



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación

“DESARROLLO DE UN SOFTWARE INDUSTRIAL PARA LA
PREDICCIÓN DE VARIABLES ELÉCTRICAS EN UN SISTEMA
DE POTENCIA”

INFORME DE MATERIA INTEGRADORA

Previo a la obtención del Título de:

**INGENIERA EN ELECTRICIDAD ESPECIALIZACIÓN
ELECTRÓNICA Y AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIAL**

ANDRADE CERON DAMARIS ALEXANDRA
SORIA CORTEZ VANESSA ARACY

GUAYAQUIL – ECUADOR

AÑO: 2017

AGRADECIMIENTOS

El agradecimiento más importante a Dios por permitirme culminar mi carrera universitaria, dándome fortaleza para superar todas las adversidades. A mis padres Alexandra y Héctor por su amor, dedicación, apoyo incondicional, paciencia y cuidados en tiempos de mi enfermedad. A mi hermana por ser mi compañía a lo largo de este camino, por darme alegrías y por su motivación para nunca rendirme. A mis abuelos maternos Martha y Manuel por brindarme su amor, por su educación en valores y por ser mis segundos padres. A François por ser mi compañero y amigo, por su ayuda, por sus cuidados, amor y paciencia. Agradezco a mis amigos, esas personas que encontré a lo largo de mi carrera y que forman parte de mi vida. Por último, agradezco a mi compañera y amiga Aracy Vanessa por el arduo trabajo que hicimos para desarrollar el presente proyecto.

Andrade Cerón Damaris Alexandra.

Mis más sinceros agradecimientos a Dios por darme la fuerza para avanzar en este gran camino, a mis padres por todo el apoyo a largo de este periodo y durante toda mi vida y la ESPOL por la gran oportunidad.

Soria Cortez Vanessa Aracy

DEDICATORIA

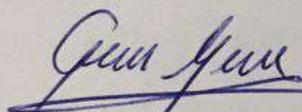
Dedico este proyecto a mis padres, a mi hermana, a mis abuelos maternos, a mis tías maternas por su amor y apoyo incondicional.

Andrade Cerón Damaris Alexandra

Este trabajo se lo dedico a mi familia por el apoyo incondicional a lo largo de toda mi vida.

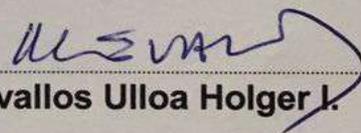
Soria Cortez Vanessa Aracy

TRIBUNAL DE EVALUACIÓN



Ing. Godoy Ortega Janeth C.

PROFESOR EVALUADOR

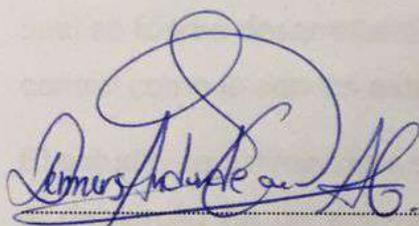


Ing. Cevallos Ulloa Holger I.

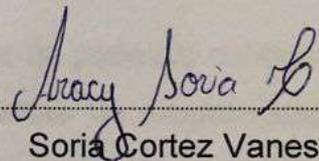
PROFESOR EVALUADOR

DECLARACIÓN EXPRESA

"La responsabilidad y la autoría del contenido de este Trabajo de Titulación, nos corresponde exclusivamente; y damos nuestro consentimiento para que la ESPOL realice la comunicación pública de la obra por cualquier medio con el fin de promover la consulta, difusión y uso público de la producción intelectual"



Andrade Cerón Damaris A.



Soria Cortez Vanessa A.

RESUMEN

El objetivo principal de este trabajo de investigación es establecer un método confiable, seguro y eficiente para la predicción de variables en los sistemas eléctricos de potencia, detectando errores en las mediciones de los equipos de los Centros de Control de energía y estableciendo correcciones con la mayor precisión, para el desarrollo de un modelo cada vez más preciso de la red. Para lograr este objetivo se realiza un análisis de las redes eléctricas de 14 barras y su comportamiento en condiciones ideales con lo que se obtuvo un modelo aproximado del sistema sobre el cual se fueron desarrollando mejoras basados en una herramienta estadística de alto control como lo son los estimadores de estado.

El estudio de estimadores de estado en sistemas eléctricos de potencia continuo con el desarrollo de un software con ayuda de las herramientas de programación de Matlab, por el cual se generaron dos algoritmos que basados en las ecuaciones de los estimadores: mínimos cuadrados ponderados y el filtro de Kalman extendido, pudiesen resolver el problema de estimación de variables eléctricas y detección de errores en mediciones de la red. Luego de lo cual se comparó la eficiencia de cada uno de estos estimadores.

Finalmente los resultados obtenidos fueron los esperados, la predicción de variables eléctricas mediante el uso de estimadores de estado es altamente confiable y esto se puede observar en el estudio de resultados de este trabajo, sin embargo es de mencionar que el filtro de Kalman extendido tiene ventajas sobre el estimador de mínimos cuadrados ponderados debido a que hace un análisis especial a la no linealidad del sistema lo que lo vuelve más confiable, sin desmerecer el alto nivel de precisión de ambos estimadores.

2.2.4.1	Algoritmo matemático del EKF.....	11
2.2.4.2	Corrección y detección de errores.....	14
2.2.5	Estimación por Mínimos Cuadrados Ponderados.....	16
2.2.5.1	Algoritmo matemático del WLS.....	17
2.2.5.2	Corrección y detección de errores.....	19
CAPÍTULO 3.....		21
3.	METODOLOGÍA DE TRABAJO.....	21
3.1	Análisis de información.....	21
3.2	Modelamiento del sistema.....	23
3.2.1	Modelo para Filtro de Kalman Extendido.....	23
3.2.2	Modelo para Mínimos Cuadrados Ponderados.....	28
3.3	Programación.....	29
3.3.1	Programa principal.....	29
3.3.2	Programa para el Filtro de Kalman Extendido.....	30
3.3.3	Programa para Mínimos Cuadrados Ponderados.....	32
CAPÍTULO 4.....		35
4.	RESULTADOS.....	35
4.1	Implementación y simulación del Algoritmo.....	35
4.2	Índice de error e índice de rendimiento.....	46
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES		50
BIBLIOGRAFÍA.....		52
ANEXOS		54

CAPÍTULO 1

1. DELIMITACIÓN DEL PROBLEMA.

1.1 Planteamiento del problema.

Debido al crecimiento poblacional, avance tecnológico y la industrialización a nivel nacional, la demanda de energía eléctrica se ha incrementado afectando directamente a su calidad. Según datos del Ministerio Coordinador de Sectores Estratégicos (MICSE) en el año 2000 el consumo de energía eléctrica fue de 7904 GWh y para el 2014 este valor llegó a los 13318 GWh [1] si este incremento no es controlado y supervisado de manera correcta, afectará el estado de los sistemas eléctricos provocando cortes de electricidad no programados, fallas en los equipos de protección de las redes eléctricas y daños en los equipos de usuarios de la red.

Tomando en consideración que la energía eléctrica es esencial en los sectores: industria, comercial, transporte, residencial y servicio público los daños y pérdidas se vuelven mayores. La presencia de convertidores de potencia, que son el soporte para la integración de energías renovables, es otro factor que distorsiona el comportamiento de las variables eléctricas de la red lo que también se ve reflejado en la calidad de la energía y el estado de los sistemas eléctricos.

En la actualidad la energía eléctrica es una de las formas de energía de mayor demanda a nivel mundial, el aumento constante de las cargas lleva a que los sistemas eléctricos estén cada vez más cerca de su funcionamiento a máxima capacidad, lo que es un riesgo en las redes eléctricas y lo que vuelve cada vez más importante el mejorar los sistemas de control y supervisión. Desde la generación hasta la distribución de energía se debe tener un control y monitorización estricto de los sistemas eléctricos, con el fin de proveer un servicio sin riesgos al usuario ni pérdidas económicas significativas para empresas eléctricas y el Estado; lastimosamente, aún no se cuenta con los equipos previstos de la tecnología de análisis necesaria para poder predecir el estado de las redes eléctricas y con ello asegurar su correcto funcionamiento.

Los Phasor Measurement Unit (PMU) son los equipos que proporcionan la información más fiable de las redes eléctricas al momento. Ubicados en los extremos de las redes eléctricas están encargados de medir la magnitud de voltaje, corriente, fase y frecuencia del nodo donde se encuentren instalados, sin embargo, aún están sujetos a errores de medición debidos al ruido o a las distancias que existen entre las redes eléctricas y el punto de medición.

El sistema de mayor control en los centros de supervisión de energía es el Supervisory Control And Data Acquisition (SCADA) puesto que es el encargado de adquirir la información de las mediciones realizadas en las redes para con ello realizar la supervisión y control del estado de los sistemas eléctricos y, basado en parámetros ya establecidos, ejecutar alarmas o generar ordenes si existiese alguna falla en los sistemas, pero si las lecturas de los medidores no son las correctas el sistema de supervisión y control no responderá de la manera esperada y perderá información necesaria para el ejecución de un buen funcionamiento en los sistemas eléctricos.

A pesar de que existen sistemas altamente calificados, estos están sujetos a errores de lectura, que, aunque ya se ha dado un gran paso con el procesamiento de datos en tiempo real aún sigue siendo poco eficiente para la predicción del comportamiento de las redes eléctricas debido al alto riesgo de errores y perdidas. Los Centros de Control de Energía (CCE) no cuentan aún con equipos que puedan proveer datos de los sistemas eléctricos con el menor error posible y que puedan predecir también el fallo de los equipos de medición para lograr un desarrollo evidente en los sistemas de control y supervisión, debido a esto no pueden asegurar la eficiencia y eficacia de los sistemas de transmisión de energía y la preocupación es cada vez mayor, las redes eléctricas están frente a cambios para las que no fueron diseñadas.

1.2 Objetivos.

1.2.1 Objetivo General.

- Desarrollar un algoritmo que permita, mediante el uso de técnicas de estimación, una predicción del comportamiento de las variables

eléctricas de una red con la finalidad de proponer la incorporación de la función de predicción en las unidades PMU.

1.2.2 Objetivos Específicos.

- Desarrollar e implementar programas computacionales basados en métodos de estimación usando la herramienta MATLAB.
- Analizar el comportamiento y aplicar métodos de estimación de estado para solucionar el problema de determinar las variables eléctricas en el sistema de potencia: "The IEEE 14 Bus Test Case".
- Validar las metodologías mediante un análisis comparativo de la eficiencia de los estimadores sobre un sistema real como es el sistema IEEE 14 Bus Test Case.

1.3 Justificación.

Debido a la complejidad de un sistema de potencia, equipos PMU, son instalados a lo largo del tendido para el monitoreo de la red eléctrica, a su vez y con ayuda de un sistema SCADA se realiza el control y supervisión de la red, sin embargo, estos sistemas requieren aún de equipos adicionales para obtener un mayor control y eficiencia, logrando así que estos equipos entreguen la mejor aproximación del sistema real.

Los estimadores de estado se vuelven importantes en el análisis continuo del comportamiento de las redes eléctricas, debido a que una red de sistemas de potencia puede operar en tres modos: normal, emergencia y restaurativo, la detección del estado real del sistema permite que se pueda intervenir en la red en el momento correcto para asegurar un buen funcionamiento. En el estado normal, la red está operando dentro de su rango de operación, sin embargo, al salirse de dicho rango pasa a un estado de emergencia considerado peligroso, ya que la red estaría desbalanceada e insegura. El último estado es el proceso medio entre abandonar la emergencia estabilizando la red y estar en estado normal, poder estimar el estado de las redes eléctricas ayudará a dar mejores respuestas a estos modos de operación sin tener consecuencias graves en las líneas de distribución, mejorando el control y supervisión de los sistemas

eléctricos de potencia asegurando la detección rápida del estado de emergencia y con ello entrar a un modo restaurativo de manera inmediata sin grandes pérdidas.

Al tener un monitoreo en tiempo real y una estimación de estado que detecte y elimine errores de mediciones de las cantidades eléctricas se permitirá obtener un modelo cada vez más cerca al real y evitar que por errores de medición se saque a la red de sus rangos de operación normal.

Con la finalidad de dar el tratamiento necesario a estos datos se plantea la necesidad de utilizar herramientas de estimación y con esto lograr una predicción, eliminar datos aberrantes y obtener la mejor estimación para así asegurar un estado normal de la red y respuestas rápidas en modos de emergencia.

Dentro de las herramientas clave se estudiarán dos estimadores, el Weighted Least Squares (WLS) y el Extended Kalman Filter (EKF). Uno de los métodos comúnmente usados para estimación en sistemas de potencia es el WLS cuyo objetivo principal es minimizar los cuadrados de los errores de medición para determinar la mejor estimación del sistema eléctrico basado en las mediciones del sistema modelo e identificando datos erróneos.

El filtro Kalman es conocido por su trabajo con sistemas no lineales en los que su algoritmo actúa de forma predictiva-correctiva con medidas imperfectas.

1.4 Alcance.

El alcance del presente trabajo, comprende el desarrollo de un algoritmo computacional, usando el software de Matlab, para la predicción del comportamiento de variables eléctricas donde, se realizará el diseño, implementación y simulación de los estimadores: Weighted Least Squares (WLS) y Extended Kalman Filter (EKF) con la ayuda de los cuales se realizará la respectiva validación sobre una red eléctrica de 14 barras. Los datos consistirán en la información obtenida del sistema IEEE 14 Bus Test Case y IEEE 30 Bus Test Case. Finalmente se realizará un análisis comparativo de eficiencia entre los dos estimadores a ser implementados el WLS y el EKF.

CAPÍTULO 2

2. ESTADO DEL ARTE

2.1 Antecedentes

2.1.1 Desarrollo de la Estimación de Estado en sistemas eléctricos.

Los sistemas eléctricos se han venido desarrollando a lo largo del tiempo y con ellos la forma en la que se controla y monitorea su comportamiento, desde equipos de medición hasta sistemas de supervisión en tiempo real; sin embargo y a pesar de la implementación continua de herramientas para mejorar la seguridad y confiabilidad de la red sigue siendo un reto el conocer el estado eléctrico de la red debido a la naturaleza aleatoria de sus mediciones y los diferentes factores que afectan la transmisión de datos.

Los inicios de la tecnología eléctrica se remontan al último cuarto del siglo XIX [1] y se ha desarrollado a partir de la experimentación teórica y científica adaptándose a los cambios en la sociedad y el gran desarrollo industrial. A pesar de los esfuerzos de los CCE por mejorar la precisión en la estimación no es sino hasta 1969 que Fred Schweppe y su grupo de investigadores plantea el concepto de estimación de estados en sistemas eléctricos de potencia, con el objetivo de mejorar el estimado del modelo de las redes eléctricas a partir de numerosas mediciones del sistema que llegan a ser redundantes [2].

Basados en modelos y cálculos estadísticos se pretendía identificar datos negativos una vez obtenida la mejor estimación del sistema eléctrico, sin embargo, las mediciones obtenidas no contenían los valores de los ángulos de fase relativos, ya que no se contaba con un sistema de posicionamiento que ayudara en la sincronización de las mediciones en diferentes localidades. En la década de los años 60 con la implementación de sistemas satelitales de posicionamiento global (GPS) [2] se logra hacer un salto a este problema, desarrollar mejoras

en sistemas de supervisión y monitorización e impulsar la aplicación de estimadores de estado en los equipos y centros de control de energía.

Finalmente, no es sino hasta los años 80 que se introduce en el mercado equipos de mediciones sincronizadas y con ello un concepto más complejo sobre la estimación de estados para mejorar la seguridad, confiabilidad y precisión de los sistemas en los centros de control de energía.

2.2 Marco Teórico.

Para poder comprender la razón de estudio de estimadores de estados en sistemas eléctricos de potencia se debe tener claro sus respectivos conceptos, ¿Qué es un sistema eléctrico de potencia?, ¿Cuál es la representación de un sistema eléctrico para su análisis teórico?, ¿Qué son los estimadores de estados?, ¿Cuál es el rol que pueden desarrollar los estimadores de estado en los sistemas eléctricos? Cada una de estas interrogantes será aclarada dentro de este capítulo, para tener una visión más amplia de los objetivos que se desean alcanzar con este trabajo y el propósito del mismo.

2.2.1 Sistemas eléctricos de potencia.

La electricidad es una de las principales formas de energía, representa el 18% [3] de todas las fuentes a nivel mundial y su distribución está basada en los sistemas eléctricos de potencia (SEP) lo que los vuelve un punto clave para el bienestar y desarrollo de la sociedad. La facilidad en la transportación, su alta eficiencia y sus costos razonables [4] logran que la energía eléctrica sea una de las fuentes de energía mayormente utilizadas.

En la actualidad un sistema eléctrico de potencia es una red compuesta interconectada que puede ser dividida y analizada en cuatro grandes partes: generación, transmisión y sub-transmisión, distribución y cargas.

Generación: La generación es la primera etapa de un SEP y está formada por dos componentes esenciales que le permiten a esta

cumplir con su función: los generadores y los transformadores. El primero es un equipo capaz de convertir la energía mecánica en eléctrica y el segundo transforma un nivel de tensión en otro con una alta eficiencia de trabajo [3].

Transmisión y Sub-transmisión: La transmisión es la etapa que conecta la etapa de generación con la etapa de distribución haciendo posible la transferencia de energía eléctrica de una ubicación a otra, así como las redes de sub-transmisión son las encargadas de conectar las subestaciones de alto voltaje con las subestaciones de distribución mediante el uso de transformadores reductores [3].

Distribución: Las líneas de distribución son las encargadas de la interconexión entre las subestaciones de distribución y los aparatos de entrada del servicio hacia los consumidores finales [3].

Cargas: Son todos aquellos equipos y aparatos conectados a la red eléctrica al final de un SEP. Las cargas en un sistema eléctrico están divididas fundamentalmente en: cargas industriales, comerciales y residenciales [3].

Un sistema eléctrico de potencia es una red compleja cuyo análisis está basado en el seguimiento del comportamiento de cada una de sus etapas.

2.2.2 Representación de un sistema eléctrico de potencia.

Es importante, dentro del análisis de un sistema eléctrico de potencia, poder definir la forma de representación de la red, esto ayudará a poder identificar de manera clara los componentes y datos del sistema. El diagrama unifilar y el diagrama de impedancias definen un SEP y nos permiten esta identificación.

Diagrama unifilar. El diagrama unifilar permite una representación sencilla de un SEP y muestra datos importantes y característicos del sistema, sus símbolos son estandarizados lo que permite la

comprensión de manera global. En la figura 2.1 podemos apreciar un ejemplo de un diagrama unifilar de 3 barras.

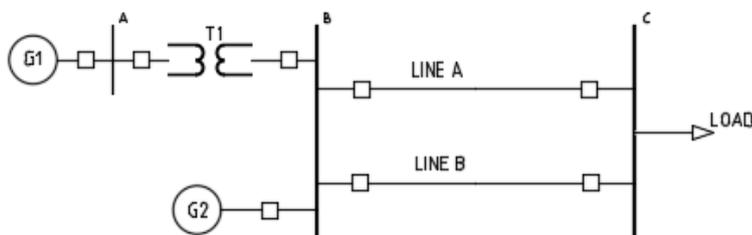


Figura 2.1: Diagrama unifilar de un sistema de 3 barras.

Diagrama de impedancia. El diagrama de impedancia permite establecer las condiciones de operación del sistema. Es la conversión de cada uno de los elementos del diagrama unifilar por su modelo equivalente de impedancias. En la figura 2.2 podemos apreciar un ejemplo de un diagrama de impedancias de 3 barras.

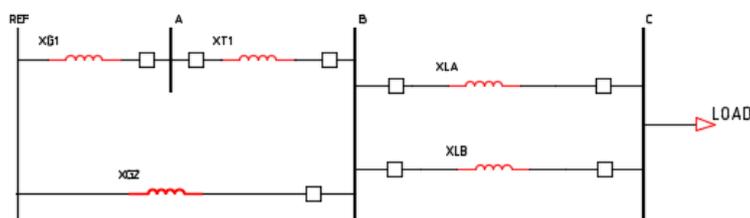


Figura 2.2: Diagrama de impedancias de un sistema de 3 barras.

2.2.3 Estimadores de estado en sistemas de potencia.

En sistemas eléctricos de potencia los estimadores de estado se convierten en una herramienta que permite construir en tiempo real un modelo preciso del sistema eléctrico basado en los datos de los medidores dentro de la red. Esta representación permite realizar un análisis de la seguridad del SEP y proporciona un diagnóstico para el mantenimiento del mismo.

El proceso de estimación de estados en sistemas de potencia comienza con el análisis del sistema mediante un modelo, luego se concluye si es posible determinar el estado de la red a partir de las mediciones disponibles (observable), de ser así, se calcula el estado del sistema mediante la ejecución del algoritmo de estimación para finalmente realizar un análisis y detectar la existencia de errores en las mediciones [5]. Este proceso es ejemplificado en la figura 2.3, este flujograma representa los pasos, entradas y salidas generales de un estimador de estados.

Para el desarrollo de la estimación de estados es importante contar con mediciones proporcionadas por sistemas PMU, la configuración del sistema eléctrico y los parámetros de ejecución y de la red; el análisis y ejecución del estimador de estado permitirá conocer la estimación para todos los datos medidos y no medidos, los valores de voltajes y flujos en ramales y finalmente el resultado del análisis de los errores en los datos de entrada, con lo que se podrá filtrar los errores presentes en el modelo y generar un modelo más confiable y preciso.

Los estimadores de estado, mediante un análisis que incluye cálculos estadísticos generará con bastante exactitud los valores de las variables de interés a pesar de que se tenga medidas ausentes, medidas incorrectas o ruido en las mediciones.

La importante de la estimación de estados está basada en que su ejecución generará indicativos para la realización de acciones importantes sobre el sistema. La estimación de estados será capaz de determinar cuan cerca está el sistema de los márgenes operativos, cual es el estado de los equipos dentro del sistema y con ello las acciones que deberá tomar el operador para asegurar el comportamiento normal de la red.

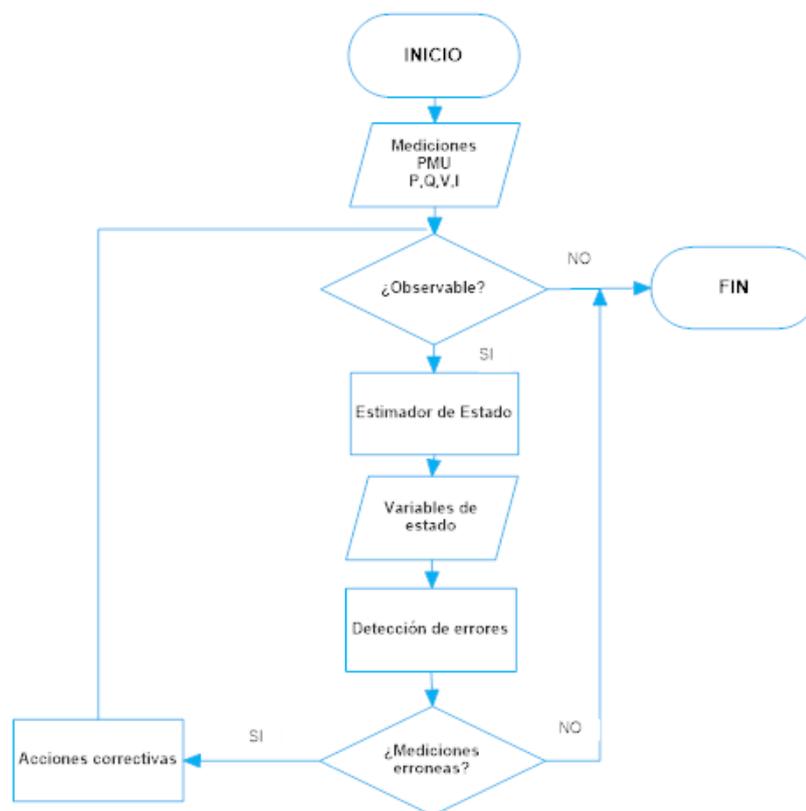


Figura 2.3: Diagrama de bloques de un estimador.

2.2.4 Estimación por Filtro de Kalman Extendido.

El filtro extendido de Kalman es un algoritmo matemático que permite estimar estados en modelos dinámicos no lineales de sistemas eléctricos de potencia, que se encuentran afectados por señales falsas de ruido debido a las mediciones realizadas en tiempo real. La teoría se basa en la teoría del Filtro de Kalman escrita por R. Rudolf Kalman alrededor del año 1950 en la que se enfatiza en la estimación a cualquier instante de tiempo [4].

En la figura 2.4 se muestra el proceso completo desde la obtención de datos en el sistema de potencia, seguido de los errores de las mediciones, para que estos datos al pasar el EKF se conviertan en valores estimados óptima y eficazmente [5].

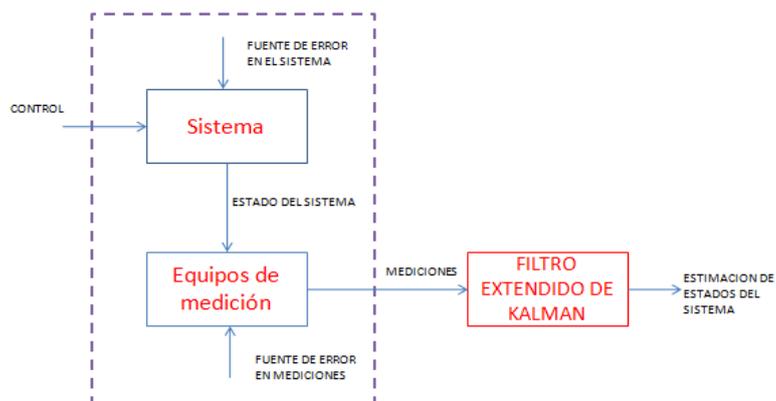


Figura 2.4 Aplicación típica del filtro de Kalman extendido.

El filtro de Kalman extendido basa la resolución de estimación de estados actual en la expansión de las series de Taylor, método con el que se logra la aproximación de las ecuaciones no lineales tanto de estado como de observación, todo esto siendo comparado con el valor actual del estado que se está estimando, de la misma manera se obtiene un valor estimado de la varianza mínima [6]. El propósito del filtro, dicho de otra manera, es minimizar entre el estado estimado y el actual la incompatibilidad de covarianza [4].

2.2.4.1 Algoritmo matemático del EKF.

Al estimar estados por medio de la retroalimentación, se logra en un primer paso la estimación de estado de proceso y por consiguiente la retroalimentación del ruido incluido en las mediciones. Las ecuaciones del algoritmo matemático del estimador EKF al igual que el filtro de Kalman se presentan en dos grupos: ecuaciones de actualización de tiempo y ecuaciones de actualización de la medición.

Las ecuaciones de actualización de tiempo son las que llevan a un tiempo $k+1$, proyectando el estado actual y su respectiva matriz de error de covarianza para de esta manera obtener una estimación a priori. Estas ecuaciones son también llamadas ecuaciones de predicción.

Continuando el desarrollo del algoritmo las siguientes ecuaciones de actualización de medida serán las responsables de lograr incorporar las mediciones actuales a la estimación anterior y con esto presentar la estimación a posteriori de los estados del sistema. Estas ecuaciones son también llamadas ecuaciones de corrección. [7] [8].

Un sistema de potencia dinámico en tiempo discreto se puede modelar de la manera descrita a continuación.

Expresando en una ecuación diferencial el sistema no lineal y la ecuación del modelo de observación, ambas ecuaciones afectadas por ruido, teniendo así las ecuaciones 2.1 y 2.2.

$$x_k = f(x_{k-1}) + w_{k-1} \quad (2.1)$$

$$z_k = h(x_k) + v_k \quad (2.2)$$

Se asume también que se tiene un vector aleatorio de estado inicial x_0 con su respectiva media $u_0 = E[x_0]$ y covarianza $P_0 = E[(x_0 - u_0)(x_0 - u_0)^T]$.

Además, los vectores aleatorios con ruido temporal w_k y v_k , siendo el primero producido por incertidumbres en el modelo del proceso y el siguiente es el vector de ruido de las mediciones. Estos vectores poseen media-cero y covarianza conocida y no se encuentran relacionados con el estado inicial x_0 , por lo que se tiene entonces:

A partir de la asunción de un sistema no lineal suave para el modelo dinámico y el de observación, se expande mediante series de Taylor la función vectorial del proceso: $f(x_k)$, y la función vectorial de observación: $h(x_k)$ para obtener la aproximación con la estimación siguiente [9].

Conociendo datos previos de media u_0 y covarianza P_0 , se presenta la estimación óptima x_0^a y su respectivo error de

covarianza. [9] El superíndice “a” determina el estado *a priori*, el superíndice “f” determina el estado *a posteriori* y el subíndice “0” indica que se trata de un valor a un tiempo $t = 0$, las ecuaciones 2.3 y 2.4 presentan los valores de los datos antes mencionados.

$$x_0^a = \mu_0 = E[x_0] \quad (2.3)$$

$$P_0 = E[(x_0 - x_0^a)(x_0 - x_0^a)^T] \quad (2.4)$$

Se asume que se tiene la estimación óptima $x_{k-1}^a \equiv E[x_{k-1}|Z_{k-1}]$ con su respectiva covarianza P_{k-1} en tiempo k-1, para tener la parte predecible de x_0 y aplicando expansión de Taylor a la función $f(\cdot)$ en x_{k-1}^a se tendrá entonces la ecuación 2.5:

$$f(x_{k-1}) \equiv f(x_{k-1}^a) + J_f(x_{k-1}^a)(x_{k-1} - x_{k-1}^a) + H.O.T. \quad (2.5)$$

Donde J_f es la matriz Jacobiana de la función y H.O.T. representa a los términos de orden superior, los mismos que no son válidos y serán retirados.

La matriz Jacobiana corresponde a las derivadas parciales de $f(x)$ con respecto (x) como se muestra a continuación en la ecuación 2.6.

$$J_f \equiv \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Detallando que $f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x))^T$ y $(x) = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$. La ecuación 2.5 tras la eliminación de valores se la presenta de la siguiente manera con la ecuación 2.7:

$$f(x_{k-1}) \approx f(x_{k-1}^a) + J_f(x_{k-1}^a)e_{k-1} \quad (2.7)$$

Teniendo que: $e_{k-1} \equiv x_{k-1} - x_{k-1}^a$ y el valor esperado de $f(x_{k-1})$ está condicionado por Z_{k-1} . Se presenta entonces la ecuación 2.8 de la siguiente manera.

$$E[f(x_{k-1})|Z_{k-1}] \approx f(x_{k-1}^a) + J_f(x_{k-1}^a)E[e_{k-1}|Z_{k-1}] \quad (2.8)$$

Donde se tiene que $E[e_{k-1}|Z_{k-1}] = 0$, con lo cual el aproximado sería el siguiente:

$$x_k^f \approx f(x_{k-1}^a) \quad (2.9)$$

Dentro de las ecuaciones importantes de este paso predictor está la ecuación de matriz de covarianza del error cuya demostración y desglose se encuentran en el anexo 1 ítem 1.

$$\mathbf{P}_k^f = J_f(x_{k-1}^a)\mathbf{P}_{k-1}^f J_f^T(x_{k-1}^a) + w_k Q_{k-1} w_k^T \quad (2.10)$$

Culminando con esto el paso predictor aclarando que la ecuación 2.9 y 2.10 son las más importantes de este.

2.2.4.2 Corrección y detección de errores.

Para este paso se tiene dos partes importantes: el valor predicho x_k^f con su covarianza \mathbf{P}_k^f y los valores de medición z_k con su covarianza R_k . Lograr la aproximación en base de los mínimos cuadrados es el objetivo y se lo puede lograr asumiendo que la estimación es una combinación lineal de x_k^f y z_k [9]. El subíndice "k" indica el tiempo de iteración.

Este paso parte de la ecuación de estimación de datos actualizados 2.11 cuya demostración se encuentra en el anexo 1 ítem 2.

$$x_k^a = x_k^f + K_k(z_k - E[h(x_k)|Z_k]) \quad (2.11)$$

Al igual que con $f(x)$, expandimos por series de Taylor la función $h(\cdot)$ con lo cual se obtiene la ecuación 2.12:

$$h(x_k) \equiv h(x_k^f) + J_h(x_k^f)(x_k - x_k^f) + \text{H. O. T.} \quad (2.12)$$

Se define la matriz Jacobiana de $h(x)$ en función de (x) mostrada en la ecuación 2.13:

$$J_h \equiv \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \frac{\partial h_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h_m}{\partial x_1} & \frac{\partial h_m}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Detallando que $h(x) = (h_1(x), h_2(x), \dots, h_n(x))^T$ y $(x) = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ y conociendo que ambos están condicionados por Z_k .

$$E[h(x_k)|Z_k] \approx h(x_k^f) + J_h(x_k^f)E[e_k^f|Z_k] \quad (2.14)$$

Con $E[e_k^f|Z_k] = 0$ y sustituyendo en la primera ecuación de estimación de estado actual se tiene que el estado estimado en este paso es:

$$x_k^a \approx x_k^f + K_k(z_k - h(x_k^f)) \quad (2.15)$$

El siguiente paso sería el cálculo de la ganancia de Kalman, parte más importante del paso corrector puesto que con esto se proceder a la obtención de la estimación.

$$K_k = P_k^f J_h^T(x_k^f) (J_h(x_k^f) P_k^f J_h^T(x_k^f) + V_k R_k V_k^T)^{-1} \quad (2.16)$$

Llegados a este punto se plantea la obtención de la matriz de covarianza del error con la ecuación 2.15, para con la obtención de se debe repetir el proceso de medición y actualización con las estimaciones anteriores, las que se usarán para ser proyectadas y predecir las nuevas estimaciones creando un ciclo de recursividad característico del FEK [10]. Para la resolución de ecuación ver anexo 1 ítem 3.

$$P_k = (I - K_k J_h(x_k^f)) P_k^f \quad (2.17)$$

Finalmente, considerado que la estimación de la iteración (i) sería de $x_{k,i}^a$ al tiempo k , se afirma que el proceso de iteración se inicializa con $x_{k,0}^a = x_k^f$ por lo que el paso corrector para diferentes valores de i se convierte en las ecuaciones mostradas a continuación:

$$x_{k,i}^a \approx x_k^f + K_k (z_k - h(x_{k,i}^a)) \quad (2.18)$$

$$K_{k,i} = P_k^f J_h^T(x_{k,i}^a) (J_h(x_{k,i}^a) P_k^f J_h^T(x_{k,i}^a) + V_k R_k V_k^T)^{-1} \quad (2.19)$$

$$P_{k,i} = (I - K_{k,i} J_h(x_{k,i}^a)) P_k^f \quad (2.20)$$

Se debe subrayar que el Filtro extendido de Kalman es resultado de la implementación del conjunto de aproximaciones. Por lo que las matrices de covarianza no poseen valores reales, estos son aproximados, también con esto las matrices Jacobianas de los dos procesos y la ganancia del filtro de Kalman son resultado de esto, por lo que se ligan a ser calculadas en tiempo real, es decir el filtro debe de estar en línea al sistema. [5]

2.2.5 Estimación por Mínimos Cuadrados Ponderados.

La etapa de transmisión de un sistema eléctrico cuenta con un gran número de equipos de medición, que proporcionan la lectura de: potencia activa, potencia reactiva, tensiones y corrientes, basados en transformadores de corriente y voltaje, las mediciones realizadas son señales análogas que son transformadas en digitales con ayuda de convertidores y transportadas a lo largo de grandes distancias hasta los centros de control de energía, en donde el análisis de la información recibida proporciona al operador los detalles de las condiciones de la red, sin embargo, las mediciones realizadas están sujetas a diferentes errores que deben ser identificados a fin de obtener la mejor estimación.

El método de mínimos cuadrados ponderados (WLS por sus siglas en inglés) es uno de los métodos más comunes y frecuentemente usados en la estimación de estados de sistemas eléctricos de potencia. Su objetivo es conseguir el modelo más próximo al sistema eléctrico real evidenciando los errores en las mediciones a partir de un cálculo estadístico por el cual minimiza la suma de cuadrados de la diferencia entre el valor medido y el valor calculado [11].

2.2.5.1 Algoritmo matemático del WLS.

Los equipos de medición a través de un sistema de control y monitorización proporcionarán las variables medidas del sistema eléctrico, estas cantidades serán tratadas como un vector de dimensión m [12], según la ecuación 2.21:

$$Z = \begin{bmatrix} z_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ z_m \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Como se ha mencionado antes, un sistema eléctrico es una red compleja por lo que existirán funciones no lineales que relacionarán las variables medidas con los vectores de estado, estas funciones serán denominadas $h(x)$ en donde x es el vector de estado y es de dimensión n , por lo que tendremos: [11]

$$h(x) = \begin{bmatrix} h_1(x_1, \dots, x_n) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ h_m(x_1, \dots, x_n) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Los valores medidos de las variables no son exactos debido al ruido que se introduce en la medición, a la mala calibración de los equipos o incluso a la falta de mediciones, éstas y otras condiciones generan un vector de errores en el que cada elemento se forma de la diferencia entre el valor medido y el valor calculado. Estos errores son independientes unos de otros

por lo que se considera que tienen una media igual a cero y una varianza σ^2 y se define de la siguiente manera: [11]

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ e_m \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Finalmente se plantea que el valor real de las mediciones “z” será igual a la suma de los valores de las mediciones calculadas de la función no lineal “h(x)” y el error “e”: [11]

$$z = h(x) + e \quad (2.24)$$

El objetivo del WLS es minimizar la suma de los cuadrados de la diferencia entre el valor medido y el valor real o calculado, pero se deberá tomar en cuenta que las mediciones de los equipos de alta precisión deberán ser tratados de mejor manera que los demás, esto dependerá directamente de un factor que es el valor inverso de la varianza por lo que la función objetivo para este método será: [13]

$$J(X) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \frac{1}{\sigma_i^2} \times (z_i - h_i(x))^2 \quad (2.25)$$

La función problema del método de mínimos cuadrados ponderados es: [13]

$$\min J(X) \quad (2.26)$$

Para obtener la condición óptima se aplica el criterio de la primera derivada igual a cero con el que se podrá conocer si se tiene un punto crítico y posteriormente si este es un mínimo local. La función objetivo (2.5) puede ser reescrita como:

$$J(X) = (z - h(x))^T W (z - h(x)) \quad (2.27)$$

Tal que $W = \frac{1}{\sigma^2}$, para poder tratar de mejor manera esta ecuación se linealiza la función “h(x)” usando la expansión de las series de Taylor con lo cual tenemos que:

$$h(x + \Delta x) = h(x) + H(x)\Delta x \quad (2.28)$$

$$\text{donde: } H(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x}$$

Aplicando la linealización en la función objetivo se tiene:

$$J(\Delta x) = (z - h - H(x)\Delta x)^T W (z - h(x) - H(x)\Delta x) \quad (2.29)$$

La solución buscada es:

$$\frac{\partial J(\Delta x)}{\partial \Delta x} = 0 \quad (2.30)$$

$$-H^T R^{-1}(z - h(x) - H\Delta x) = 0 \quad (2.31)$$

$$H^T R^{-1} H \Delta x = H^T R^{-1}(z - h(x)) \quad (2.32)$$

En este punto se define la matriz de ganancia $G = H^T R^{-1} H$ con lo cual se tiene que [11]:

$$G \Delta x = H^T R^{-1}(z - h(x)) \quad (2.33)$$

$$\Delta x = x^{k+1} - x^k \quad (2.34)$$

El proceso de estimación se convierte en un proceso iterativo que dependerá de si “ Δx ” excede el valor de convergencia, finalmente el proceso iterativo que se desarrollará será:

$$x^{k+1} = G^{-1} H^T R^{-1}(z - h(x)) + x^k \quad (2.35)$$

2.2.5.2 Corrección y detección de errores.

La identificación de datos negativos en el método de mínimos cuadrados ponderados se da luego de la estimación de estado [13], debemos tener en cuenta que la aplicación del método se da una vez que se determina si es sistema es observable o no, y la eliminación de un dato por la detección de errores puede

volver al sistema inobservable dependiendo del tipo de error detectado. En el capítulo 3 se identificará esta característica del sistema.

Se debe determinar el límite o el intervalo en el que un dato es considerado aceptable o no, por lo que la función $J(x)$ debe seguir una distribución específica. Se considera para este método que $J(x)$ es una función con una distribución de probabilidad de distribución Chi-cuadrado $X^2(k)$ [14] donde “k” es una constante conocida que depende de la diferencia entre el número de mediciones (m) y el número de variables de estado (n), basados en esta asunción se desarrollará la detección de errores de la siguiente manera.

Se debe calcular el valor de $J(x)$ y comparar el mismo con el valor correspondiente de una distribución Chi-cuadrada de acuerdo a los grados de libertad y la probabilidad de un valor mayor a la distribución.

Si $J(x)$ es mayor al valor correspondiente en la distribución Chi-cuadrada, se puede asegurar que en el conjunto de mediciones existen errores y estas deben ser removidas. Para la eliminación de datos errados se calcula el error de cada uno de los valores.

$$e_i = z_i - h_i(x) \quad (2.36)$$

Se debe tomar en cuenta la sensibilidad del equipo por lo que se calcula el valor residuo de cada una de las mediciones como [13]:

$$r_i = \frac{e_i}{\sqrt{R_{ii}}} \quad (2.37)$$

Éste valor deberá ser comparado con un valor “t” que normalmente es igual a 3 [12]. Sí $r_i > t$ el dato es un dato erróneo y deberá ser eliminado.

CAPÍTULO 3

3. METODOLOGÍA DE TRABAJO.

Para el desarrollo de este proyecto de investigación se trabajó mediante varias etapas que permitirían finalmente lograr los objetivos planteados. En primer lugar, se realizó un análisis de la información sobre el sistema eléctrico con el que se trabajaría, con lo cual se definía que datos serían relevantes, luego de esto y con ayuda de la información seleccionada se procedió a realizar el modelamiento del sistema, se plantearían ecuaciones que representasen a la red eléctrica de mejor manera para con ello llegar a la generación del algoritmo basado en los estimadores de estado seleccionados.

Finalmente se realizó la implementación del algoritmo en la plataforma de Matlab para luego realizar la respectiva simulación con la información ya antes obtenida y analizada.

3.1 Análisis de información.

Para la estimación de estados en sistemas eléctricos de potencia se necesitará en un principio un conjunto de datos de la red, información conformada por datos que proveen los sistemas eléctricos de 14 y 30 barras de la IEEE, estos datos serán: datos de barras del sistema, datos de impedancias de líneas del sistema, mediciones del sistema, datos de referencias.

Datos de barras del sistema. Corresponden a la información de cada una de las barras que conforman la red, será agrupada en una matriz la cual estará ordenada de la siguiente manera: la columna 1 es el número de la barra, la columna 2 es el código de tipo de barra, la columna 3 y 4 el voltaje y ángulo en la barra respectivamente, la columna 5 y 6 potencia de generación activa y reactiva respectivamente, la barra 7 y 8 potencia activa y reactiva de carga respectivamente y las columnas 9 y 10 son las potencias reactivas mínima y máxima en la carga respectivamente.

El código del tipo de barra será "1" si la barra es estacionaria y la información necesaria para estas barras es el valor del voltaje y ángulo de las mismas. Si es

una barra de controlada por voltaje su código será "2", en este tipo de barras deberá estar especificada la información de voltaje, potencia activa de generación y los límites de potencia reactiva Finalmente, el código de una barra será "3" si es de carga, usualmente en estas barras los valores de voltaje y ángulo son 1 y 0 respectivamente, las cargas activas y reactivas son enteramente positivas.

Datos de impedancia de línea del sistema: Dentro de los datos con los que se cuenta se deberá tener la información de impedancias de las líneas del sistema eléctrico. Esta información será ordenada de la siguiente manera mediante una matriz: las columnas 1 y 2 son los números de las barras de la línea, la columna 3 será la resistencia de la línea, la columna 4 será la reactancia de la línea, la columna 5 representa la mitad de la susceptancia de carga de la línea y la columna 6 el valor de configuración del tap del transformador.

Mediciones del sistema. Es de necesario poder tener la información proporcionada por los equipos de medición de los sistemas eléctricos, en base a estos datos se realiza el análisis de estimación por lo que los mismos estarán ordenados por una matriz en la cual la columna 1 nos indicará el número de la medición, la columna 2 indicará el código del tipo de medición, la columna 3 el valor de la medición, las columnas 4 y 5 el número de las barras sobre las que se realizó la medición y la última columna será la covarianza del error de la medición.

El código del tipo de medición estará dado por: 1 mediciones de voltaje, 2 mediciones de inyección de potencia activa, 3 inyección de potencia reactiva, 4 flujo de potencia activa, 5 flujo de potencia reactiva.

Datos de referencia. Como se ha mencionado antes este es un proceso iterativo y de aproximaciones por lo que deberemos poder tener una información referente bajo la cual validar el modelo usado, es por esto que la información de datos de referencia proporcionada por cada uno de los sistemas de la IEEE a ser usados estará ordenada en una matriz en la que la columna 1 representa el número de barra del sistema y las columnas 2 y 3 el valor de voltaje y ángulo respectivamente.

3.2 Modelamiento del sistema.

Dentro del modelamiento de sistema se definieron funciones que en un principio pudiesen representar de manera eficaz a un sistema eléctrico de potencia, estas funciones dependerán del estimador a ser usado. Previo al modelamiento del sistema y con base en la información que se posee y que ha sido ya explicada se deberá definir un vector de estado.

El vector de estado serán las variables a ser estimadas por el análisis del modelo del sistema que realiza cada uno de los estimadores y serán la razón por la cual se escogerán las funciones que modelarán el sistema.

Dentro del desarrollo de este proyecto se ha escogido como vector de estado a $x = [v, \theta]^T$ [9] considerando que son las variables de mayor importancia en las barras y bajo las cuales se pueden obtener cualquier otro dato de la barra y por ende del sistema.

3.2.1 Modelo para Filtro de Kalman Extendido.

Recordando las ecuaciones de inicialización del filtro Kalman y reescribiéndolas en función de las variables de estado ya definidas se presentan:

$$x_k = f((v, \theta)_{k-1}) + w_{k-1} \quad (3.1)$$

$$z_k = h(v, \theta_k) + v_k \quad (3.2)$$

Donde f es una función de no lineal que define el comportamiento de todo el sistema de potencia, manteniendo una relación con las variables de estado, cuyo origen se da por la representación en espacios de estados del mismo. Por la complejidad que presenta la obtención de esta función para estos sistemas de potencia se recurre a la técnica de linealización suavizada de Holt [15]. Presentando la adaptación de este método a la función anterior se tiene:

$$x_k = F((v, \theta)_{k-1}) + g_k + w_{k-1} \quad (3.3)$$

Donde “F” es la función que representará al modelo y “g” es una función de control para el sistema presentadas en la ecuaciones 3.4 y 3.5 respectivamente.

$$F_k = \alpha_k(1 + \beta_k) \cdot I \quad (3.4)$$

$$g_k = (1 + \beta_k) (1 - \alpha_k)x_k^- - \beta_k a_{k-1} + (1 - \beta_k)b_{k-1} \quad (3.5)$$

Los valores de α_k y β_k son parámetros de corrección para el desarrollo de este estimador $\alpha_k = 0.8$ y $\beta_k = 0.5$ escogidos para obtener la estimación más cercana, x_k^- se refiere al vector de estado predicho en el tiempo k. Los vectores a y b, usados en la función se definen según las ecuaciones 3.6 y 3.7 respectivamente:

$$\mathbf{a}_k = \alpha_k x_k + (1 - \alpha_k)x_k^- \quad (3.6)$$

$$\mathbf{b}_k = \beta_k(\mathbf{a}_k - \mathbf{a}_{k-1}) + (1 - \beta_k)\mathbf{b}_{k-1} \quad (3.7)$$

Los parámetros a y b son también definido dentro de método de Holt para representar el modelo de un sistema eléctrico.

Por lo que al tener la función ya linealizada por el método de Holt se obvia la expansión de series de Tylor y se procede con el paso predictor hasta obtener el estado a posteriori, necesario para iniciar el paso corrector.

Matriz de covarianza.

Recordando la ecuación 2.10 del capítulo anterior, procederemos enfocándonos en la parte de la adición donde se observa claramente que la matriz de covarianza de ruido de proceso Q_k se encuentra multiplicada por los vectores de ruido de proceso normal como transpuesto lo que se puede observar en la ecuación 3.8.

$$\mathbf{P}_k^f = J_f(x_{k-1}^a) \mathbf{P}_{k-1}^f J_f^T(x_{k-1}^a) + w_k Q_{k-1} w_k^T \quad (3.8)$$

Revisando las propiedades de los vectores de ruido w_k indicando que la media de su error será cero y que poseen una distribución Gaussiana,

al ser Q_k un valor constante en este momento se lo puede mantener fijo podemos concluir lo que se presenta en la ecuación 3.9:

$$w_k Q_{k-1} w_k^T = Q_{k-1} \quad (3.9)$$

Por lo que la ecuación la utilizaremos como se muestra en la ecuación 3.10:

$$P_k^f = J_f(x_{k-1}^a) P_{k-1}^f J_f^T(x_{k-1}^a) + Q_{k-1} \quad (3.10)$$

Ecuaciones de potencia y matriz Jacobiana.

Continuando con el análisis de las ecuaciones de inicialización del filtro procedemos con la ecuación 3.2, viendo con esto a la función h , ecuación que representa la relación entre las variables de estados y las mediciones de nuestro sistema, característicamente no lineal. Para el cumplimiento de aquello se realiza un análisis de las ecuaciones de flujo de potencia (ver anexo 3). Por el método de tensiones en los nodos se realiza el análisis de ley de corrientes de Kirchhoff presentando así las ecuaciones de inyección y flujo de potencia vistas enseguida [2]:

Ecuaciones de Flujo de potencia activa y reactiva del bus i al bus j se presentan en las ecuaciones 3.11 y 3.12 respectivamente.

$$h_1 = P_{ij} = V_i V_j (G_{ij} \cos(\theta_{ij}) + B_{ij} \sin(\theta_{ij})) - G_{ij} V_i^2 \quad (3.11)$$

$$h_2 = Q_{ij} = V_i V_j (G_{ij} \sin(\theta_{ij}) - B_{ij} \cos(\theta_{ij})) + V_i^2 (B_{ij} - B_{ij}^c) \quad (3.12)$$

Ecuaciones de inyección de potencia activa y reactiva del bus i al bus j se presentan en las ecuaciones 3.13 y 3.14 respectivamente.

$$h_3 = P_i(v, \theta) = \sum_{j=1}^N [V_i V_j G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + V_i V_j B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)] \quad (3.13)$$

$$h_4 = Q_i(v, \theta) = \sum_{j=1}^N [V_i V_j G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - V_i V_j B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)] \quad (3.14)$$

Detallando que:

- ✓ V_i, V_j los valores de voltaje en las barras i y j .

- ✓ θ_{ij} es el ángulo de desfase entre las barras tanto i como j.
- ✓ $G_{ij} + B_{ij}$, es el elemento (i, j) proveniente de la matriz de admitancias.
- ✓ B_{ij}^c corresponde a la admitancia de shunt obtenida por el modelo en π proveniente de la línea de unión de i con j.

Reescribiendo al Jacobiano de las mediciones escrito en la ecuación 2.13 del capítulo anterior con la adaptación de las funciones y variables de estado ya definidas tenemos la matriz presentada en la ecuación 3.15:

$$J_h = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_i}{\partial \theta} & \frac{\partial P_i}{\partial V} \\ \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{ij}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_i}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_{ij}}{\partial V} \\ 0 & \frac{\partial V_i}{\partial V} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Recalcando que $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$, correspondiente a las barras de partida y llegada. Seguidamente se presentan las derivadas parciales de cada uno de los elementos de la matriz del jacobino de h.

Derivadas correspondientes a las mediciones de inyecciones de potencia activa se presentan en las ecuaciones de la 3.16 a 3.19:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = \sum_{j=1}^N V_i V_j (-G_{ij} \sin \theta_{ij} + B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} = \sum_{j=1}^N V_i V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i} = \sum_{j=1}^N V_j (G_{kj} \cos \theta_{kj} + B_{kj} \sin \theta_{kj}) \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i} = V_i (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (3.19)$$

Derivadas correspondientes a las mediciones de flujo de potencia activa se presentan de las ecuaciones 3.20 a 3.23:

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i} = -V_i V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_j} = V_i V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial P_{kj}}{\partial V_k} = 2V_i G_{ii} + V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j} = V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (3.23)$$

Derivadas correspondientes a las mediciones de inyecciones de potencia reactiva se presentan en las ecuaciones 3.24 a 3.27:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = \sum_{j=1}^N V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} = \sum_{j=1}^N V_i V_j (-G_{ij} \cos \theta_{ij} - B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = \sum_{j=1}^N V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = V_i (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (3.27)$$

Derivadas correspondientes a las mediciones de flujo de potencia reactiva se presentan en las ecuaciones 3.28 a 3.31:

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_i} = V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_j} = V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_i} = -2V_i G_{ii} + V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} + B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_j} = V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} + B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (3.31)$$

Derivadas correspondientes a las mediciones de flujo de voltaje se presenta en la ecuación 3.32:

$$\frac{\partial V_i}{\partial \theta_i} = \frac{\partial V_i}{\partial \theta_j} = \frac{\partial V_i}{\partial v_i} = \frac{\partial V_i}{\partial v_j} = 0 \quad (3.32)$$

Ganancia de Kalman.

Al igual que en el caso de la ecuación de covarianza del paso predictor se aplicará el mismo principio para de esta marea reescribir la ecuación de la siguiente manera por la ecuación 3.33:

$$K_k = P_k^f J_h^T(x_k^f) (J_h(x_k^f) P_k^f J_h^T(x_k^f) + R_k)^{-1} \quad (3.33)$$

3.2.2 Modelo para Mínimos Cuadrados Ponderados.

Tomando en cuenta los datos que se tienen de los sistemas a analizar y las funciones para Mínimos Cuadrados ponderados explicadas en el capítulo dos el modelamiento del sistema para este estimador se efectuó de la siguiente manera.

Ecuaciones de potencia y matriz Jacobiana.

Las ecuaciones de potencia utilizadas en el método de Mínimos Cuadrados Ponderados, al igual que el Filtro de Kalman Extendido, buscan relacionar las variables de estado seleccionadas con los valores de las mediciones obtenidas. Por esta razón la matriz Jacobina y las ecuaciones de potencia son idénticas a las explicadas en el apartado 3.2.1.

Función objetivo y vector de estado.

El estimador WLS busca minimizar la función objetivo, una vez conocido el vector de estado esta función se convierte en la ecuación 3.34:

$$J((v, \theta)) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} \times (z_i - h_i(v, \theta))^2 \quad (3.34)$$

Donde n es el número de mediciones que se tengas del sistema.

Función del vector de estado.

El cálculo del vector de estado estará dado por la siguiente ecuación

$$([v, \theta]^T)^{k+1} = (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} (z - h(v, \theta)) + ([v, \theta]^T)^k \quad (3.35)$$

La función previa fue analizada dentro del capítulo 2, ahora es expresada en función del modelo escogido para el estimador, y las variables que conforman al vector de estado.

3.3 Programación.

Luego del análisis de las ecuaciones, se presenta la estructuración del código realizado en el software de Matlab para cada uno de los estimadores. Se presentará como está constituido el programa principal, así como también los programas para cada estimador.

3.3.1 Programa principal.

El desarrollo del programa principal se separó en tres partes las mismas que realizan un llamado a las diferentes funciones del programa, lo que permitió que el código fuese más compacto y fácil de entender.

- ✓ Obtención de vectores de error. Se refiere a la generación de un vector de valores aleatorios con media 0 y desviación estándar igual a 0.1% para voltajes y 2% para potencias, que representaran un ruido Gaussiano.

Debido a que no se cuenta con un sistema dinámico real, la generación de este vector aleatorio permitirá simular el cambio que podrían presentar los vectores de mediciones a lo largo de la ejecución de la estimación.

- ✓ Selección del estimador. Se presentará una serie de mensajes a la persona que controle el programa con el fin de que pueda elegirse el estimador de estado a ser utilizado.
- ✓ Presentación de errores e índices de rendimiento. Al finalizar el programa se presentarán 2 tablas. La primera tabla contiene información sobre errores en la estimación efectuada tanto por el WLS como por el EKF, la segunda tabla presentará los

índices de rendimiento de los estimadores con los que se podrá concluir acerca de su eficiencia.

3.3.2 Programa para el Filtro de Kalman Extendido.

El algoritmo para el estimador Filtro de Kalman Extendido puede ser dividido en cuatro partes, las cuales serán explicadas en detalle a continuación. El código respectivo de cada una de las partes se encuentra en el Anexo 4.

Selección de sistema.

El algoritmo se iniciará una vez se haya seleccionado el sistema de barras a estimar, en un principio se desarrollarán los siguientes ítems.

- ✓ Obtención de matriz de impedancia y vectores de medidas de los datos.
- ✓ Inicialización de vectores para graficación.
- ✓ Definición de valores corrección del modelo α_k y β_k .
- ✓ Obtención de vectores asociados a mediciones.
- ✓ Definición de iteraciones y tolerancia.

Paso predictor.

Una vez inicializadas las variables se deberá proceder a la obtención del estado a posteriori, en esta etapa encontraremos.

- ✓ Obtención de valores de la función modelo \mathbf{a}_k y \mathbf{b}_k .
- ✓ Obtención de las matrices de la función F y g .
- ✓ Obtención del paso predictor, este paso incluye la obtención del estado a posteriori a través de la evaluación en la función modelo.
- ✓ Obtención de la matriz de covarianza del error del paso predictor.

Paso corrector.

Se describe como se realiza la corrección del filtro, partiendo de la linealización de las funciones de h y la obtención del Jacobiano de las mediciones.

- ✓ Formación del vector h_2 y h_3 vectores de inyección de potencia activa y reactiva respectivamente.
- ✓ Formación del vector h_4 y h_5 vectores de flujo de potencia activa y reactiva respectivamente.
- ✓ Formación del vector h , vector formado por la concatenación de los vectores anteriormente mencionados.
- ✓ Definición de error de mediciones.
- ✓ Formación de la matriz H_{11} y H_{12} , derivadas del voltaje con respecto al ángulo y al voltaje respectivamente.
- ✓ Formación de la matriz H_{21} y H_{22} , derivadas de inyección de potencia activa con respecto al ángulo y al voltaje respectivamente.
- ✓ Formación de la matriz H_{31} y H_{32} , derivadas de inyección de potencia reactiva con respecto al ángulo y al voltaje respectivamente.
- ✓ Formación de la matriz H_{41} y H_{42} , derivadas de flujo de potencia activa con respecto al ángulo y al voltaje respectivamente.
- ✓ Formación de la matriz H_{51} y H_{52} , derivadas de flujo de potencia reactiva con respecto al ángulo y al voltaje respectivamente.
- ✓ Formación de la matriz H , concatenación de las matrices desde H_{11} a H_{52} .
- ✓ Obtención de la ganancia de Kalman.
- ✓ Obtención matriz de covarianza para el paso corrector.
- ✓ Cálculo del vector de estado x .
- ✓ Actualización de número de iteraciones y tolerancia.

Es necesario mencionar que los pasos explicados anteriormente se encuentran dentro de un lazo iterativo mismo que dependerá del número total de iteraciones.

Representación de gráficas.

Dentro de esta parte del algoritmo se realiza el código para la presentación de las gráficas 2D y 3D, las cuales serán analizadas en el capítulo 4.

- ✓ Gráfica 2D de número de iteraciones vs voltaje y vs ángulo respectivamente de las barras 3 y 13.
- ✓ Gráfica 2D de barras vs voltaje y vs ángulo respectivamente.
- ✓ Gráfica 2D de barras vs errores de voltaje y vs errores de ángulo respectivamente.
- ✓ Gráfica 3D de número de iteraciones vs voltaje vs barras.
- ✓ Gráfica 3D de número de iteraciones vs ángulos vs barras.

Cálculo de índices de rendimiento.

Es importante poder determinar la eficiencia del estimador por lo que en esta área se hace el cálculo de los índices de rendimiento.

- ✓ Cálculo índice de rendimiento ε , el cual es igual a la ecuación 3.36 [15]:

$$\varepsilon_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_k^i - x_k^{it}| \quad (3.36)$$

- ✓ Cálculo de índice de rendimiento J , el cual es igual a la ecuación 3.37 [15]:

$$J_k = \frac{\sum_{i=1}^n |y_k^{est,i} - y_k^{it}|}{\sum_{i=1}^n |y_k^i - y_k^{it}|} \quad (3.37)$$

3.3.3 Programa para Mínimos Cuadrados Ponderados.

El algoritmo para el estimador Mínimos Cuadrados ponderados puede ser dividido en cinco partes, las cuales serán explicadas en detalle a continuación. El código respectivo de cada una de las partes se encuentra en el Anexo 4.

Selección de sistema.

El algoritmo se iniciará una vez se haya seleccionado el sistema de barras a estimar, las variables que se definen al iniciar el programa son las mismas que para el estimador EKF, con la excepción de que no se tienen valores de corrección del modelo por lo que estos valores no son declarados.

Estimación del vector de medidas.

Los estimadores son procesos iterativos en cada una de las iteraciones del algoritmo se realiza la estimación de los datos de las mediciones, con el fin de determinar, si existiesen, datos erróneos. Esta parte del programa está conformada por:

- ✓ Formación del vector h_2 y h_3 vectores de inyección de potencia activa y reactiva respectivamente.
- ✓ Formación del vector h_4 y h_5 vectores de flujo de potencia activa y reactiva respectivamente.
- ✓ Formación del vector h , vector formado por la concatenación de los vectores anteriormente mencionados.
- ✓ Definición de error de mediciones.

Formación de matriz Jacobiana.

- ✓ Formación de la matriz H_{11} y H_{12} , derivadas del voltaje con respecto al ángulo y al voltaje respectivamente.
- ✓ Formación de la matriz H_{21} y H_{22} , derivadas de inyección de potencia activa con respecto al ángulo y al voltaje respectivamente.
- ✓ Formación de la matriz H_{31} y H_{32} , derivadas de inyección de potencia reactiva con respecto al ángulo y al voltaje respectivamente.
- ✓ Formación de la matriz H_{41} y H_{42} , derivadas de flujo de potencia activa con respecto al ángulo y al voltaje respectivamente.

- ✓ Formación de la matriz H_{51} y H_{52} , derivadas de flujo de potencia reactiva con respecto al ángulo y al voltaje respectivamente.
- ✓ Formación de la matriz H , concatenación de las matrices desde H_{11} a H_{52} .

Definición de funciones del estimador.

El estimador WLS una vez realizado el cálculo de la Jacobiana, empieza a encontrar todos las matrices o valores relacionados con las funciones del estimador. En este paso encontraremos.

- ✓ Formación de la matriz de ganancia del sistema.
- ✓ Cálculo del vector de estados.
- ✓ Obtención del vector de covarianzas de las variables de estado.
- ✓ Cálculo de la función objetivo.
- ✓ Actualización de número de iteraciones y tolerancia.

Representación de gráficas.

Con el fin de realizar una comparación en los resultados obtenidos por cada uno de los estimadores, las gráficas representadas al ejecutar el estimador WLS serán exactamente las mismas que para el estimador EKF.

Cálculo de índices de rendimiento.

Los índices de rendimiento serán los mismos especificados para el estimador EKF.

CAPÍTULO 4

4. RESULTADOS.

El programa realizado fue probado en dos sistemas eléctricos, estas simulaciones nos permitirán analizar y comparar el funcionamiento de los dos estimadores verificando sus índices de error e índices de rendimiento respectivos.

4.1 Implementación y simulación del Algoritmo.

La implementación y simulación del algoritmo realizado se dio bajo los parámetros y datos obtenidos de la red de 14 y 30 barras de IEEE, una vez que se ejecutara el programa se obtendrían los valores de voltaje y ángulo de cada una de las barras correspondientes de cada sistema.

La tabla 1 nos presenta el vector de estado, voltaje y ángulo, de cada una de las barras del sistema de 14 barras IEEE encontrados bajo el análisis del estimador de mínimos cuadrados ponderados, el valor del voltaje está dado en sistema de por unidad mientras que el ángulo está dado en grados.

Las figuras 4.1 y 4.2 presentan la información del vector de estado de manera más clara, debido a que en estas figuras se puede ver la comparación de la estimación mediante el método de mínimos cuadrados ponderados con los valores referenciales del sistema, esto permite que se obtenga un análisis previo de cómo se ha comportado el estimador de acuerdo a cuán próximo está su gráfica de respuesta de los valores de referencia.

BUS Nº	Voltaje [pu]	Ángulo [°]
1	1.0294	0.0000
2	1.0121	-5.3244
3	0.9736	-13.4927
4	0.9764	-11.4944
5	0.9768	-9.8474
6	1.0265	-13.3545
7	1.0137	-13.2703
8	1.0508	-13.2474
9	1.0023	-14.2544
10	0.9935	-14.6837
11	1.0020	-14.4281
12	1.0019	-14.7576
13	1.0035	-14.4957
14	0.9720	-16.0286

Tabla 1: Valores estimados por método WLS

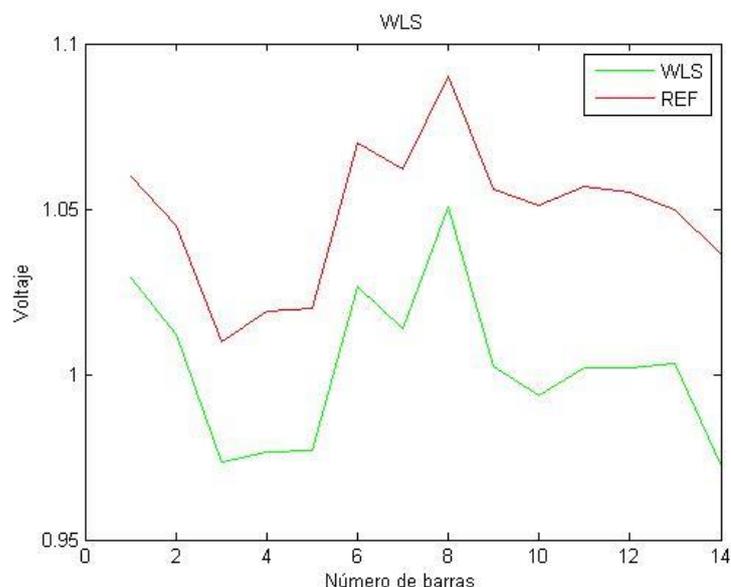


Figura 4.1: Voltaje vs Barra, Red 14 barras.

En la figura 4.1 se observa que el valor de estimación por parte del método de mínimos cuadrados ponderados se encuentra lejano del valor de referencia, sin embargo, esta diferencia es de décimas o centésimas, el estimador ha sido preciso, pero su eficiencia se puede ver afectada por esta diferencia. El WLS realiza la minimización de una denominada función objetivo, que ya ha sido mencionada y explicada en capítulos anteriores, dicha función es la que ha logrado mostrar la estimación más próxima del sistema. La falta de exactitud respecto a los valores referenciales puede deberse a: toma de mediciones con mucho ruido, el estimador a pesar de sus iteraciones no logra eliminar valores erróneos debido a que al ser uno de los primeros estimadores estudiados no se estén considerando características de carga que se pudieran suscitar en la actualidad con los sistemas eléctricos.

La estimación es lo suficientemente buena para confiar en los resultados del estimador y proponer una aplicación del mismo en sistemas en tiempo real.

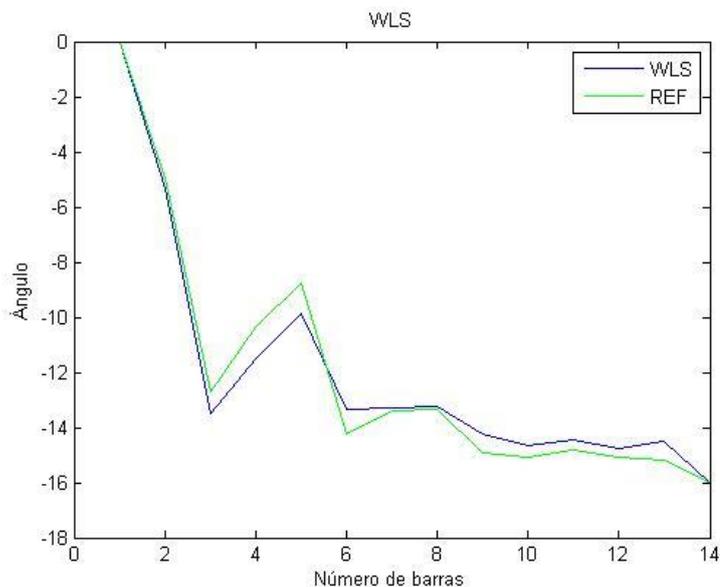


Figura 4.2: Ángulo vs Barra, Red 14 barras.

La figura 4.2 presenta la gráfica de los valores de ángulo para cada una de las barras, como se puede observar la gráfica azul está representando la gráfica de los valores arrojados por el estimador, en tanto que la verde los valores bajo los cuales se realiza la comparación. Las dos gráficas están muy cercanas una de otra, a diferencia de la estimación en los valores de voltaje de las barras, cabe indicar que aún cuando los valores de voltaje y ángulo forman parte del vector del estado, su estimación es independiente debido a esto en la figura 4.2 la cercanía es mucho mayor que en la figura 4.2.

La estimación en los valores de ángulo es mucho mejor debido a que la variación de ángulos entre una barra y otra es mayor, lo que permite a la función de estimación del método WLS mayor libertad al muestrear, evaluar y analizar los datos que se van obteniendo en cada iteración.

La tabla 2 presenta los resultados de la estimación mediante el filtro de Kalman extendido, al igual que en el caso del WLS en esta tabla están presentes los valores de voltaje y ángulo de cada una de las barras del sistema de 14 barras IEEE.

Se ve representado también en las figuras 4.3 y 4.4 la comparación de las gráficas de voltaje y ángulo vs número de barras, estimadas por el segundo método con relación a los valores referenciales del sistema. Las gráficas mencionadas tienen como objetivo presentar cuan próxima es la estimación del sistema.

BUS Nº	Voltaje [pu]	Ángulo [°]
1	1.1042	0.0000
2	1.0885	-4.9861
3	1.0526	-12.6244
4	1.0601	-10.4421
5	1.0610	-8.9012
6	1.1139	-14.0621
7	1.1041	-13.3220
8	1.1343	-13.3517
9	1.0973	-14.7715
10	1.0917	-15.0002
11	1.0984	-14.7362
12	1.0969	-15.0587
13	1.0937	-15.0430
14	1.0757	-16.0636

Tabla 2: Valores estimados por método WLS

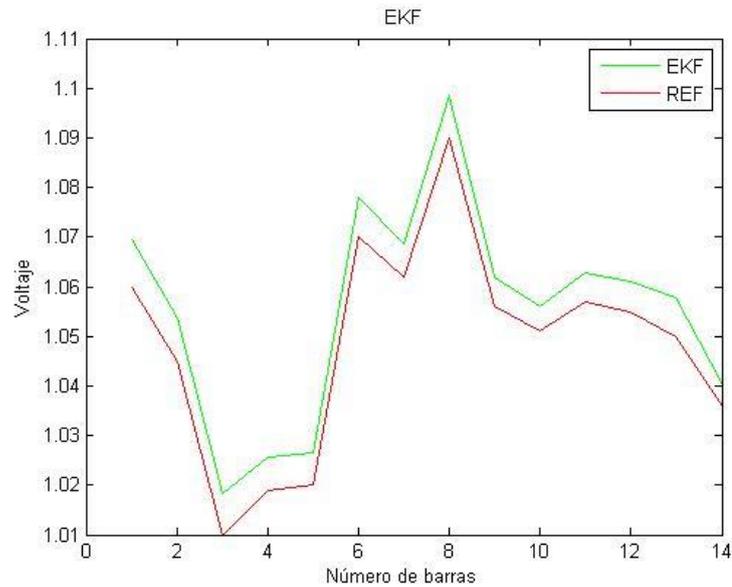


Figura 4.3: Voltaje vs Barra, Red 14 barras.

En la figura 4.3 se observa la gráfica de los valores de voltaje para cada una de las barras, esta respuesta es muy próxima a los valores de referencia mostrados por la gráfica en rojo, la estimación realizada por el EKF es altamente precisa, lo que vuelve al método muy eficiente. La estimación mediante el EKF está basada en el análisis de la no linealidad del sistema por lo que incluye parámetros reales de la red que claramente ayudan a que su estimación estadística sea buena dando valores del vector de estado muy cercanos a la exactitud.

EL filtro EKF al igual que el estimador WLS realiza iteraciones en su proceso de búsqueda del vector de estado, sin embargo, un gran aporte del EKF es que cada valor calculado en una iteración " i " es usado en la siguiente iteración " $i + 1$ " lo que le proporciona mayor información y mejor acercamiento a los datos que se esperan.

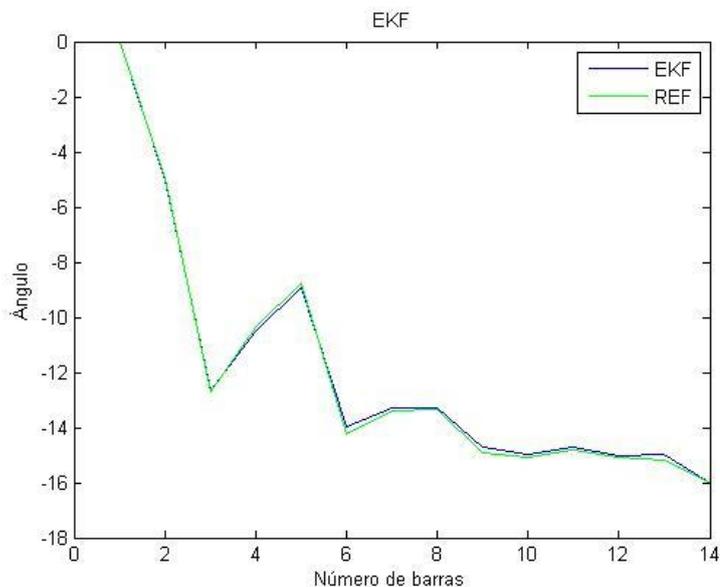


Figura 4.4: Ángulo vs Barra, Red 14 barras.

En la figura previa 4.4 se visualiza los valores de ángulos en cada una de las barras, con alta precisión, en comparación con los valores referenciales, la estimación de los valores de voltaje y ángulo son independientes entre sí por lo que probablemente de una mejor estimación en los valores de voltaje que en los de ángulo o viceversa. En este análisis la figura 4.4 muestra mayor acercamiento que la figura 4.3 en relación a los valores de referencia.

Las siguientes figuras presentan las gráficas de voltaje y ángulo vs número de barras respectivamente, esta vez para el sistema de 30 barras de IEEE, por cuestiones de espacio se ha omitido las tablas, aun así, en las gráficas se aprecia claramente la estimación de cada uno de los métodos, su gran aproximación a datos reales y el funcionamiento del estimador.

La figura 4.5 y 4.6 es la representación del vector de estado vs el número de barras para el método de mínimos cuadrados ponderados, de igual manera la figura 4.7 y 4.8 es la representación para el método del filtro de Kalman extendido.

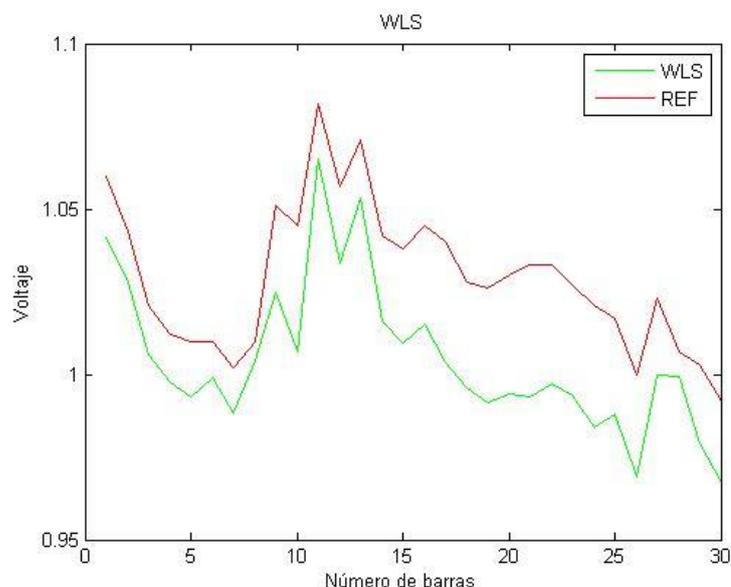


Figura 4.5: Voltaje vs Barra, Red 30 barras.

La figura 4.5 presenta la estimación de los valores de voltaje en cada una de las barras para una red de 30 barras, el método de WLS en este caso ha sido más preciso en relación al caso de 14 barras. El análisis del estimador WLS al sistema de 30 barras ha presentado una mejor respuesta esto se debe a que a pesar de tener una cantidad de mediciones que es equivalentemente menor en comparación al sistema de 14 barras, estas mediciones contienen menor cantidad de ruido y menor número de errores de lectura por parte de los equipos de medición, por lo que el estimador posee mayor cantidad de datos aceptables con los cuales realizar el proceso de estimación encontrando así un vector de estado con menor valor de error y que modelo de mejor manera el sistema.

Sin embargo, es claro que los valores entre las barras 15 y 25 se alejan a una diferencia mayor que en las otras barras, esto se puede apreciar en la gráfica 4.5, esto puede indicar que las mediciones en estas barras pueden estar siendo afectadas o que los equipos de medición no arrojaron datos tan exactos.

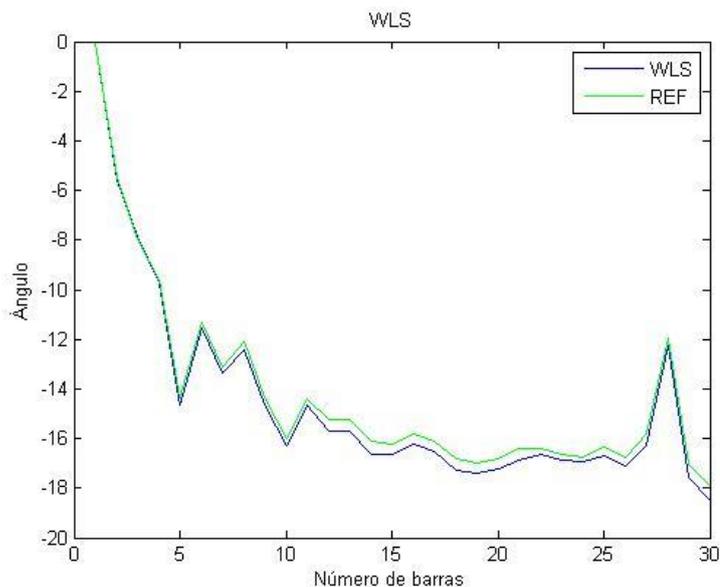


Figura 4.6: Ángulo vs Barra, Red 30 barras.

El error en la estimación de ángulos para el sistema de 30 barras, al observar la gráfica de la figura 4.6 es notablemente menor que en el sistema de 14 barras, al igual que lo mencionado anteriormente esto se debe a que las lecturas que proporcionan los equipos de medición son más precisas. Esto no tiene que ver con que el sistema sea mayor o menor puesto que el análisis que realiza el estimador WLS está basado en minimización del error cuadrático lo que es independiente de la cantidad de medidas o el tamaño del vector de estado, entonces dependerá únicamente de la aproximación que vaya obteniendo el estimador, iteración a iteración.

Al realizar el análisis de las estimaciones para los dos sistemas proporcionados por el estimador WLS, los valores que arroja el estimador, aun cuando son valores muy buenos, pueden convertirse en una advertencia para el sistema de control y monitorización, esto debido a que una de las razones por las que las estimaciones arrojan valores ligeramente diferentes se debe a que las mediciones dadas por las lecturas de los equipos correspondientes no están siendo lo suficientemente exactas, el equipo puede no estar calibrado, estar funcionando de una manera incorrecta o existe algún daño en la red.

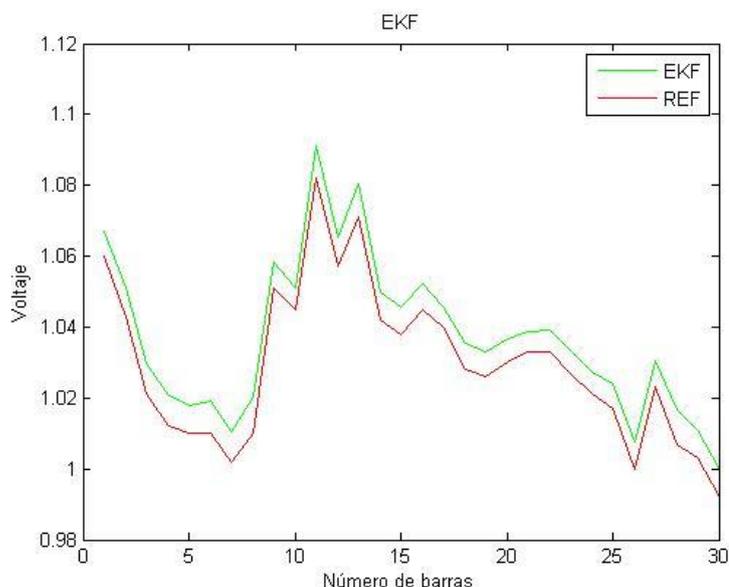


Figura 4.7: Voltaje vs Barra, Red 30 barras.

La figura 4.7 presenta la estimación por parte del EKF para un sistema de 30 barras, el vector de estado calculado por esta estimación tiene valores muy cercanos al vector de estado de referencia, el estimador EKF realizó un cálculo bastante afinado, todos los valores de voltaje en las barras están siguiendo la misma distribución de los valores referenciales, lo que indica que el comportamiento del sistema en relación al sistema de comparación es similar y se ha realizado una buena estimación a las mediciones.

El estimador EKF realiza un filtrado de las mediciones e incluye las condiciones de no linealidad de la red, lo que le permite contar con medidas cada vez más reales y sin ruido y por ende estimar los valores del vector de estado con mayor confiabilidad que el WLS.

En general la estimación realizada por el EKF es eficiente y confiable, los índices de error analizados más adelante darán una mejor perspectiva del comportamiento del estimador y corroborarán su buen comportamiento.

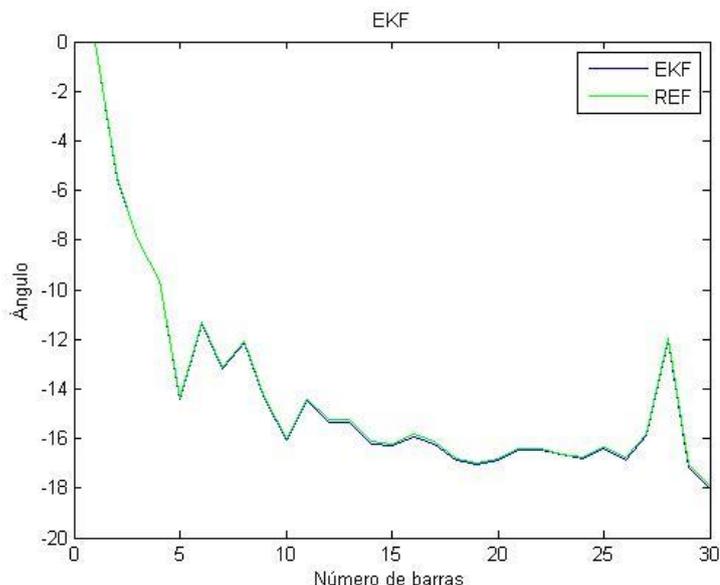


Figura 4.8: Ángulo vs Barra, Red 30 barras.

Finalmente, la figura 4.8 presenta la gráfica de los valores de ángulo en cada una de las barras de la red, claramente el error es mínimo en las gráficas de la estimación mediante EKF y de los valores de referencias se encuentran casi superpuestas con lo que se podría concluir que la estimación realizada por el EKF tiene un alto rendimiento, se ha minimizado el error y se ha obtenido un vector de estado que es bastante aceptable.

La estimación de estados mediante el EKF para los sistemas de 14 y 30 barras es óptima, esto se puede afirmar basándose en el análisis comparativo entre el vector de estado estimado y el vector referencial.

El error presentado tanto para la estimación mediante WLS como para la del EKF tiene una justificación adicional, los vectores de estado encontrados por cada uno de los estimadores están basados en mediciones proporcionadas para la ejecución de este proyecto, el vector de comparación es el vector referencial de los sistemas de 14 y 30 barras IEEE. Se puede diferir entre los datos que se han utilizado para la ejecución de esta investigación y los datos usados en los sistemas de IEEE de referencia, ya que esta información no es conocida.

4.2 Índice de error e índice de rendimiento.

El índice de error es un valor que evalúa el comportamiento del estimador en base a datos de un vector de estados de referencia, mientras este valor sea más pequeño indicará que el estimador es cada vez más próximo a valores reales y por ende más eficaz.

El índice de rendimiento evalúa la eficiencia del estimador en base a la estimación del vector de mediciones, mientras más pequeño sea este índice muestra que el estimador es más eficiente, eficaz y tiene un mejor rendimiento en tiempo de respuesta y análisis.

La tabla 3 presenta el índice de error e índice de rendimiento para cada uno de los estimadores implementados correspondiente a la estimación de la red de 14 barras IEEE, en esta se puede visualizar claramente la superioridad del estimador de Kalman frente al de mínimos cuadrados ponderados. El valor del índice de error es menor, así como también lo es el valor del índice de rendimiento. Aun cuando vale destacar que las dos estimaciones son lo suficientemente buenas, sin lugar a duda el estimador de Kalman realiza una mejor aproximación, esto basado en su análisis de no linealidad.

	WLS	EKF
ξ	0.268749	0.057672
J	0.196829	0.004057

Tabla 3: Índices de error y rendimiento

El índice de error ξ para el estimador WLS fue de 0.2687 mientras que el del estimador EKF fue de 0.0576, para la estimación del sistema de 14 barras el EKF superó la estimación del WLS en un alto porcentaje, este índice está basado en la precisión que tuviese el vector de estado. La mayor eficiencia del filtro de Kalman es debido a que este a diferencia del estimador WLS, realiza un proceso de recursividad en el que para encontrar un valor futuro se basa en los valores y datos encontrados de un paso previo. El sistema eléctrico es un modelo no lineal

por lo que el filtro de Kalman realiza un análisis de esta no linealidad e incorpora en sus ecuaciones una función que modela al sistema no lineal lo que le da más exactitud y confiabilidad frente al estimador WLS, y es por lo cual su índice de error sobre el vector de estado es evidentemente mejor.

El índice de rendimiento evalúa la eficiencia de los métodos para estimar el valor de las mediciones, basados en los valores del vector de estado para encontrar los valores de las mediciones reales. El estimador EKF es superior debido a que como se mencionó anteriormente este aplica un proceso de recursividad y utiliza datos de pasos anteriores a medida que avanza a diferencia de WLS que itera y calcula los valores de las mediciones en base a la mínima diferencia entre en vector de estado de una iteración pasada y la siguiente. El proceso del EKF lo obliga a evaluar su rendimiento paso a paso y volverse más preciso cada vez, en el cálculo final del vector de estado.

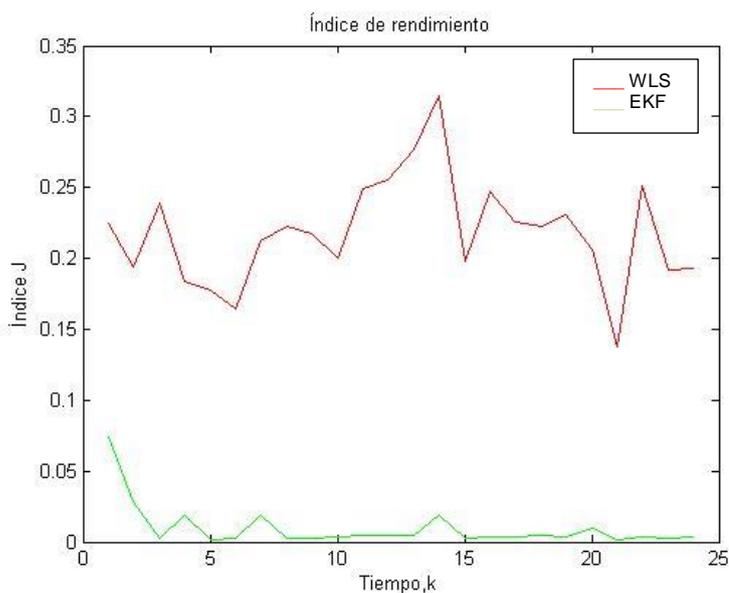


Figura 4.9: Índices de rendimiento.

La figura 4.5 presenta el índice de rendimiento a lo largo de diferentes tiempos, k , en esta gráfica se observa la comparación de los dos estimadores. La gráfica en rojo representa los datos del estimador WLS y la gráfica en verde la del estimador EKF, claramente el rendimiento del estimador EKF es mejor que el del WLS esto se debe a que el proceso recursivo realizado por el filtro de Kalman

tiene mejores resultados que el proceso iterativo, el método del EKF filtra los datos de las mediciones a cada paso de la recursividad por lo que elimina valores de ruido mientras que el estimador WLS trabaja con mediciones realizadas desde su primera iteración lo que no le proporciona mucha mejora en su estimación. Estos detalles son evidentes en la figura 4.9.

En la tabla 4 se presenta nuevamente los índices mencionados con anterioridad, esta vez para el caso de estudio de una red de 30 barras de IEEE, claramente los índices del estimador de Kalman vuelven a ser superiores a los del WLS. Así mismo la figura 4.4 presenta la evolución del índice de rendimiento a lo largo de un tiempo, k , para la red antes mencionada.

	WLS	EKF
ξ	0.177007	0.175387
J	0.029206	0.004496

Tabla 4: Índices de error y rendimiento

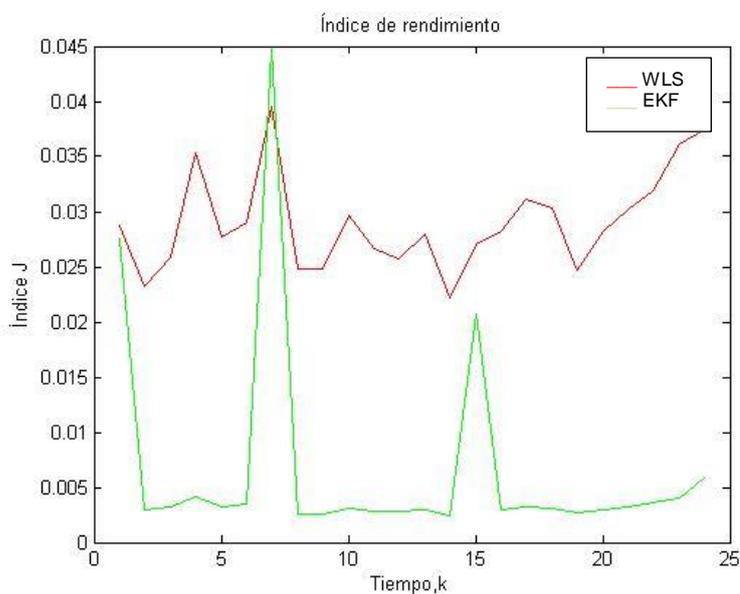


Figura 4.10: Índices de rendimiento.

En la figura 4.10 se aprecia diferentes picos en la gráfica de índice de rendimiento para el estimador EKF estos picos en la gráfica pueden deberse a la presencia de datos erróneos, pero estos picos fueron disminuyendo a medida que se fue avanzando en los pasos "k" debido a que se seguiría filtrando, modificando y mejorando la estimación de las mediciones y se obtendría al final una gráfica más suavizada. Esto no ocurre con el estimador WLS ya que mantiene a lo largo de toda su gráfica elevaciones bruscas que son evidencia de que sus datos no están siendo visiblemente mejorados.

Basados en las gráficas de respuesta de los estimadores en el cálculo del vector de estado y en el análisis de los índices de error e índices de rendimiento que son indicadores sustanciales para evaluar la confiabilidad de los métodos realizados, se puede mencionar que el método EKF proporciona una mejor estimación en relación con el estimador WLS.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La estimación de estados para sistemas eléctricos de potencia, proporciona el cálculo correcto de los valores seleccionados para el vector de estado, así como también el análisis del comportamiento de la red basado en la estimación de las mediciones.

De acuerdo con los resultados es acertado mencionar que la estimación por WLS puede verse afectada debido a que esta metodología no realiza un análisis de la no linealidad del modelo, lo que podría afectar la estimación a grandes sistemas, aun así, para pequeños y medianos sistemas puede proporcionar información confiable del estado de la red.

El proceso de recursividad de la estimación por EKF y su análisis de la no linealidad del modelo resultó en una afinada estimación para el vector de estado de los sistemas implementados. Su índice de rendimiento verifica que el estimador EKF es una herramienta muy confiable y eficiente en la estimación de sistemas eléctricos.

Los indicadores que evalúan los métodos de predicción para los dos sistemas son valores bajos, por lo que es acertado afirmar que la confiabilidad de los estimadores es buena, tomando en cuenta que el error que se presenta se debe en parte a que los valores referenciales de este trabajo fueron adoptados de un análisis de flujo para los casos de prueba de la IEEE, y que las mediciones tomadas podrían variar un poco con relación a las mediciones con las que se realizó la simulación.

Los sistemas de 14 y 30 barras de la IEEE son casos de prueba por lo que siguen estándares de sistemas eléctricos de potencia, el que la estimación de estas redes tenga indicadores bastante bajos es una buena respuesta de los métodos que nos asegura un buen comportamiento de los estimadores para otros sistemas de potencia.

Finalmente, al realizar un análisis de las gráficas de respuesta de los estimadores en el cálculo del vector de estado y al obtener los indicadores de rendimiento, que son importantes para evaluar la confiabilidad de los métodos realizados, se puede asegurar que la estimación por el método EKF proporciona una mejor validación y predicción con relación a la estimación por WLS.

El que los sistemas de supervisión y control de las redes puedan contar con un análisis de estimación de estados aumentaría la eficiencia en el procedimiento de conocer el comportamiento de la red y evitaría fallos de los sistemas y pérdidas de equipos tanto del sector de suministro como de los usuarios, por ello es importante realizar un estudio completo sobre la implementación de estimadores de estado en los centros de supervisión y control de energía, evaluando así cada detalle de las redes y su funcionamiento.

Basados en los resultados finales de este trabajo es recomendable que las estaciones de monitoreo y supervisión de los sistemas eléctricos puedan realizar un análisis de estimación de estados bajo las lecturas tomadas por sus equipos de medición, para poder obtener una respuesta más acertada por parte de los mecanismos de control.

En la actualidad los equipos de mediciones y control más sofisticados son los PMU, sería ideal que estos instrumentos pudiesen contar con una programación embebida que proporcionara un análisis de estimación de estado, en base a las mediciones que realiza, antes de que la información se envíe a los sistemas SCADA.

Es recomendable el poder realizar un estudio más a fondo acerca del funcionamiento concreto de los equipos PMU para probar la posibilidad de generar un código equivalente al realizado y adaptable a los sistemas, que les permitiese realizar estimación de estados. La creación de un equipo para la realización de estimación es también una opción viable, pero el que un equipo logre tener características de medición y análisis vuelve al sistema más integrable y compacto.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] P.B. Rafael, "Balance Energético Nacional," MICSE., Guayaquil, Ecuador, Rep. 6, 2015.
- [2] M. O. Paul, "Filtro de Kalman para estimación de estados en sistemas eléctricos de potencia," Tesis de Maestría, Departamento de Ing. Eléctrica, UNAM, México, D.F, 2015.
- [3] J. Roldán, Fuentes de energía, 1st ed. Madrid, España: Copibook, 2008.
- [4] F. Gonzales, "Estimación de estados utilizando medición sincronizada de fasores," en Congreso Venezolano de Redes y energía eléctrica, Venezuela, 2009, pp. 2
- [5] G.A. Terejanu, "Extended Kalman Filter tutorial" [Online]. Disponible en <https://cse.sc.edu/~terejanu/tutorials.html>
- [6] Hadi Saadat, Power System Analysis, 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1999.
- [7] A. E. Florian, "Metodología de análisis de Observabilidad para estimadores de estado en sistemas de energía eléctrica", Dep de ingeniería elec y comp, Universidad nacional de Colombia, Manizales, Colombia, 2015.
- [8] M. I. Ribeiro, "Kalman and Extended Kalman Filters: concept, Derivation and Properties", Instituto de sistemas y robótica, Instituto Superior técnico, Lisboa Portugal, 2004.
- [9] L. Fan, Y. Wehbe, "Extended kalman filtering based real time dynamic state and parameter estimation using PMU data", Department of Electrical Engineering, 2013.
- [10] L. Sánchez, "Filtro de Kalman extendido y Filtro de partículas Kalman extendido para problemas de estimación no Lineal", Revista Ingeniería UC, Vol 20, No 1, 2013
- [11] J.A. Castañeda, Análisis y aplicación del Filtro de Kalman a una señal con ruido Aleatorio, Scientia et Technica Año XVII, Vol 18, No 1, 2013.
- [12] E. B. Carlos, "Power System State Estimation," Tesis de Maestría en Ciencias, Departamento de Ing. Eléctrica, Universidad Estatal de California, California, 2013.
- [13] N.N, GoddardConsulting una introducción al filtro Kalman [Online]. Disponible en <http://www.goddardconsulting.ca/extended-kalman-filter.html>

- [14] Ali Abur, Power System State Estimation, 1st ed. New York: Marcel Dekker, 2004.
- [15].- G. Valverde y V.Terzija, "Unscented Kalman filter for power system dynamic state estimation", 2010, School of Electrical and Electronic Engineering, The University of Manchester.
- [16] Unicamp, State Estimation in Electric Power Systems, 1st ed. Norwell, Massachusetts: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [17] J. J. Grainger, "Estimación de estados de sistemas de potencia" en el Análisis de sistemas de potencia, 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1999.
- [18] P. J. Zarco, Estimación de estado y de parámetros en redes eléctricas, 1st ed. Sevilla, España: Secretariado de publicaciones Universidad de Sevilla, 1999.
- [19] C. Borda, H. Días, A. Olarte, "Estimación de estado" en el Identificación de parámetros de líneas de transmisión y transformadores, 1st ed. Colombia: Editorial Universidad Nacional de Colombia, 2010.
- [20] J. L. Crassidis, J. L. Junkins, Optimal Estimation of Dynamic Systems, 1st ed. Washington, D.C.: Chapman & Hall/CRC, 2004. [18] M. Granada, "Estimación de estado en sistemas eléctricos de potencia," Tesis de Maestría, Departamento de Ing. Eléctrica, UTP, Pereira, 2003.
- [21] E. M. Nolasco, "Estimación de estado en sistemas eléctricos de potencia, considerando mediciones fasoriales," Tesis de Maestría, Departamento de Ing. Eléctrica, UNAM, México, D. F., 2012.
- [22] H. Días, "Simulación de un estimador de estado desacoplado para sistemas de potencia," Tesis de Maestría, Departamento de Ing. Eléctrica, Universidad Nacional.
- [23] A. E. Florian, "Metodología de análisis de observabilidad para estimadores de estado en sistemas de energía eléctrica," Tesis de Maestría, Departamento de Ing. Eléctrica, electrónica y computación, Universidad Nacional, Colombia, 2015.

ANEXOS

OBTENCIÓN DE ECUACIONES PARA EL FILTRO DE KALMAN

EXTENDIDO:

1.-Obtención de la matriz de error de covarianza del paso predictor.

Partiendo de la definición de error:

$$\mathbf{e}_k^f \equiv x_k - x_k^f \quad (\text{A1.1})$$

Y recordando la ecuación $x_k^f \approx f(x_{k-1}^a)$ se realizan los siguientes remplazos:

$$\begin{aligned} &= f(x_{k-1}) + w_{k-1} - f(x_{k-1}^a) \\ &\approx J_f(x_{k-1}^a)e_{k-1} + w_{k-1} \end{aligned}$$

Para de esta manera tener definido el error y proceder al cálculo de la covarianza definiendo el error del pronóstico de esta como:

$$\mathbf{P}_k^f \equiv E[\mathbf{e}_k^f (\mathbf{e}_k^f)^T] \quad (\text{A1.2})$$

$$= J_f(x_{k-1}^a) E[e_{k-1} e_{k-1}^T] J_f^T(x_{k-1}^a) + E[w_{k-1} w_{k-1}^T]$$

$$= J_f(x_{k-1}^a) \mathbf{P}_{k-1}^f J_f^T(x_{k-1}^a) + w_{k-1} Q_{k-1} w_{k-1}^T$$

2.-Obtención de la ecuación de base de estimación de paso corrector.

Para obtener la ecuación base se parte de la ecuación de estado:

$$x_k^a = a + K_k Z_k \quad (\text{A1.3})$$

Asumiendo una condición de imparcialidad tal como:

$$0 = E[x_k - x_k^a Z_k]$$

$$= E[(x_k^f + e_k^f) - (a + K_k h(x_k) + K_k v_k) | Z_k]$$

$$= x_k^f - a - K_k E[h(x_k)|Z_k]$$

$$a = x_k^f - K_k E[h(x_k)|Z_k] \quad (A1.4)$$

Sustituyendo la constante A1.4 en la ecuación A1.3 se tiene la ecuación base siguiente.

$$x_k^a = x_k^f + K_k(z_k - E[h(x_k)|Z_k]) \quad (A1.5)$$

3.-Obtención de la matriz de error de covarianza del paso corrector.

Partiendo del error de estimación de x_k^a

$$\begin{aligned} e_k &= x_k - x_k^a \\ &= f(x_{k-1}) + w_{k-1} - x_k^f - K_k(z_k - h(x_k^f)) \\ &\approx f(x_{k-1}) - f(x_{k-1}^a) + w_{k-1} - K_k(h(x_k) - h(x_k^f) + v_k) \\ &\approx J_f(x_{k-1}^a)e_{k-1} + w_{k-1} - K_k(J_h(x_k^f)e_k^f + v_k) \\ &\approx J_f(x_{k-1}^a)e_{k-1} + w_{k-1} - K_k J_h(x_k^f)(J_f(x_{k-1}^a)e_{k-1} + w_{k-1}) - K_k v_k \\ &\approx (I - K_k J_h(x_k^f))J_f(x_{k-1}^a)e_{k-1} + (I - K_k J_h(x_k^f))w_{k-1} - K_k v_k \end{aligned}$$

Por lo que la covarianza de este paso sería:

$$\begin{aligned} P_k &\equiv E[e_k e_k^T] \\ &= (I - K_k J_h(x_k^f))J_f(x_{k-1}^a)P_{k-1}J_f^T(x_{k-1}^a)(I - K_k J_h(x_k^f))^T + (I - K_k J_h(x_k^f))Q_{k-1}(I - \\ &\quad K_k J_h(x_k^f))^T + K_k R_k K_k^T \\ &= (I - K_k J_h(x_k^f))P_k^f(I - K_k J_h(x_k^f))^T + K_k R_k K_k^T \\ &= P_k^f - K_k J_h(x_k^f)P_k^f - P_k^f J_h^T(x_k^f)K_k^T + K_k J_h(x_k^f)P_k^f J_h^T(x_k^f)K_k^T + K_k R_k K_k^T \end{aligned}$$

Con la ecuación previa y mediante la asunción de que $0 = \frac{\partial tr(P_k)}{\partial K_k}$ se tiene:

$$0 = -(J_h(x_k^f)P_k^f)^T - P_k^f J_h^T(x_k^f) + 2K_k J_h(x_k^f) P_k^f J_h^T(x_k^f) + 2K_k R_k$$

Obteniendo con esto la ganancia de Kalman:

$$K_k = P_k^f J_h^T(x_k^f) (J_h(x_k^f) P_k^f J_h^T(x_k^f) + V_k R_k V_k^T)^{-1} \quad (A1.6)$$

Para que al reemplazar esta ganancia en la ecuación anterior se obtenga finalmente lo deseado.

$$\begin{aligned} P_k &= (I - K_k J_h(x_k^f)) P_k^f - (I - K_k J_h(x_k^f)) P_k^f J_h^T(x_k^f) K_k^T + K_k R_k K_k^T \\ &= (I - K_k J_h(x_k^f)) P_k^f - (P_k^f J_h^T(x_k^f) - K_k J_h(x_k^f) P_k^f J_h^T(x_k^f) - K_k R_k) K_k^T \\ &= (I - K_k J_h(x_k^f)) P_k^f - [P_k^f J_h^T(x_k^f) - K_k (J_h(x_k^f) P_k^f J_h^T(x_k^f) + R_k)] K_k^T \\ &= (I - K_k J_h(x_k^f)) P_k^f - [P_k^f J_h^T(x_k^f) - P_k^f J_h^T(x_k^f)] K_k^T \\ P_k &= (I - K_k J_h(x_k^f)) P_k^f \end{aligned} \quad (A1.7)$$

OBTENCIÓN DE ECUACIONES PARA EL MÉTODO DE MÍNIMOS

CUADRADOS PONDERADOS:

Dada la ecuación de mediciones real A2.1 y la función objetivo A2.2, para “m” variables de estado y “n” mediciones.

$$z = h(x) + e \quad (A2.1)$$

$$J(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \frac{1}{\sigma_i^2} \times (z_i - h_i(x))^2 \quad (A2.2)$$

Lo que se busca con el método de mínimos cuadrados ponderados es minimizar la función objetivo para lo cual tenemos que:

$$\frac{\partial J(x)}{\partial x} = \nabla J(x) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} J(x) = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \frac{1}{\sigma_i^2} \times (z_i - h_i(x))^2 \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial x} J(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\sigma_i^2} \times (z_i - h_i(x))^2 \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial x} J(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m 2 \times \frac{1}{\sigma_i^2} \times (z_i - h_i(x)) \left[\frac{\partial}{\partial x} \times (-h_i(x)) \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial x} J(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m 2 \times \frac{1}{\sigma_i^2} \times (z_i - h_i(x)) \left[\frac{\partial}{\partial x} \times (-h_i(x)) \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial x} J(x) = - \sum_{i=1}^m \frac{1}{\sigma_i^2} \times (z_i - h_i(x)) \left[\frac{\partial}{\partial x} \times (h_i(x)) \right] \quad (\text{A2.3})$$

$\frac{1}{\sigma_i^2}$ es la matriz de covarianzas de tamaño $m \times n$, $(z_i - h_i(x))$ es el vector de error de tamaño $1 \times n$ y $\frac{\partial}{\partial x} \times (h_i(x))$ es la matriz de derivadas parciales de las funciones del sistema con respecto a las variables de estado de tamaño $n \times m$. Podemos expresar $\frac{\partial}{\partial x} J(x)$ de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial x} J(x) = -H^T \times R^{-1} \times \Delta z \quad (\text{A2.4})$$

Donde $\frac{\partial}{\partial x} \times (h_i(x))$, $R^{-1} = \frac{1}{\sigma_i^2}$ y $\Delta z = (z_i - h_i(x))$ para que la multiplicación sea válida debe trabajarse en la ecuación con H^T .

El objetivo es obtener $\frac{\partial J(x)}{\partial x} = 0$ dado que $J(x)$ es no lineal se deberá aplicar series de Taylor para llegar a la solución deseada.

$$\nabla_x J(x + \Delta x) \approx \nabla_x J(x) + \frac{\partial}{\partial x} \nabla_x J(x) \cdot \Delta x \quad (\text{A2.5})$$

El signo \approx es debido a que se han despreciado los términos de orden mayor.

La solución deseada se convierte entonces en:

$$\nabla xJ(x) + \frac{\partial}{\partial x} \nabla xJ(x) \cdot \Delta x = 0 \quad (\text{A2.6})$$

Teniendo así que:

$$\Delta x = - \left[\frac{\partial}{\partial x} \nabla xJ(x) \right]^{-1} \times \nabla xJ(x) \quad (\text{A2.7})$$

Ahora se debe encontrar entonces el valor de $\frac{\partial}{\partial x} \nabla xJ(x)$:

$$\frac{\partial}{\partial x} \nabla xJ(x) = - \frac{\partial}{\partial x} \left[\sum_{i=1}^m \frac{1}{\sigma_i^2} \times (z_i - h_i(x)) \left[\frac{\partial}{\partial x} \times (h_i(x)) \right] \right] \quad (\text{A2.8})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \nabla xJ(x) = - \left[\sum_{i=1}^m \frac{1}{\sigma_i^2} \times (z_i - h_i(x)) \times \frac{\partial^2}{\partial x^2} \times (h_i(x)) + \frac{\partial}{\partial x} h_i(x) \times \frac{1}{\sigma_i^2} \times \left(- \frac{\partial}{\partial x} h_i(x) \right) \right]$$

Recordando cómo fue definido $H(x)$, R^{-1} y Δz , entonces:

$$\frac{\partial}{\partial x} \nabla xJ(x) = H^T R^{-1} H - \frac{\partial H^T}{\partial x} R^{-1} \Delta z \quad (\text{A2.9})$$

Remplazando A2.9 en A2.7 se tiene:

$$\Delta x = - \left[H^T R^{-1} H - \frac{\partial H^T}{\partial x} R^{-1} \Delta z \right]^{-1} \times \left(-H^T \times R^{-1} \times \Delta z \right) \quad (\text{A2.10})$$

Despreciando los términos de 2do orden, finalmente se tiene:

$$\Delta x = \left[H^T R^{-1} H \right]^{-1} \times \left(-H^T \times R^{-1} \times \Delta z \right) \quad (\text{A2.11})$$