
			13	1186,67	8,48E-02	14	1193,33	8,57E-02	
			15	1200,00	8,66E-02				
<b>TEMP.AIRE</b>	1200	8,85E-02	1	1206,67	8,95E-02	2	1213,33	9,05E-02	10,59
1200	1300	1,16E-01	3	1220,00	9,16E-02	4	1226,67	9,28E-02	
<b>TEMP.FINAL</b>			5	1233,33	9,40E-02	6	1240,00	9,54E-02	
1300			7	1246,67	9,68E-02	8	1253,33	9,82E-02	
h			9	1260,00	9,98E-02	10	1266,67	1,02E-01	
6,7			11	1273,33	1,03E-01	12	1280,00	1,05E-01	

			13	1286,67	1,07E-01	14	1293,33	1,09E-01	
			15	1300,00	1,12E-01				
<b>TEMP.AIRE</b>	1300	1,16E-01	1	1302,40	1,17E-01	2	1304,80	1,18E-01	4,78
1300	1336	1,35E-01	3	1307,20	1,19E-01	4	1309,60	1,20E-01	
<b>TEMP.FINAL</b>			5	1312,00	1,21E-01	6	1314,40	1,22E-01	
1336			7	1316,80	1,23E-01	8	1319,20	1,24E-01	
h			9	1321,60	1,25E-01	10	1324,00	1,26E-01	
2,4			11	1326,40	1,28E-01	12	1328,80	1,29E-01	
			13	1331,20	1,30E-01	14	1333,60	1,31E-01	
			15	1336,00	1,33E-01				

#### 4.7.- METODO DE BIERMANNNS

Ahora los valores obtenidos los vamos a comparar con la formula propuesta por Biermanns para el mismo fin, la cuál establece:

$$T_f = T_o + \frac{1}{\alpha} \left[ e^{\frac{4\alpha R_0 I^2 t}{\pi C_p \rho D^2}} - 1 \right] \text{ ecuación 4.29}$$

Como se puede apreciar esta formula solo toma en cuenta el cambio de la resistencia con la temperatura, de hay los otros valores los toma de sus propiedades a temperatura inicial.

Para la barra de 69 KV con los datos de la tabla 4.10 que son por supuesto los mismos usados en nuestro método:



**TABLA 4.10**

Material de la barra	Cobre
Diámetro de la barra (D)	0.0117 (m).
Densidad de la barra ( $\rho$ )	8933 (Kg/m <sup>3</sup> )
Calor específico de la barra a $T_0$ (Cp)	385 (J/Kg*K)
Resistencia de la barra a $T_0$ (Ro)	2.26E-4 ( $\Omega$ /m)
Coef. de var. de resist. Con Temp. de la barra ( $\alpha$ )	0.00393 (1/K)
Temperatura del ambiente	38 °C = 311 °K
Corriente de cortocircuito (I)	9806.38 (A).

Con estos datos realizamos los cálculos en Excel en la misma hoja en la que se realizó los cálculos con el otro método, esto para poderlos comparar y tenemos este resultado:

<b>MÉTODO DE BIERMANN'S</b>		
		tiempo(seg.)
Tmax.	573	2,82
Tfusion	1336	8,78

Tenemos que la barra alcanza los 573 °K en 2.82 seg., es decir un error del 4.7% en relación con nuestro método propuesto, y el punto de fusión lo alcanza en 8.78 seg. presentándose un error del 2.2%.

Ahora para la barra de **13.8 kV** con los siguientes datos de la tabla 4.11 que son por supuesto los mismos usados en nuestro método:

TABLA 4.11

Material de la barra	Cobre
Diámetro exterior de la barra (Dext.)	0.040 (m).
Diámetro interior de la barra (Dint.)	0.036 (m).
Densidad de la barra ( $\rho$ )	8933 (Kg/m <sup>3</sup> )
Calor específico de la barra a $T_0$ ( $C_p$ )	385 (J/Kg*K)
Resistencia de la barra a $T_0$ ( $R_0$ )	1.087E-4 ( $\Omega/m$ )
Coef. de var. de resist. Con Temp. de la barra ( $\alpha$ )	0.00393 (1/K)
Temperatura del ambiente	38 °C = 311 °K
Corriente de cortocircuito (I)	7890.05 (A).

El análisis se lo realiza igual como en el anterior caso y nos da estos valores:

<b>MÉTODO DE Biermanns</b>		
		tiempo(seg.)
Tmax.	573	20,22
Tfusion	1336	54,03

Tenemos que la barra alcanza los 573 °K en 20.22 seg., es decir un error del 7.6 % en relación con nuestro método propuesto, y el punto de fusión lo alcanza en 54.03 seg. presentándose un error del 34.7%.

Esta diferencia de valores significativa en el último de los valores dados, tiene una explicación ya que el método por nosotros aplicados toma condiciones realistas ya que las condiciones del material y del fluido cambian con la temperatura y el método de Biermanns al no tomar en cuenta esto se presenta una diferencia palpable.

Estos errores no parecen muy alto pero en condiciones normales de operación la formula de Biermanns al no tomar en consideración los efectos de convección y radiación no nos ofrece datos para nada realistas. Para efectos explicativos vamos a analizar en condiciones normales de operación.

#### 4.8.-Análisis en condiciones normales de operación.

Para esto de la formula 4.28 la cuál establecía que la energía almacenada dependía de la variación de la temperatura con respecto al tiempo  $dT/dt$ ; pero esta variación en un análisis de energía ya realizado al enfrentarnos bajo condiciones normales va a llegar a ser cero es decir va a ver un momento en que a pesar de que pase el tiempo la temperatura ya no crece es decir se estabiliza. En este momento de equilibrio la ecuación 4.28 nos queda:

$$I^2 R_0 [1 + \alpha(T - T_0)]L - hA_{\text{sup}}(T - T_{\text{air}}) - \varepsilon\sigma A_{\text{sup}}(T^4 - T_{\text{air}}^4) = 0$$

aquí no vamos a tomar en cuenta la variación de la resistencia con la temperatura (esto por facilidad para los cálculos), también procedemos a dividir esta ecuación para la longitud y simplificando nos queda:

$$\pi D h (T - T_{\text{air}}) + \pi D \varepsilon \sigma (T^4 - T_{\text{air}}^4) = I^2 R_0$$

Sabiendo que un conductor de cobre de acuerdo a características técnicas no debe sobrepasar los  $50^\circ\text{C}$  ( $323^\circ\text{K}$ ), podemos utilizar la ecuación anterior para ver cuál es la temperatura de equilibrio que alcanza para una corriente nominal y mediante la cuál se puede apreciar la importante función del aire o de cualquier otro fluido como refrigerante.

Procedemos a resolver como una ecuación polinómica para con ayuda de Excel y un pequeño programa de punto fijo para resolver y de esta manera nos permita realizar un grafico Temperatura vs. Corriente y obtener las conclusiones del caso, a continuación se muestra lo obtenido:

$$\pi D \varepsilon \sigma T^4 + \pi D h T - \pi D T_{\text{air}} (h + \varepsilon \sigma T_{\text{air}}^3) - I^2 R_0 = 0 \text{ ecuación 4.30}$$

A partir de esto se lo trabaja en Excel para obtener las graficas Temperatura vs. Corriente bajo condiciones normales, para ambas barras en estudio.

Tomando consideraciones ambientales extremas como las que pueden darse en la ciudad de Guayaquil, como al medio día se puede tener una alta temperatura de ambiente 38 °C, bajo estas características la velocidad del viento suele ser de 1m/seg. Situación que tomaremos en el análisis para ambas barras.

#### 4.8.1.-Análisis en la barra de 69KV.

El análisis se desarrolla en Excel aplicando la formula 4.30 escrita de forma polinómica y los datos a utilizar se los representa en Excel de la siguiente manera:

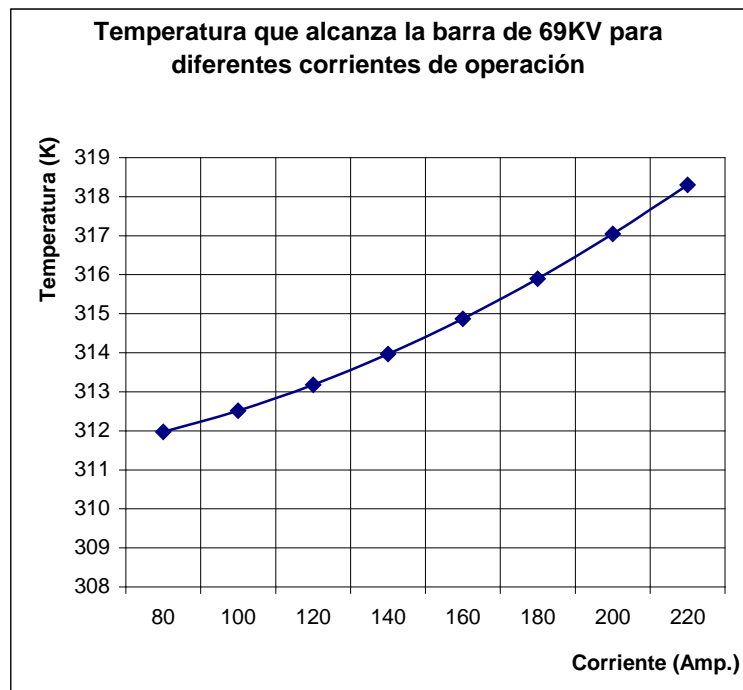
<b>DATOS</b>		
<b>Densidad de la barra (Kg./m<sup>3</sup>) ρ</b>	<b>Emisividad ε</b>	<b>Corriente nominal (Amp) 24 MVA</b>
8933	0,8	200,82
<b>Resistividad del cobre (Ω/m<sup>2</sup>) ρ</b>	<b>Const. Boltzmann σ(W/m<sup>2</sup>*K<sup>4</sup>)</b>	<b>P atm. (Pa)</b>
2,02E-08	5,67E-08	101320
<b>Resistencia a To (Ω) Ro</b>	<b>Diámetro D (m)</b>	<b>Constante de gases R</b>
1,88E-04	1,17E-02	287
<b>Temp. aire (°K) T<sub>∞</sub></b>	<b>Corriente nominal (Amp) 18 MVA</b>	<b>velocidad aire (m/seg.)</b>
311	150.61	1

Y el esquema de los parámetros de ambiente calculados son:

<b>PARÁMETROS DEL AMBIENTE Y DE LA BARRA CALCULADOS</b>			
<b>Temp. inicial (K) T</b>	<b>Densidad (Kg/m<sup>3</sup>) ρaire</b>	<b>Viscosidad del aire (Kg/m*s) μf</b>	<b>Conductividad térmica de la barra (Ω/m*K) Kf</b>
311	1,1351	1,98E-05	0,0262
<b>Número Prandtl del aire Prf</b>	<b>Número de Reynolds Ref</b>	<b>Constante de convección h(W/m<sup>2</sup>.°K)</b>	<b>Calor específico de la barra (J/kg*K) Cp</b>
0,708	668,840	28,3403	385

Obteniendo la siguiente curva para diferentes valores de corriente nominal que se pudiesen presentar:

<b>Corriente nominal In (A)</b>	<b>Temperatura T (K)</b>
80	311,97
100	312,52
120	313,18
140	313,97
160	314,87
180	315,90
200	317,04
220	318,30



Como se aprecia por la tabla de resultado y del grafico la barra del lado de 69KV no presenta una sobretemperatura mayor a los  $10^0$  de la temperatura ambiente. Pero en el lado de 13.8KV la barra tubular presenta temperaturas mayores debido a que al ser el lado de bajo voltaje por ella circula una corriente mayor. Así que prosigamos con esta introducción al análisis en dicha barra.

#### 4.8.2.-Análisis en la barra de 13.8KV.

Prosiguiendo con el análisis la corriente en el lado de baja tensión es mayor y obedecerá a la relación de transformación del transformador que es 67/13.8, es decir casi 5 veces mayor en comparación con la corriente del primario.

Así tomamos como dato las corrientes que se usaron para el desarrollo anterior pero ahora multiplicado por la relación del transformador.

El análisis se desarrolla en Excel aplicando la formula 4.30 escrita de forma polinómica y los datos a utilizar se los representa en Excel de la siguiente manera:

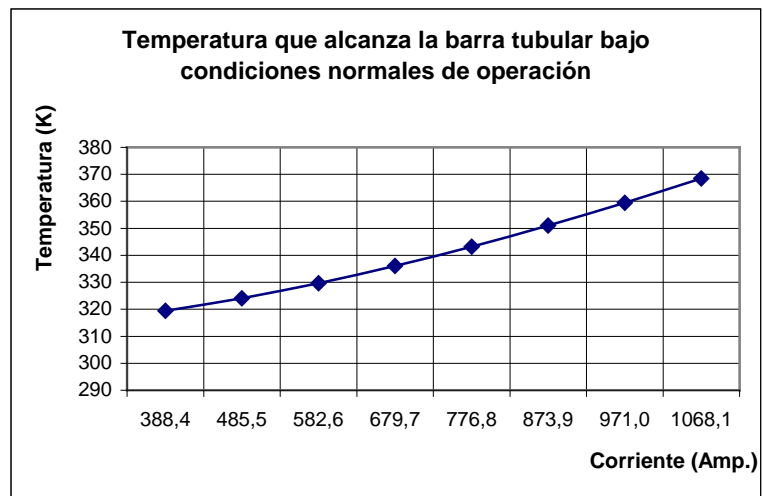
<b>DATOS</b>			
<b>Densidad de la barra (Kg./m<sup>3</sup>) ρ</b>	<b>Const. Boltzmann σ(W/m<sup>2</sup>*K<sup>4</sup>)</b>	<b>Corriente nominal a 24 MVA (A)</b>	
8933	5,67E-08	974,98	
<b>Resistividad del cobre (Ω/m<sup>2</sup>) ρ</b>	<b>Diam.ext. (m)</b>	<b>P atm. (Pa)</b>	
2,157E-08	0,040	101320	
<b>Resistencia a To (Ω) Ro</b>	<b>Diam.int. (m)</b>	<b>Constante de gases R</b>	
9,04E-05	0,036	287	
<b>Temp. aire (°K) T<sub>∞</sub></b>	<b>Corriente nominal a 18 MVA (A)</b>	<b>velocidad aire (m/seg.)</b>	<b>Emisividad ε</b>
311	731,24	1	0,8

Los parámetros calculados son:

<b>PARÁMETROS DEL AMBIENTE CALCULADOS</b>			
<b>Temp. inicial (K) T</b>	<b>Densidad (Kg/m<sup>3</sup>) ρaire</b>	<b>Viscosidad del aire (Kg/m·seg) μf</b>	<b>Conductividad térmica de la barra (Ω/m*K) Kf</b>
311	1,1351	1,98E-05	0,0262
<b>Número Prandtl del aire Prf</b>	<b>Número de Reynolds Ref</b>	<b>Constante de convección h(W/m<sup>2</sup>*°K)</b>	<b>Calor específico de la barra (J/kg*K) Cp</b>
0,708	2289,76	7,116	385

Y la curva obtenida es la siguiente:

Corriente Nominal In (A)	Temperatura T(K)
388,41	319,47
485,51	324,11
582,61	329,65
679,71	336,03
776,81	343,18
873,91	351,02
971,01	359,47
1068,12	368,44



#### 4.9.-CONCLUSIONES

- En caso de que se presentase una falla trifásica permanente en el sistema de barras del lado de 69 KV y no actúen las protecciones en tan solo 8.98 seg. se alcanzaría el punto de fusión del cobre que es de  $1336^{\circ}\text{K}$ . Sabiendo que no es recomendable que una barra pase de los  $573^{\circ}\text{K}$  ya que a partir de esta temperatura pierde sus propiedades térmicas, eléctricas y mecánicas, la falla debe ser despejada antes de 2.96 seg. con las condiciones de ambiente analizadas. De el grafico que muestra los resultados del análisis para la barra de 69KV se aprecia que si la falla es despejada a los 7 ciclos que esta programado abrir el interruptor, e inclusive si tuviera recierre (por lo que la falla sería despejada en 14 ciclos) la barra no alcanza los  $400^{\circ}\text{K}$ , que esta lejos de la temperatura máxima.

- En el lado de 13.8 KV, la falla de fase a tierra produce los mayores esfuerzos térmicos, que en el caso de no poder ser despejada se fundiría en 82.74 seg. Además por lo indicado anteriormente, la falla debe ser despejada antes de 21.88 seg. para que la barra no alcance la temperatura máxima permitida. Observamos aquí que las diferencias de tiempos fue muy alta, esto se debe no solo a que la corriente de cortocircuito es menor, sino a que área superficial de la barra de 13.8KV es mayor que el de la barra de 69KV y además de que por ser barra tubular actúa el medio refrigerante externa e internamente. Para la barra del lado de 13.8KV igual que para la barra de 69KV, puede soportar durante 14 ciclos (en caso de que haya recierre) los esfuerzos térmicos. Para poder ver que la variable de más importancia es el área superficial se realiza los cálculos para un diámetro exterior igual al de la barra de 69KV y se determina que en 1.21seg. se alcanza la temperatura máxima permitida por las normas y en 3.66 seg. se funde valores rotundamente más pequeños para la situación real.
- La diferencia entre los valores obtenidos entre los dos métodos analizados no es grande, al menos en caso de barra cilíndrica donde los valores son bastantes cercanos, por lo que el método de Biermans es bastante practico por su facilidad de uso; aunque el método de conservación de energía como esta



propuesto, en este prototipo de programa, nos puede resultar mucho más fácil y ventajoso al ofrecer un menú de entrada de datos y al terminar de ingresar los datos obtener los resultados requeridos.

- Lo importante del método propuesto es que se busca encontrar la sección de conductor adecuado y no sobredimensionar, ya que al hacerlo encarecemos los costos de la subestación pero sin dejar de lado las características técnicas, es decir se busca realizar un estudio técnico-económico adecuado.

## CAPITULO 5

### ESTUDIO DE LOS ESFUERZOS ELECTRODINAMICOS Y TERMICOS DEBIDO A CORTOCIRCUITOS EN LOS INTERRUPTORES DE LA SUBESTACIÓN CEIBOS

#### **5.1.-Objetivos.**

Analizar y determinar las fuerzas electrodinámicas que se generan en los contactos principales y de arco de los interruptores en vacío a 13.8 Kv. y en SF<sub>6</sub> a 69 Kv.

Determinar las temperaturas que alcanzaran los contactos de los interruptores en función de la sección de los puntos de contacto y del material del cual están hecho los contactos.

#### **5.2.- Corriente de interrupción simétrica y asimétrica: Cierre y disparo de los interruptores.**

De existir un cortocircuito (c.c) en la subestación el interruptor experimentará también la corriente de choque ya que el tiempo de apertura del interruptor es la suma del tiempo de operación al cuál a sido calibrado y del tiempo propio de los reles que envían la señal de apertura al interruptor después de la iniciación del cortocircuito por lo que el valor real de la corriente interrumpida es menor que el valor inicial de la corriente de cortocircuito.

La IEC define la corriente de interrupción como sigue: La corriente de interrupción de un polo de un interruptor es el valor de la corriente en el polo

en el instante de separación de los contactos y se expresa por dos valores de corriente de apertura:

1. Corriente simétrica.
2. Corriente asimétrica.

Los cuales ya fueron explicados en el capítulo 2

**La corriente de cierre de un interruptor** es la capacidad de un interruptor para cerrar sus contactos en condiciones de c.c. La corriente de cierre de un interruptor cuando cierra sobre un c.c. es el valor eficaz de la corriente total (incluyendo las componentes de C.A. y C.D.) en su primer valor cresta ( corriente de choque **I<sub>ch</sub>**).

$$\text{Corriente de cierre sobre cortocircuito} = 1.8\sqrt{2} I_{cc} = 2.54I_{cc}$$

**La corriente nominal de tiempo corto** de un interruptor es el valor eficaz de corriente que el interruptor puede conducir en posición cerrada sin sufrir daño por intervalos de tiempo cortos especificados.

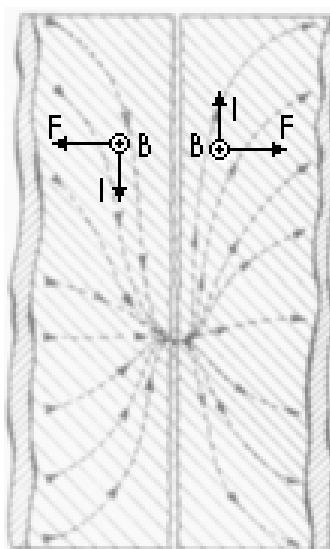
**Capacidad de ruptura o poder de desconexión** se denomina al valor eficaz de la corriente que como máximo puede cortar un interruptor con toda seguridad y con sólo ligero deterioro de sus contactos.

El valor de la corriente de choque, este valor instantáneo alto de corriente, provoca **esfuerzos electrodinámicos**. Para lo cuál se tiene contactos de diseño especial para aprovechar la atracción que se produce entre conductores de manera que la resultante de los esfuerzos electromagnéticos ayude al cierre de los contactos. A continuación se va a realizar el estudio de los esfuerzos electrodinámicos en los contactos de lo interruptores.

### 5.3.-Esfuerzos electrodinámicos en los contactos de los interruptores.

Las secciones de ruptura se hallan circunscritas, la mayor parte de las veces, a determinados puntos de contacto, que por efectos de la presión de los resortes llegan a ser, como máximo, de algunos milímetros de diámetro. Debiendo evitarse a toda costa la soldadura de los mismos, hay que impedir la formación del arco con su extraordinario desprendimiento de calor, es decir; la *separación de los contactos* cuando debieren estar cerrados.

La figura 5.1 ilustra el flujo de corriente a través de los contactos, el cual es mostrado con las superficies irregulares exageradas.



**Figura 5.1:** Flujo de corriente a través de los contactos del interruptor

El flujo de corriente converge a un punto o a pocos, y fuerzas son producidas entre los contactos debido a la repulsión mutua entre las diferenciales de corrientes en las que la corriente total puede ser descompuesta.

Estas fuerzas se oponen al cierre de los contactos, la distribución complicada de las mismas hace difícil el calculo. Como método más sencillo, se han efectuado ensayo sobre modelos, donde los puntos de contactos se sustituyeron por conductores sumergidos en un baño de mercurio, recorridos

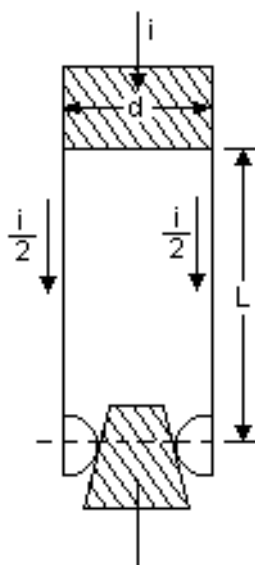
por corriente continua, de intensidad moderada. Las experiencias condujeron a la siguiente formula para la fuerza de separación de los electrodos:

$$F = 0.70i^2 \ln\left(\frac{60}{d}\right) 10^{-8} \text{ Kg.} \quad \text{ec. 5.1}$$

En donde  $i$  es la corriente en amperios y  $d$  es el diámetro de los puntos de contacto en milímetros.

Estas fuerzas deben ser compensadas por el uso de resortes lo bastantes fuertes, o bien de una manera más elegante, compensando los esfuerzos mediante fuerzas electrodinámicas contrarias.

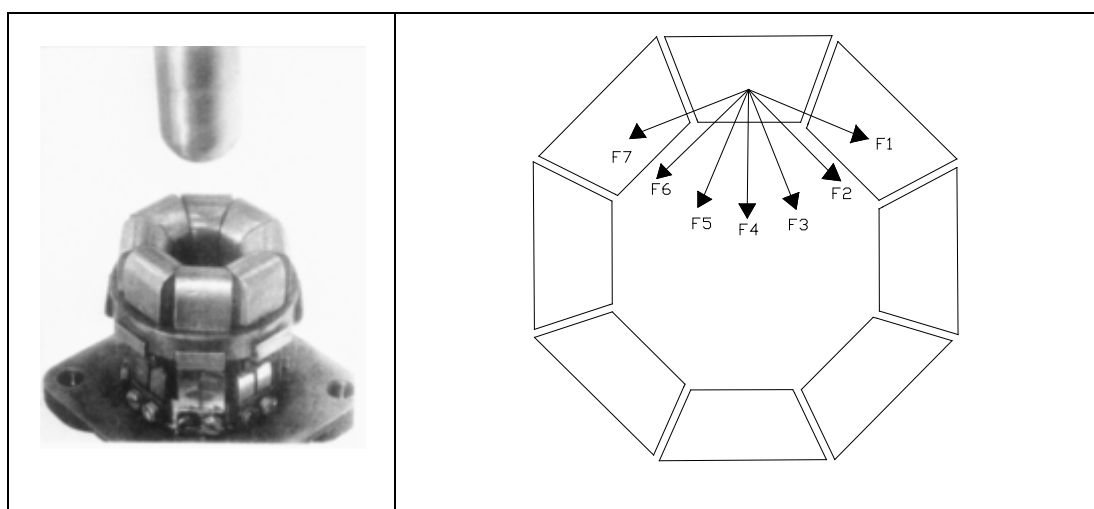
Son bastantes usadas las soluciones a bases de *dedos adinámicos*. En estos últimos (figura 5.2), la corriente se bifurca entre dos dedos de contactos, opuestos, cuyas dimensiones dan una relación de la longitud  $L$ , a la distancia de separación  $d$ , tal que la atracción entre ellos y la repulsión en los contactos se equilibren, en lo posible.



**Figura 5.2:** Dedos adinámicos

Como la fuerza atractiva es también proporcional a  $i^2$  la compensación se puede realizar para todas las intensidades. Mejorando el contacto, se llega a una reducción apreciable de las sollicitaciones. Así, por ejemplo, si se duplica el número de ellos, las fuerzas se reducen a la cuarta parte ( $F$ , proporcional a  $i^2$ ).

La figura 5.3 muestra la disposición de los contactos usados en muchos tipos de interruptores, este consiste de 8 dedos por lo que la corriente que circula por cada uno de ellos será  $1/8$  de la total, con ello la fuerza que soporta cada uno de ellos se habrá reducido aproximadamente en un dieciseisavo de la que habría si se usasen dos contactos.



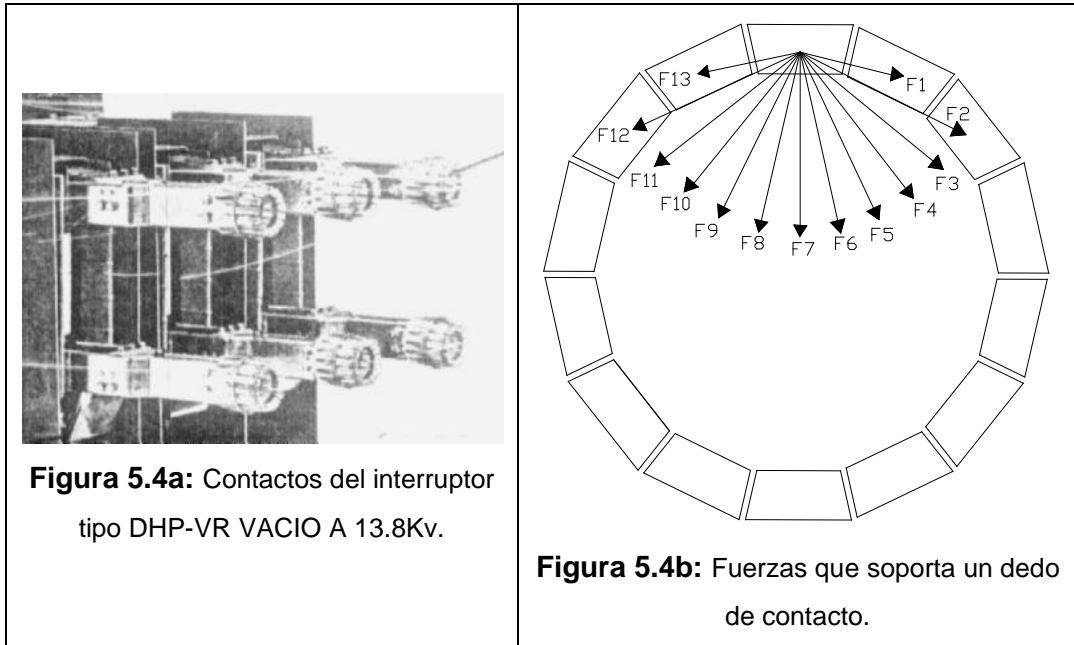
**Figura 5.3:** Contacto formado por ocho dedos

### 5.3.1.- Esfuerzos electrodinámicos en los contactos del interruptor tipo DHP-VR VACIO A 13.8Kv.

#### 5.3.1.a.- Esfuerzos electrodinámicos en los contactos principales:

La figura 5.4a muestra la forma de los contactos principales la misma que consta de 14 dedos formando un anillo.

La figura 5.4b muestra un diagrama de las fuerzas que soporta un dedo del contacto.



Primero se obtendrá una expresión para la fuerza que soporta cada contacto:

$$\sum F_1 = \sum F_{x1} + \sum F_{y1}$$

En donde la sumatoria de fuerzas en **X** será cero por tanto lo que se calcula es la sumatoria de fuerzas en **Y**.

Se utiliza la ecuación 3.15 para la fuerza entre conductores cuya longitud no es muy larga con respecto a su separación:

$$F = \frac{\mu I^2}{2\pi a} \left[ \sqrt{L^2 + a^2} - a \right]$$

En donde **L** es la longitud del conductor, en este caso del dedo; **a** es la separación entre dedos.

La separación entre dedos varía de acuerdo a la siguiente expresión:

$$a = 2R \cos\left(\frac{180}{n}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{180m}{n}\right)$$

En donde **R** es el radio del anillo formado por los dedos, **n** es el numero de dedos y **m** = 1,2,...(n-2)/2.

Sustituyendo estos valores en la ecuación 3.15 obtenemos la ecuación 5.2:

$$F = \frac{\mu I^2}{2\pi n^2} \left[ 2 \sum_{m=1}^{(n-2)/2} \left[ \frac{\sqrt{L^2 + \left( 2R \cos\left(\frac{180}{n}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{180m}{n}\right) \right)^2}}{2R \cos\left(\frac{180}{n}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{180m}{n}\right)} - 1 \right] + \frac{\sqrt{L^2 + \left( 2R \cos\left(\frac{180}{n}\right) \right)^2}}{2R \cos\left(\frac{180}{n}\right)} - 1 \right]$$

Esta es la ecuación general que sirve para obtener la fuerza que soporta cada dedo cuando el contacto tiene  $n$  dedos.

Ahora se aplica esta ecuación al anillo de 14 dedos para determinar la fuerza que soporta cada uno de ellos, la misma que será de atracción ya que las corrientes que circulan por cada dedo tienen el mismo sentido. En donde  $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}$  H/m;  $L$  la longitud del dedo en cm.;  $R$  es el radio del anillo formado por los contacto en cm e  $I$  es la corriente de cortocircuito de efectos electrodinámicos en amperios.

Por lo tanto la fuerza será:

**Tabla 5.1: Fuerza sobre un dedo de contacto del interruptor tipo DHP-VR VACIO**

DATOS	m	SUMA	F (Kg)
<b>I (A)</b>	1	3,7372	<b>0,67951</b>
20084,8	2	1,5767	
<b>n</b>	3	0,9316	
14	4	0,6543	
<b>R (cm)</b>	5	0,5192	
2,2	6	0,4550	
<b>L (cm)</b>	<b>TOTAL</b>	7,8741	
4,42			
<b>m</b>			
6			

La fuerza de separación que reciben cada contacto es encontrada aplicando la ecuación 5.1 para la cual se considera un diámetro de punto de contacto



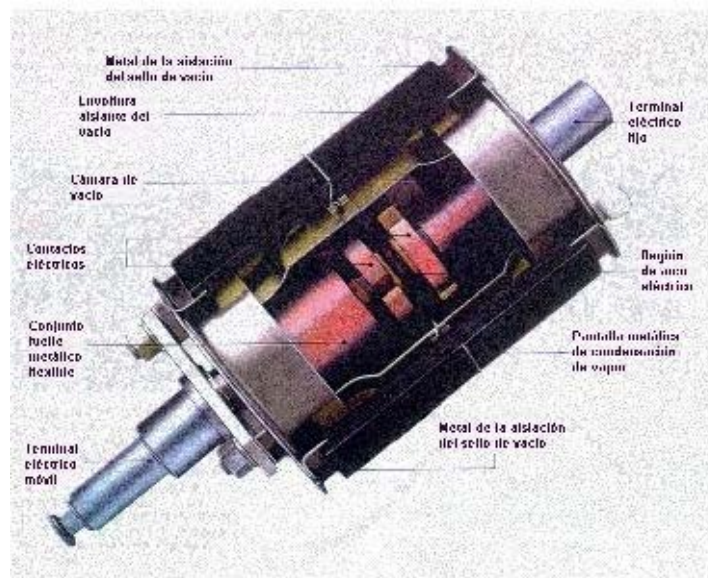
de 0.5mm. La corriente que circula por cada contacto es 1/14 de 20084.8 A es decir 1434.6A.

$$F = 0.70i^2 \ln\left(\frac{60}{d}\right) 10^{-8} \text{ Kg.}$$

$$\boxed{F_{\text{sep}} = 0.069 \text{ Kg.}}$$

### 5.3.1.b.- Esfuerzos electrodinámicos en los contactos de arco:

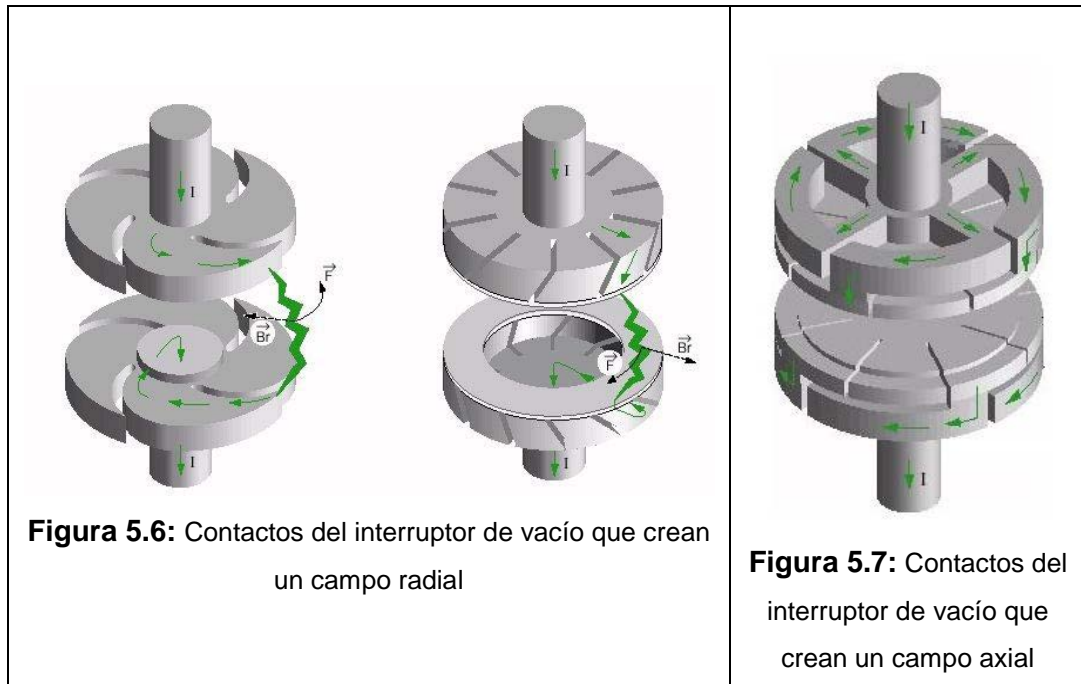
Las cámaras de vacío (figura 5.5) producen una interrupción simple y rápida. En la posición de cerrado, la corriente fluye a través del interruptor. Cuando los contactos son abiertos, el arco es conducido entre las superficies de contacto.



**Figura 5.5:** Cámara de vacío

Los contactos del interruptor de vacío mostrados en las figuras 5.6 y 5.7 tienen ranuras y son de diseño espiral para forzar el arco a un rápido desplazamiento alrededor de las superficies de contacto (arco rotativo) por efecto de las fuerzas magnéticas autoinducidas.

La figura 5.6 muestra las estructuras de contactos que crean un campo radial, también se diseñan contactos que crean un campo axial como muestra la figura 5.7.



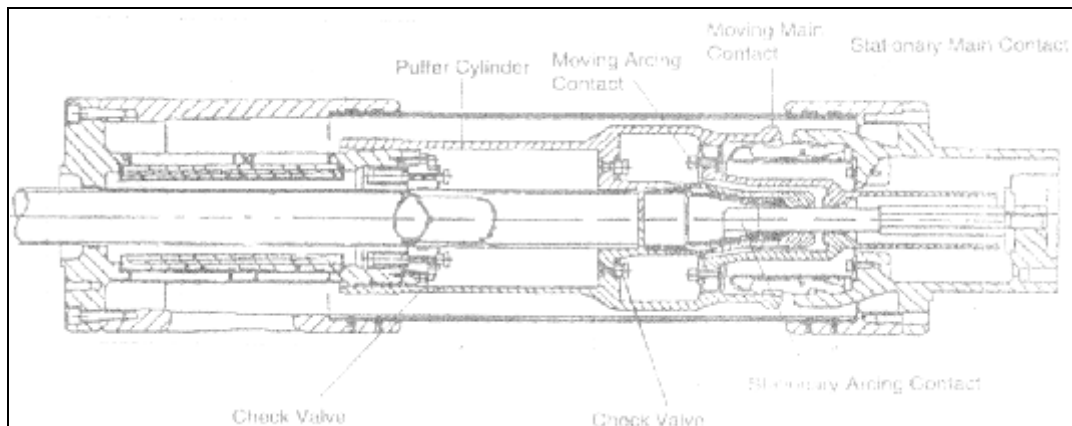
Esto evita una brusca erosión de los contactos así como la formación de puntos calientes sobre las superficies de contacto. El arco se extingue en un metal de vapor ionizado, el cual sale continuamente del área de contacto y se condensa alrededor de la pantalla metálica de condensación del vapor.

### 5.3.2.- Esfuerzos electrodinámicos en los contactos del interruptor en gas SF<sub>6</sub> tipo 72PM40-12.

#### 5.3.2.a.- Operación del interruptor:

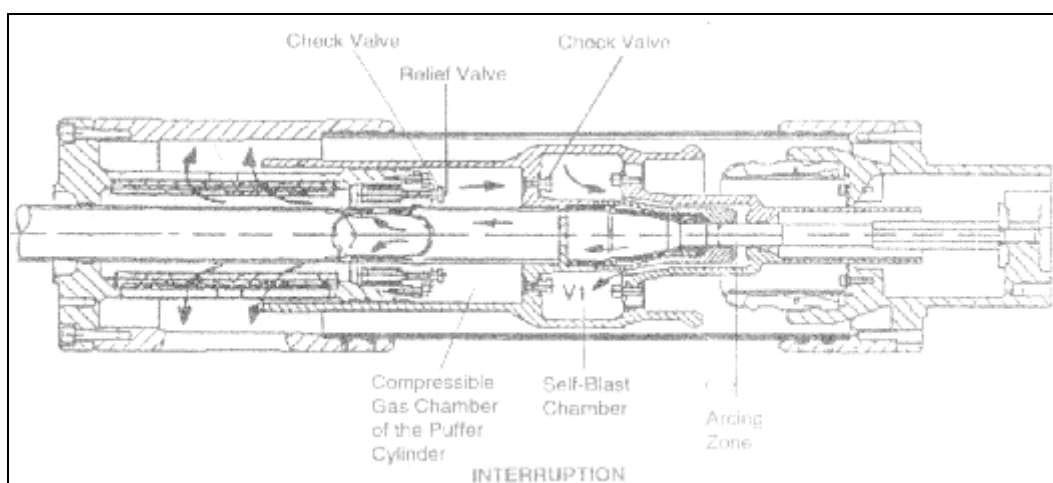
Este interruptor es un diseño de presión única que usa una combinación de tecnologías de expansión y autosoplado. El gas SF<sub>6</sub> llena los tanques y bushings del breaker a una presión de 65 psi (448KPa) a 68 °F (20 °C) sirve como un medio aislante y para extinguir el arco. En la posición de cerrado

(figura 5.8), los contactos están completamente acoplados y el máximo volumen compresible del SF<sub>6</sub> está dentro del cilindro expansor móvil.



**Figura 5.8:** Posición de cerrado

Cuando comienza la apertura del interruptor (figura 5.9), los contactos principales parten primero transfiriendo la corriente a los contactos de arco. Enseguida los contactos de arco parten y un arco comienza a propagarse entre los contactos de arco; los cuales están encerrados dentro de tubos de Teflón. Mientras la corriente está en los niveles más altos, o en otras palabras, alrededor de la corriente pico, el arco calienta y presuriza el gas SF<sub>6</sub> en el área alrededor de los contactos de arco.



**Figura 5.9:** Apertura del interruptor

Este incremento de presión impulsa el gas SF<sub>6</sub> calentado alrededor de los contactos de arco dentro de la cámara-autosoplante. Por la ventaja del avanzado diseño del interruptor, el gas caliente presurizado es capaz de ser suficientemente enfriado por la mezcla turbulenta con el gas frío en la cámara-autosoplante. Esta acción resulta en una alta presión mezclada a baja temperatura, algo necesario para alcanzar la interrupción.

Próximo a la corriente cero, la intensidad del arco se reduce. Como resultado el gas fluye a la inversa, conduciendo el gas SF<sub>6</sub> presurizado a través de los contactos de arco. Debido a las excelentes propiedades térmicas del SF<sub>6</sub> el arco es enfriado y finalmente extinguido a corriente cero.

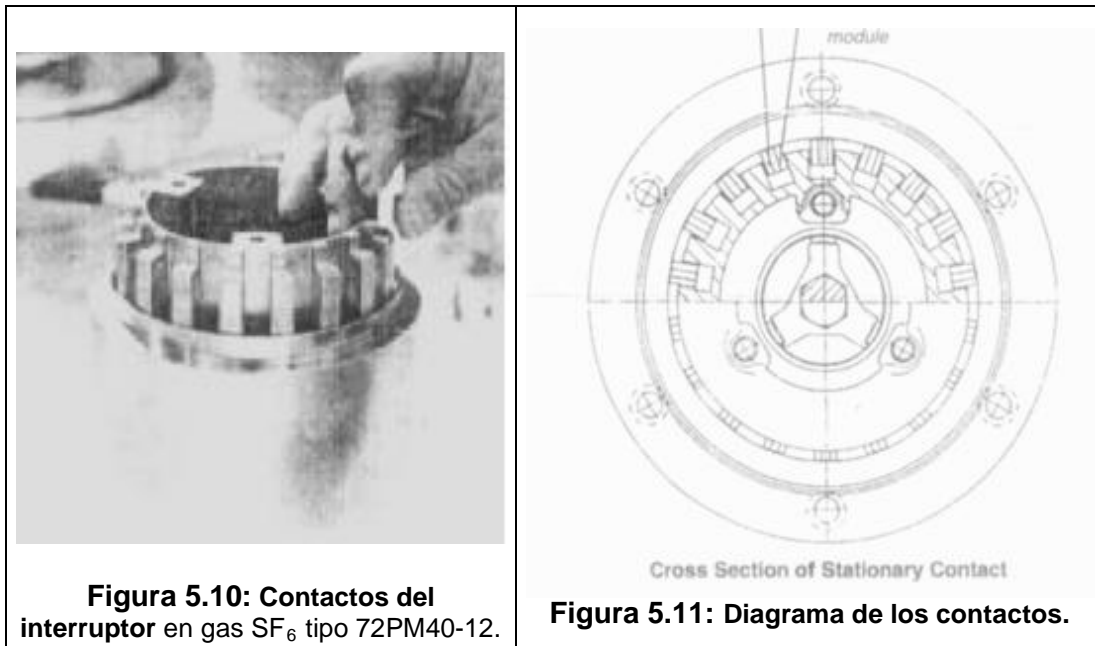
Durante las altas corrientes de interrupción, el incremento de presión es suficientemente alto en la cámara auto-soplante para causar el control unidireccional de la válvula entre la cámara auto-soplante y el cilindro de expansión para cerrar el paso entre los dos. Una válvula de alivio construida dentro del soporte del contacto móvil provee un principio para liberar la presión en el cilindro a un predeterminado valor (más bajo que la presión en la cámara auto-soplante durante las altas corrientes de interrupción).

Para resumir el proceso de interrupción, la energía requerida para la presurización del gas SF<sub>6</sub> usada para extinguir el arco es generada por este mismo, por ello la designación "auto-soplante". El máximo incremento de presión en el cilindro expansor esta limitado a la liberación de presión de la válvula de alivio.

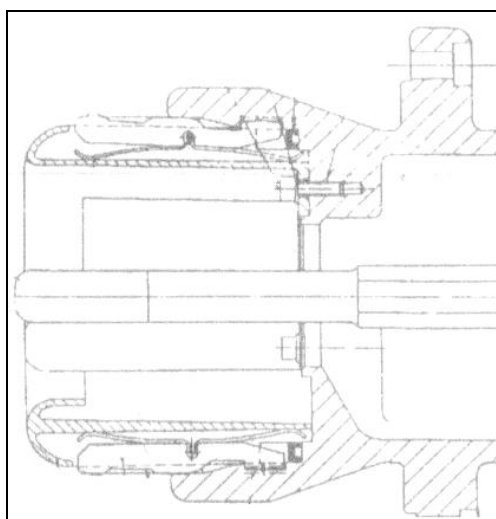
#### **5.3.2.b.- Esfuerzos en los contactos:**

La figura 5.10 muestra la forma de los contactos principales la misma que consta de 18 grupos de tres dedos formando un anillo.

La figura 5.11 muestra un diagrama de los contactos.



De esta manera se consigue un mayor número de puntos de contacto. Puesto que los contactos están ubicados sobre un soporte, no se aprovecha la fuerza de atracción entre ellos, pero ya que va a existir la fuerza de separación cuando se cierran los contactos, esta es compensada con el uso de resortes tal como está mostrado en la figura 5.12.



**Figura 5.12:** Resortes para compensar la fuerza de separación entre contactos del interruptor en SF<sub>6</sub>

La fuerza de separación que recibe cada contacto es encontrada aplicando la ecuación 5.1. Como existen 18 dedos, cada uno formado por tres placas separadas bien delgadas, se tendrán 54 puntos de paso de corrientes; se supondrá que cada paso tiene un diámetro de punto de contacto de 0.5mm. La corriente de choque máxima en el lado de 69 Kv. se presenta, de acuerdo al capítulo 2, en caso de una falla trifásica y es de 24962.97, si dividimos para 54 obtenemos la corriente por cada placa de dedo y es: 462.28 A.

Por lo tanto la fuerza de separación que soporta cada placa del dedo es:

$$F = 0.70i^2 \ln\left(\frac{60}{d}\right) 10^{-8} \text{ Kg.}$$

$$\boxed{F_{\text{sep}} = 0.00716 \text{ Kg.}}$$

#### 5.4.- Esfuerzos térmicos en los contactos de los interruptores

La superficie efectiva de contacto, es decir, aquella por donde atraviesa realmente la corriente, queda limitada, según la adaptabilidad del material en cuestión, a un mínimo de puntos que va de 1 a 3.

La extensión de estos puntos de contacto depende de la naturaleza del material y de la intensidad de la presión. Según Wanger, el aumento de la temperatura en dichos puntos, con corrientes de corta duración, viene dado por:

$$\Delta t = t_f - t_o = \frac{\rho}{8\pi^2 k a^2} i^2 * 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C} \text{ ec. 5.4}$$

Siendo  $\rho$  la resistividad del material;  $k$  la conductividad térmica del conductor en vatios / centímetro por grado centígrado (3.94 para el cobre);  $i$ , la

amplitud de la corriente en amperios, y  $a$ , el radio del punto de contacto en centímetros.

Puesto que la resistividad varía con la temperatura de acuerdo a la ecuación:

$$\rho = \rho_{20} [1 + \alpha(t_f - 20^\circ \text{C})] \quad \text{ec. 5.5}$$

Sustituyendo la ec. 5.5 en la 5.4 se obtiene:

$$t_f = \frac{i^2 \rho_{20} (1 - 20\alpha) + 8k\pi^2 a^2 10^4 t_o}{8k\pi^2 a^2 10^4 - i^2 \rho_{20} \alpha} \quad ^\circ \text{C} \quad \text{ec. 5.6}$$

#### 5.4.1.-Esfuerzos térmicos en los contactos del interruptor Tipo DHP-VR

##### VACIO a 13.8Kv.

Utilizando la ecuación 5.6 se obtendrá una curva que muestre la temperatura que alcanzará el dedo en función del radio del punto de contacto.

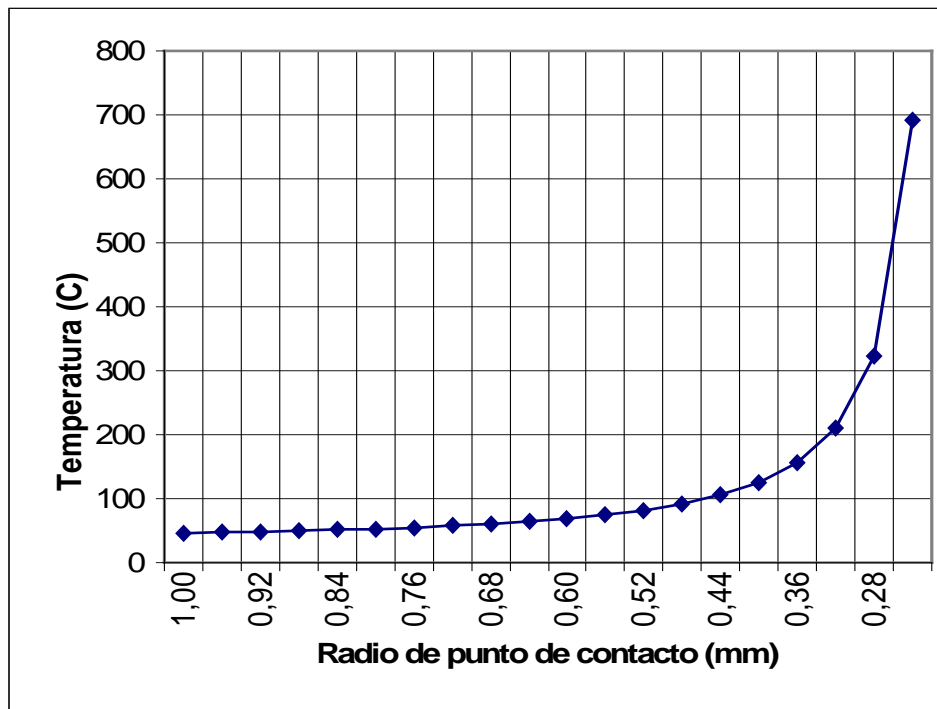
##### Datos:

<b>Temp. Inicial : 35°C</b>	<b>Resistividad:0,162W.cm</b>	<b>Coef. De temp. 0,0041 (1/°C)</b>
<b>Corriente de cortocircuito en el dedo: 1434.6 A</b>		<b>Conductividad térmica:4.19 (w/cm°C)</b>
<b>Material de los contactos: Cobre blindado en plata.</b>		

**TABLA 5.2: Temperatura de un dedo del contacto del interruptor en vacío a 13.8 Kv en función del radio del punto de contacto**

<b>Radio del punto de contacto(mm)</b>	<b>Temperatura Final (°C)</b>	<b>Radio del punto de contacto(mm)</b>	<b>Temperatura Final (°C)</b>
1,00	46,16	0,60	68,57
0,96	47,15	0,56	74,29
0,92	48,29	0,52	81,70
0,88	49,59	0,48	91,58
0,84	51,10	0,44	105,25
0,80	52,87	0,40	125,14
0,76	54,95	0,36	156,18
0,72	57,42	0,32	210,14
0,68	60,41	0,28	323,50
0,64	64,05	0,24	692,10

**GRAFICO 1: Curva temperatura – radio del punto de contacto para el interruptor en vacío a 13.8 Kv.**



#### 5.4.2.-Esfuerzos térmicos en los contactos del interruptor en gas SF<sub>6</sub> TIPO 72PM40-12.

Datos:

Temp. Inicial : 35°C	Resistividad:0,162W.cm	Coef. De temp. 0,0041 (1°C)
Corriente de cortocircuito en el dedo: 462.28 A		Conductividad térmica:4.19 (w/cm°C)
Material de los contactos: Cobre blindado en plata.		

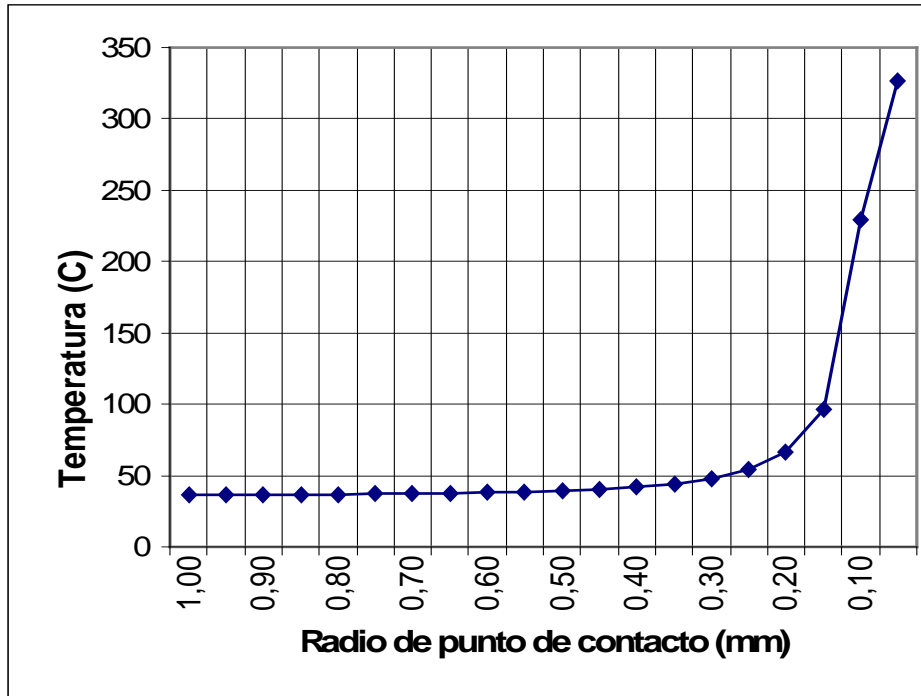
**TABLA 5.3: Temperatura de un dedo del contacto del interruptor en SF<sub>6</sub> a 69**

**Kv en función del radio del punto de contacto**

Radio de punto de contacto(mm)	Temperatura Final (°C)	Radio de punto de contacto(mm)	Temperatura Final (°C)
1.00	36.12	0.50	39.52
0.95	36,24	0.45	40.60
0.90	36,38	0.40	42.13
0.85	36,55	0.35	44.40
0.80	36,75	0.30	47.96
0.75	36.99	0.25	54.08
0.70	37.29	0.20	66.1
0.65	37.66	0.15	96.00
0.60	38.12	0.10	229.55
0.55	38.72	0.09	326.59



**GRAFICO 2: Curva temperatura – radio del punto de contacto para el interruptor en SF<sub>6</sub> a 69 Kv.**



### 5.5.- Conclusiones:

- Las fuerzas de separación entre contactos; existentes debido a que la corriente solo fluye por pocos puntos de los mismos, deben ser compensada para impedir la formación de arcos que podrían averiar el interruptor. Se proponen dos métodos:

- El primero utiliza contactos a base de dedos. Si se observa la ecuación 5.2:

$$F = \frac{\mu I^2}{2\pi n^2} \left[ 2 \sum_{m=1}^{(n-2)/2} \left[ \frac{\sqrt{L^2 + \left( 2R \cos\left(\frac{180}{n}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{180m}{n}\right) \right)^2}}{2R \cos\left(\frac{180}{n}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{180m}{n}\right)} - 1 \right] + \frac{\sqrt{L^2 + \left( 2R \cos\left(\frac{180}{n}\right) \right)^2}}{2R \cos\left(\frac{180}{n}\right)} - 1 \right]$$

se ve que si se aumenta el número de dedos y el radio de los contactos la fuerza se reducirá considerablemente.

- En caso de que por construcción no se pueda aplicar este método, como es el caso del interruptor SF<sub>6</sub>, la solución es el uso de resortes.
- Las fuerzas electrodinámicas pueden ser aprovechadas para extinguir rápidamente el arco eléctrico utilizando contactos con ranuras especiales.
- Con el objeto de disminuir las temperaturas que pueden alcanzar los contactos en el momento del cortocircuito es conveniente enchapar el contacto de cobre con plata, ya que tiene menor resistividad y mayor conductividad térmica que el cobre, dándole mayor resistencia a las altas temperaturas.
- Las temperaturas que pueden alcanzar los contactos en caso de presentarse un cortocircuito dependen de la intensidad de presión de los contactos, de la dureza del material y del valor de intensidad de corriente; ya que al incrementar la presión aumenta el radio de contacto y consecuentemente disminuye la temperatura, además se debe considerar que el material se ablanda al subir la temperatura y de esta manera el radio de contacto aumenta con la temperatura por ello es recomendable el uso de los contactos con dedos ya que incrementan la presión de contacto en el momento del cortocircuito.

## **CAPITULO 6**

### **ESTUDIO DE LOS ESFUERZOS TERMICOS Y ELECTRODINAMICOS DEBIDO A CORRIENTES DE CORTOCIRCUITOS EN LOS TRANSFORMADORES DE LA SUBESTACIÓN CEIBOS**

#### **6.1.-Objetivos**

Determinar la temperatura que alcanzarían los devanados al circular por ellos la corriente más alta de falla que pueda presentarse y encontrar el tiempo en que se alcanza el valor máximo permitido por las normas.

Analizar la relación entre el campo magnético de dispersión y las elevadas corrientes de cortocircuitos con los esfuerzos mecánicos en los devanados y los efectos que produce en los mismos.

Al presentarse un cortocircuito del lado de 13.8KV de la subestación, elevadas corrientes circularían por los devanados del transformador, lo que produciría un aumento brusco de temperatura que degradaría los aislamientos y a la vez produciría efectos electrodinámicos que podrían llevar al transformador al colapso.

#### **6.2.-Esfuerzos térmicos en los devanados de un transformador**

Para determinar la temperatura que alcanzan los devanados del transformador al ocurrir un cortocircuito se debe considerar condiciones extremas de funcionamiento al ocurrir la falla, por lo que consideramos que el transformador se encuentra bajo carga máxima y condiciones ambientales severas; es decir se puede suponer una temperatura de ambiente de 40 °C

más la sobreelevación del conductor correspondiente a la clase de aislamiento (para Clase A por ejemplo 55 °C) y el objetivo del cálculo es determinar la temperatura final para cierta duración de la corriente de cortocircuito

La temperatura final  $T_F$  de acuerdo con la **IEC 76-5 (1994)** es:

$$T_F = T_o + \frac{2(T_o + 235)}{\frac{101000}{\rho^2 * T_{cc}} - 1} \text{ [}^\circ\text{C]} \text{ para el cobre ecuación 6.1}$$

$$T_F = T_o + \frac{2(T_o + 225)}{\frac{43600}{\rho^2 * T_{cc}} - 1} \text{ [}^\circ\text{C]} \text{ para el aluminio ecuación 6.2}$$

Siendo:

$T_o$ : Temperatura inicial del conductor [ °C].

$\rho$ : Densidad de corriente en A/mm<sup>2</sup>.

$T_{cc}$ : Duración del cortocircuito (seg.).

Se debe realizar este cálculo para no permitir que el devanado alcance el valor máximo de temperatura media de acorde a las normas.

**TABLA 6.1**

**Valores máximos de la temperatura media de devanados después de un cortocircuito  $T_{m\acute{a}x}$ .**

Tipo de transformador	Clase de aislamiento	Valor de $T_{m\acute{a}x}$	
		Cobre	Aluminio
Inmerso en aceite	A	250 °C	200 °C
Secos	A	180 °C	180 °C
	E	250 °C	200 °C
	B	350 °C	200 °C

	F y H	350 °C	—
--	-------	--------	---

El tiempo en que el conductor de cobre de un devanado alcanza la temperatura máxima permitida por las normas se la encuentra a partir de la ecuación 6.1:

$$T_{cc} = \frac{101000}{\rho^2 * \left[ \frac{2(T_o + 235)}{250 - T_o} - 1 \right]} \quad \text{ecuación 6.3}$$

Los transformadores dependen del comportamiento de sus aislamientos para las condiciones normales de operación. Por esta razón las normas internacionales han designado básicamente cuatro tipos de aislamientos con especificaciones y límites de temperatura. Esta clasificación es la siguiente:

**Aislamiento clase A.** Diseñado para operar a no más de 55°C de elevación de temperatura, que es el próximo al punto de ebullición del agua, pero en el caso de los transformadores tipo seco, previene accidentes con materiales combustibles en el área con el transformador.

**Aislamiento clase S.** La elevación de temperatura puede no exceder los 80°C en las bobinas.

**Aislamiento clase F.** Esta clasificación se relaciona con elevaciones de temperatura en las bobinas de hasta 115°C. Por lo general, corresponden a transformadores pequeños tipo distribución de hasta 25°C.

**Aislamiento clase H.** Esta clase de materiales aislantes permiten diseñar para elevaciones de temperatura de 150°C cuando está operando el transformador a una temperatura ambiente de 40°C, para que alcance hasta 190°C y con el punto más caliente no exceda a 220°C. Las normas

americanas ANSI y NEMA establecen que un aislamiento tipo H puede operar a 150°C hasta por 20000 horas. **B** y **E** son aislamientos especiales.

### **6.2.1.-Determinación de la máxima temperatura en los devanados del transformador de la subestación Ceibos 1 en caso de cortocircuitos.**

Utilizando la ecuación 6.1 se determina la temperatura alcanzada en los conductores de los devanados para distintos tiempos de duración del cortocircuito en caso de falla trifásica en la que se ven afectados todos los devanados (los 3 de alta y los 3 de baja) y de fase a tierra que es el de más probable ocurrencia y de mayor valor de corriente de cortocircuito (circula por un devanado de alta y uno de baja). Los resultados se muestran en curvas temperatura- tiempo de cortocircuito.

#### **6.2.1.a.-Curva temperatura-tiempo de falla en el transformador Ceibos 1 en caso de presentarse un cortocircuito trifásico.**

Los datos son los siguientes:

Corriente de cortocircuito trifásica (sección 2.1.6).....7476.904 A.

Area del conductor del devanado de AT.....40.14 mm<sup>2</sup>.

Área del conductor del devanado de BT.....194.89 mm<sup>2</sup>.

Material de los devanados.....cobre.

Máxima temperatura ambiente.....40°C.

Máxima elevación de temperatura de los devanados.....55°C.

La densidad de corriente de cortocircuito de estado permanente en el devanado de baja tensión es:

$$\rho = \frac{7476.904}{194.89} = 38.36 \text{ A / mm}^2$$

Reemplazando estos datos en la ecuación 6.1, tenemos:

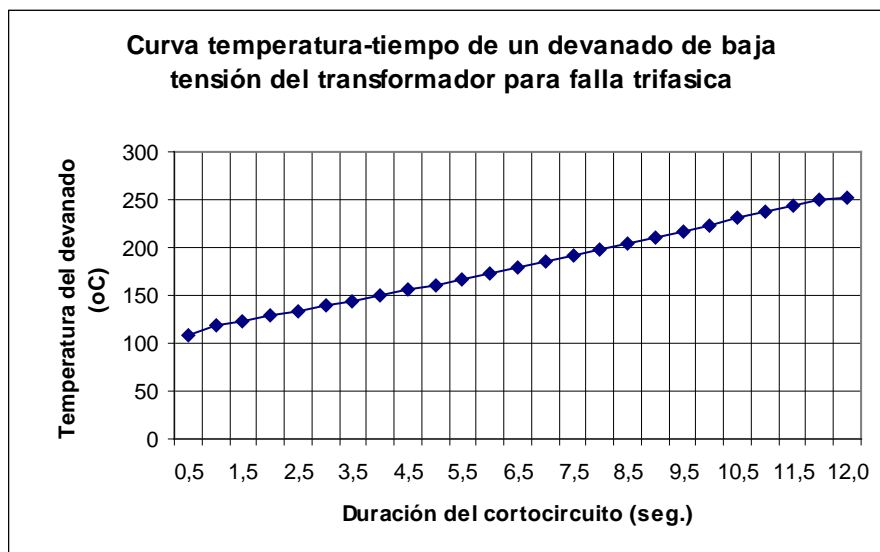
$$T_F = 95 + \frac{2(95 + 235)}{101000} \left[ \frac{1}{38.36^2 * T_{cc}} \right]^{-1} \text{ [}^\circ\text{C]}$$

Si se varía el tiempo de duración del cortocircuito se obtiene la tabla 6.2:

**TABLA 6.2**

**Temperatura alcanzada por los devanados de baja tensión del transformador en función del tiempo de duración del cortocircuito trifásico.**

Tiempo(seg.)	Temp. (°C)	Tiempo(seg.)	Temp. (°C)	Tiempo(seg.)	Temp. (°C)
0,50	109,19	4,50	155,65	8,50	203,94
1,00	117,77	5,00	161,38	9,00	210,38
1,50	122,95	5,50	167,20	9,50	216,92
2,00	128,20	6,00	173,10	10,00	223,55
2,50	133,53	6,50	179,09	10,50	230,28
3,00	138,94	7,00	185,17	11,00	237,11
3,50	144,43	7,50	191,34	11,50	244,04
4,00	150,00	8,00	197,59	11,92	250,00



**Figura 6.1.-** Curva temperatura-tiempo para un devanado de baja tensión del transformador para cortocircuito trifásico

El tiempo en el cual el conductor alcanza la temperatura máxima permitida por la norma (250°C) es 11.92 seg.

**6.2.1.b.-Curva temperatura-tiempo de falla en el transformador Ceibos 1 en caso de presentarse un cortocircuito de fase a tierra.**

La corriente de cortocircuito obtenida en la sección 2.1.7 es 7890.05 A.

Los demás datos son los mismos utilizados para el cortocircuito trifásico. La densidad de corriente en el devanado de baja tensión es:

$$\rho = \frac{7890.05}{194.89} = 40.48 \text{ A/mm}^2$$

Reemplazando estos datos en la ecuación 6.1, tenemos:

$$T_F = 95 + \frac{2(95 + 235)}{\frac{101000}{40.48^2 * T_{cc}} - 1} \text{ [}^\circ\text{C]}]$$

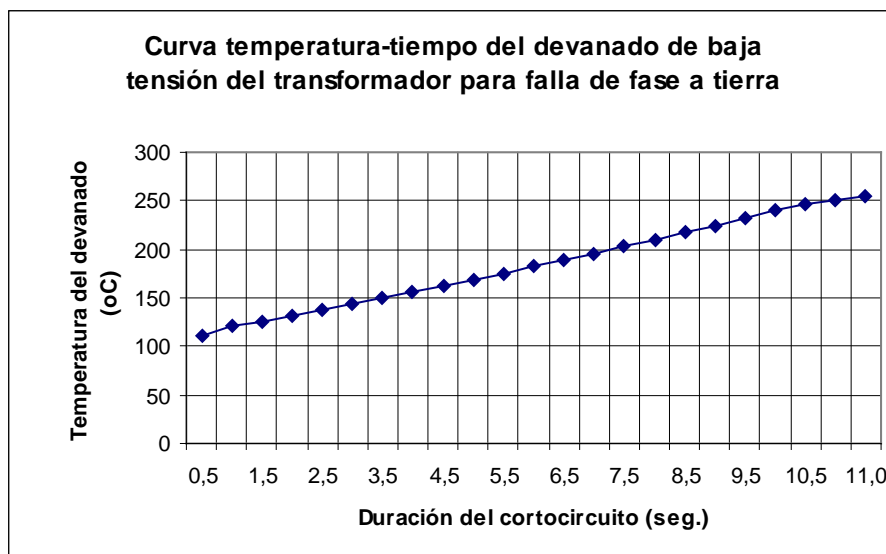
Si se varía el tiempo de duración del cortocircuito se obtiene la tabla 6.3:

**TABLA 6.3**

**Temperatura alcanzada en un devanado del transformador en función del tiempo de duración de un cortocircuito de fase a tierra.**

Tiempo(seg.)	Temp. (°C)	Tiempo(seg.)	Temp. (°C)	Tiempo(seg.)	Temp. (°C)
0,50	110,84	4,00	156,30	7,50	202,90
1,00	120,32	4,50	162,64	8,00	209,99
1,50	126,08	5,00	169,08	8,50	217,20
2,00	131,93	5,50	175,63	9,00	224,53
2,50	137,87	6,00	182,28	9,50	231,98
3,00	143,92	6,50	189,04	10,00	239,55
3,50	150,06	7,00	195,92	10,50	247,24
				10,68	250,00





**Figura 6.2.-** Curva temperatura-tiempo de un devanado del transformador para falla de fase a tierra

El tiempo en el cual el conductor alcanza la temperatura máxima permitida por la norma ( $250^{\circ}\text{C}$ ) es 10.68 seg.

Si referimos la corriente de cortocircuito que circula por el devanado de baja tensión al lado de alta tensión, se tiene que por el lado de alta tensión circula:

$$\frac{7890.05}{(67/13.8) * \sqrt{3}} = 938.26 \text{ Amp.}$$

Y siendo la sección del conductor de alta tensión menor al de lado de alta tensión, necesitamos la densidad de corriente para determinar si el devanado de alta tensión está sometido a un mayor esfuerzo térmico; calculando la densidad de corriente se tiene:

$$\frac{938.26}{40.14} = 23.37 \text{ Amp/mm}^2.$$

Por lo que siendo menor, comparado con la densidad de corriente del lado de baja tensión, el tiempo en que alcanza la temperatura máxima es mayor, por lo que no realizamos el análisis del lado de alta tensión.

En caso de que la falla sea despejada a los 7 ciclos ( $7/60=0.12$  seg.), o en caso de que tenga recierre a los 14 ciclos ( $14/60=0.23$  seg.), tenemos que la temperatura que alcanza el devanado en este tiempo de acuerdo a la ecuación 6.1 es:

Tiempo de apertura	Temperatura que alcanza
7 ciclos	99.19 °C
14 ciclos	103.05 °C

### **6.2.2-Determinación de la máxima temperatura en los devanados del transformador de la subestación Ceibos 2 en caso de cortocircuitos.**

Se procede del mismo modo que en la subestación Ceibos 1. Utilizando la ecuación 6.1 se determina las temperaturas alcanzadas en los conductores de los devanados para distintos tiempos de duración de los cortocircuitos en caso de una falla de dos fases a tierra y de una falla de una fase a tierra que es el de más probable ocurrencia y de mayor valor de corriente de cortocircuito.

#### **6.2.2.a.-Curva temperatura-tiempo de falla en el transformador Ceibos 2 en caso de presentarse un cortocircuito de dos fases a tierra.**

En este análisis solo cambia la corriente de cortocircuito (7746.74 A), los demás datos son los mismos que los de la subestación Ceibos1.

La densidad de corriente que circula en el devanado de baja tensión es:

$$\rho = \frac{7746.74}{194.89} = 39.75 \text{ A/mm}^2$$

Reemplazando estos datos en la ecuación 6.1 se tiene:

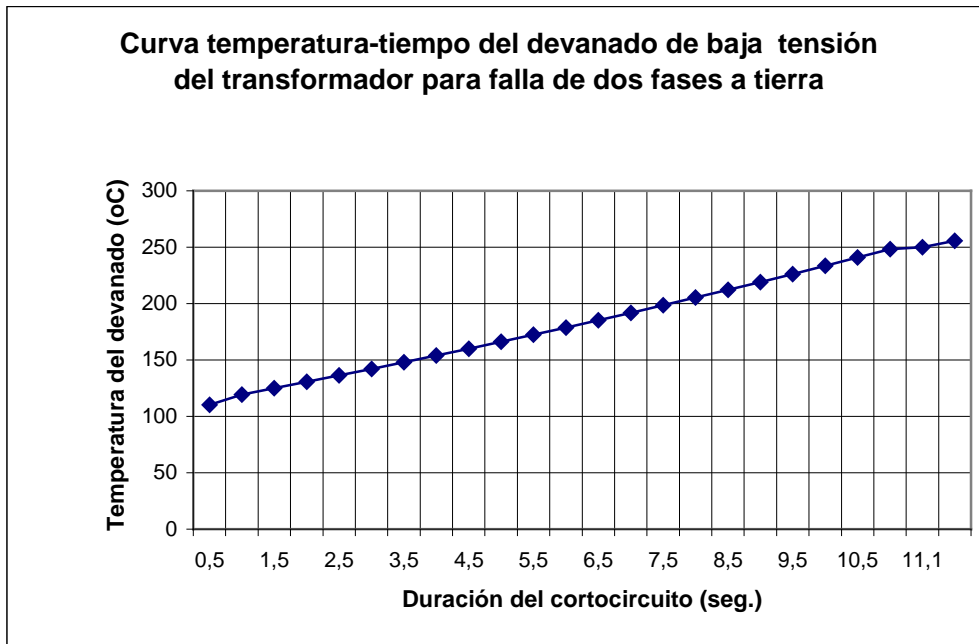
$$T_F = 95 + \frac{2(95 + 235)}{\frac{101000}{39.75^2 * T_{cc}} - 1} \text{ [}^\circ\text{C]}$$

Si se varía el tiempo de duración del cortocircuito se obtiene la tabla 6.4:

**TABLA 6.4**

**Temperatura alcanzada por los devanados del transformador de la subestación Ceibos 2 en función del tiempo de duración de un cortocircuito de dos fases a tierra.**

Tiempo(seg.)	Temp. (°C)	Tiempo(seg.)	Temp. (°C)	Tiempo(seg.)	Temp. (°C)
0,50	110,26	4,50	160,01	8,50	212,17
1,00	119,39	5,00	166,18	9,00	219,16
1,50	124,92	5,50	172,45	9,50	226,25
2,00	130,55	6,00	178,82	10,00	233,46
2,50	136,26	6,50	185,28	10,50	240,78
3,00	142,06	7,00	191,85	11,00	248,21
3,50	147,95	7,50	198,52	11,12	250,00
4,00	153,93	8,00	205,29	11,50	255,76



**Figura 6.3:** Curva temperatura-tiempo de los devanados del transformador Ceibos 2 para falla de dos fases a tierra

El tiempo en el cual el conductor alcanza la temperatura máxima permitida por la norma (250°C) es 11.12 seg.

**6.2.2.b.-Curva temperatura-tiempo de falla en el transformador Ceibos 2 en caso de presentarse un cortocircuito de fase a tierra.**

La corriente de cortocircuito obtenida en la sección 2.2.3 es la siguiente: 7933.87 A. Los demás datos son los mismos utilizados para el análisis inmediato anterior.

La densidad de corriente en el devanado de baja tensión entonces es:

$$\rho = \frac{7933.87}{194.89} = 40.71 \text{ A/mm}^2$$

Reemplazando estos datos en la ecuación 6.1:

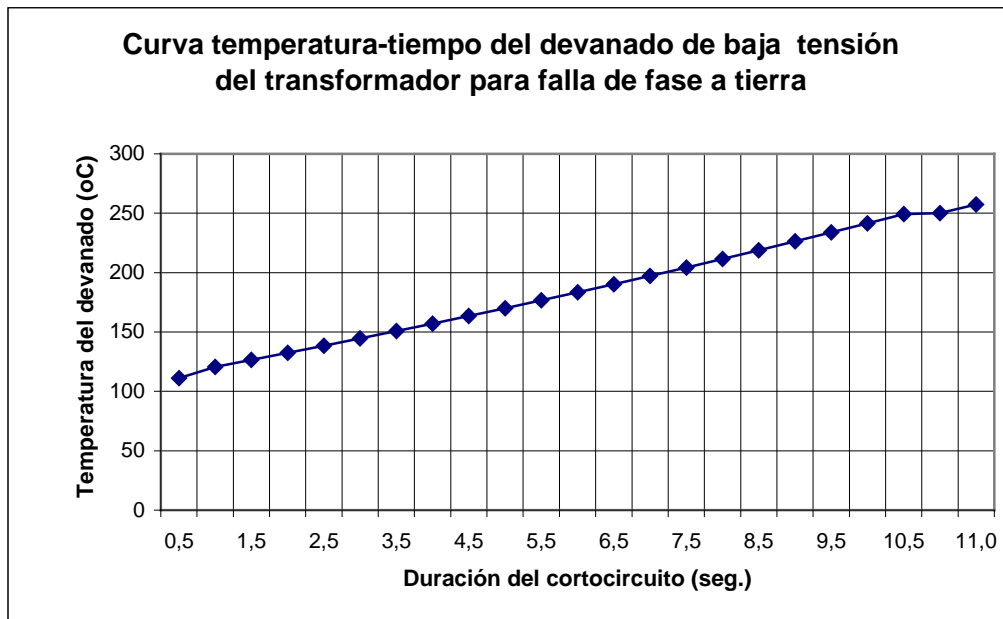
$$T_F = 95 + \frac{2(95 + 235)}{\frac{101000}{40.71^2 * T_{cc}}} \text{ [}^\circ\text{C]} \quad 1$$

Variando el tiempo de duración del cortocircuito se obtiene la tabla 6.5:

**TABLA 6.5**

**Temperatura alcanzada en un devanado del transformador de la subestación Ceibos 2 en función del tiempo de duración de un cortocircuito de fase a tierra.**

Tiempo(seg.)	Temp. (°C)	Tiempo(seg.)	Temp. (°C)	Tiempo(seg.)	Temp. (°C)
0,50	111,03	4,50	163,48	8,50	218,82
1,00	120,62	5,00	170,01	9,00	226,26
1,50	126,45	5,50	176,65	9,50	233,82
2,00	132,37	6,00	183,39	10,00	241,50
2,50	138,39	6,50	190,25	10,50	249,31
3,00	144,51	7,00	197,22	10,54	250,00
3,50	150,73	7,50	204,30	11,00	257,25
4,00	157,05	8,00	211,50		



**Figura 6.4.-** Curva temperatura-tiempo de un devanado del transformador para falla de fase a tierra

El tiempo en el cual el conductor alcanza la temperatura máxima permitida por la norma (250°C) es 10.54 seg.

Si referimos la corriente de cortocircuito que circula por el devanado de baja tensión al lado de alta tensión, se tiene que por el lado de alta tensión circula:

$$\frac{7933.87}{(67/13.8) \cdot \sqrt{3}} = 943.47 \text{ Amp.}$$

Y siendo la sección del conductor de alta tensión menor al de lado de alta tensión, necesitamos la densidad de corriente para determinar si el devanado de alta tensión esta sometido a un mayor esfuerzo térmico; calculando la densidad de corriente se tiene:

$$\frac{943.47}{40.14} = 23.50 \text{ Amp/mm}^2.$$

Por lo que siendo menor, comparado con la densidad de corriente del lado de baja tensión, el tiempo en que alcanza la temperatura máxima es mayor, por lo que no realizamos el análisis del lado de alta tensión.

En caso de que la falla sea despejada a los 7 ciclos ( $7/60=0.12$  seg.), o en caso de que tenga recierre a los 14 ciclos ( $14/60=0.23$  seg.), tenemos que la temperatura que alcanza en este tiempo de acuerdo a la ecuación 6.1 es:

Tiempo de apertura	Temperatura que alcanza
7 ciclos	99.24 °C
14 ciclos	103.14 °C

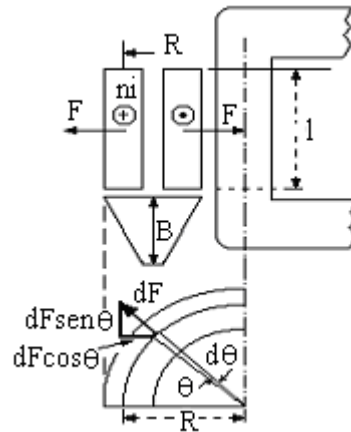
### **6.3.-Esfuerzos electrodinámicos en transformadores**

#### **6.3.1.-Introducción.**

Los esfuerzos electrodinámicos en transformadores son producto de la coexistencia de las elevadas corrientes con el campo magnético de dispersión, con valores normales de corriente las fuerzas son moderadas y no lo suficientemente grandes para ser perceptibles, pero cuando los transformadores son sometidos a condiciones de cortocircuito los esfuerzos son tan grandes que pueden destruir el transformador. Por lo que resulta interesante el análisis del campo magnético de dispersión y los esfuerzos que resultan de este campo que se manifiesta en tensiones mecánicas en los conductores, en el núcleo y elementos de sujeción del transformador debido a los esfuerzos de cortocircuito.

#### **6.3.2.-Campo magnético de dispersión y esfuerzos resultantes.**

La figura 6.5 muestra una sección de un transformador tipo columna; los arrollamientos están ubicados en su propio campo magnético de dispersión.



**Figura 6.5.**-Sección de un transformador tipo columna.

La ley de Ampere dice que cada elemento rectilíneo del conductor de longitud  $d\mathbf{l}$  recorrido por una corriente  $\mathbf{i}$ , ubicado en un campo magnético de inducción  $\mathbf{B}$ , está sometido a una fuerza elemental:

$$d\mathbf{F} = i d\mathbf{l} \times \mathbf{B} \text{ ecuación 6.4}$$

resultando la fuerza perpendicular al plano formado por el elemento conductor y la inducción magnética.

Si queremos determinar la fuerza sobre un conductor de un arrollamiento es necesario determinar el campo  $\mathbf{B}$  debido a los otros conductores existentes, en el lugar ocupado por el conductor de nuestro interés.

El campo magnético depende del producto del número de conductores por la corriente y de la distancia de cada conductor al punto que estamos considerando.

En la figura 6.5 podemos observar que las dos bobinas ejercerán una fuerza de repulsión mutua, como se indica por las flechas  $\mathbf{F}$ . El campo en el espacio entre las dos bobinas en cualquier instante será:

$$B = \mu_o \frac{ni}{kl} \quad [\text{T}] \quad \text{ecuación 6.5}$$

De aquí surge que las fuerzas se incrementan con las corrientes, interesan los efectos de las fuerzas máximas y por eso deben de tenerse las fuerzas máximas, donde  $n$  es número de espiras en la bobina exterior e  $i$  es el valor instantáneo de la corriente,  $kl$  en metros, es la longitud media del camino del flujo de dispersión, siendo  $k$  un factor (aproximadamente 1.8) que corresponde a la extensión del flujo en los dos extremos de la bobina.

La densidad de flujo en el devanado exterior (de alta tensión) varía uniformemente desde el valor máximo en la superficie interior de la bobina hasta cero en la superficie exterior y de manera contraria en el devanado interior siendo el valor medio en la sección de la bobina:

$$B_{\text{medio}} = \frac{\mu_o}{2} \frac{ni}{kl} \quad [\text{T}] \quad \text{ecuación 6.6}$$

Si el radio medio de la bobina es  $R$ , la fuerza que actúa sobre las  $n$  posiciones elementales que se encuentran dentro del ángulo  $d\theta$  será:

$$dF = B_{\text{medio}} niRd\theta = \frac{\mu_o}{2} \frac{n^2 i^2 R d\theta}{kl} \quad [\text{N}] \quad \text{ecuación 6.7}$$

La figura 6.5 muestra que las fuerzas  $dF$  de la ecuación 6.7 puede descomponerse en dos, una de las cuales es  $dF \sin \theta$ , y la otra  $dF \cos \theta$ .

El campo magnético de dispersión axial a lo largo de la bobina producirá fuerzas radiales que tienden a abrir el devanado externo y a aplastar sobre la columna al devanado interno. Las fuerzas axiales en cambio tienen el



mismo efecto en ambos arrollamientos, tendiendo a comprimirlos hacia el centro.

La componente  $dF \cos \theta$  puede despreciarse, puesto que en un ángulo de  $180^\circ$ , la suma de todos ellos es igual a cero. La integral de  $dF \sin \theta$  será la tensión de anillo en la bobina, que es:

$$F = \frac{\mu_o}{2} \frac{n^2 i^2 R}{kl} \int_0^\pi \sin \theta d\theta = \mu_o \frac{n^2 i^2 R}{kl} = 2 * 10^{-7} \frac{2\pi R n^2 i^2}{kl} [\text{N}] \text{ ecuación 6.8}$$

La corriente instantánea es:

$$i = \sqrt{2} I \sin(\omega t \pm \delta)$$

$$i^2 = 2I^2 \sin^2(\omega t \pm \delta)$$

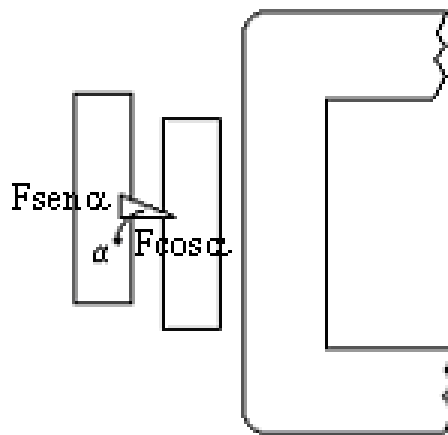
Donde  $I$  es el valor eficaz de la corriente. El valor medio de esta expresión es  $I^2$ , puesto que el valor medio del seno al cuadrado es  $\frac{1}{2}$ , por tanto la fuerza media será:

$$F_{\text{media}} = 2 * 10^{-7} \frac{2\pi R n^2 I^2}{kl} [\text{N}] \text{ ecuación 6.9}$$

Como se ha visto en este desarrollo se ha buscado determinar la fuerza media y no la máxima, ya que es el valor medio de la fuerza en el devanado el que se utiliza para el cálculo de dimensiones de las sujeciones de los devanados.

Estas ecuaciones se han deducido en la hipótesis de que las bobinas son concéntricas y que sus puntos centrales no están mutuamente desplazados en el sentido axial. Cuando existe tal desplazamiento, como sucede en los transformadores cuyos devanados están provistos de tomas para la variación de las relaciones de transformación, la fuerza tendrá componente radial y axial, como muestra la figura 6.6.

La componente radial será  $F \cos \alpha$  y la componente axial  $F \sin \alpha$ .

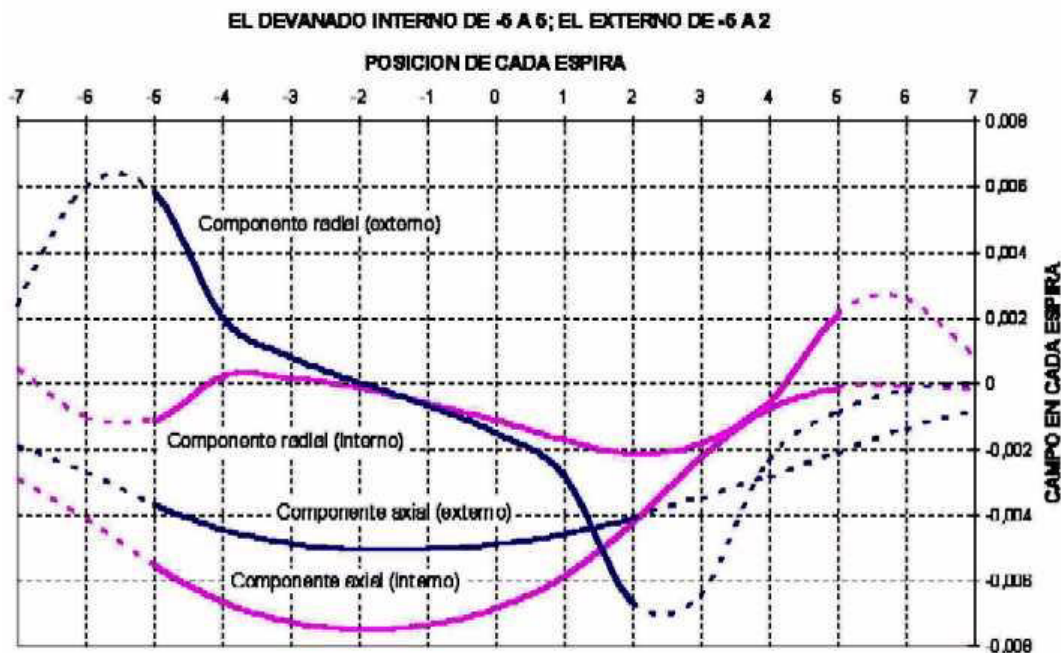


**Figura 6.6.**-Arrollamientos que se encuentran mutuamente desplazados.

La figura 6.7 representa el caso de arrollamientos donde los extremos inferiores están alineados, pero el arrollamiento exterior es más bajo que el interior, por lo que en los extremos superiores están desalineados.

Los ampere-espiras están siempre uniformemente distribuidos en cada arrollamiento. La componente radial de la inducción magnética correspondiente al arrollamiento externo es mayor en la parte superior del mismo.

La curva integral no es más simétrica, y el arrollamiento exterior está sometido, además de un esfuerzo de compresión axial, a un esfuerzo de empuje hacia abajo. Por reacción el arrollamiento interior está sometido a un esfuerzo de empuje hacia arriba.



**Figura 6.7.-**Distribución de campo en el caso de arrollamientos de diferente tamaño.

Debido a este fenómeno, que tiende a que los devanados se muevan axialmente, se presentan esfuerzos de reacción sobre los elementos de sujeción axial, que deben estar realizados para soportarlos.

### 6.3.3.-Distribución de las fuerzas de cortocircuito en los devanados.

Como vimos en la sección, existen dos tipos de fuerzas que van a presentarse en los devanados:

- Fuerzas radiales.
- Fuerzas axiales.

#### 6.3.3.a.- Fuerzas radiales en los devanados.

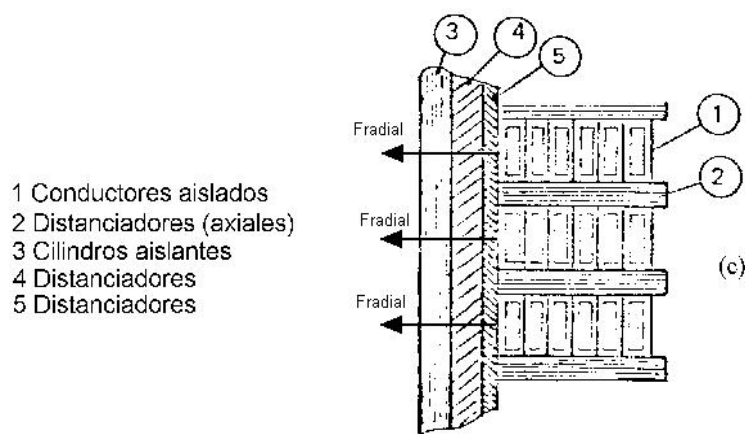
Los devanados internos son más críticos para soportar los esfuerzos radiales debidos a que en ellos pueden manifestarse el colapso por inestabilidad de forma (pandeo).

Los arrollamientos se apoyan en un conjunto de listones uniformemente distribuidos, suponemos cada tramo de arrollamiento como una viga

continua con carga uniforme, que están soportados mediante un conjunto de listones de centrado sobre el núcleo.

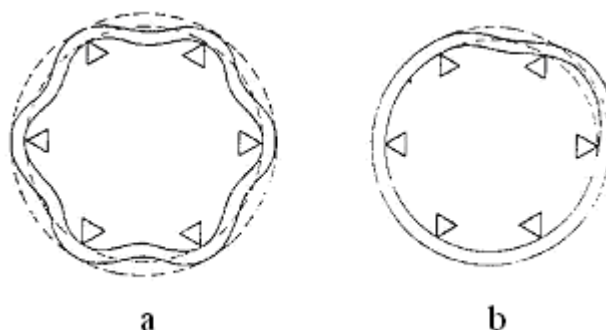
Si el devanado interno tiene canales de refrigeración, las espiras externas de la última capa (exterior) que son las que soportan mayores esfuerzos (campo de dispersión máximo), se descargan sobre las más internas.

Si no se requiere ningún canal de refrigeración, el esfuerzo radial se descarga siempre sobre los listones de entrada tal como lo muestra la figura 6.8.



**Figura 6.8.-** Esquemas de estructura en el transformador.

Las dos posibilidades de deformación para el arrollamiento interno son: La estrella de mar y el pandeo, la figura 6.9 muestra estos ejemplos.

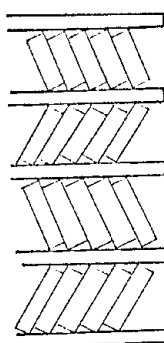


**Figura 6.9.-** Posible deformación en el devanado interno.

En el devanado externo, las espiras de la primera capa (interior), que son las que soportan los mayores esfuerzos (campo de dispersión máximo) se descargan sobre las capas más externas.

### **6.3.3.b.- Fuerzas axiales en los devanados.**

Las fuerzas axiales pueden provocar que un arrollamiento (por la forma como esta constituido en un transformador de potencia) ceda debido a una brusca inclinación de los conductores tal como se muestra en la figura 6.10.



**Figura 6.10.-** Inclinación que se puede presentar en los arrollamientos.

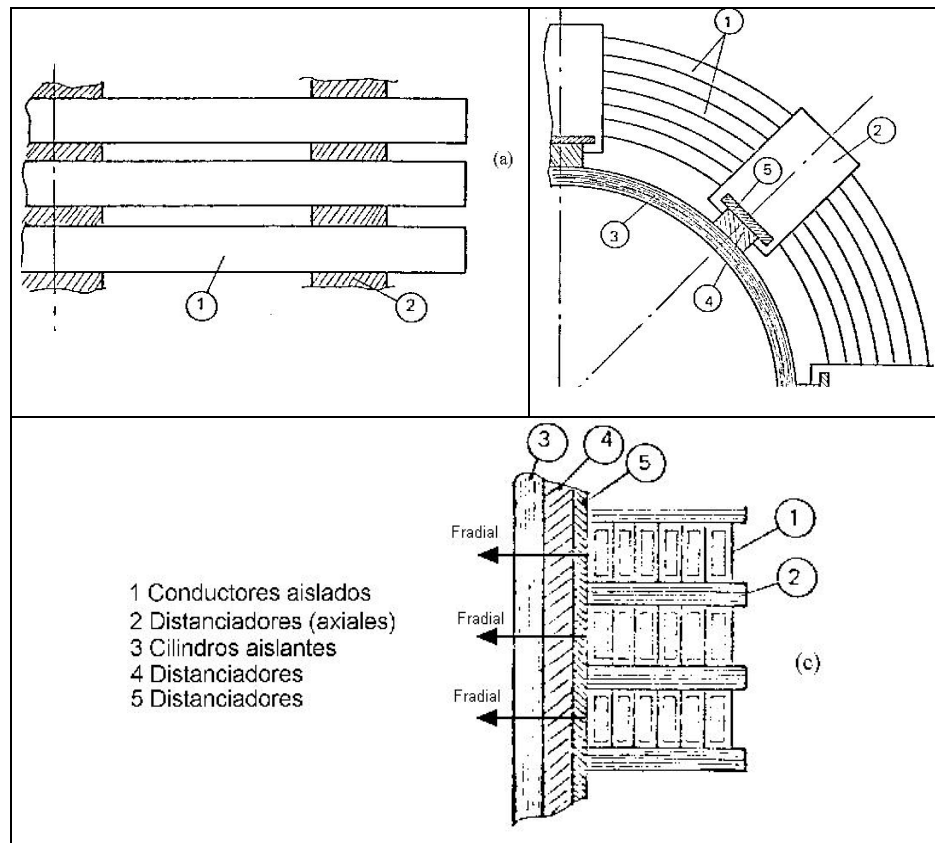
Esta inclinación (denominada “tilting”), se puede presentar en algunas secciones de un arrollamiento, y se debe a que las fuerzas axiales que se transmiten a través de los distanciadores pueden no estar centradas, en estas condiciones aparecen momentos que tienden a inclinar los conductores.

### **6.3.4.-Tensiones mecánicas en los conductores debido a los esfuerzos de cortocircuitos.**

En transformadores tal como los de la subestación que estamos estudiando, el tipo de devanado que se acostumbra a utilizar es el de discos.

Un arrollamiento a discos esta formado por galletas en serie. La galleta es un devanado de tipo concéntrico continuo que puede tener una o más capas y cada capa puede estar constituida por una o más espiras.

En el caso particular de tener una sola galleta, una sola espira y varias capas lo llamamos disco, la figura 6.7 indica los detalles constructivos de un arrollamiento a disco.



**Figura 6.11.-** Detalle constructivo de un arrollamiento a disco.

Se realizaran las siguientes hipótesis para poder aplicar las formulas para una carga estática:

**a.-** Los conductores de cada disco se consideran como un sistema de anillos concéntricos.

**b.-** La relación entre el espesor y el radio de cada anillo es pequeña y por lo tanto la distribución de las tensiones de tracción y compresión en la sección de un conductor se puede considerar constante.

**c.-** El material conductor se lo utiliza en la parte lineal de la característica deformación - carga, por lo tanto es aplicable el principio de superposición

de los efectos, siendo posible estudiar separadamente la acción de las fuerzas radiales y axiales superponiendo sus resultados.

**d.-** La distribución de fuerzas se considera uniforme a lo largo de la circunferencia de cada conductor.

**e.-** La frecuencia propia de los arrollamientos para las vibraciones axiales y radiales está lejos de la correspondiente a las fuerzas de cortocircuito, por lo tanto se descarta la posibilidad del fenómeno de resonancia.

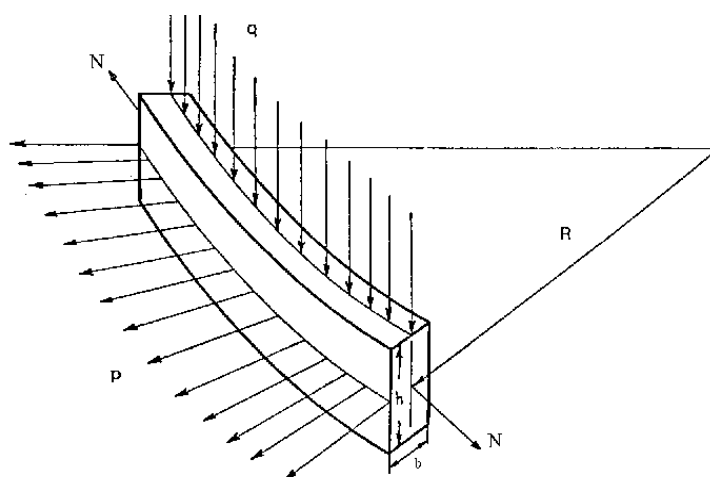
#### **6.3.4.a.- Cargas sobre arrollamiento externo.**

Cada conductor del arrollamiento externo esta sometido a cargas específicas radiales **p** y axiales **q**, tal como esta indicado en la figura 6.12.

La carga radial provoca una sollicitación de tracción, siendo la tensión correspondiente igual a:

$$\sigma_r = \frac{p \times r}{S_c} \text{ ecuación 6.10}$$

siendo  $S_c$  la sección del anillo conductor.



**Figura 6.12.-** Esfuerzos a los que se ve sometido un devanado externo.

En la figura 6.8 se observa que el conjunto de fuerzas radiales **p** se encuentra en equilibrio con las fuerzas de tracción. Para cada conductor el

valor de  $p$  es distinto. Las deformaciones radiales varían de un anillo a otro comprimiendo el aislamiento (papel). El aislamiento transfiere parte de la carga de un conductor a otro.

La carga específica radial resulta:

$$p = 1.28 * 10^{-7} * \frac{NI_c^2}{l} \quad (\text{Kg/mm}^2) \quad \text{ecuación. 6.11}$$

Siendo  $N$  el número de espiras por fase,  $l$  la altura del devanado y  $I_c$  la corriente en el conductor. El valor máximo de esta carga específica  $p$  se encuentra en la mitad de la altura del arrollamiento.

El efecto de la carga axial  $q$  en un anillo que tiene distanciadores radiales para formar los canales radiales de refrigeración, se manifiesta como una flexión en el tramo comprendido entre dos distanciadores.

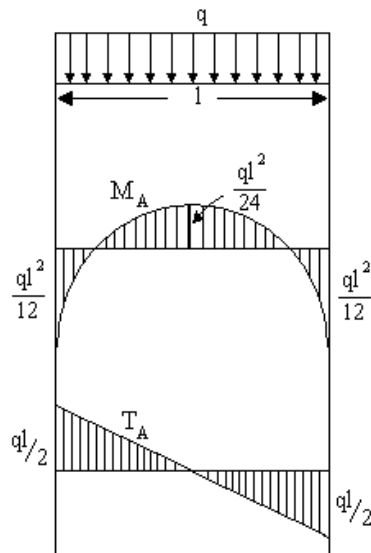
Se puede considerar este tramo de conductor como una viga empotrada en ambos extremos (viga continua). Debido a la presencia de la componente radial del campo magnético, sólo hay fuerza axial en los extremos de cada arrollamiento. Pero además a medida que se pasa del interior al exterior del arrollamiento la fuerza axial varía en la misma forma en que aumenta la inducción magnética radial.

Normalmente para los cálculos se adopta un valor medio de  $q$ . Esta simplificación es aceptable debido a que el valor máximo de  $q$  no se presenta en el mismo punto que el valor máximo de  $p$ .

Para evaluar el efecto de la carga axial se supone rectilíneo el tramo de conductor, debido a que los radios y el número de distanciadores son tales que hacen pequeña la diferencia entre la cuerda y el arco.

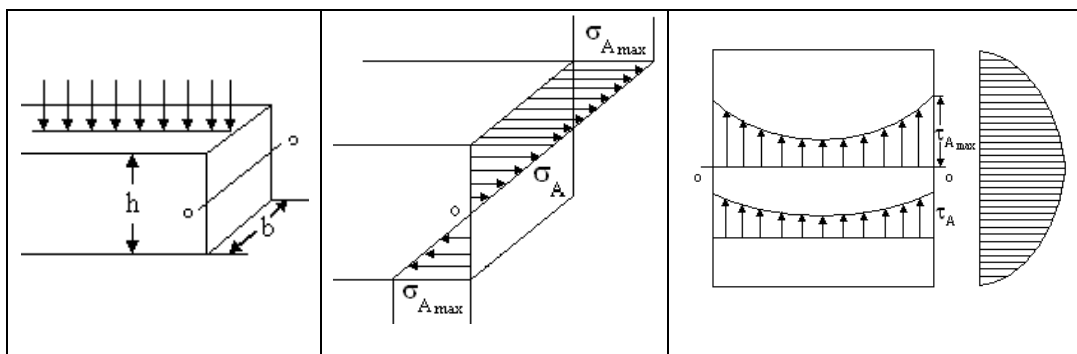


La figura 6.13 muestra el diagrama de carga axial  $q$  (uniformemente distribuida), el diagrama de momentos y el diagrama de sollicitación tangencial (corte), observándose que las máximas sollicitaciones (momento flector y corte) se tienen en los extremos de la viga.



**Figura 6.13.-** Diagrama de carga axial en el arrollamiento.

Las sollicitaciones a flexión y tracción están en equilibrio con las tensiones internas  $\sigma_A$  y  $\tau_A$ , actuando la tensión  $\sigma_A$  normal a la sección del conductor y con una distribución como se indica en la figura 6.14.



**Figura 6.14.-** Tensiones internas en la sección del conductor.

Su valor máximo se tiene en los puntos más alejados del eje neutro y resulta:

$$\sigma_{A \max} = \frac{M_A}{W_A} [\text{Kg/mm}^2] \quad \text{ecuación 6.12}$$

Siendo  $M_A$  el momento flector y  $W_A$  el módulo resistente de la viga que por tratarse de una sección rectangular resulta:

$$W_A = \frac{b * h^2}{6} \quad \text{ecuación 6.13}$$

La sección más solicitada se encuentra en el extremo de la viga donde

$$M = \frac{ql^2}{12} \quad \text{por lo tanto:}$$

$$\sigma_A = \frac{q}{2b} \frac{l}{h}^2 \quad \text{ecuación 6.14}$$

La tensión tangencial resultante es de un valor muy pequeño comparado con la tensión normal  $\sigma_A$  por lo que normalmente no se la considera.

Como visto la carga radial  $p$  produce una tensión normal a la sección del conductor  $\sigma_R$ , y la carga axial en cambio produce una tensión normal  $\sigma_A$ , en consecuencia las tensiones resultantes son (en dirección longitudinal):

$$\sigma = \sigma_R + \sigma_A$$

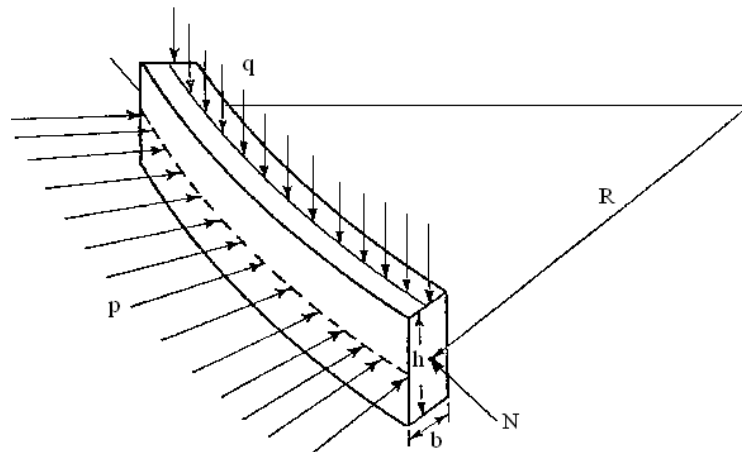
Se debe cumplir que la tensión normal resultante  $\sigma$  sea menor o igual a la tensión admisible para el material de los conductores.

#### **6.3.4.b.- Cargas del arrollamiento interno.**

La diferencia con el arrollamiento externo es que las fuerzas radiales actuantes tienen dirección opuesta. Cada conductor de un disco del arrollamiento interno está cargado como muestra la figura 6.15 donde las sollicitaciones normales  $N$  en este caso son de compresión.

Bajo el efecto de la compresión radial  $p$  cada anillo se deforma tendiendo a disminuir su radio.

En su parte interior cada anillo se apoya en un cierto número de distanciadores axiales.



**Figura 6.15.-** Esfuerzos presentes en el devanado interno.

Para un anillo con apoyos las solicitaciones en una sección cualquiera de la viga (anillo) las tensiones normales máximas, es decir en la extremidad de la viga resultan:

$$\sigma_M = \frac{M_{(\alpha)}}{W_R}$$

$$\sigma_N = \frac{N_{(\alpha)}}{S_c}$$

Para los conductores de sección rectangular  $W_R = \frac{b^2 h}{S_c}$  y  $S_c = b x h$ .

El valor máximo de la tensión normal es:

$$\sigma_R = |\sigma_M| + |\sigma_N| = \xi \frac{p \times R}{S_c}$$

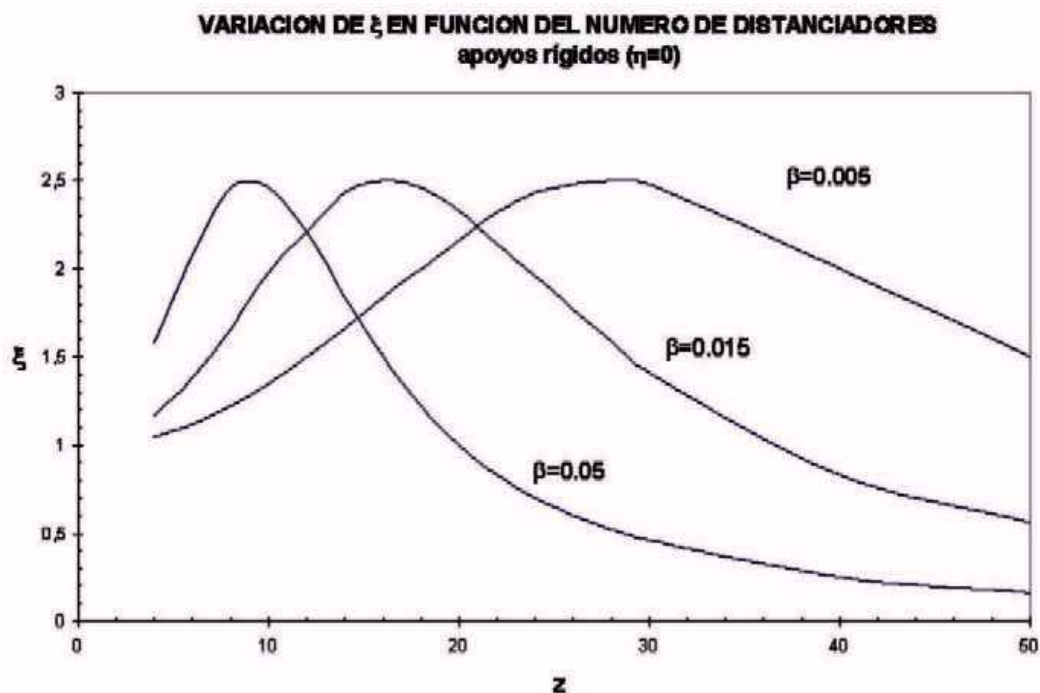
Si no hay apoyos ( $\eta = 1$ ) resulta  $\xi = 1$  y por lo tanto resulta:

$$\sigma_R = \frac{p \times R}{S_c}$$

igual a la expresión vista para el arrollamiento externo con la diferencia que la fuerza  $p$  es ahora de compresión.

El factor  $\xi$  es función del número de distanciadores y de  $\beta$  que es la relación entre el espesor del conductor y el radio medio del anillo.

La figura 6.16 muestra para apoyos rígidos ( $\eta = 0$ ) como varía este factor, observándose dentro de ciertos límites que el aumento del número de distanciadores implica un incremento de las tensiones internas en lugar de una reducción.



**Figura 6.16.-** Variación de el factor  $\xi$  y  $\beta$ .

Una explicación física de esta situación se debe a que por un lado con el aumento del número de distanciadores  $Z$  se reduce la longitud de la viga y

por lo tanto su sollicitación, por otro lado el efecto de arco que refuerza la viga disminuye con el aumento de  $Z$  (la viga resulta prácticamente rectilínea).

Un anillo sometido a la compresión radial  $p$  puede colapsar por inestabilidad (pandeo) de manera similar a como ocurre con una viga cargada de punta. Como ya visto las tensiones tangenciales se pueden despreciar y por lo tanto las tensiones resultantes se obtienen sumando las tensiones normales debidas a las fuerzas axiales con aquellas debidas a las fuerzas radiales.

$$\sigma = \sigma_A + \sigma_R = \frac{q}{2b} \left( \frac{1}{h} \right)^2 + \xi \frac{p \times R}{S_c}$$

El valor de  $\sigma$  así obtenido debe resultar menor al valor admisible para el material del conductor.

### **6.3.5.- Determinación de los esfuerzos electrodinámicos en el transformador 18/24 MVA de la subestación Ceibos 1**

Se determinaran los esfuerzos que se producirán entre los devanados de baja y alta tensión en caso de presentarse una falla de fase a tierra que es la que produce una mayor corriente de cortocircuito.

Los datos del transformador son los siguientes (ciertos datos son aproximados) :

Capacidad, OA/FA	18000/24000 KVA
Tensión Nominal primaria	67000 V.
Tensión Nominal secundaria	13800 V.
Corriente de Cortocircuito	7890.05 (BT)/938.26 (AT) A.
Material de los devanados	Cobre
Tipo de núcleo	Columna
Diámetro del núcleo	50 cm
<b>DATOS DEL DEVANADO DE ALTA TENSIÓN</b>	
Número de espiras por fase	915
Altura del devanado	150 cm
Características del devanado	2 espiras por capa con 8 capas por disco.
Dimensiones del Cond. desnudo	4.621*9.266 mm
Dimensiones del Cond. aislado	5.230*9.80 mm
Área del conductor	41.65 mm <sup>2</sup>
Espesor del devanado	45.34 mm
<b>DATOS DEL DEVANADO DE BAJA TENSIÓN</b>	
Número de espiras por fase	109
Altura del devanado	175 cm
Características del devanado	5 conductores en paralelo.
Dimensiones del Cond. desnudo	4.51*9.3 mm
Dimensiones del Cond. aislado	5.22*9.83 mm
Área del conductor	5*41.6 = 208 mm <sup>2</sup>
Espesor del devanado	45.34 mm
Espesor del devanado	26.1 mm
Espesor total de los devanados y distanciadores.	14.5 cm.

### 6.3.5.a.- Cálculo de la fuerza media en el devanado exterior del transformador de la subestación Ceibos 1:

La corriente de cortocircuito de efectos dinámicos será:

$$I_{ch\ ef} = 1.8I_{cc}$$

$$I_{ch\ ef} = 1.8 * 938.26$$

$$I_{ch\ ef} = 1688.87 \text{ [A]}$$

La fuerza media que se producirá :

$$F_{media} = 2 * 10^7 \frac{2\pi R n^2 I^2}{kl} \text{ [N]}$$

$$F_{\text{media}} = 2 * 10^{-7} \frac{2\pi(0.35)(915)^2(1688.87)^2}{(1.8)(1.5)}$$

$$\boxed{F_{\text{media}} = 388999.3 \text{ Kg.}}$$

Asumiendo que los puntos centrales de los devanados están mutuamente desplazados en el sentido axial para la variación de las relaciones de transformación, la fuerza media tendrá componente radial y axial, si se toma un ángulo de desplazamiento de  $25^\circ$  la componentes de la fuerza media serán las siguientes:

La componente radial será:

$$F_{\text{radial}} = F_{\text{med}} \cos \alpha$$

$$F_{\text{radial}} = 388999.3 * \cos(25^\circ)$$

$$\boxed{F_{\text{radial}} = 352553.1 \text{ Kg.}}$$

y la componente axial :

$$F_{\text{axial}} = F_{\text{med}} \operatorname{sen} \alpha .$$

$$F_{\text{axial}} = 388999.3 * \operatorname{sen}(25^\circ)$$

$$\boxed{F_{\text{axial}} = 164398.2 \text{ Kg.}}$$

**6.3.5.b.- Cálculo de las tensiones mecánicas en el arrollamiento externo del transformador debido a los esfuerzos producidas por el cortocircuito.**

De acuerdo con la sección 6.3.4. bajo el efecto de la fuerzas radiales, los conductores del disco del devanado externo se deforman aumentando su radio.

Las tensiones normales en los conductores varían de un anillo a otro pero los anillos internos son los que soportan mayores tensiones motivos por el cual vamos a calcular la tensión en un anillo ubicado en la mitad del devanado externo:

La fuerza específica **p** se la encuentra utilizando la ecuación 6.11

$$p = 1.28 * 10^{-7} * \frac{NI}{l} * I_c$$

$$p = 1.28 * 10^{-7} * \frac{915 * 1688.87^2}{1500}$$

$$\boxed{p = 0.22 \text{ Kg./mm}}$$

La tensión que soportará el anillo se la encuentra aplicando la ec. 6.10:

$$\sigma_r = \frac{p \times r}{S_c}$$

$$\sigma_r = \frac{0.22 \times 349.66}{41.65}$$

$$\boxed{\sigma_r = 1.87 \text{ Kg./mm}^2}$$

La tensión debido a la fuerza axial en el devanado exterior se las calculará en los extremos del arrollamiento y en la mitad del espesor del disco ya que en este lugar la fuerza axial tiene el valor más alto.

Si se considera el valor medio de la fuerza axial:

$$q = p * \tan g(25^\circ)$$

$$q = 0.22 * \tan g(25^\circ)$$

$$\boxed{q = 0.10 \text{ Kg./mm}}$$



Sí los distanciadores radiales estuviesen separados 70 mm. entre sí, la tensión producida en los devanados externos por la fuerza axial media se la encuentra aplicando la ecuación 6.14:

$$\sigma_a = \frac{q}{2b} \left[ \frac{l}{h} \right]^2$$

$$\sigma_a = \frac{0.1}{2 * 4.621} \left( \frac{70}{9.266} \right)^2$$

$$\sigma_a = 0.63 \text{ Kg./mm}^2$$

La tensión resultante sobre un conductor del devanado externo será:

$$\sigma = \sigma_r + \sigma_a$$

$$\sigma = 1.87 + 0.63$$

$$\sigma = 2.50 \text{ Kg./mm}^2$$

### 6.3.5.c.- Cálculo de la fuerza media en el devanado interno del transformador de la subestación Ceibos 1:

La corriente de cortocircuito de efectos dinámicos será:

$$I_{din} = 1.8\sqrt{2}I_{cc}$$

$$I_{din} = 1.8\sqrt{2} * 7890.1$$

$$I_{din} = 20084.8[\text{A}]$$

La fuerza media que se producirá es:

$$F_{media} = 2 * 10^{-7} \frac{2\pi R n^2 i^2}{kl} [\text{N}]$$

$$F_{media} = 2 * 10^{-7} \frac{2\pi(0.25)(109)^2 (20084.8)^2}{(1.8)(1,75)}$$

$$F_{media} = 477998.8 \text{ Kg.}$$

Asumiendo que los puntos centrales de los devanados están mutuamente desplazados en el sentido axial para la variación de las relaciones de transformación, la fuerza media tendrá componente radial y axial, si tomamos un ángulo de desplazamiento de  $25^\circ$  la componentes de la fuerza media serían las siguientes:

La componente radial será:

$$F_{\text{radial}} = F_{\text{med}} \cos \alpha$$

$$F_{\text{radial}} = 477998.8 * \cos(25^\circ)$$

$$\boxed{F_{\text{radial}} = 433214.1 \text{ Kg.}}$$

y la componente axial :

$$F_{\text{axial}} = F_{\text{med}} \text{sen} \alpha .$$

$$F_{\text{axial}} = 477998.8 * \text{sen}(25^\circ)$$

$$\boxed{F_{\text{axial}} = 165930.6 \text{ Kg.}}$$

**6.3.5.d.- Cálculo de las tensiones mecánicas en el arrollamiento interno del transformador debido a los esfuerzos producidos por el cortocircuito.**

De acuerdo con la sección 6.3.4. bajo el efecto de la fuerzas radiales, los conductores del disco del devanado interno se comprimen hacia el núcleo.

La fuerza específica  $p$  se la encuentra utilizando la ecuación 6.11

$$p = 1.28 * 10^{-7} * \frac{NI}{l} * I_c$$

$$p = 1.28 * 10^{-7} * \frac{109 * 20084.8^2}{1750}$$

$$\boxed{p = 3.22 \text{ Kg./mm}}$$

La tensión que soportará el anillo se la encuentra aplicando la ecuación y tomando  $\xi = 2$ :

$$\sigma_r = \xi \frac{p \times r}{S_c}$$

$$\sigma_r = 2 \frac{3.22 \times 250}{208}$$

$$\boxed{\sigma_r = 7.73 \text{ Kg./mm}^2}$$

La tensión debido a la fuerza axial en el devanado exterior se las calculara en los extremos del arrollamiento y en la mitad del espesor del disco ya que en este lugar la fuerza axial tiene el valor más alto.

Si consideramos el valor medio de la fuerza axial:

$$q = p * \tan g(25^\circ)$$

$$q = 3.22 * \tan g(25^\circ)$$

$$\boxed{q = 1.50 \text{ Kg./mm}}$$

Si los distanciadores radiales estuviesen separados 70 mm. entre si, la tensión producida en los devanados externos por la fuerza axial media se la encuentra aplicando la ecuación 6.14:

$$\sigma_a = \frac{q}{2b} \left[ \frac{l}{h} \right]^2$$

$$\sigma_a = \frac{1.50}{2 * 4.51} \left( \frac{70}{9.3} \right)^2$$

$$\boxed{\sigma_a = 9.42 \text{ Kg./mm}^2}$$

La tensión resultante sobre un conductor del devanado interno será:

$$\sigma = \sigma_r + \sigma_a$$

$$\sigma = 7.73 + 9.42$$

$$\sigma = 17.15 \text{ Kg./mm}^2$$

#### 6.4.-Conclusiones

Por lo expuesto anteriormente se concluye que para evaluar la capacidad de los devanados para resistir las fuerzas de cortocircuito es necesario conocer las siguientes magnitudes referidas a cada uno de los arrollamientos.

- Corriente de cortocircuito, número de espiras y número de conductores en paralelo.
- Masa y dimensiones geométricas.
- Distancias de los devanados a los yugos.
- Dimensiones y tipo de aislamiento de los conductores de cada disco.
- Cantidades y dimensiones de los separadores radiales y distanciadores axiales.
- Módulo de elasticidad del material de los conductores.
- Valor de la precompresión (presión de sujeción)

Las magnitudes eléctricas y de dimensión se pueden conocer con suficiente precisión. Las otras dependen de algunos factores no siempre bien controlados. Se puede concluir que para garantizar la capacidad del transformador a soportar los esfuerzos electrodinámicos, no es suficiente con la verificación por cálculo y que las características de los materiales sean las requeridas, es imprescindible una adecuada tecnología de producción y rigurosos controles de calidad durante el montaje.

El estudio de los métodos a utilizar para estos controles es tema de interés tanto para los constructores como para quienes utilizan las máquinas.

Los esfuerzos térmicos y electrodinámicos que se pueden presentar en el transformador, a causa de un cortocircuito, son de consideración como se puede apreciar por los valores obtenidos teóricamente.

El problema real del estado de esfuerzos del transformador por efecto del corto circuito es un problema de carácter no lineal dinámico. Varios de sus componentes mecánicos presentan un comportamiento no lineal y no es correcto si desea aproximarse a la situación real ejecutar modelos en el rango del análisis lineal estático.

El proceso de fabricación ejerce influencia en la aptitud del transformador para soportar los esfuerzos de corto circuito. Por ser un proceso de ensamble manual se puede presentar alguna diferencia en las alturas eléctricas (excentricidad) aumentando de esta manera las fuerzas axiales en los devanados.

Los grandes desplazamientos que se presentan y tanto la configuración geométrica como la mecánica imposibilitan el uso de transductores con el fin de ejecutar mediciones en la parte activa del transformador, experimentalmente lo más importante es evaluar cualitativamente el movimiento del transformador; para poder comparar este movimiento con el de los modelos y es en éstos donde se evalúan cuantitativamente los desplazamientos y esfuerzos del transformador, por esta razón un adecuado procedimiento de medición es la ubicación de marcas.

Las fallas más comunes ocurren por desplazamientos axiales y radiales del devanado y por movimiento del núcleo ocasionando la variación del circuito magnético y su respectiva falla a nivel eléctrico.

## RECOMENDACIONES Y CONCLUSIONES

### GENERALES

En este capítulo se hace una recopilación de las conclusiones efectuadas en los capítulos anteriores con el objeto de recalcar los puntos más importantes que deben ser considerados al diseñar una subestación:

De acuerdo a los valores que se determinaron en el capítulo 2 se aprecia lo alto del valor de la corriente de choque, por lo que debe considerarse en los cálculos de esfuerzos dinámicos y térmicos, aun siendo muy pequeño el tiempo que dure este valor. En los cálculos de fallas se aprecia que del lado de 69KV al no intervenir el transformador la peor falla es la trifásica; en cambio del lado de 13.8KV la peor falla es la de fase a tierra, esto por el valor de impedancia del transformador que atenúa el valor de corriente de cortocircuito a tal magnitud.

Cuando se va a seleccionar un conductor se deben calcular los máximos esfuerzos que este soportará en caso de presentarse un cortocircuito. En el capítulo 3 se determinó que los esfuerzos que soportan las barras dependen de diversos factores: De la posición de los conductores (sí son paralelos o no); de la separación entre los aisladores que sostienen a la barra; y de la sección y forma (rectangular, cilíndrica o tubular) de los conductores. Puesto que la separación entre equipos depende de diversas condiciones ( nivel de voltaje, espacio disponible, etc.) el factor que es más fácil de manipular para disminuir los esfuerzos es la sección del conductor por tanto la recomendación es que si al calcular los esfuerzos; se observa que el conductor no soportará dicho esfuerzo, se aumente la sección del mismo.

Ante una falla que no sea despejada, los esfuerzos térmicos debido a esta, tomarían valores tan altos que fundirían las barras y los devanados del transformador, las barras de la subestación sufrirán serias lesiones tan solo al alcanzar el valor máximo permitido por las normas. Y esto lo alcanzaría en unos cuantos segundos de ahí lo importante de mantener en perfecto estado las protecciones de la subestación.

El método propuesto tiene el fin de encontrar la sección de conductor adecuado y no sobredimensionar, ya que al hacerlo se encarecen los costos de la subestación pero sin dejar de lado las características técnicas, es decir se busca realizar un estudio técnico-económico adecuado.

La fuerza de separación entre contactos; existente debido a que la corriente solo fluye por pocos puntos de los mismos, debe ser compensada para impedir la formación de arcos que podrían averiar el interruptor. Se recomienda la utilización de contactos basado en dedos; los cuales aprovechan los esfuerzos electrodinámicos en sentido favorable para impedir la separación entre los contactos.

Las fuerzas electrodinámicas pueden ser aprovechadas para extinguir rápidamente el arco eléctrico utilizando contactos con ranuras especiales.

Las temperaturas que pueden alcanzar los contactos en caso de presentarse un cortocircuito dependen de la intensidad de presión de los contactos, de la dureza del material y del valor de intensidad de corriente; ya que al incrementar la presión aumenta el radio de contacto y consecuentemente disminuye la temperatura, además se debe considerar que el material se ablanda al subir la temperatura y de esta manera el radio de contacto aumenta con la temperatura por ello es recomendable el uso de los

contactos con dedos ya que incrementan la presión de contacto en el momento del cortocircuito.

En el estudio de esfuerzos en el transformador por efecto del corto circuito es un problema de carácter no lineal dinámico. Los grandes desplazamientos que se presentan y tanto la configuración geométrica como la mecánica imposibilitan el uso de transductores con el fin de ejecutar mediciones en la parte activa del transformador, experimentalmente lo más importante es evaluar cualitativamente el movimiento del transformador; para poder comparar este movimiento con el de los modelos y es en éstos donde se evalúan cuantitativamente los desplazamientos y esfuerzos del transformador, por esta razón un adecuado procedimiento de medición es la ubicación de marcas. Las fallas más comunes ocurren por desplazamientos axiales y radiales del devanado y por movimientos del núcleo ocasionando la variación del circuito magnético y su respectiva falla eléctrica.



## BIBLIOGRAFÍA

DISEÑO DE SUBESTACIONES ELECTRICAS.....JOSE RAUL MARTÍN  
Mc GRAW-HILL DE MÉXICO, S.A. de C.V.

THE SWITCHGEAR HANDBOOK.....C.H.FLURSCHEIM  
VOLUME ONE SIR ISAAC PITMAN&SONS,LTD

ELEMENTOS DE DISEÑO DE SUBESTACIONES... GILBERTO ENRIQUEZ  
HARPER - PREEDICIÓN-EDITORIAL LIMUSA MÉXICO.

TRANSFERENCIA DE CALOR.....J.P. HOLMAN  
CUARTA REIMPRESIÓN COMPAÑÍA EDITORIAL CONTINENTAL, S.A.

TEORIA ELECTROMAGNÉTICA: PRINCIPIO Y APLICACIONES.....CARLT,  
JOHNK EDITORIAL LIMUSA.

DISEÑO DE APARATOS ELÉCTRICOS.....JOHN KUHLMANN  
COMPAÑÍA EDITORIAL CONTINENTAL.

RESISTENCIA DE MATERIALES .....FERDINAND L. SINGER  
EDICIONES DEL CASTILLO S.A. MADRID.

MECANICA PARA INGENIEROS, 1<sup>ra</sup> PARTE: ESTATICA.... FERDINAND L.  
SINGER HARPER & ROW LATINOAMERICA- MÉXICO.

Dirección en Internet: [www.ing.unlp.edu.ar/sispot/libros.htm](http://www.ing.unlp.edu.ar/sispot/libros.htm)

## APENDICE A

### PROPIEDADES TERMOFISICAS DEL AIRE A PRESION ATMOSFERICA

T (K)	$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	Cp (KJ/kg.K)	$\mu \cdot 10^7$ (N.s/m)	$\nu \cdot 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)	$k \cdot 10^3$ (W/m.K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)	Pr
100	3,5562	1,032	71,1	2,000	9,34	2,54	0,786
150	2,3364	1,012	103,4	4,426	13,8	5,84	0,758
200	1,7458	1,007	132,5	7,59	18,1	10,3	0,737
250	1,3947	1,006	159,6	11,44	22,3	15,9	0,720
300	1,1614	1,007	184,6	15,89	26,3	22,5	0,707

350	0,9951	1,009	208,2	20,92	30	29,9	0,700
400	0,8711	1,014	230,1	26,41	33,8	38,3	0,690
450	0,774	1,021	250,7	32,39	37,3	47,2	0,686
500	0,6964	1,03	270,1	38,79	40,7	56,7	0,684
550	0,6329	1,04	288,4	45,57	43,9	66,7	0,683

600	0,5804	1,051	305,8	52,69	46,9	76,9	0,685
650	0,5356	1,063	322,5	60,21	49,7	87,3	0,690
700	0,4975	1,075	338,8	68,1	52,4	98	0,695
750	0,4643	1,087	354,6	76,37	54,9	109	0,702
800	0,4354	1,099	369,8	84,93	57,3	120	0,709

850	0,4097	1,11	384,3	93,8	59,6	131	0,716
900	0,3868	1,121	398,1	102,9	62	143	0,720
1000	0,3666	1,131	411,3	112,2	66,7	168	0,726
1100	0,3482	1,141	424,4	121,9	71,5	195	0,728

1200	0,2902	1,165	449	162,9	76,3	224	0,728
1300	0,2679	1,189	473	185,1	82	238	0,719
1400	0,2488	1,207	496	213	91	303	0,703
1500	0,2322	1,23	530	240	100	350	0,685
1600	0,2177	1,248	557	268	106	390	0,688

1700	0,2049	1,267	584	298	113	435	0,685
1800	0,1935	1,286	611	329	120	482	0,683
1900	0,1833	1,307	637	362	128	534	0,677
2000	0,1741	1,337	663	396	137	589	0,672
2100	0,1658	1,372	689	431	147	646	0,667

2200	0,1582	1,417	715	468	160	714	0,655
2300	0,1513	1,478	766	506	175	783	0,647
2400	0,1448	1,558	792	547	196	869	0,630
2500	0,1389	1,665	818	589	222	960	0,613
3000	0,1135	2,726	955	841	486	1570	0,536

**APENDICE B**

**PROPIEDADES TERMOFISICAS DE SOLIDOS METALICOS SELECCIONADOS**

Composición	Punto de fusión (K)	Propiedades a 300 K					Propiedades a varias temperaturas (K)									
		ρ (Kg/m <sup>3</sup> )	Cp (KJ/kg.K)	k (W/m.K)	α. 10 <sup>6</sup> (m <sup>2</sup> /s)	k (W/m.K)/cp(J/kg.K)	100	200	400	600	800	1000	1200	1500	2000	
																134
Acero puro	1810	7870	447	80,2	23,1	216	384	490	574	680	975	609	654			
Acero al carbon-silicio	1810	7817	446	51,9	14,9	134	94	49,8	44	37,4	29,3	28,3	32,1			
Acero inoxidable AISI 304	1670	7900	477	14,9	3,95	216	384	501	582	699	971	609	654			
Aluminio puro	933	2702	903	237	97,1	9,2	12	16,6	19,8	22,6	25,4	28	31,7			
Aluminio (aleación 195, 4.5% Cu)	775	2790	883	168	68,2	272	402	515	557	582	611	640	682			
Cobre puro	1358	8933	385	401	117	302	237	240	231	218						
Cromo	2118	7160	449	93,7	29,1	482	798	949	1033	1146						
Estaño	505	7310	227	66,6	40,1	65	163	174	185							
Oro	1336	19300	129	317	127	473	787	482	413	393	379	366	352	339		
Plata	1235	10500	235	429	174	252	356	397	417	433	45	480				
Platino	2045	21450	133	71,6	25,1	159	111	90,9	80,7	71,3	65,4	61,9	57,2	49,4		
						192	384	484	542	581	616	682	779	937		
						85,2	73,3	62,2								
						188	215	243								
						327	323	311	298	284	270	255				
						109	124	131	135	140	145	155				
						444	430	425	412	396	379	361				
						187	225	239	250	262	277	292				
						77,5	72,6	71,8	73,2	75,6	78,7	82,6	89,5	99,4		
						100	125	136	141	146	152	157	165	179		

### APENDICE C

<b>Resistividad de algunos materiales a temperatura ambiente (20 °C)</b>
--

Material	Resistividad $\rho$ ( $\Omega \cdot m$ )	Coeficiente de temperatura de la resistividad $\alpha$ ( $1/^\circ C$ )
Plata	$1,62 \cdot 10^{-8}$	$4,1 \cdot 10^{-8}$
Cobre	$1,69 \cdot 10^{-8}$	$4,3 \cdot 10^{-8}$
Aluminio	$2,75 \cdot 10^{-8}$	$4,4 \cdot 10^{-8}$
Tungsteno	$5,25 \cdot 10^{-8}$	$4,5 \cdot 10^{-8}$
Hierro	$9,68 \cdot 10^{-8}$	$6,5 \cdot 10^{-8}$
Platino	$10,6 \cdot 10^{-8}$	$3,9 \cdot 10^{-8}$
Manganina	$48,2 \cdot 10^{-8}$	$0,002 \cdot 10^{-8}$
Vidrio	1010-1014	
Poliestireno	$> 10^{14}$	

### APENDICE D

#### Características de conductores de cobre 97,3% de conductividad

Dimensión del conductor		Número de hilos	Diámetro de cada hilo (pulg)	Diámetro exterior (pulg)	Esfuerzo de ruptura (lbf)	Capacidad de corriente aprox. (A)	Resistencia ( $\Omega$ /milla) 25 °C 60Hz	Resistencia ( $\Omega$ /milla) 50 °C 60Hz
CM	A.W.G.							
1000000		37	0,1644	1,151	43830	1300	0,063	0,069
900000		37	0,1560	1,092	39510	1220	0,070	0,075
800000		37	0,1470	1,029	35120	1130	0,077	0,084
750000		37	0,1424	0,997	33400	1090	0,082	0,088
700000		37	0,1375	0,963	31170	1040	0,087	0,095
600000		37	0,1273	0,891	27020	940	0,101	0,110
500000		37	0,1162	0,814	22500	840	0,120	0,130
500000		19	0,1622	0,811	21590	840	0,120	0,130
450000		19	0,1539	0,770	19750	780	0,132	0,144
400000		19	0,1451	0,726	17560	730	0,148	0,162
350000		19	0,1357	0,679	15590	670	0,169	0,185
350000		12	0,1708	0,710	15140	670	0,169	0,185
300000		19	0,1257	0,629	13510	610	0,197	0,215
300000		12	0,1581	0,657	13170	610	0,197	0,215
250000		19	0,1147	0,571	11360	540	0,235	0,257
250000		12	0,1443	0,600	11130	540	0,235	0,257
211600	4/0	19	0,1055	0,528	9617	480	0,278	0,303
211600	4/0	12	0,1328	0,552	9483	490	0,278	0,303
211600	4/0	7	0,1739	0,522	9154	480	0,278	0,303
167800	3/0	12	0,1183	0,492	7556	420	0,350	0,382
167800	3/0	7	0,1548	0,464	7366	420	0,350	0,382
133100	2/0	7	0,1379	0,414	5926	360	0,440	0,481
105500	1/0	7	0,1228	0,368	4752	310	0,555	0,607
83690	1	7	0,1093	0,328	3804	270	0,699	0,765
83690	1	3	0,1670	0,360	3620	270	0,692	0,757
66370	2	7	0,0974	0,292	3045	230	0,882	0,964
66370	2	3	0,1487	0,320	2913	240	0,873	0,955
66370	2	1		0,258	3003	220	0,864	0,945
52630	3	7	0,0867	0,260	2433	200	1,112	1,216
52630	3	3	0,1325	0,285	2359	200	1,101	1,204
52630	3	1		0,229	2439	190	1,090	1,192
41740	4	3	0,1180	0,254	1879	180	1,388	1,518
41740	4	1		0,204	1970	170	1,374	1,503
33100	5	3	0,1050	0,226	1505	150	1,750	1,914
33100	5	1		0,182	1591	140	1,733	1,895
26250	6	3	0,0935	0,201	1205	130	2,210	2,410
26250	6	1		0,162	1280	120	2,180	2,390
20820	7	1		0,144	1030	110	2,750	3,010
16510	8	1		0,129	826	90	3,470	3,800